

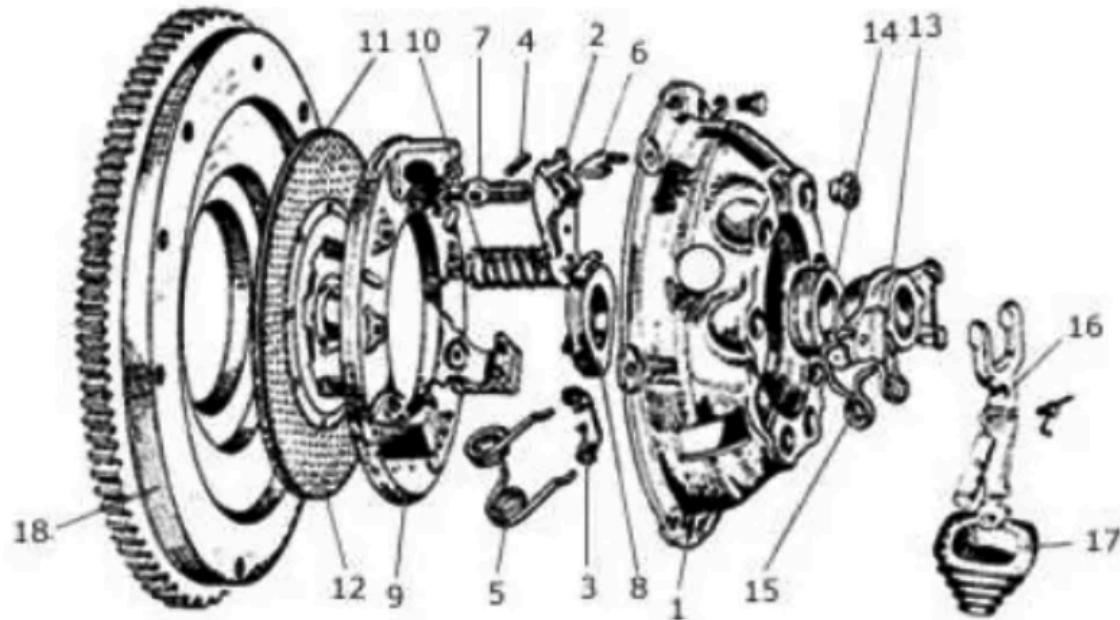
UNIDAD 2A: ACOPLAMIENTOS TEMPORARIOS

Trabajo práctico:

ACOPLAMIENTOS TEMPORARIOS Frenos de disco, tambor y embragues de disco.

REPASO DE TEORÍA

Despiece de un embrague de muelles

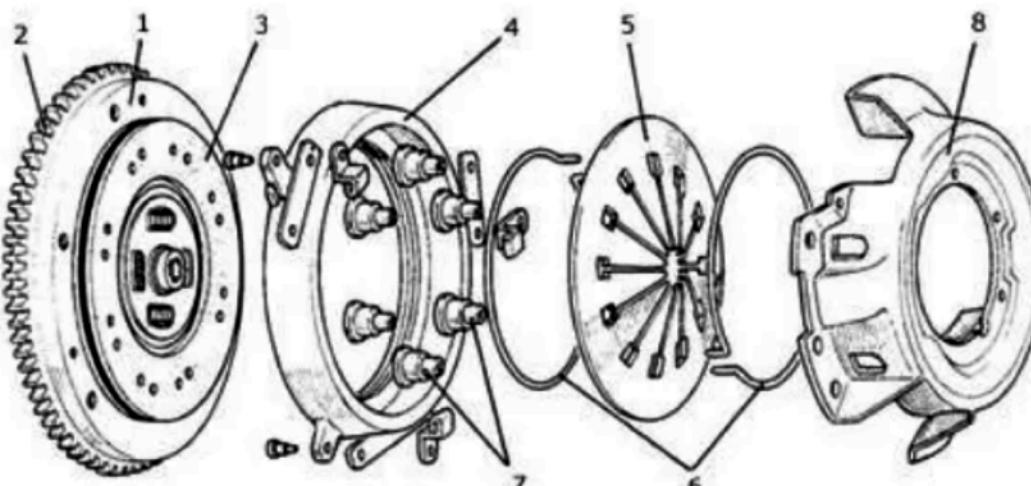


- | | |
|--|---|
| 1.- Carcasa | 10.- Muelle del plato de presión |
| 2.- Patilla de desembrague | 11.- Conjunto de disco del embrague |
| 3.- Muelle de fijación de la placa de apoyo y collarín | 12.- Forro de disco de embrague |
| 4.- Bulón de articulación de la patilla | 13.- Collarín |
| 5.- Muelle antivibrador | 14.- Rodamiento |
| 6.- Placa de apoyo de patilla | 15.- Muelle de rotación de la horquilla |
| 7.- Esparragos de reglaje con tuerca | 16.- Palanca accionadora |
| 8.- Placa de apoyo de collarín | 17.- Fuelle guardapolvo |
| 9.- Plato de presión | 18.- Volante de inercia |

Estos sistemas efectúan la fuerza por medio de uno o más resortes helicoidales de compresión, repartidos de forma uniforme sobre la periferia de la maza de modo que se iguale la presión en toda la corona.

Esto está muy bien en teoría, pero la realidad es bien distinta, ya que los resortes están afectados por la fuerza centrífuga, por lo que a altas velocidades los extendía, haciendo disminuir su eficacia.

Despiece de un embrague de diafragma



- 1.- Volante motor
- 2.- Corona dentada
- 3.- Disco de fricción
- 4.- Plato de presión o mordaza
- 5.- Muelle de diafragma
- 6.- Anillos de apoyo
- 7.- Espigas
- 8.- Cubierta

En este caso cambiamos el sistema de resortes helicoidales de compresión por un diafragma elástico de acero. Por lo demás son muy semejantes ambos embragues. Su funcionamiento también es muy parecido, ya que en reposo queda embragado gracias a la conicidad del diafragma es hacia fuera, lo que ejerce la presión hacia el plato.

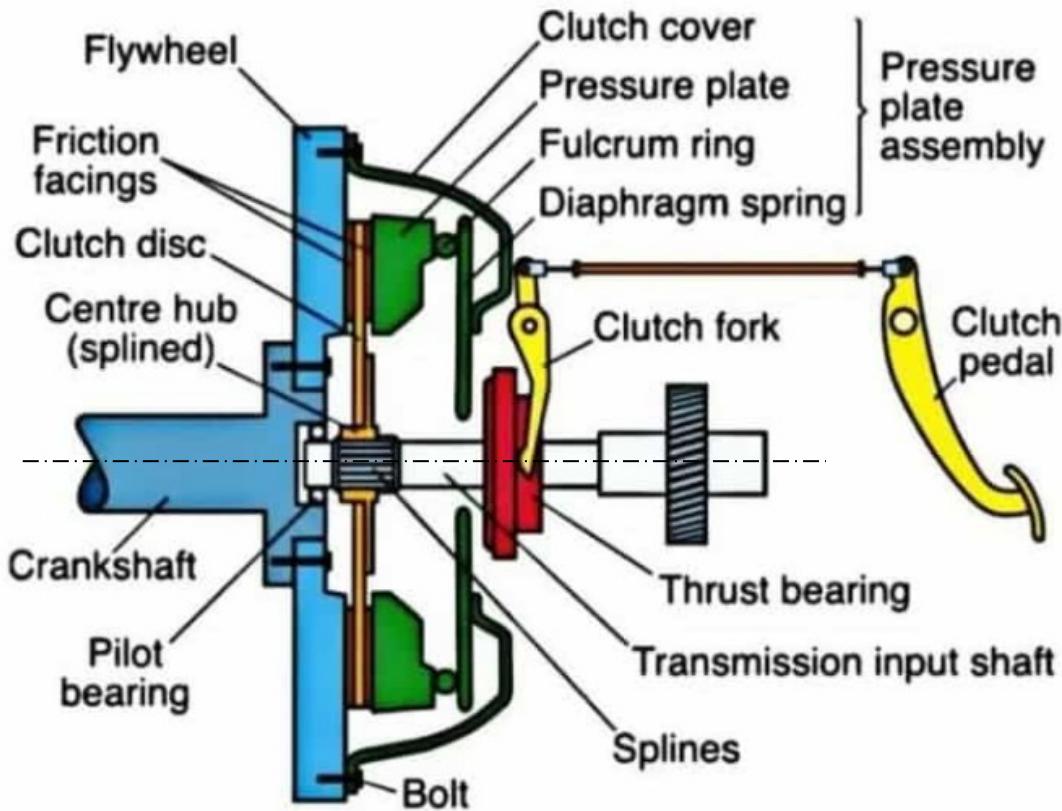
Sus principales ventajas son:

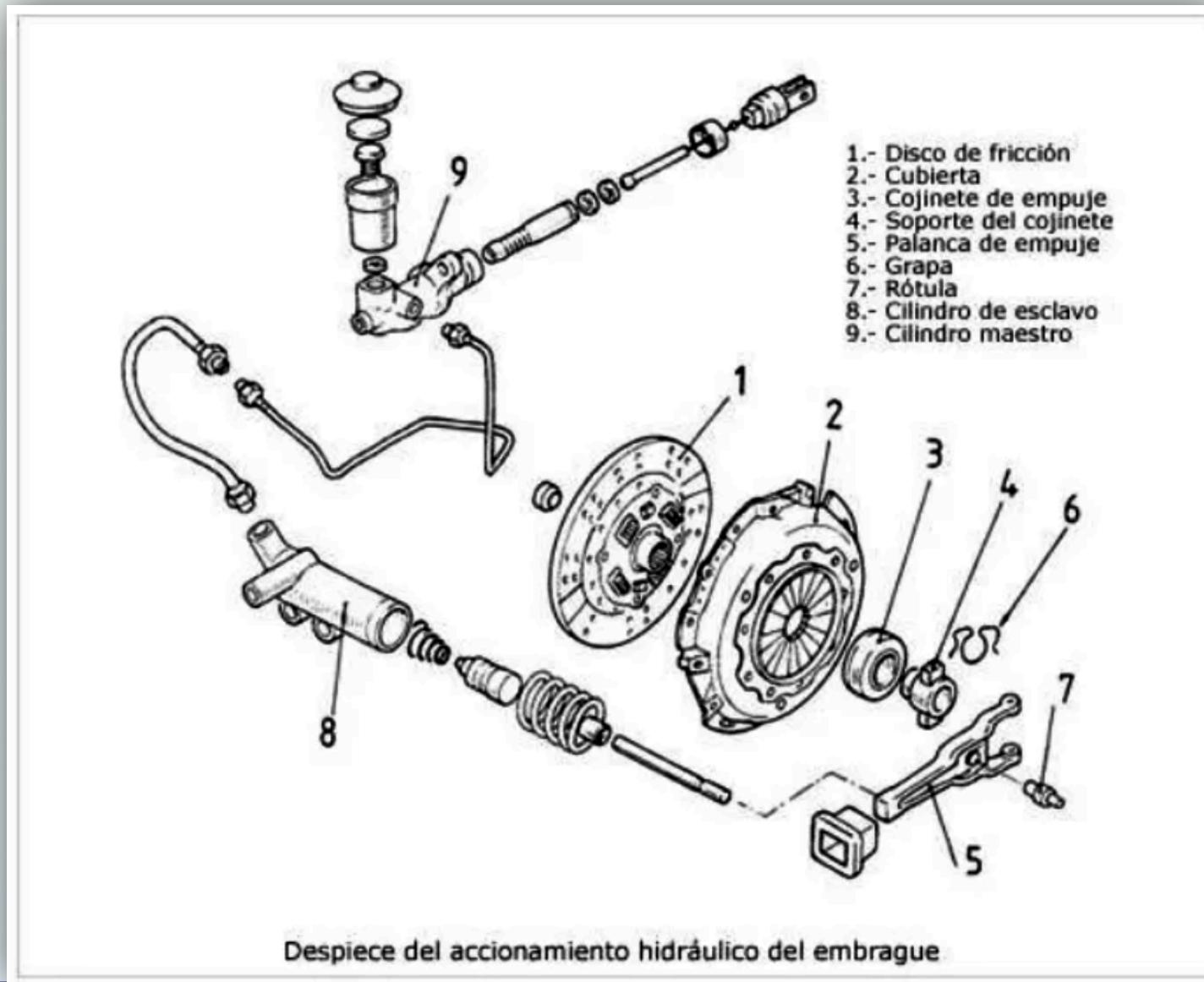
- Mejor equilibrado.
- Menor tamaño
- Menor esfuerzo de embragado
- Menores efectos negativos de la fuerza centrífuga
- Posibilita el uso de volantes de motor planos.

What is

Single Plate Clutch?

[Parts, Working, Applications]

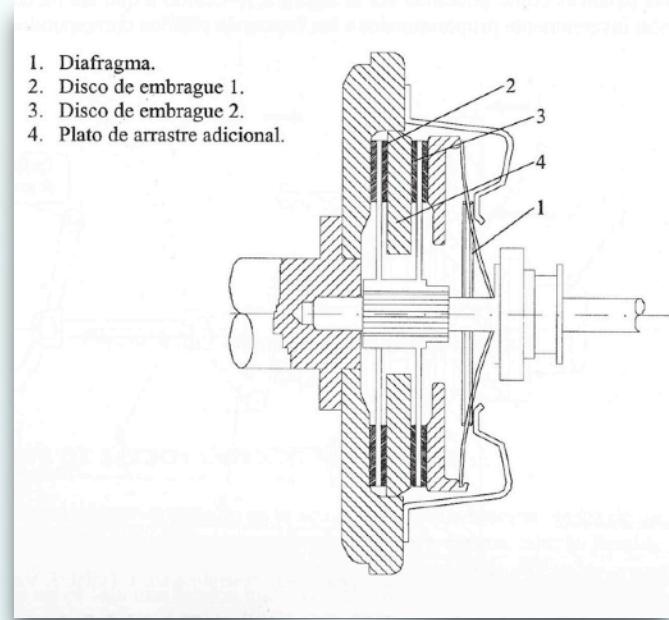




Embrague multidisco



1. Diafragma.
2. Disco de embrague 1.
3. Disco de embrague 2.
4. Plato de arrastre adicional.



Principal propósito:

- Reducir el diámetro del disco, y aumentar la capacidad de transmisión de torque.

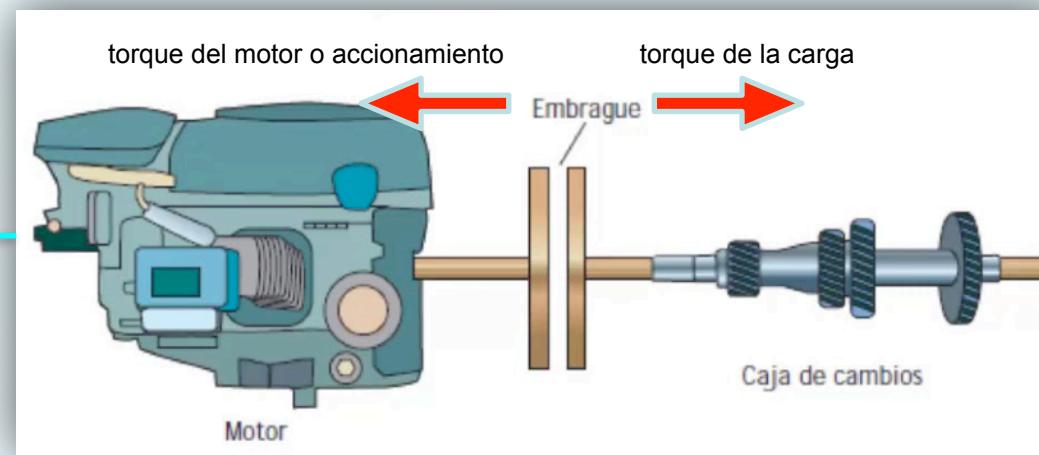
¿A que se debe el aumento de torque?

- El motivo del aumento de torque es el aumento de pares de caras en contacto. El embrague monodisco posee 2 pares de caras en contacto. El embrague multidisco tiene 2 pares de caras en contacto por cada disco de fricción.

Ventajas:

- Menor tamaño, conjunto mas compacto.
- Mayor capacidad de transmisión de torque.
- Mayor vida útil.
- Menor fuerza de embragado
- Embragado mas suave cuando se usan embragues multidisco en baño de aceite.

1. **Momento torsor** necesario para acelerar o desacelerar el sistema
2. **Tiempo** necesario para efectuar el cambio de velocidad
3. **Frecuencia** de accionamiento
4. **Inercia** de las piezas en rotación o traslación
5. **Ambiente** del sistema: temperatura, humedad, contaminación, etc.
6. Capacidad de disipación de la energía
7. Espacio disponible
8. Accionamiento (mecánico, neumático, hidráulico, eléctrico)
9. Confiabilidad del sistema
10. Costo y disponibilidad



Existen 2 métodos para determinar la capacidad de transmisión de torque de un embrague o un freno.

1er método: por el torque del motor o accionamiento (simplificado, no considera el tiempo de acoplamiento). Se basa en seleccionar un acoplamiento con una capacidad mayor al torque nominal.

$$T = K \cdot \frac{P}{\omega}$$

T : capacidad de torque necesaria del acoplamiento

P : Potencia nominal del sistema

ω : Vel. angular del árbol

K : factor de servicio o irregularidad del torque

El factor de irregularidad es empírico, y depende en gran medida de la bibliografía que se utilice, por ejemplo:

Tipo de servicio	K
Frenos bajo condiciones promedio	1
Embragues de servicio ligero, donde el eje de salida toma su carga normal solo después de que la velocidad se iguala	1,5
Embragues de servicio pesado, donde se deben acelerar grandes cargas conectadas	3
Embragues con carga variable (motor de torque normal)	2,75
Embragues con carga variable (motor de alto torque de arranque)	4
Embragues de sistemas impulsados por motores de combustión interna(ciclo Otto o diesel)	5

Fuente: Diseño de Elementos de Maquinas - Mott - 4ta ed. - Edit. Pearson

2do método: se basa en calcular los torques de la carga, es decir, las resistencias estáticas y dinámicas. Éste método tiene en cuenta el tiempo de acoplamiento entre los árboles, ya sea para acelerar o desacelerar (embrague o freno). Es mas complejo, pero mas recomendado para sistemas con grandes inercias.

$$T = T_{est} + T_{din}$$

T : capacidad de torque necesaria del acoplamiento

T_{est} : momento torsor de las resist. estáticas

T_{din} : momento torsor de las resist. dinámicas

Las resistencias dinámicas están dadas por la inercias de las masas que deben acelerarse o desacelerarse. De la ecuación de la 2da Ley para mov rotatorio:

$$T_{din} = I \cdot \alpha$$

I : momento de inercia de las masas a acelerar/frenar

α : aceleración angular

A partir de la ecuación del radio de giro:

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}} \rightarrow I = m \cdot k^2$$

Fuente: Diseño de Elementos de Maquinas - Mott - 4ta ed. - Edit. Pearson

Reemplazando:

$$T_{din} = (m \cdot k^2) \cdot \frac{\Delta\omega}{t}$$

Esta ecuación tiene una importante aplicación, ya que está incluyendo como variable el tiempo del acoplamiento y el cambio de la velocidad. Esto será útil en caso de necesitar calcular la energía disipada en cada accionamiento, y el incremento de temperatura.

Determinación del torque necesario del freno o embrague

$$T_{din} = (m \cdot k^2) \cdot \frac{\Delta\omega}{t}$$

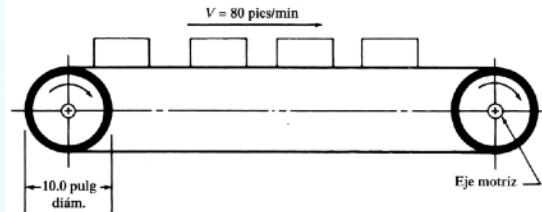
Observar también, que el término $(m \cdot k^2)$ representa la “inercia de la carga rotante”

En caso de que tuviésemos varias masas rotantes sobre el mismo árbol, o con igual velocidad angular, las “inercias” se suman algebraicamente.

En caso que se deban acelerar o desacelerar masas en movimiento rectilíneo, se debe calcular una “inercia equivalente”, dada por la siguiente ecuación:

$$(m \cdot k^2)_{eq} = \left(m \cdot \left(\frac{v}{\omega} \right)^2 \right)$$

Ejemplo:



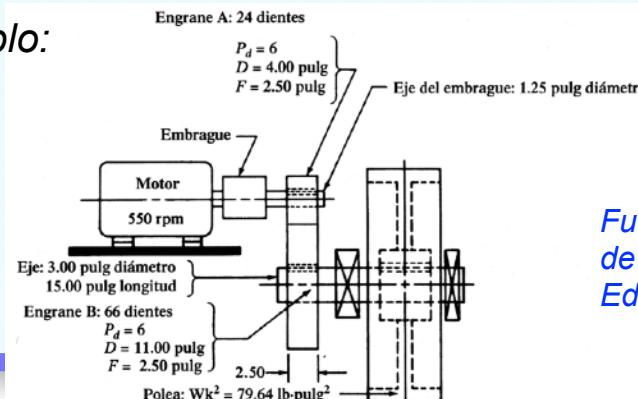
Fuente: Diseño de Elementos de Maquinas - Mott - 4ta ed. - Edit. Pearson

En caso de que tuviésemos varias masas rotantes sobre otros árboles girando a diferentes velocidades, se debe calcular la sumatoria de las “inercias equivalentes” de cada elemento, dada por la siguiente ecuación.

$$\sum \left[(m \cdot k^2)_{eq} \right] = \sum \left[\left(m \cdot k^2 \cdot \left(\frac{n}{n_c} \right)^2 \right) \right]$$

Ejemplo:

n : velocidad angular de la carga de interés
 n_c : velocidad angular del embrague



Fuente: Diseño de Elementos de Maquinas - Mott - 4ta ed. - Edit. Pearson

UNIDAD 2A: ACOPLAMIENTOS TEMPORARIOS

Trabajo práctico:

ACOPLAMIENTOS TEMPORARIOS Frenos de disco, tambor y embragues de disco.

PROBLEMA 1

Objetivos de la práctica: Verificar el material del embrague, y la capacidad de transmisión de torque

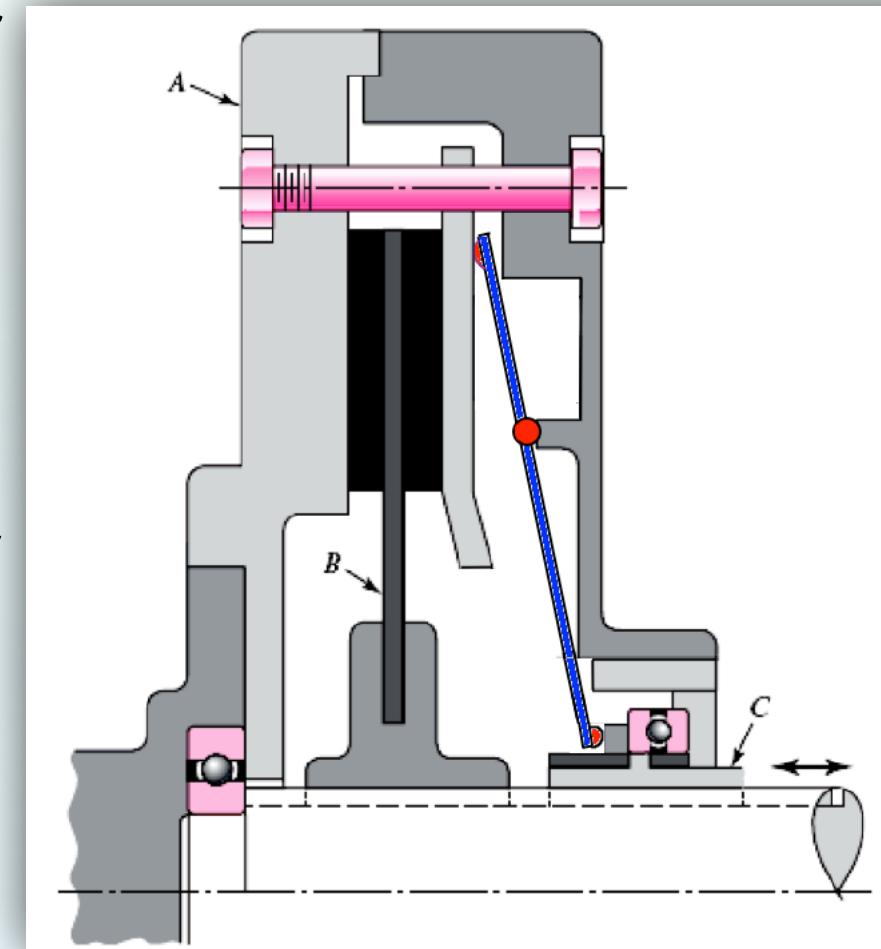
Para la resolución se utiliza el libro

Diseño en Ingeniería Mecánica – Shigley ed. 9th



Problema 1

Un embrague de disco tiene un diámetro interior de 180 mm y un diámetro exterior de 260 mm. La fuerza de accionamiento (responsable de poner en contacto los elementos de fricción con el plato de presión y el volante de inercia), la proporciona el **diafragma**, el cual ejerce una fuerza de 3200 N. El disco de fricción esta fabricado de **Beral 1129** y el plato opresor y el volante son de acero, y trabaja en seco. Se estudia que el **par torsor máximo** lo transmite cuando el motor se encuentra a 3200 rpm erogando una potencia de 150 HP. La velocidad de rotación del embrague en el acople se asume en 1800 rpm. Se pretende un factor de servicio de 1,5



Problema 1

Consignas.

Verificar el material a la presión admisible.

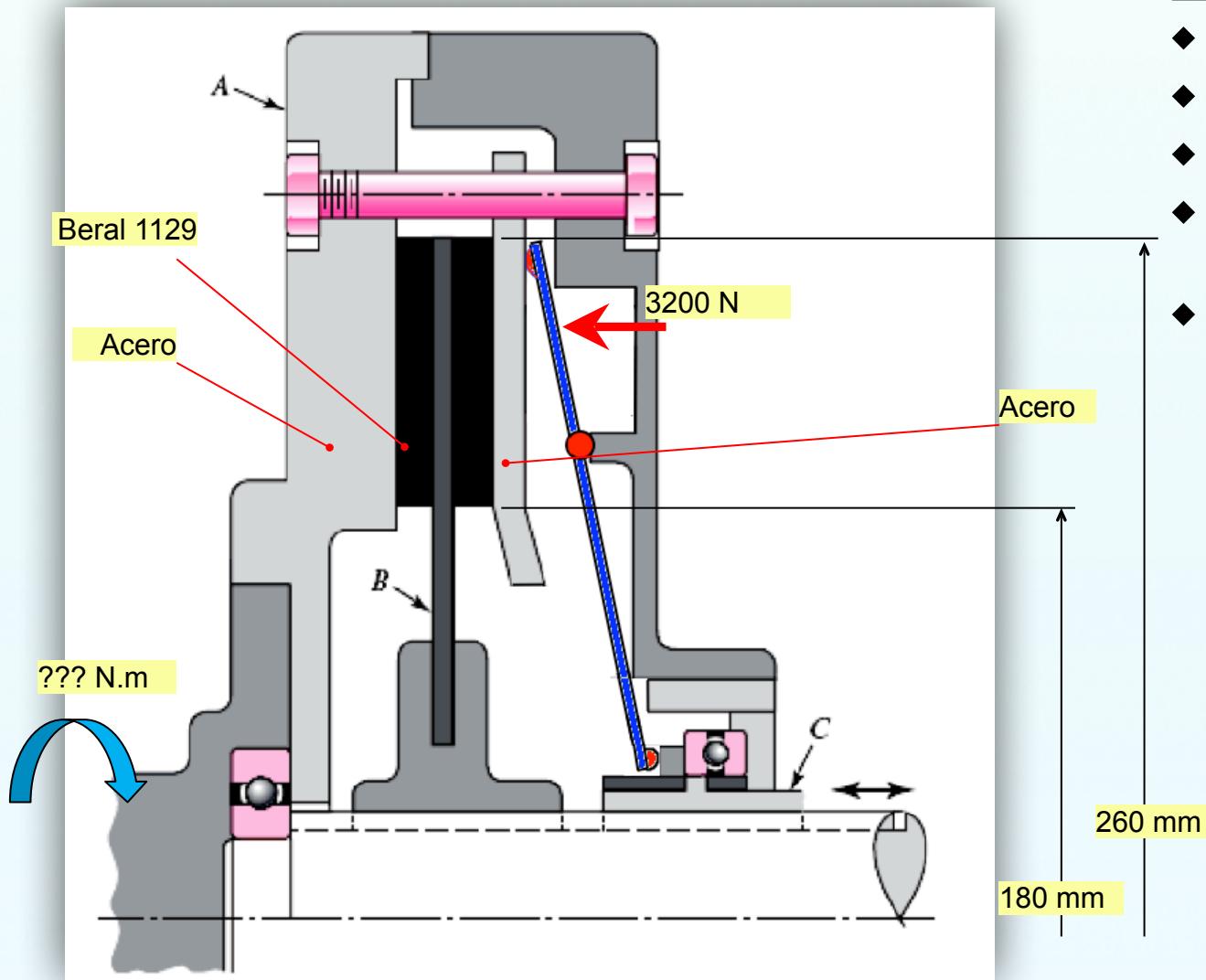
Verificar velocidad tangencial.

Verificar el factor de servicio respecto al deslizamiento de un embrague nuevo. (Utilizar la teoría de **presión uniforme**).

¿Cuál será el factor de servicio después de un tiempo de funcionamiento? Suponer que no hay cambio en la fuerza ejercida por el diafragma. (Utilizar la teoría de **desgaste uniforme**)

En caso de no verificar alguno de los cálculos, sugerir y aplicar modificaciones al diseño.

Problema 1



Variables relevantes en la verificación:

- ◆ Geometría (D , d)
- ◆ Material (coef. de fricción)
- ◆ Fuerza aplicada
- ◆ Presión sobre el material del disco (admisible y aplicada)
- ◆ **TORQUE**

$$q_{discos} = 1$$

$$D = 260\text{mm}$$

$$d = 180\text{mm}$$

$$F = 3200\text{N}$$

$$P = 150\text{HP}$$

$$n = 3200\text{rpm}$$

$$n_R = 1800\text{rpm}$$

Torque??? → **RESOLVER**

Problema 1

En principio, se buscan los datos característicos de los materiales del embrague. Para eso utilizamos la tabla del fabricante

Materiales de fricción FLEXIBLES para frenos y embragues - Fabricante BERAL - (<https://www.escombrakes.es/detalles-linea-productos/>)

MATERIALES FLEXIBLES	COMPOSICIÓN	APLICACIONES	DENSIDAD (gr/cm ³)	FACTOR MEDIO DE FRICCIÓN u <250°	PRESIÓN SUPERFICIAL P (N/cm ²)	VELOCIDAD V (m/s)	TEMPERATURA (corto plazo) °C	TEMPERATURA (largo plazo) °C	RESISTENCIA AL ACEITE
Beral 1105	Sin amianto, material de fricción flexible, ligado con elastómero, sin fibras metálicas	Frenos de tambor para aplicaciones industriales, motocicletas, vehículos comerciales, embragues centrífugos	2,10	0,53	15-150	<30	<400	<250	baja
	Material de fricción libre de asbestos a base	Frenos de tambor para aplicaciones industriales, motocicletas, vehículos							
Beral 1127	libre de asbestos a base de caucho y resinas sintéticas, con inserción de fibras metálicas	Frenos de tambor y frenos de mano de servicio para turismos (material probado para aplicaciones ECER90), embragues centrífugos.	2,10	0,45	10-150	<30	<400	<250	baja
Beral 1129	Material de fricción libre de asbestos a base de caucho y resinas sintéticas, sin inserción de fibras metálicas	Frenos y embragues electromagnéticos, embragues CVT aplicaciones de elevación, buenas características antiadherentes.	2,19	0,50	5-150	<30	<350	<250	baja
Beral 1130	Material de fricción libre de asbestos a base de caucho y resinas sintéticas, con inserción de fibras metálicas	Frenos de tambor para automóviles, asientos de automóvil, frenos agrícolas, motocicletas, embragues centrífugos, aplicaciones industriales y grúas puente.	2,30	0,52	10-150	<30	<400	<250	baja
Beral 1137	Material de fricción libre de asbestos a base de caucho y resinas sintéticas, sin inserción de fibras ferrosas.	Frenos de tambor para ejes agrícolas, aplicaciones industriales, asientos de coche	2,20	0,43	10-200	<30	<450	<250	baja

Problema 1

Los datos del material:

Material:

Beral 1129

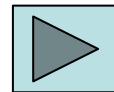
Coeficiente de fricción: $f = 0,5$

Presión admisible: $P_{adm} = 1,5MPa$

Velocidad admisible: $v_{adm} = 30m/s$

a.1) Verificación de la presión max: por presión uniforme

$$F = \frac{\pi p_a}{4} (D^2 - d^2)$$



(16-26)

Fuerza MAX de accionamiento según presión uniforme, en función de la presión admisible y la geometría (Shigley – 9th ed.)

$$P_{PU} = \frac{F}{\left[\frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} \right]}$$

$$P_{PU} = \frac{3200N}{\left[\frac{\pi \cdot ((260mm)^2 - (180mm)^2)}{4} \right]} = 0,116MPa$$

$$P_{PU} = 0,116MPa \leq P_{adm}$$



a.2) Verificación de la presión max: por desgaste uniforme

$$F = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d) \quad (16-23)$$

Fuerza MAX de accionamiento según desgaste uniforme, en función de la presión admisible y la geometría (Shigley – 9th ed.)

$$P_{DU} = \frac{F}{\left[\frac{\pi \cdot d \cdot (D - d)}{2} \right]}$$

RESOLVER

Problema 1

En caso de no verificar la presión en el material del disco, podríamos hacer alguna de las siguientes modificaciones al diseño inicial del embrague:

- Cambio de material
- Aumentar la superficie del disco
- Reducción en la fuerza de aplicación (analizar la reducción de capacidad de transmisión de torque)

b) Verificación de la velocidad admisible del material

$$v_{max} = \frac{\pi \cdot D \cdot n_R}{60 \cdot 1000}$$

Velocidad tangencial máxima
sobre el disco de embrague.

$$v_{max} = \frac{\pi \cdot 260mm \cdot 1800rpm}{60 \cdot 1000}$$

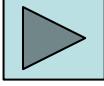
RESOLVER

Problema 1

c) Verificación del torque: por Presión Uniforme

De acuerdo a las dimensiones del embrague, según la **teoría de Presión uniforme**, el embrague podrá transmitir un torque máximo de:

$$T = \frac{Ff}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$


(16-28)

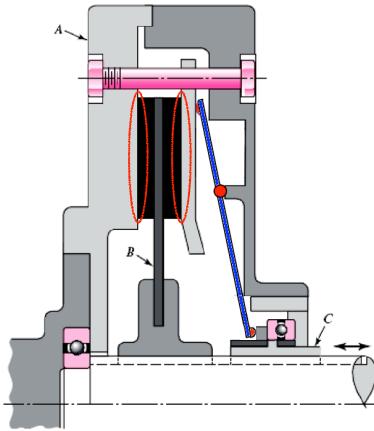
Capacidad de transmisión de **Torque** para un par de superficies en contacto, para teoría de **Presión Uniforme**, en función de la geometría, la fuerza aplicada y el factor de rozamiento (Shigley – 9th ed.)

$$T_{PU} = \frac{F \cdot f}{3} \cdot \frac{(D^3 - d^3)}{(D^2 - d^2)}$$

$D = 260\text{mm}$
 $d = 180\text{mm}$
 $F = 3200\text{N}$ $f = 0,5$

$$T_{PU} = \frac{(3200\text{N} \cdot 0,50)}{3} \cdot \frac{((260\text{mm})^3 - (180\text{mm})^3)}{((260\text{mm})^2 - (180\text{mm})^2)} = 177939\text{Nm} = 177,9\text{Nm}$$

CAPACIDAD DE UN PAR DE SUPERFICIES EN CONTACTO



Vale destacar que el torque calculado corresponde a 1 par de superficies en contacto. Debido a que el disco + plato opresor, y disco + volante, conforman 2 pares de superficies en fricción:

$$T_{PU-total} = T_{PU} \cdot (2 \cdot q_{discos}) = 177,9\text{Nm} \cdot 2 = 355,8\text{Nm}$$

CAPACIDAD DEL EMBRAGUE PROPUESTO

Problema 1

¿Cómo determinamos el factor de servicio ?

El factor de seguridad lo calculamos comparando el torque total que puede transmitir el embrague, con el torque del motor:

$$n_{PU} = \frac{T_{PU-total}}{T} = \frac{355,8 \text{ Nm}}{334,8 \text{ Nm}} = 1,066$$

NO VERIFICA !!!

ACCIONES A TOMAR ???



Problema 1

d) Verificación del torque: por Desgaste Uniforme

De acuerdo a las dimensiones del embrague, según la **teoría de desgaste uniforme**, el embrague podrá transmitir un torque máximo de:

$$T = \frac{Ff}{4}(D + d)$$



(16-25)

Torque para un par de superficies en contacto, para teoría de Desgaste Uniforme. (Shigley – 9th ed.)

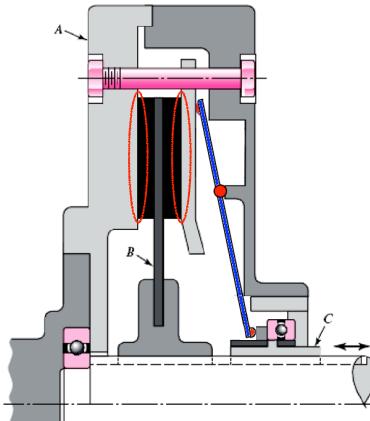
$$T_{PU} = \frac{F \cdot f}{4} \cdot (D + d)$$

$D = 260\text{mm}$
 $d = 180\text{mm}$
 $f = 0,5$
 $F = 3200\text{N}$

$$T_{PU} = \frac{(3200\text{N} \cdot 0,50)}{4} \cdot (260\text{mm} + 180\text{mm}) = \dots\dots$$

RESOLVER

CAPACIDAD DE UN PAR DE SUPERFICIES EN CONTACTO



Vale destacar que el torque calculado corresponde a 1 par de superficies en contacto. Debido a que el disco + plato opresor, y disco + volante, conforman 2 pares de superficies en fricción:

$$T_{PU-total} = T_{PU} \cdot (2 \cdot q_{discos}) = \dots\dots \cdot 2 = \dots\dots$$

CAPACIDAD DEL EMBRAGUE PROPUESTO

RESOLVER

Problema 1

¿Cómo determinamos el factor de servicio ?

El factor de seguridad lo calculamos comparando el torque total que puede transmitir el embrague, con el torque del motor:

$$n_{PU} = \frac{T_{DU-total}}{T} = \frac{\dots\dots}{334,8Nm} = \dots\dots$$

NO VERIFICA !!!

ACCIONES A TOMAR ???



UNIDAD 4: ACOPLAMIENTOS TEMPORARIOS

Trabajo práctico:

ACOPLAMIENTOS TEMPORARIOS Frenos de disco, tambor y embragues de disco.

PROBLEMA 3

Objetivos de la práctica: Verificar el material del embrague, y la capacidad de transmisión de torque

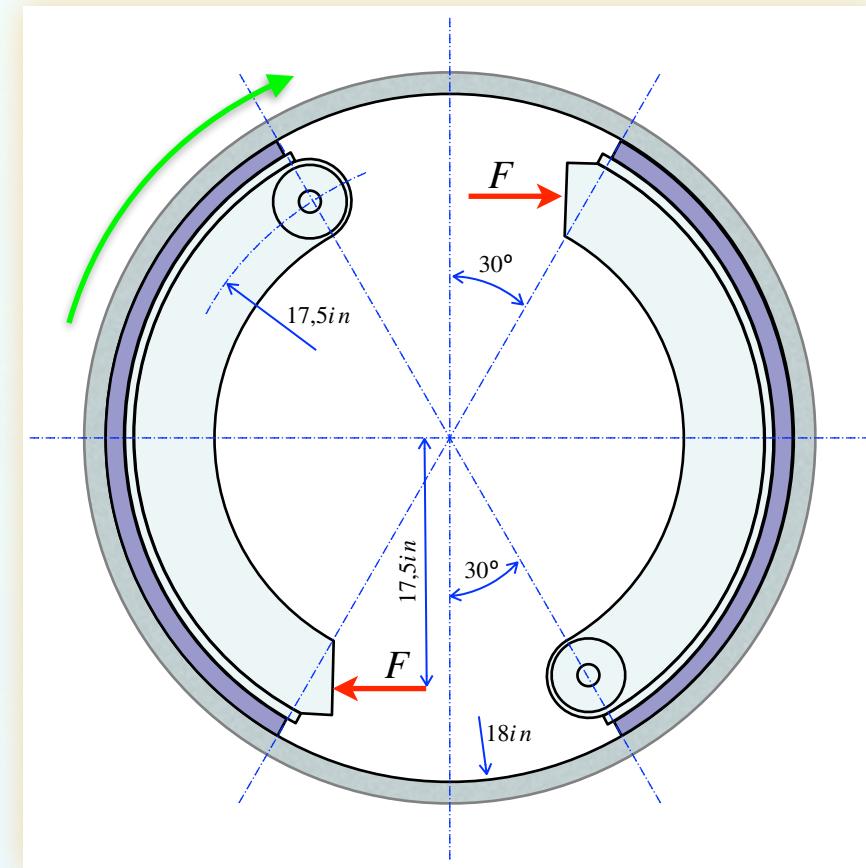
Para la resolución se utiliza el libro

Diseño en Ingeniería Mecánica – Shigley ed. 9th



Problema 2

El freno de la figura es utilizado para detener la carga de una grúa. Como puede apreciarse, ambas zapatas son autoenergizantes. Este freno tienen la particularidad que su funcionamiento es “seguro ante una falla” (**fail safe**), es decir, ante una falla en el sistema o una interrupción en el suministro de energía, el freno se aplica. La fuerza F es proporcionada por resortes, y la fuerza para liberar el freno es aplicada por el operador de la grúa a través de un mando hidráulico. El **ancho del freno es de 8 in**, el **radio del tambor es de 18 in**, el punto de aplicación de F y el punto de pivot se encuentran sobre un radio 17,5 in, y el **torque máximo que debe soportar el freno es de 162000 lbf.in**. Para esta aplicación se exige un factor de seguridad mínimo de **$n=5$** . El material para las zapatas será de asbesto moldeado rígido.



Problema 3

Determinar:

- a) La **presión máxima** aplicada en las zapatas (verificar con la admisible)
- b) La **fuerza F** a aplicar por los resortes para frenar el torque del enunciado

Datos:

$b = 8\text{in}$: ancho de la zapata

$r = 18\text{in}$: radio de la zapata

$a = 17,5\text{in}$: distancia al pivot

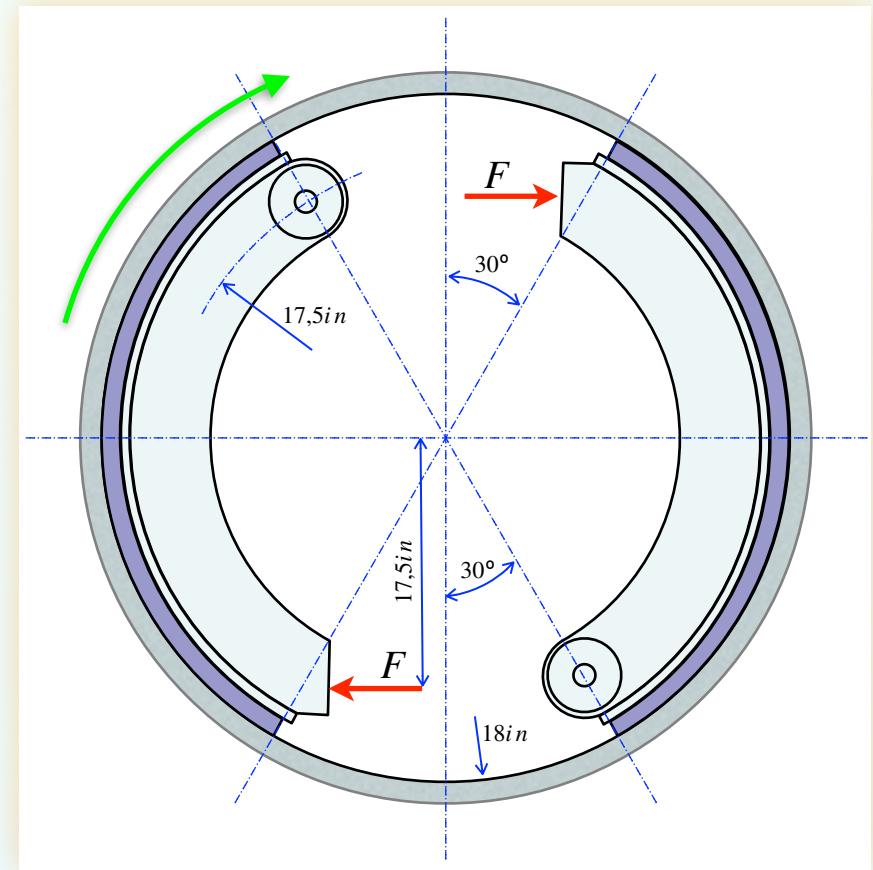
$n = 1,5$: factor de seguridad

$T = 162000\text{lb.in}$: torque de frenado

$\theta_1 = 0^\circ$

$\theta_a = 90^\circ$

$\theta_2 = 120^\circ$



Problema 3

En principio, se buscan los datos característicos de los materiales del embrague. Para eso utilizamos la tabla del fabricante

Materiales de fricción FLEXIBLES para frenos y embragues - Fabricante BERAL - (<https://www.escombrakes.es/detalles-linea-productos/>)

MATERIALES FLEXIBLES	COMPOSICIÓN	APLICACIONES	DENSIDAD (gr/cm ³)	FACTOR MEDIO DE FRICTION u <250°	PRESIÓN SUPERFICIAL P (N/cm ²)	VELOCIDAD V (m/s)	TEMPERATURA (corto plazo) °C	TEMPERATURA (largo plazo) °C	RESISTENCIA AL ACEITE
Beral 1105	Sin amianto, material de fricción flexible, ligado con elastómero, sin fibras metálicas	Frenos de tambor para aplicaciones industriales, motocicletas, vehículos comerciales, embragues centrífugos	2,10	0,53	15-150	<30	<400	<250	baja
	Material de fricción libre de asbesto a base de caucho y resinas sintéticas, sin inserción de fibras metálicas	Frenos de tambor para aplicaciones industriales, motocicletas, vehículos comerciales, puente grúa, frenos agrícolas, carretillas elevadoras, embragues centrífugos.							
Beral 1117	de caucho y resinas sintéticas, sin inserción de fibras metálicas	comerciales, puente grúa, frenos agrícolas, carretillas elevadoras, embragues centrífugos.	2,20	0,43	5-150	<30	<360	<260	baja
Beral 1121	Material de fricción libre de asbesto a base de caucho y resinas sintéticas, sin inserción de fibras metálicas	Frenos y embragues electromagnéticos, zapatas y frenos de disco externos para aplicaciones industriales (ascensores, puentes grúa, etc.), embragues centrífugos.	2,10	0,40	15-100	<30	<350	<250	baja
Beral 1122	Material de fricción libre de asbesto a base de caucho y resinas sintéticas, sin inserción de fibras metálicas	Frenos y embragues electromagnéticos, aplicaciones industriales, embragues centrífugos y aplicaciones en baño de aceite.	2,02	0,40 a seco 0,10 húmedo	15-100	<25	<350	<250	optima
Beral 1126	Material de fricción libre de asbesto a base de caucho y resinas sintéticas, con inserción de fibras metálicas	Frenos de tambor para automóviles, motocicletas (con tambor de hierro fundido), frenos agrícolas y aplicaciones industriales, embragues centrífugos.	2,30	0,45	10-150	<30	<400	<250	baja
Beral 1127	Material de fricción libre de asbesto a base de caucho y resinas sintéticas, con	Frenos de tambor y frenos de mano de servicio para turismos (material probado para aplicaciones ECER90).	2,10	0,45	10-150	<30	<400	<250	baja

Problema 3

Los datos del material:

Material:

Beral 1121

Coeficiente de fricción:

$$f = 0,4$$

Presión admisible:

$$P_{adm} = 1 MPa$$

Velocidad admisible:

$$v_{adm} = 30 m/s$$

Variables relevantes en la verificación:

- ◆ Geometría (D, d)
- ◆ Material (coef. de fricción)
- ◆ Fuerza aplicada
- ◆ Presión sobre el material del disco (admisible y aplicada)
- ◆ **TORQUE**

Debido a que las 2 zapatas son iguales, asumimos que cada una produce la mitad del torque de frenado requerido, por lo tanto:

$$T_{zap} = n \cdot \frac{T}{2} \quad T_{zap} = 5 \cdot \frac{162000 lb \cdot in}{2} = 405000 lb \cdot in$$

$$T_{zap} = 405000 lb \cdot in$$

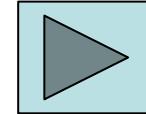
Problema 3

a) Calculo y verificación de la presión máxima

De acuerdo a la teoría, para frenos de zapata larga la presión tiene una distribución senoidal a lo largo de dichas zapatas, ocurriendo la máxima presión cuando:

$$\theta_a = 90^\circ$$

Debido a que conocemos el torque a frenar por cada zapata, podemos calcular cual sería la presión necesaria máxima para conseguir el frenado, a partir de la ecuación 16-6:

$$T_{zap} = \frac{p_a \cdot f \cdot b \cdot r^2 \cdot (\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2))}{\operatorname{sen}(\theta_a)}$$

(16-6)

Y ahora despejamos la presión aplicada para el torque transmitido por zapata:

$$p_a = \frac{T_{zap} \cdot \operatorname{sen}(\theta_a)}{f \cdot b \cdot r^2 \cdot (\cos(\theta_1) - \cos(\theta_2))}$$

$$p_a = \frac{405000 \text{ lb.in} \cdot \operatorname{sen}(90^\circ)}{0,40 \cdot 8 \text{ in} \cdot (18 \text{ in})^2 \cdot (\cos(0^\circ) - \cos(120^\circ))}$$

p_a = RESOLVER

Problema 3

b) Calculo de la fuerza de aplicación del freno

Observando el diseño del freno, podemos asegurar que se trata de **zapatas autoenergizadas**, en las cuales el sentido de la rotación ayuda al frenado. Hacemos uso de la ecuación 16-4:

$$F = \frac{M_N - M_f}{c} \quad (16-4)$$

$$F \cdot c = M_N - M_f$$

Equilibrio de momentos en el sistema, para zapata autoenergizada

$$F \cdot c = M_N + M_f$$

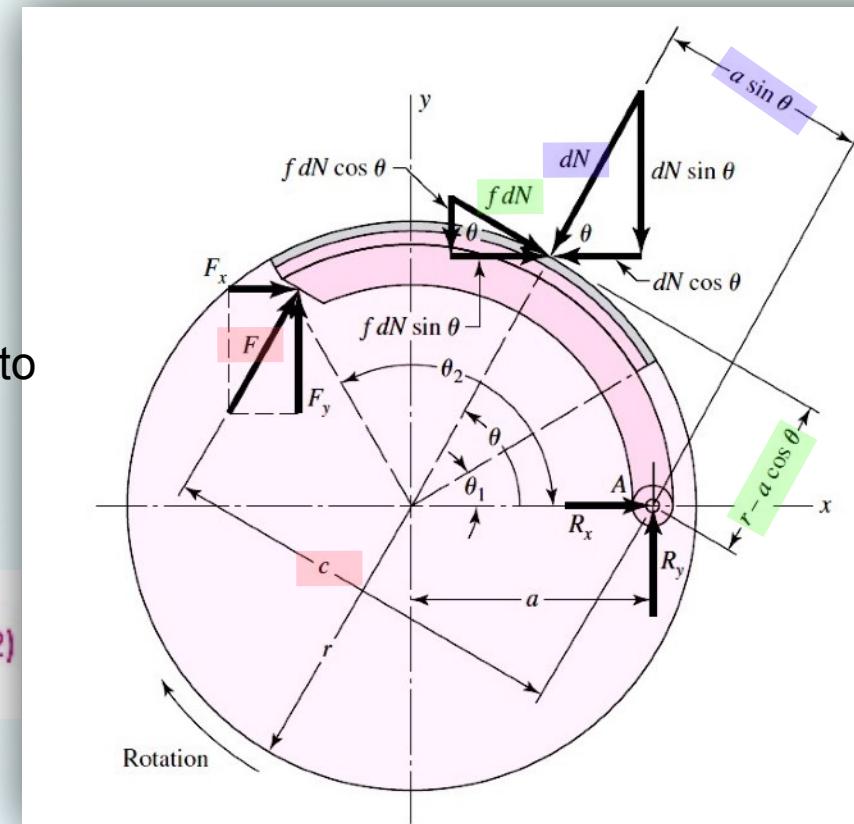
Equilibrio de momentos en el sistema, para zapata no autoenergizada

La variable **c** equivale a la distancia que hay entre el punto de aplicación de la carga **F** y el perno de articulación.

El momento normal **M_N** y **M_f** lo obtenemos a partir de la integración de las ecuaciones 16-2 y 16-3:

$$M_f = \int f dN(r - a \cos \theta) = \frac{fp_a br}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta (r - a \cos \theta) d\theta \quad (16-2)$$

$$M_N = \int dN(a \sin \theta) = \frac{p_a bra}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta \quad (16-3)$$



Problema 3

Integrando y resolviendo encontramos los valores de los momentos que deben ser equilibrados por el momento $F.c$:

$$M_f := \frac{f \cdot p_{\max} \cdot b \cdot r}{\sin(\theta_a)} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin(\theta) \cdot (r - a \cdot \cos(\theta)) d\theta \quad \rightarrow \boxed{M_f = \frac{p_a \cdot f \cdot b \cdot r}{\sin(\theta_a)} \cdot \left[r - r \cdot \cos(\theta_2) - \frac{a}{2} \cdot (\sin(\theta_2))^2 \right]} \quad \rightarrow \text{RESOLVER}$$

$$M_n := \frac{a \cdot p_{\max} \cdot b \cdot r}{\sin(\theta_a)} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\sin(\theta))^2 d\theta \quad \rightarrow \boxed{M_n = \frac{p_a \cdot a \cdot b \cdot r}{\sin(\theta_a)} \cdot \left[\left(\frac{\theta_2}{2} \right) - \frac{1}{4} \cdot \sin(2 \cdot \theta_2) \right]} \quad \rightarrow \text{RESOLVER}$$

La distancia c la resolvemos por trigonometría:

$$c := 2 \cdot (a \cdot \cos(30^\circ)) \quad c = 30.3 \text{ in}$$

Entonces la fuerza necesaria en cada zapata para aplicar el freno es:

$$F = \frac{M_N - M_f}{c}$$

RESOLVER

Problema 3

c) Calculo de las reacciones en los pasadores

Primero descomponemos la fuerza F en sus componentes x y de acuerdo al sistema de referencia utilizado:

$$F_x := F \cdot \sin(30^\circ) \longrightarrow \text{RESOLVER}$$

$$F_y := F \cdot \cos(30^\circ) \longrightarrow \text{RESOLVER}$$

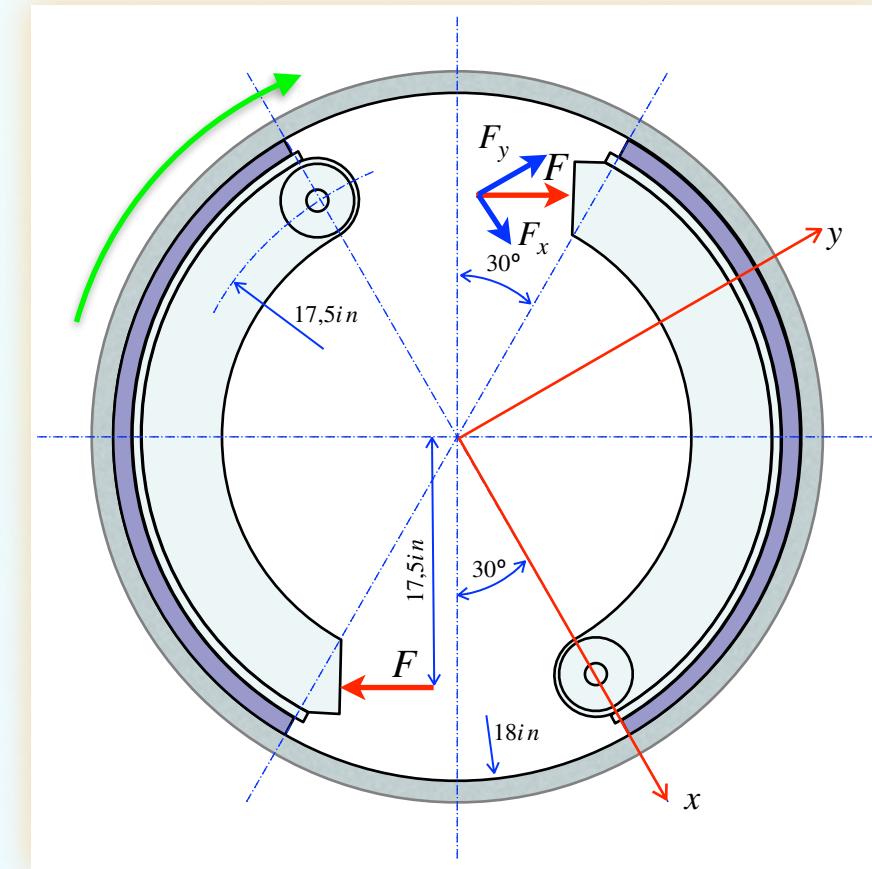
A continuación, a partir de las ecuaciones 16-8, primero se deben calcular las variables A y B:

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2} \quad (16-8)$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$A := \frac{1}{2} \cdot (\sin(\theta_2))^2 \longrightarrow A = 0.375$$

$$B := \frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{4} \cdot \sin(2\theta_2) \longrightarrow B = 1.264$$



Problema 3

Por ultimo aplicamos las ecuaciones 16-9 (observar que estas formulas son para zapatas autoenergizadas):

$$R_x = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (A - f B) - F_x \quad (16-9)$$

$$R_y = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (B + f A) - F_y$$

$$A = 0.375 \quad B = 1.264 \quad b := 8\text{in} \quad r := 18\text{in} \quad \theta_a := 90^\circ$$

p_a = RESOLVER

$$R_x = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (A - f B) - F_x \rightarrow \boxed{\text{RESOLVER}}$$

$$R_y = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (B + f A) - F_y \rightarrow \boxed{\text{RESOLVER}}$$

Y calculamos la resultante de la reacción en los pasadores:

$$R := \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \rightarrow \boxed{\text{RESOLVER}}$$

