



UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO



**FACULTAD
DE INGENIERÍA**

Guía de estudio

Solicitaciones combinadas

Dr. Francisco J. Crisafulli

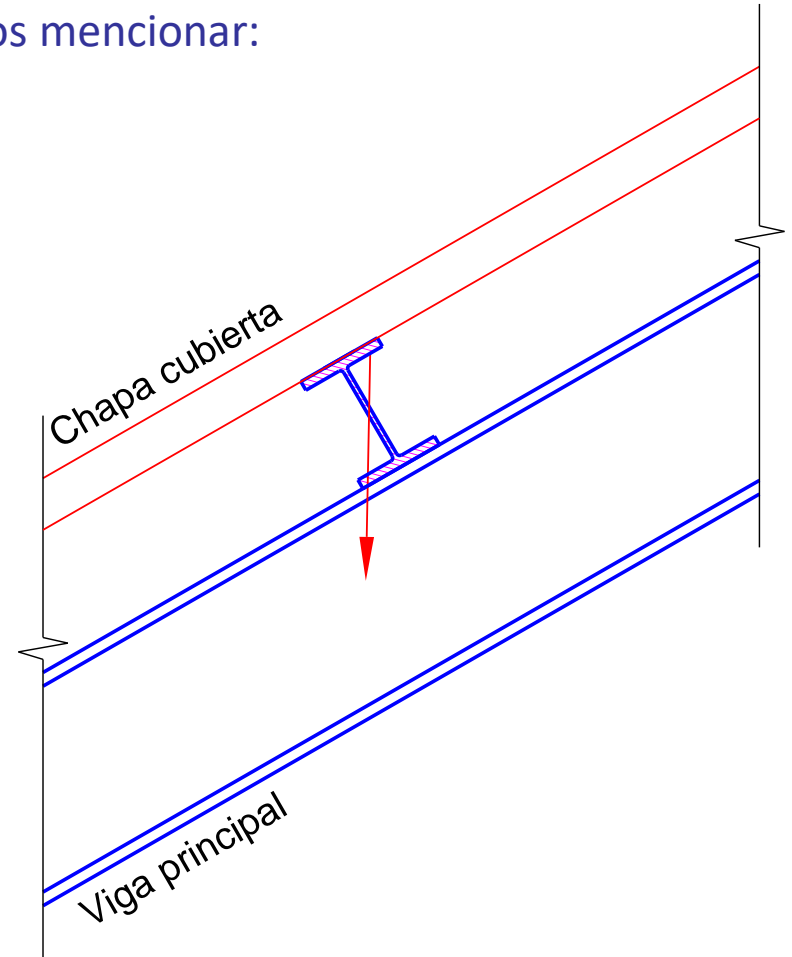
Profesor Titular Construcciones
Metálicas y de Madera

Abril 2020

Introducción

Frecuentemente, los miembros estructurales de las construcciones de acero están sujetos a la acción simultánea de solicitaciones de distinto tipo (flexión uniaxial o biaxial, carga axial, torsión, etc). Si bien se pueden presentar muchos casos distintos de solicitaciones combinadas, como ejemplos más usuales podemos mencionar:

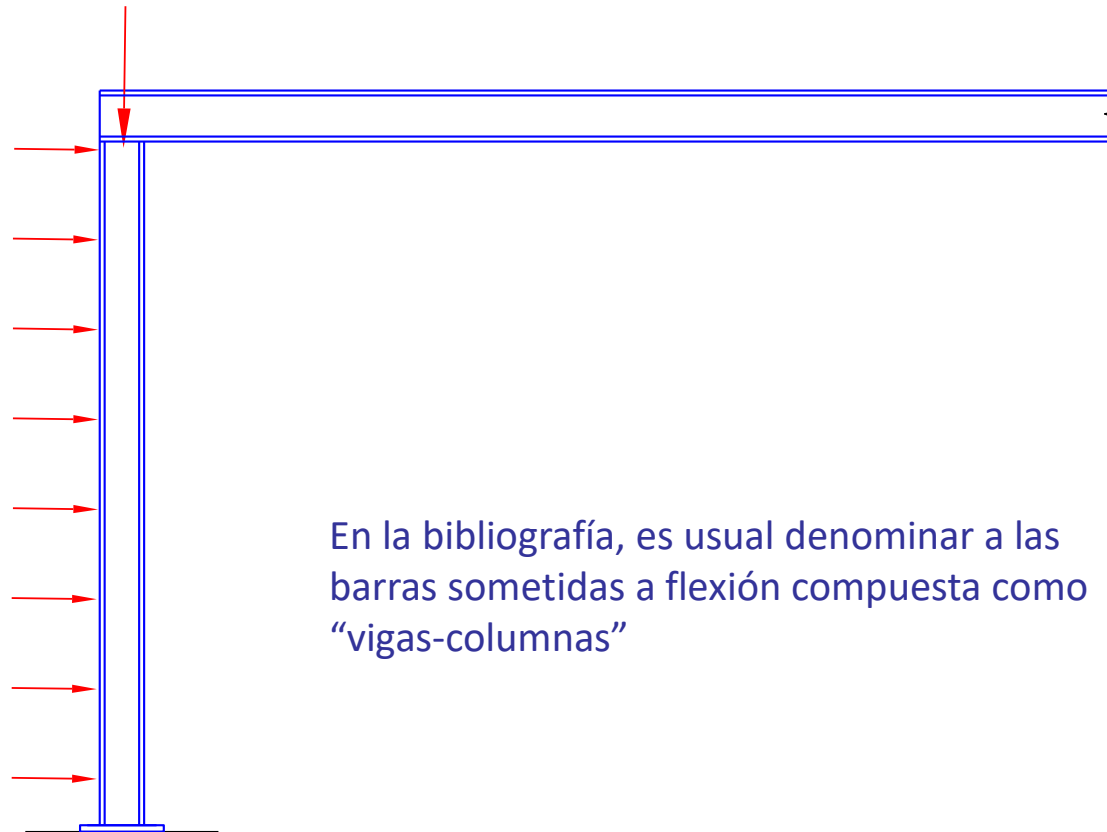
Flexión biaxial: es la combinación de momento flector según los dos ejes principales de la sección. Ejemplo: una correa de una cubierta inclinada que resiste cargas gravitatorias.



Introducción

Otro caso muy común es:

Flexión compuesta: es la combinación de momento flector y carga axial de tracción o compresión. Ejemplo: una columna que soporta una viga (induciendo carga axial en la columna) y un cerramiento lateral (sobre el que actúan cargas de viento y produce flexión en la columna).



Modos de falla

Los modos de falla ante solicitaciones combinadas son diversos y no se pueden establecer *a priori*. Ellos dependen, entre otros factores, de:

- Tipo de sección (según se trate de secciones abierta o cerradas, perfiles laminados, secciones de espesor delgado, etc.)
- Tipo de solicitaciones que se combinan.
- Valor relativo de las solicitaciones.
- Tipo de acción que produce la flexión (por ejemplo, momentos aplicados en los extremos, carga lateral a lo largo de la barra o excentricidad de la carga axial).
- Longitud de pandeo, kL , y longitud no arriostrada para pandeo lateral torsional, L_b .

Modos de falla

A modo de ejemplo, podemos mencionar algunos casos típicos, para los que se indica el modo más probable de falla:

- Carga axial de tracción y flexión: la falla normalmente se produce por fluencia.
- Carga axial de compresión y flexión según el eje de mayor inercia: falla por pandeo lateral torsional.
- Carga axial de compresión y flexión biaxial (perfiles W): falla por inestabilidad o pandeo según uno de los ejes principales.

En la práctica, la verificación a solicitaciones combinadas se realiza sin una identificación explícita del modo de falla. Se aplica un procedimiento aproximado en el que se analiza por separado el efecto de cada solicitación y luego se aplica una ecuación de interacción, según veremos a continuación.

VERIFICACIÓN SEGÚN CIRSOC 301

La verificación reglamentaria incluye varios casos diferente que se presentan en el Capítulo H del CIRSOC 301 y un método alternativo que se presenta en el apéndice de dicho capítulo. Veremos en esta guía de estudio los casos de mayor aplicación práctica.

1. Miembros de secciones de simple y doble simetría solicitados a flexión y compresión (se incluyen columnas armadas grupos I, II, III). Sección H.1.1.
2. Miembros de secciones de simple y doble simetría solicitados a flexión y tracción (se incluyen columnas armadas grupos I, II, III). Sección H.1.2.
3. Miembros de sección asimétrica solicitados a flexión y carga axial. Sección H.2.
4. Miembros solicitados a torsión flexión, corte, flexión y carga axial (incluye miembros tubulares y no tubulares. Sección H.3.

Se usan las mismas ecuaciones, considerando resistencias requeridas y de diseño en compresión o en tracción

Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión y tracción

Se establece una superficie de falla (diagrama de interacción) para considerar el efecto combinado de tracción y flexión biaxial, cuya expresión matemática está dada por:

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 1a})$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi P_n} + \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 1b})$$

donde P_u es la resistencia requerida a tracción, ϕ es el factor de resistencia a tracción, P_n es la resistencia nominal a tracción, M_{ux} y M_{uy} son las resistencias requeridas a flexión según los ejes x e y , ϕ_b es el factor de resistencia a flexión y M_{nx} y M_{ny} son las resistencias nominales a flexión.

Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión y tracción

Es importante observar que los cada uno de los términos que se incluyen en las Ecuaciones 1 representan la relación entre la resistencia requerida y la resistencia de diseño para cada una de las tres sollicitaciones consideradas (recordar que resistencia de diseño es igual al factor de resistencia por la resistencia nominal). De modo que las ecuaciones pueden escribirse también como:

$$\text{Si } \frac{P_u}{P_d} \geq 0.2 \quad \frac{P_u}{P_d} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{M_{dx}} + \frac{M_{uy}}{M_{dy}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 2a})$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{P_d} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2P_d} + \frac{M_{ux}}{M_{dx}} + \frac{M_{uy}}{M_{dy}} \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 2b})$$

Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión y tracción

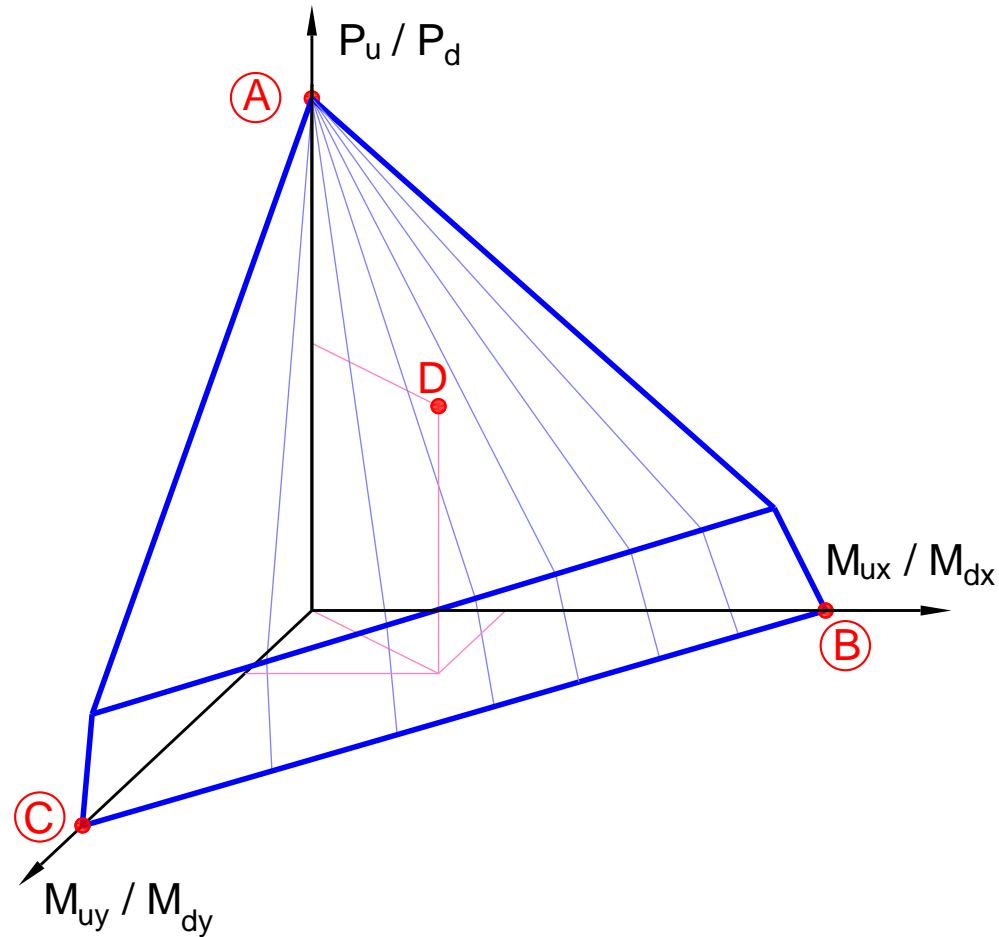
Las ecuaciones 1 (o las ecuaciones 2, que son equivalentes) definen una superficie de falla, cuya representación gráfica vemos en la figura adjunta.

A: falla a tracción pura (con $M_{ux}=M_{uy}=0$)

B: falla a flexión simple s/X (con $P_u=M_{uy}=0$)

C: falla a flexión simple s/Y (con $P_u=M_{ux}=0$)

D: representa la falla de una barra a flexión biaxial compuesta. Como consecuencia de la interacción, la capacidad resistente ante cada una de las sollicitaciones se ve reducida.



Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión y compresión

Se establece una superficie de falla (diagrama de interacción) para considerar el efecto combinado de compresión y flexión biaxial, cuya expresión matemática está dada por:

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 1a})$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi P_n} + \frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 1b})$$

donde P_u es la resistencia requerida a compresión, ϕ es el factor de resistencia a compresión, P_n es la resistencia nominal a compresión, M_{ux} y M_{uy} son las resistencias requeridas a flexión según los ejes x e y, ϕ_b es el factor de resistencia a flexión y M_{nx} y M_{ny} son las resistencias nominales a flexión.

La forma de la superficie de falla es similar a la indicada para flexión y tracción, sólo cambia el valor de la resistencia requerida y de diseño por carga axial.

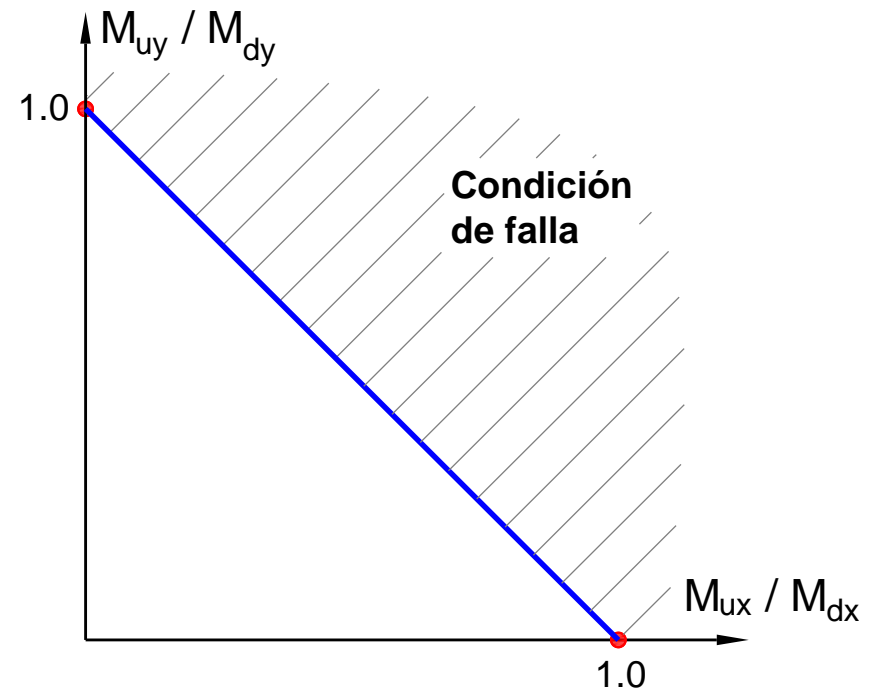
Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión biaxial

Flexión biaxial (carga axial $P_u=0$)

En este caso particular las Ecuaciones 1 se reducen a una única expresión, que representa la interacción entre los dos momentos flectores:

$$\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}} \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 3})$$

La figura muestra la representación gráfica de la Ecuación 3, que corresponde a una interacción lineal entre la flexión según los dos ejes principales de la sección.



Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión simple y carga axial

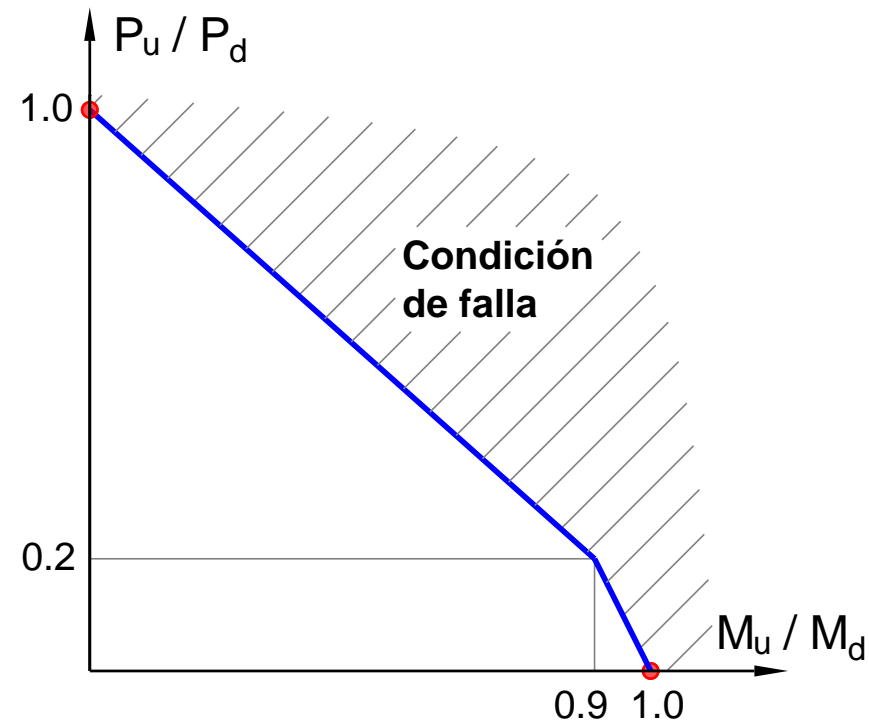
Flexión uniaxial compuesta (flexión según un eje principal con $P_u \neq 0$)

En este caso la condición de falla queda representada por dos rectas:

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2 \quad \frac{P_u}{\phi P_n} + \frac{8}{9} \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 4a})$$

$$\text{Si } \frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2 \quad \frac{P_u}{2\phi P_n} + \frac{M_u}{\phi_b M_n} \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 4b})$$

La representación gráfica de las Ecuaciones 4 indica que las dos rectas se interceptan en el punto 0.9, 0.2.

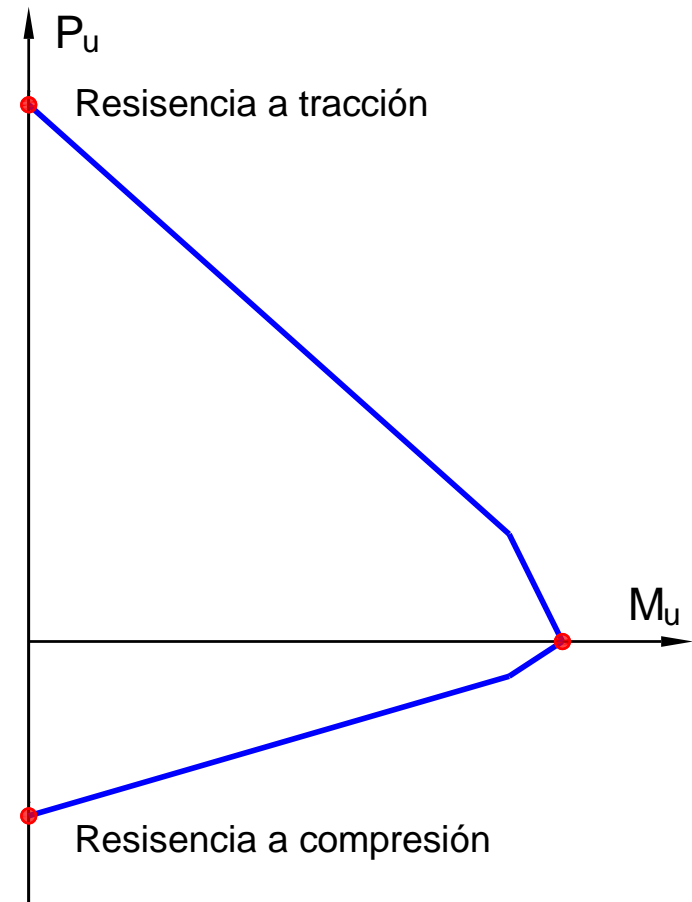


Secciones de doble y simple simetría sometidas a flexión simple y carga axial

Los gráficos que hemos considerado previamente representan en sus ejes la relación entre la resistencia requerida y la de diseño, es decir son valores relativos (entre 0 y 1).

En el gráfico de la figura adjunta vemos el diagrama de interacción de una barra sometida a flexión uniaxial compuesta. En este caso, se grafican los valores absolutos de la resistencia requerida, considerando cargas de tracción (+) y compresión (-).

Compare este diagrama de interacción, típico de una barra de acero (donde la resistencia a tracción es normalmente mucho mayor que la de compresión), con el diagrama correspondiente a un miembro equivalente de hormigón armado.



Secciones asimétricas solicitadas a flexión y carga axial

En el caso de barras con sección asimétrica sometidas a solicitaciones combinadas o de barras sometidas a torsión y torsión combinada con otras solicitaciones, el reglamento adopta un criterio de verificación que se basa en tensiones.

Para ello, deben definir la relación entre la tensión requerida por la carga axial o los momentos flectores y la resistencia de diseño (en término de tensiones):

$$\left[\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubw}}{F_{dw}} + \frac{f_{ubz}}{F_{dz}} \right] \leq 1,0$$

En las estructuras de acero, el uso de barras de sección asimétrica está restringido a ciertas aplicaciones muy particulares, de modo que el criterio definido es raramente usado en la verificación a flexión compuesta.

Miembros solicitados a torsión y otras solicitaciones

Para el caso de miembros solicitados a torsión, usualmente combinada con otros esfuerzos como flexión y corte, es necesario aplicar los criterios de verificación indicados en la Sección H.3. según se trate de miembros tubulares y no tubulares.

Miembros tubulares de sección circular:

$$\left(\frac{P_u}{P_d} + \frac{M_{ux}}{M_{dx}} \right) + \left(\frac{V_u}{V_d} + \frac{T_u}{T_d} \right)^2 \leq 1,0$$

Miembros no tubulares:

El criterio de verificación se basa en tensiones, para lo que se debe analizar el estado tensional en la sección, considerando el efecto (tensiones axiales o de corte) producido por cada una de las solicitaciones que se combinan.

Resistencias requeridas por carga axial y flexión

Aclaración sobre la resistencia requerida: P_u , M_{ux} , M_{uy}

Los valores de resistencia requerida deben corresponder a una misma combinación de carga. No se puede realizarse la verificación combinando los valores máximos resultantes de distintas combinaciones.

De ser necesario, deben realizarse varias verificaciones con valores de distintas obtenidos de distintas combinaciones de carga, para detectar el caso más desfavorable.

Ejemplo:

Combinación	M_{ux} , kNm	P_u , kN
C1	85.4	-138.2
C2	125.7	35.6
C3	58.9	-79.3
C4	65.5	60.8
C5	78.1	45.9
C6	101.1	-98.7

C1: combinación con la carga de compresión máxima.

C2: combinación con el momento flector máximo.

C4: combinación con la carga de tracción máxima.

C6: combinación con valores intermedios, pero podría ser la más desfavorable.

En este caso deben verificarse 4 casos distintos: C1, C2, C4 y C6

Ejemplo de una viga sometida a solicitaciones combinadas

Para completar el tema de solicitaciones combinadas vamos a considerar en este ejemplo una viga carrilera de una nave industrial, la que soporta un puente grúa.

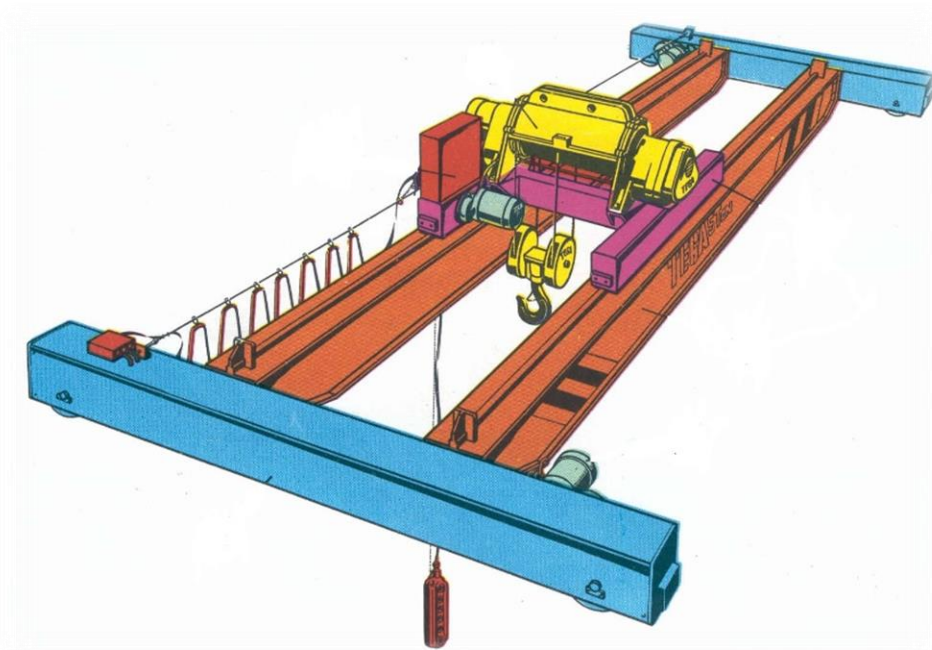


Ejemplo de una viga sometida a solicitaciones combinadas

El puente grúa es un equipo mecánico que permite izar y desplazar cargas por encima de una zona de trabajo, para lo cual se mueve sobre rieles. Estos rieles se fijan sobre dos vigas (vigas carrileras), las que resisten el peso del puente grúa y las acciones dinámicas resultantes del movimiento de puente.

En el caso de naves industriales, las vigas carrileras se disponen usualmente sobre columnas a lo largo de la dirección longitudinal de la nave.

En la figura se muestra un puente birriel con 2 ruedas de apoyo en cada cabezal (o viga testera).



Ejemplo de una viga sometida a solicitaciones combinadas

Ejemplo:

Las vigas carrilleras reciben cargas a través de las ruedas del puente grúa, las que pueden agruparse en tres tipos:

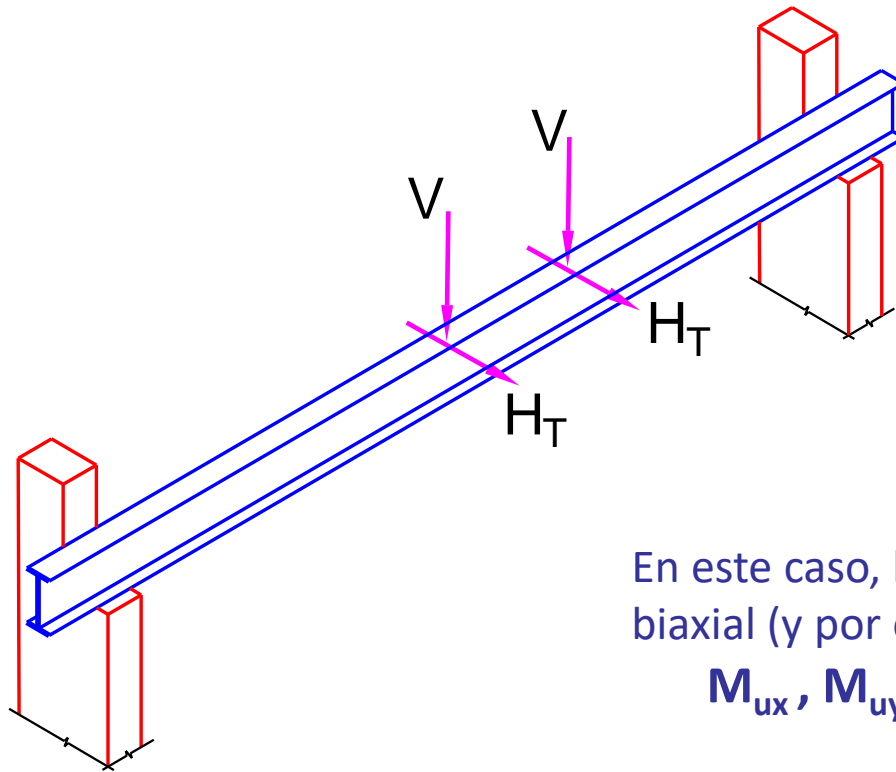
- V : carga vertical debida al peso del puente y de la carga.
- H_L : carga horizontal por arranque y frenado del puente grúa en la dirección longitudinal.
- H_T : carga horizontal por arranque y frenado del carro (que soporta el malacate eléctrico que mueve verticalmente el gancho) en la dirección transversal.

Estas cargas se combinan en dos casos, según se explica a continuación.

Ejemplo de una viga sometida a solicitaciones combinadas

Ejemplo:

Caso 1: carga vertical y carga horizontal transversal



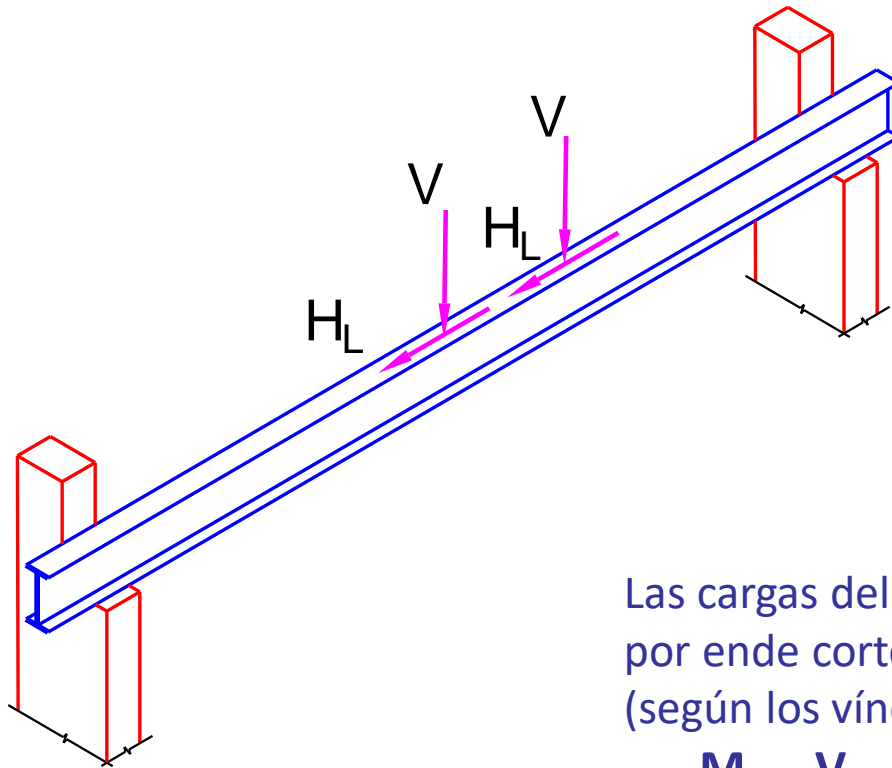
En este caso, las cargas del puente grúa producen flexión biaxial (y por ende corte) y torsión:

$$M_{ux}, M_{uy}, V_{ux}, V_{uy} \text{ y } T_u$$

Ejemplo de una viga sometida a solicitaciones combinadas

Ejemplo:

Caso 2: carga vertical y carga horizontal longitudinal.



Las cargas del puente grúa producen flexión uniaxial (y por ende corte) y carga axial de tracción y/o compresión (según los vínculos):

$$M_{ux}, V_{ux} \text{ y } P_u$$