FACULTAD DE INGENIERÍA

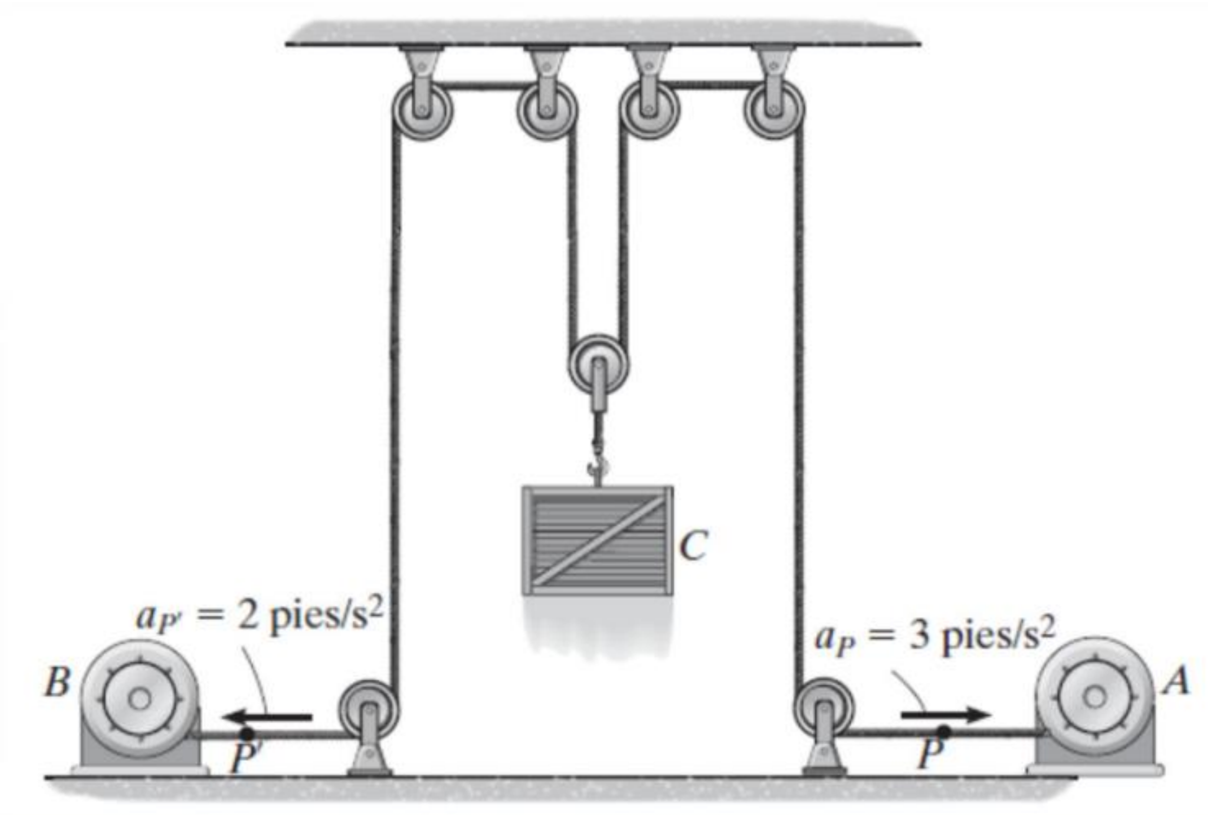
2° LEY DE NEWTON

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Ing. Carlos Barrera .

Ejercicio N°1

Los motores A y B tiran del cable según se muestra en la figura. Calcular la aceleración del bulto C de 300lb y la tensión desarrollada en el cable. No considerarla masa de las poleas



Consideramos

Sp + Sp´+ 2Sc = l

Derivamos

Ap + ap´+ 2ac= 0

Reemplazamos las aceleraciones de ap y ap´

3 pies/seg^2 + 2 pies/seg^2 + 2ac = 0 => ***ac= - 2,5 pies /seg²***

Aplicamos la Ley de Newton

Σ Fy = m x a_y => 2T – Wc = Wc / g x ac =>

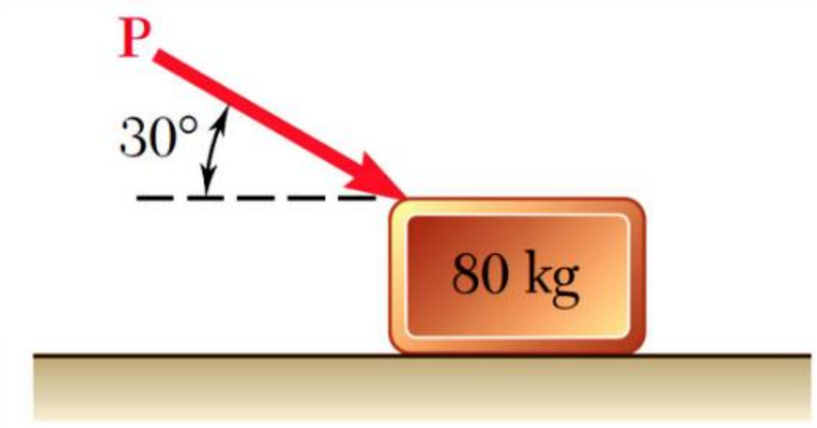
2 T - 300 lb = (300 lb/32,2 pies/seg^2) x 2,5 pies/seg^2

T= 162 lb

Ejercicio N°2

Calcular la magnitud de la fuerza requerida para dar al bloque una aceleración de 2,5 m/s^2 hacia la derecha.

El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es de μ_k=0,25



El peso del bloque es:

W = m . g = (80 kg) . (9.81 m/s^2) =**758 N**

Se tiene que $F = \mu_k . N = 0.25N$ y que a = 2.5 m/s^2.

Al expresar que las fuerzas que actúan sobre el bloque son equivalentes al vector *m***a**, se escribe

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = ma: \quad P \cos 30° - 0.25N = (80 \text{ kg})(2.5 \text{ m/s}^2) = 200 \text{ N}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0: \quad N - P \text{ sen } 30° - 785 \text{ N} = 0$$

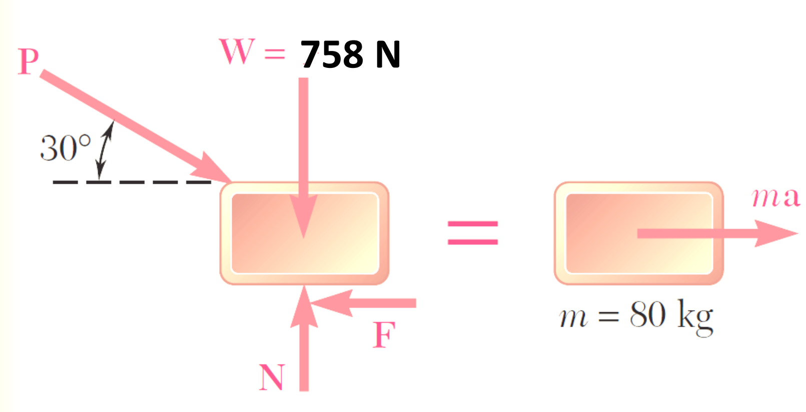
Datos:

A = 2,5 m/s^2

μ_k=0,25

Incógnita:

P = ?



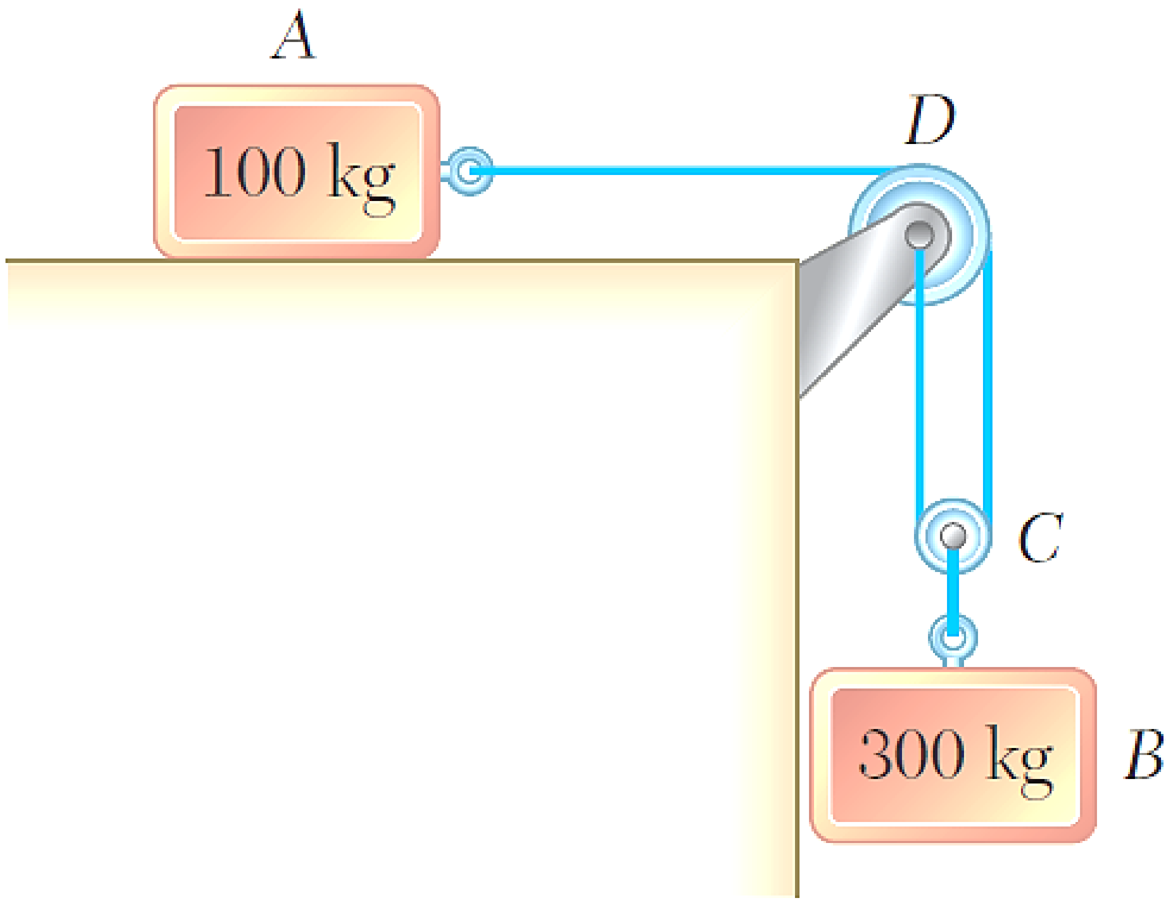
N= P sen30° + 785 N   reemplazando en la ΣFx

P cos 30° - 0,25 (P sen 30° + 785 N) = 200N

P= 535 N

Ejercicio N° 3

Los dos bloques empiezan a moverse a partir del reposo.
No hay fricción entre la polea y el plano horizontal.
Calcular la aceleración de cada bloque y la tensión de cada cuerda.



Datos:

Parten del reposo

m_A =100 Kg

m_B = 300 Kg

Incógnita:

a_A=?

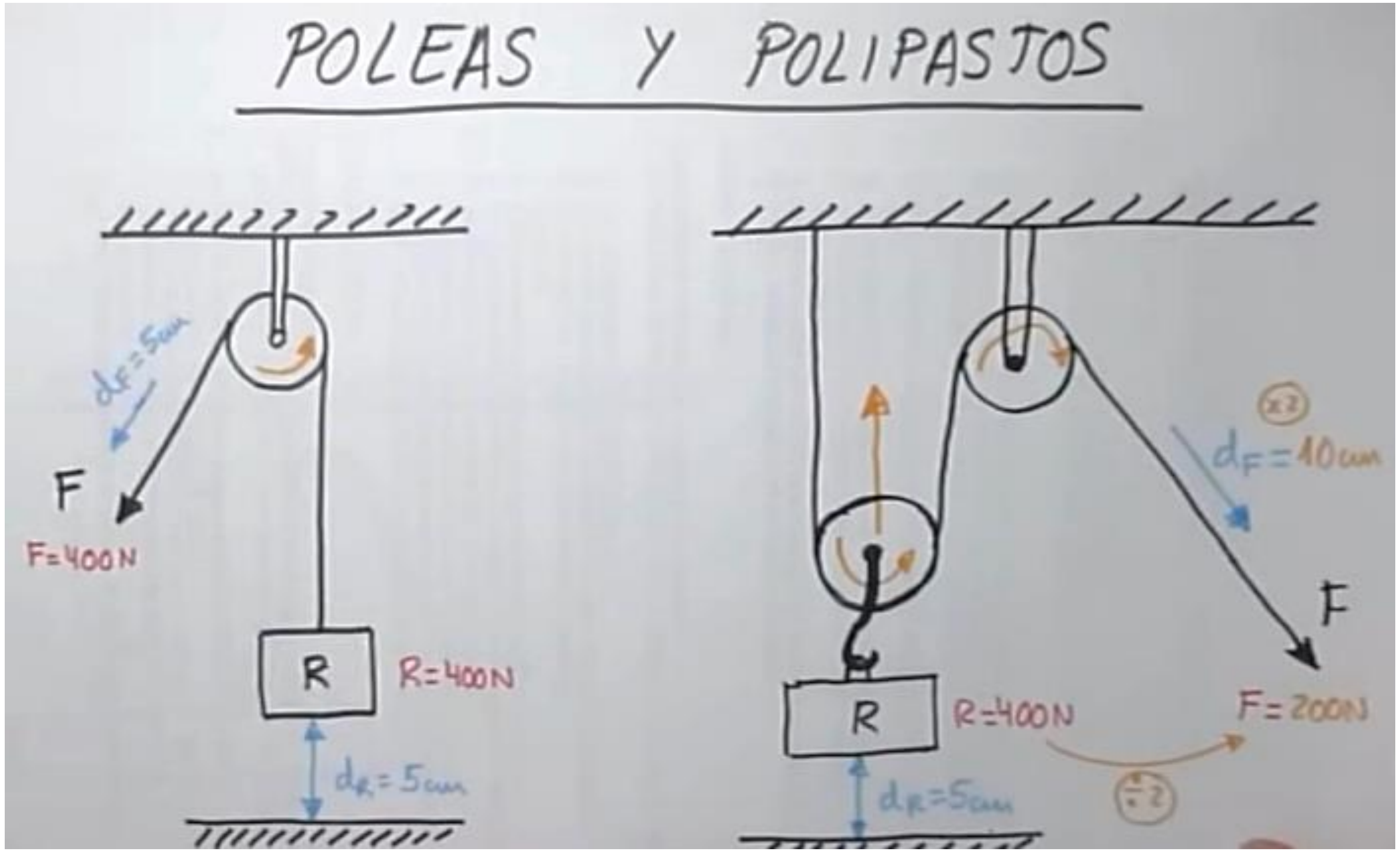
a_B=?

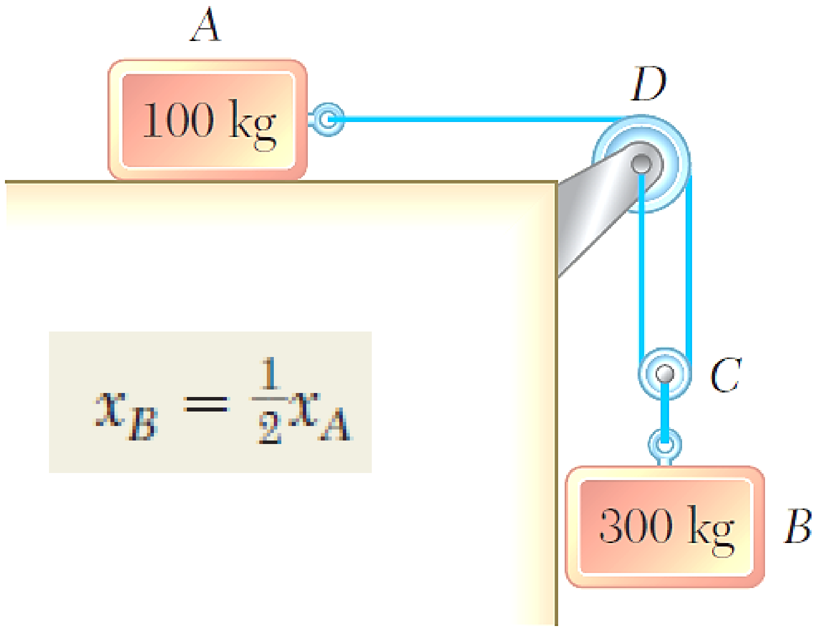
T_{AD}=?

T_{DC} =?

RESOLUCIÓN

- **Cinemática.** Se tiene que, si el bloque *A* se mueve la distancia x_A hacia la derecha, el bloque *B* desciende

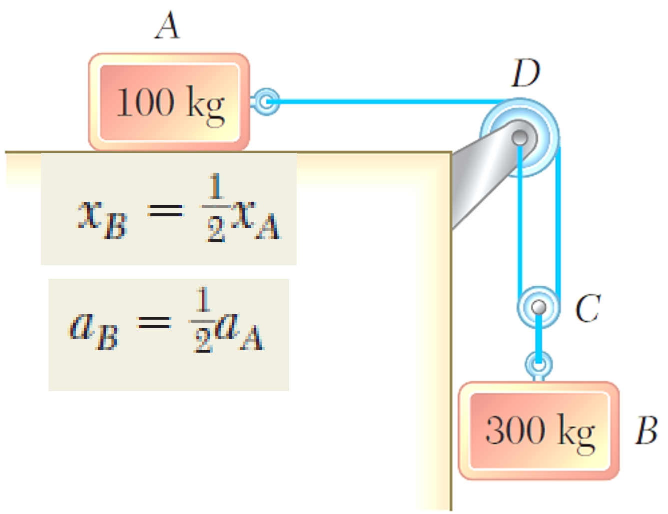




$$x_B = \frac{1}{2}x_A$$

Al diferenciar dos veces con respecto a *t*, se tiene

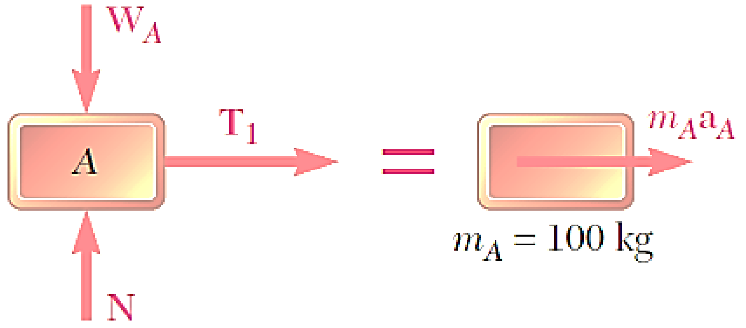
$$a_B = \frac{1}{2}a_A$$



Cinética. Se aplica sucesivamente la segunda ley de Newton al bloque *A*, el bloque *B* y la polea *C*.

✓ ***Bloque A.*** Al denotar mediante *T1* la tensión en la cuerda *ACD*, se escribe

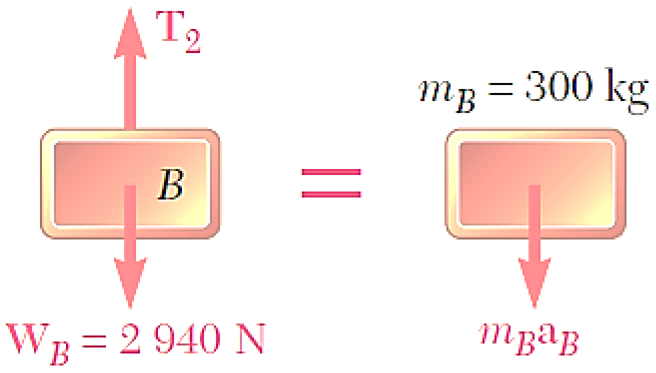
$$\xrightarrow{+}\Sigma F_x = m_A a_A: \qquad \boxed{T_1 = 100a_A}$$



✓ ***Bloque B***. Al observar que el peso del bloque B es

$$\boxed{W_B = m_B g = (300 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 2\,940 \text{ N}}$$

y al denotar mediante T2 la tensión en la cuerda BC, se escribe



$$+\downarrow\Sigma F_y = m_B a_B: \qquad 2\,940 - T_2 = 300a_B$$

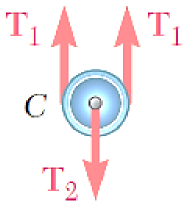
al sustituir a_B

$$2\,940 - T_2 = 300(\tfrac{1}{2}a_A)$$

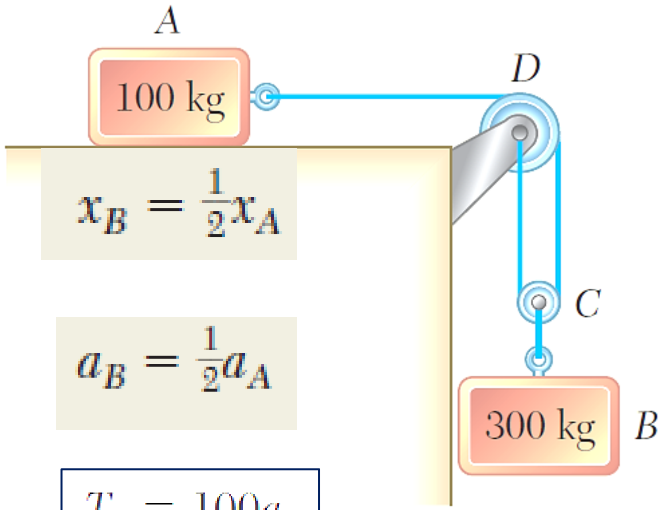
$$\boxed{T_2 = 2\,940 - 150a_A}$$

✓***Polea C.*** Puesto que m_C se supone igual a cero, se tiene

$$+\downarrow\Sigma F_y = m_C a_C = 0: \qquad T_2 - 2T_1 = 0$$



$= 0$



$$x_B = \tfrac{1}{2}x_A$$

$$a_B = \tfrac{1}{2}a_A$$

$$\boxed{T_1 = 100a_A}$$

$$\boxed{T_2 = 2\,940 - 150a_A}$$

Al sustituir T1 y T2

$$2\,940 - 150a_A - 2(100a_A) = 0$$

$$2\,940 - 350a_A = 0 \qquad \boxed{a_A = 8.40 \text{ m/s}^2}$$

Mediante la sustitución del valor que se obtuvo para a_A

$$a_B = \tfrac{1}{2}a_A = \tfrac{1}{2}(8.40 \text{ m/s}^2) \qquad \boxed{a_B = 4.20 \text{ m/s}^2}$$

$$T_1 = 100a_A = (100 \text{ kg})(8.40 \text{ m/s}^2) \qquad \boxed{T_1 = 840 \text{ N}}$$

Recordando

$$T_2 - 2T_1 = 0 \qquad T_2 = 2(840 \text{ N}) \qquad \boxed{T_2 = 1\,680 \text{ N}}$$

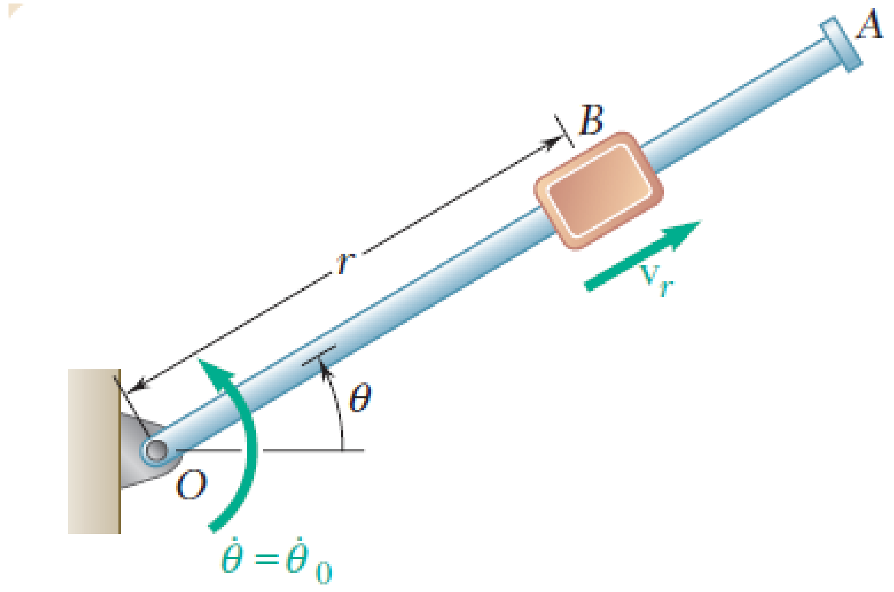
Se tiene que el valor que se obtuvo para T2 no es igual al peso del bloque B.

Ejercicio N° 4

Un bloque de masa m se desliza sobre el brazo OA sin rozamiento, que gira en un plano horizontal a razón constante θ_0. Si se conoce que B se suelta a una distancia r_0 de O, exprese como función de r

a) La componente v_r de la velocidad de B a lo largo de OA

b) La magnitud de la fuerza horizontal F ejercida sobre B por el brazo OA.



Datos:

m_B = Se desliza sin rozamiento en OA

OA gira antihorario a razón cte. θ_0

B se suelta de O una distancia r_0

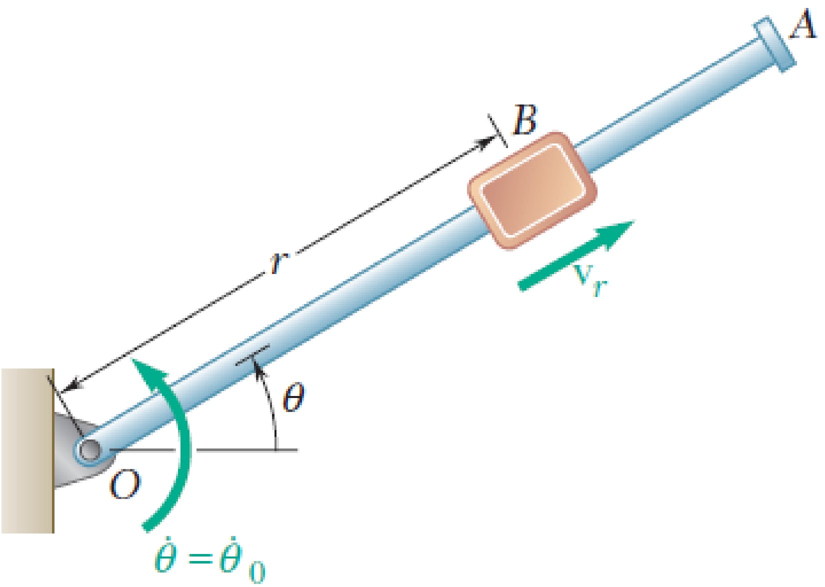
Incógnita:

$V_{r\ de\ B}$=?

Fuerza horizontal F ejercida sobre B =?

Solución

Puesto que todas las otras fuerzas son perpendiculares al plano de la figura, la única fuerza que se muestra actuando sobre *B* es la fuerza **F** perpendicular a *OA*.



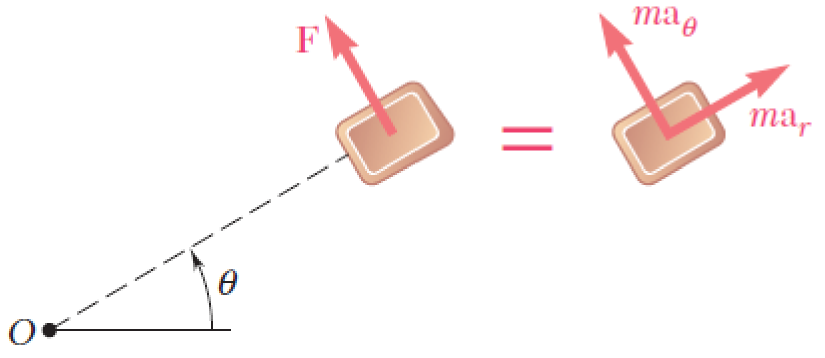
Ecuaciones de movimiento. Al usar las componentes radial y transversal.

$$+\nearrow \Sigma F_r = ma_r: \qquad 0 = m(\ddot r - r\dot\theta^2) \qquad (1)$$

$$+\nwarrow \Sigma F_\theta = ma_\theta: \qquad F = m(r\ddot\theta + 2\dot r\dot\theta) \qquad (2)$$

a) Componente vr de la velocidad. Puesto que $v_r = \dot r$, se tiene

$$\ddot r = \dot v_r = \frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_r}{dr}\frac{dr}{dt} = v_r\frac{dv_r}{dr}$$



Al sustituir $\ddot r$ en (1), y recordar que $\dot\theta = \dot\theta_0$ y separar las variables,

$$v_r\,dv_r = \dot\theta_0^2 r\,dr$$

Al multiplicar por (2) e integrar de 0 a v_r y de r_0 a r,

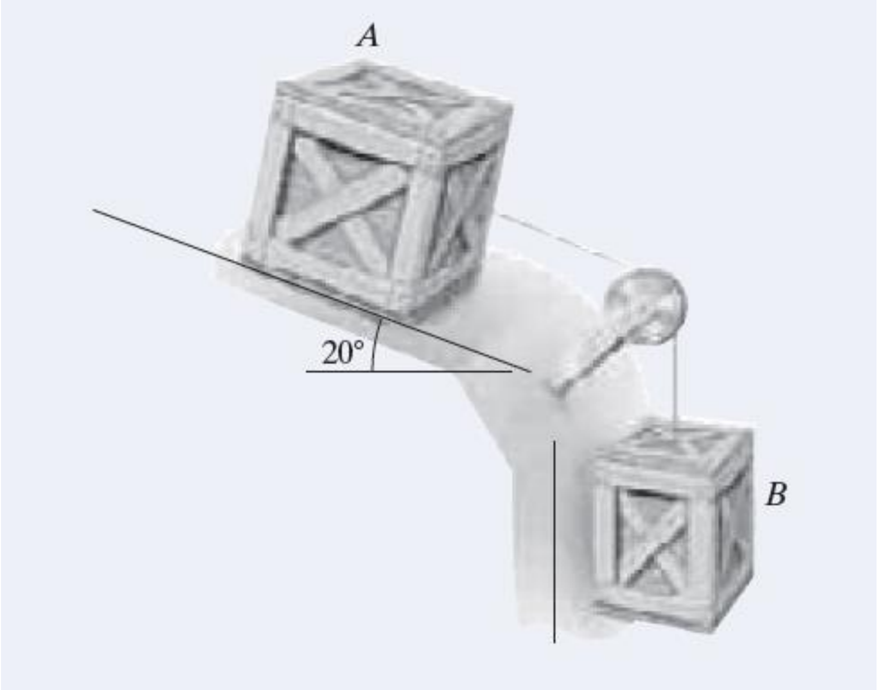
$$\boxed{v_r^2 = \dot\theta_0^2(r^2 - r_0^2) \qquad v_r = \dot\theta_0(r^2 - r_0^2)^{1/2}}$$

b) Fuerza horizontal F. Al dejar $\dot\theta = \dot\theta_0,\ \ddot\theta = 0,\ \dot r = v_r$ en la ecuación (2), y sustituir la expresión para v_r que se obtuvo en la parte *a*,

$$\boxed{F = 2m\dot\theta_0(r^2 - r_0^2)^{1/2}\dot\theta_0 \qquad F = 2m\dot\theta_0^2(r^2 - r_0^2)^{1/2}}$$

Ejercicio N° 5

Las dos cajas se sueltan desde el reposo. Sus masas son m_A = 40 kg y m_B = 30kg. Los coeficientes de rozamiento entre la caja A y la superficie inclinada son 0,2 y 0,15 ¿Cuál es la aceleración de las cajas?



Datos:

Las dos cajas están en reposo

m_A = 40 Kg

m_B = 60Kg

μ_A=0,2 Estático

μ_A=0,15 Dinámico

Incógnita:

A_{cajas}= ?

Estrategia

Primero es necesario determinar si *A* se desliza. Se supondrá que las cajas permanecen en reposo y se verá si la fuerza de fricción necesaria para el equilibrio excede a la fuerza de fricción máxima.

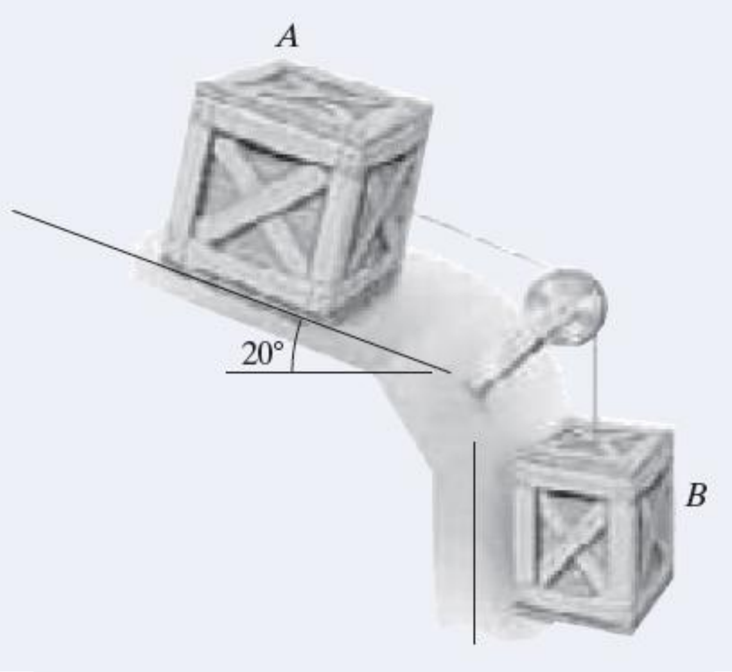
Si ocurre el deslizamiento, se puede determinar la aceleración resultante dibujando los diagramas de cuerpo libre de las cajas y aplicándoles de manera individual la segunda ley de Newton.

Solución

En la figura a se dibuja el diagrama de cuerpo libre de la caja A y se introduce un sistema coordenado. Si se supone que la caja no se desliza, son aplicables las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma F_x = T + m_A g \text{ sen } 20° - f = 0;$$

$$\Sigma F_y = N - m_A g \cos 20° = 0.$$

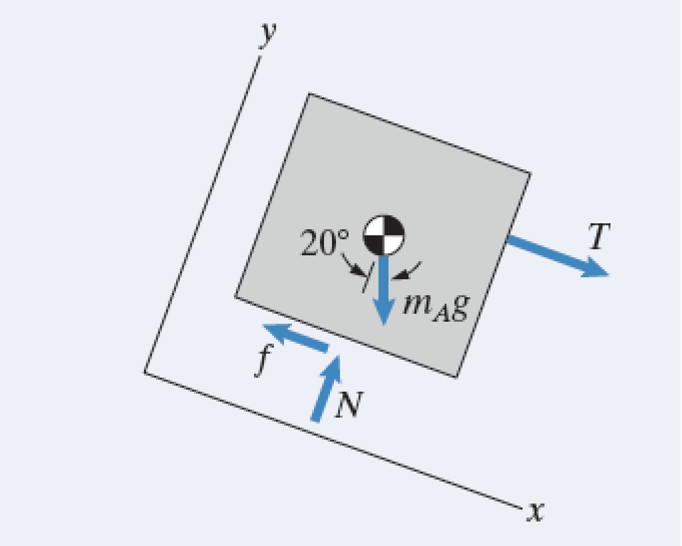


En la primera ecuación, la tensión T es igual al peso de la caja B; por lo tanto, la fuerza de fricción necesaria para el equilibrio es

$$\begin{aligned} f &= m_B g + m_A g \text{ sen } 20° \\ &= (30 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) + (40 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \text{ sen } 20° \\ &= 429 \text{ N}. \end{aligned}$$

La fuerza normal $N = m_A g \cos 20°$ por lo que la fuerza de fricción máxima que la superficie soportará es

$$\begin{aligned} f_{\text{máx}} &= \mu_s N \\ &= (0.2)[(40 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) \cos 20°] \\ &= 73.7 \text{ N}. \end{aligned}$$



(a) Diagrama de cuerpo libre de la caja A.

Por consiguiente, la caja *A* se desliza y la fuerza de fricción es

$f = \mu_k N$. En la figura b se muestra la aceleración de la caja hacia abajo del plano. Su aceleración perpendicular al plano es igual a cero (es decir $a_y = 0$). Aplicando la segunda ley de Newton se obtiene

$$\Sigma F_x = T + m_A g \text{ sen } 20° - \mu_k N = m_A a_x$$

$$\Sigma F_y = N - m_A g \cos 20° = 0.$$

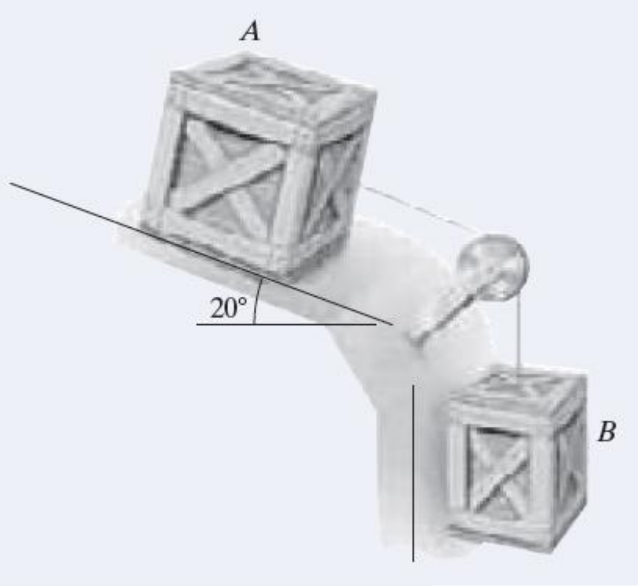
En este caso, *no se conoce* la tensión *T* porque la caja *B* no está en equilibrio. En las figuras c y d se muestran el diagrama de cuerpo libre de la caja *B* y la aceleración vertical. La ecuación de movimiento es

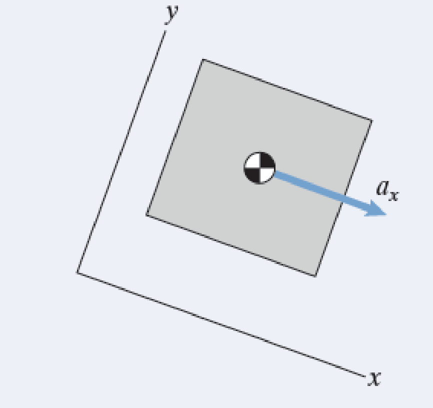
$$\Sigma F_x = m_B g - T = m_B a_x.$$

(En términos de los dos sistemas coordenados que se usaron, las dos cajas tienen la misma aceleración a_x). Así, al aplicar la segunda ley de Newton a ambas cajas, se obtuvieron tres ecuaciones en términos de las incógnitas T, N y a_x.

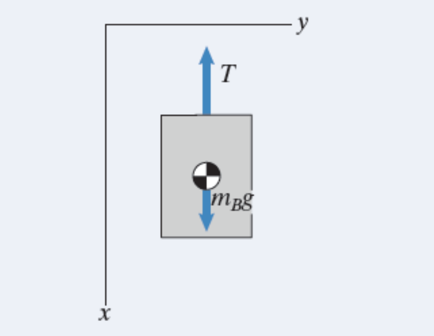
Resolviendo para *ax* se obtiene

$$\boxed{ax = 5.33 \text{ m/s}^2}$$

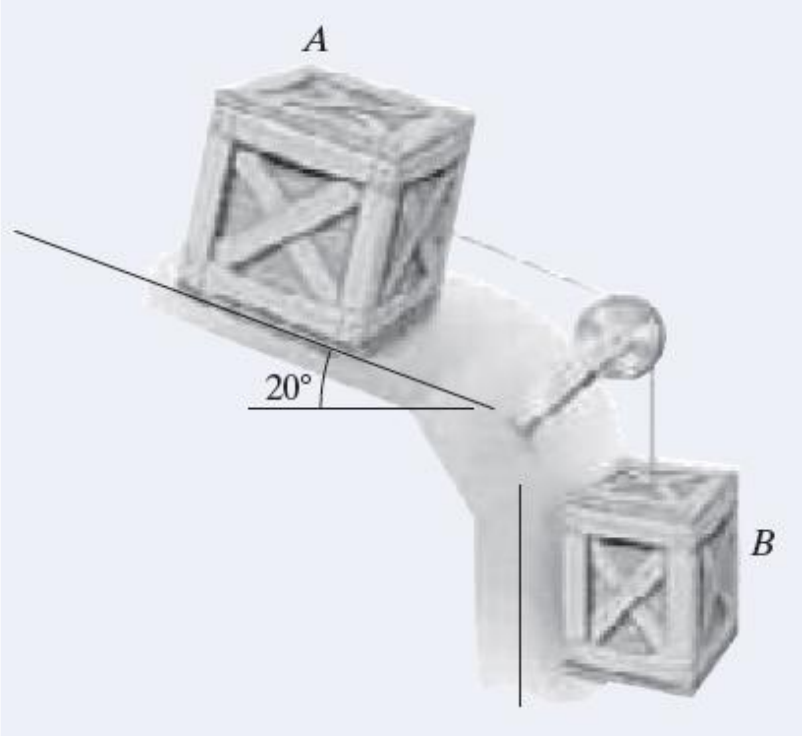


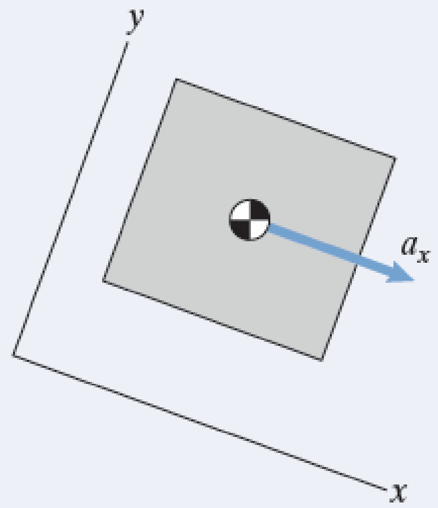


(b) Aceleración de la caja.

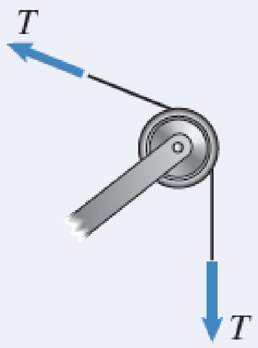


(c) Diagrama de cuerpo libre de caja B.

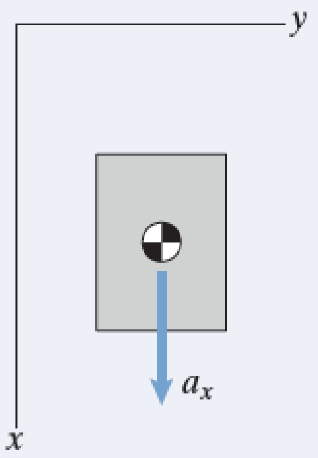




(b) Aceleración de la caja.



(e) Se supone que la tensión es igual en ambos lados de la polea.



(d) Aceleración vertical de la caja *B*.

Razonamiento crítico

Observe que se supuso que la tensión en el cable es la misma en cada lado de la polea (figura e). De hecho, las tensiones deben ser diferentes porque se necesita un momento para ocasionar una aceleración angular a la polea.

Por ahora, el único recurso con que se cuenta es suponer que la polea es suficientemente ligera para que el momento necesario para acelerarla sea insignificante.