

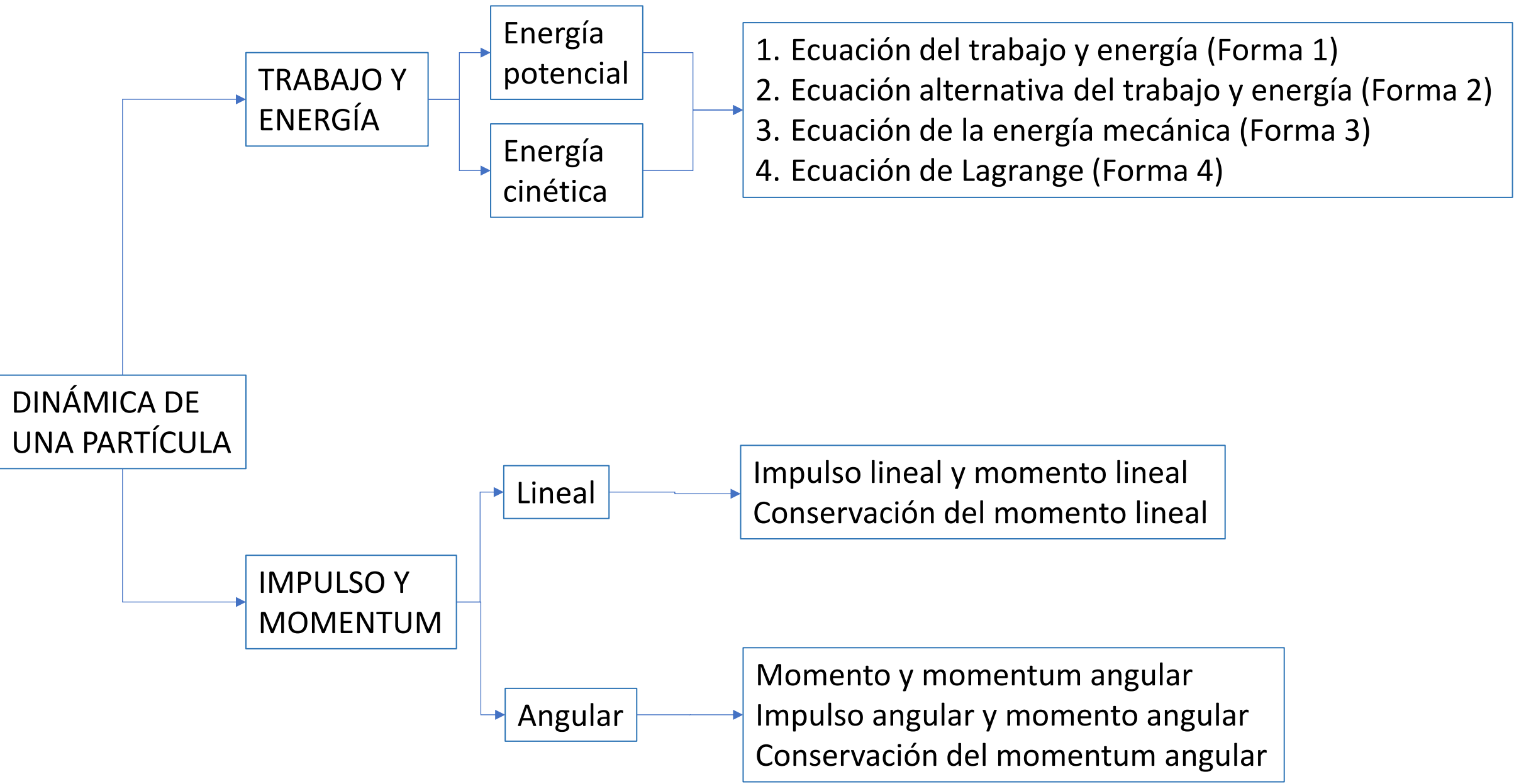


FACULTAD  
DE INGENIERÍA

# PRÁCTICA TRABAJO Y ENERGÍA

MECÁNICA APLICADA  
MECÁNICA Y MECANISMOS

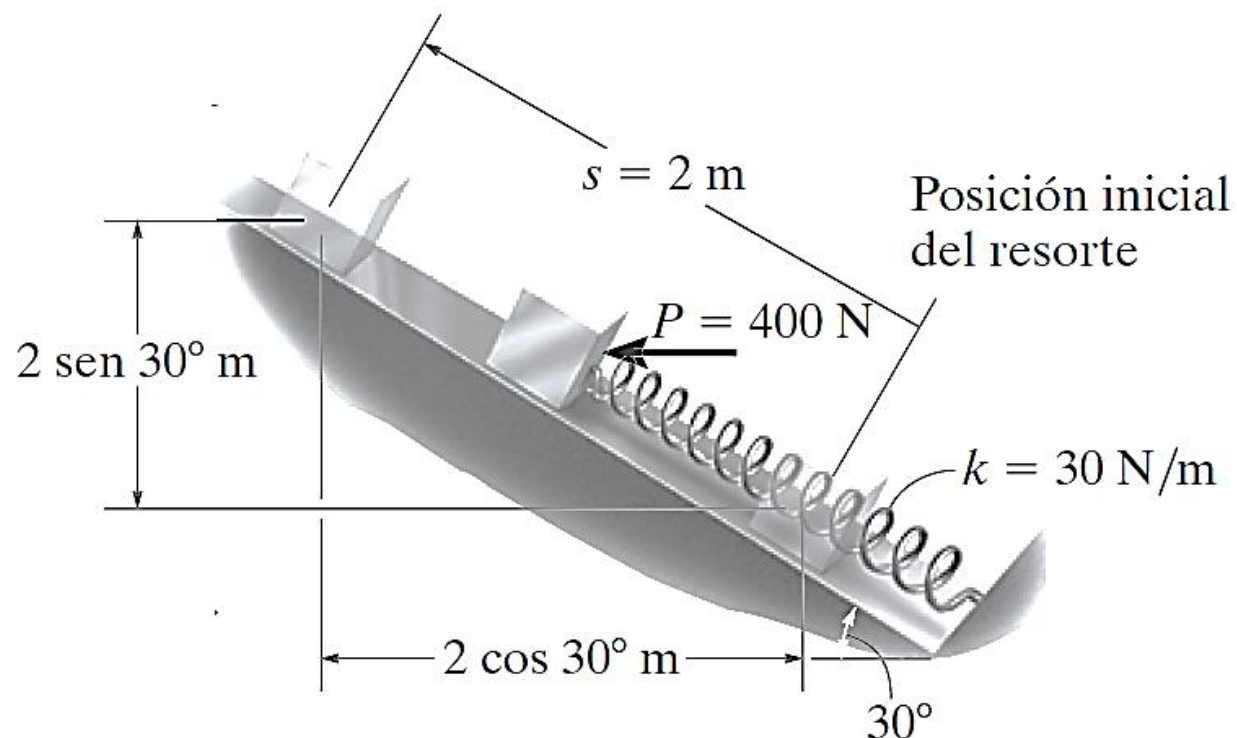
Ing. Carlos Barrera



## Ejercicio N° 1

El bloque de 10 kg descansa sobre el plano inclinado. Inicialmente el resorte está estirado 0,5 m

Calcular el trabajo total realizado por todas las fuerzas que actúan sobre el bloque cuando una fuerza horizontal de 400 N lo empuja hacia arriba por el plano  $s = 2$  m

**Datos:**

$m = 10 \text{ Kg}$

Plano inclinado

Resorte estirado  $0,5 \text{ m}$

$F_h = 400 \text{ N}$

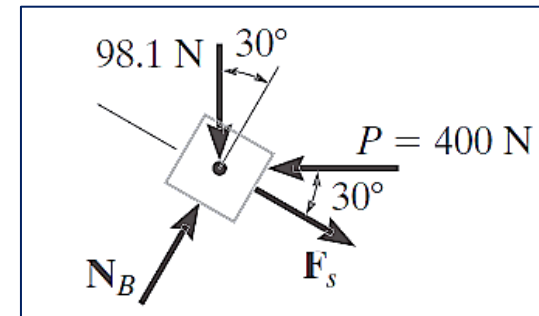
Empuja el bloque  
hacia arriba

**Incógnita:**

Trabajo realizado =?

## • SOLUCIÓN

Primero se traza el diagrama de cuerpo libre del bloque con todas las fuerzas que actúan en el bloque.



Fuerza horizontal  $P$ . Como esta fuerza es *constante*, el trabajo se determina con la ecuación

$$U_{1-2} = F_c \cos \theta \int_{s_1}^{s_2} ds$$

$$U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1)$$

El resultado puede calcularse como la fuerza por el componente del desplazamiento en la dirección de la fuerza, es decir,

$$U_P = 400 \text{ N} (2 \text{ m} \cos 30^\circ)$$

$$U_P = 692.8 \text{ J}$$

✓ **TRABAJO DE LA FUERZA**

o el desplazamiento por el componente de fuerza en la dirección del desplazamiento, es decir,

$$U_P = 400 \text{ N} \cos 30^\circ (2 \text{ m}) = 692.8 \text{ J}$$

## Fuerza del resorte $F_s$ .

En la posición inicial el resorte está alargado  $s_1 = 0.5 \text{ m}$  y en la posición final está alargado  $s_2 = 0.5 \text{ m} + 2 \text{ m} = 2.5 \text{ m}$ .

Requerimos que el trabajo sea negativo puesto que la fuerza y el desplazamiento se oponen entre sí.

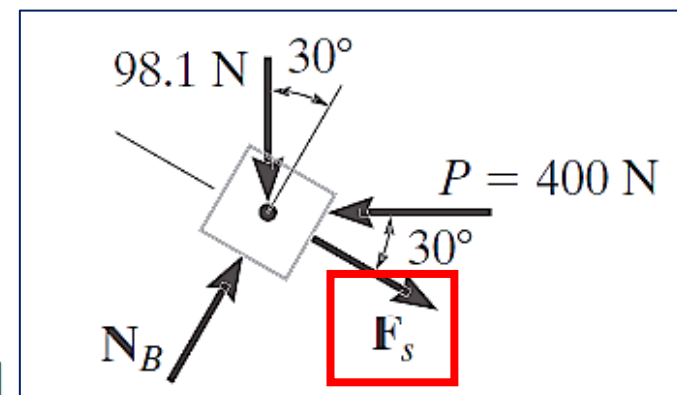
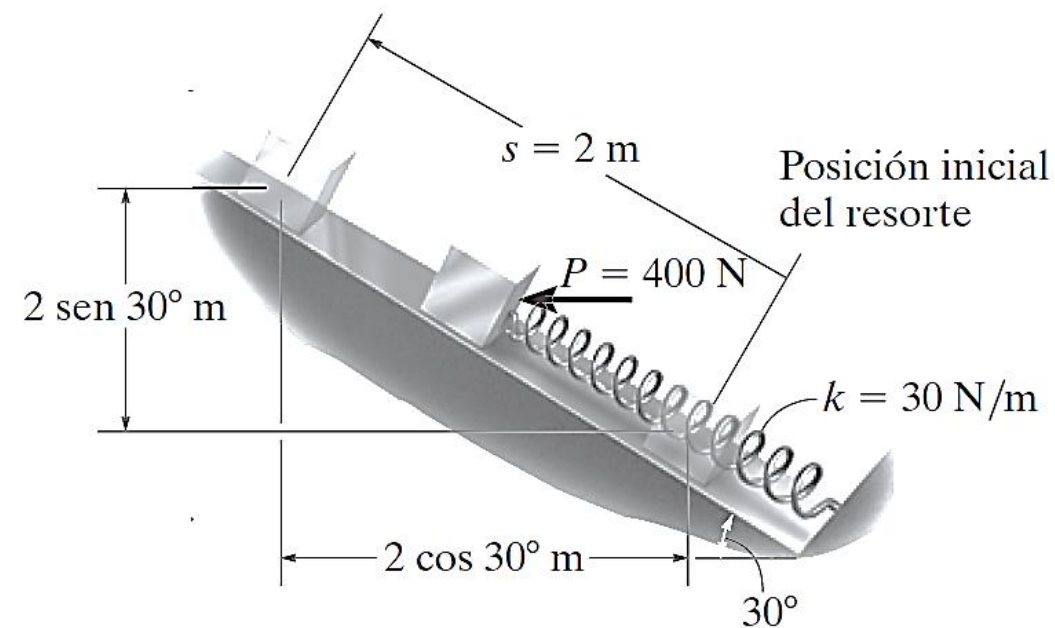
El trabajo de  $F_s$  es por tanto y teniendo en cuenta la siguiente formula

$$U_{1-2} = F_c \cos \theta (s_2 - s_1)$$

$$U_s = -\left[\frac{1}{2}(30 \text{ N/m})(2.5 \text{ m})^2 - \frac{1}{2}(30 \text{ N/m})(0.5 \text{ m})^2\right]$$

$$U_s = -90 \text{ J}$$

✓ **TRABAJO DEL RESORTE**



**Peso  $W$ .** Como el peso actúa en el sentido opuesto a su desplazamiento vertical, el trabajo es negativo; es decir,

$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

Reemplazamos teniendo en cuenta la proyección vertical

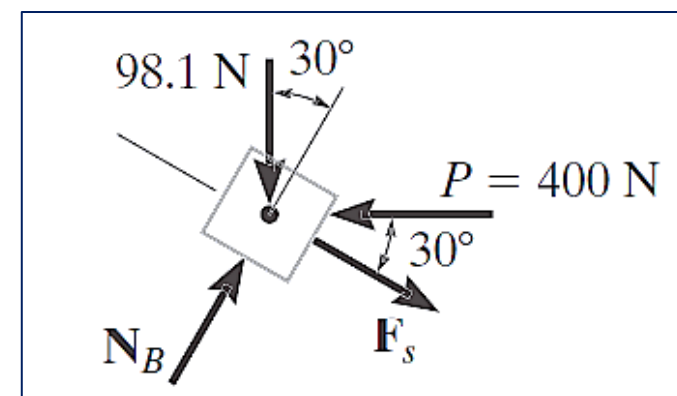
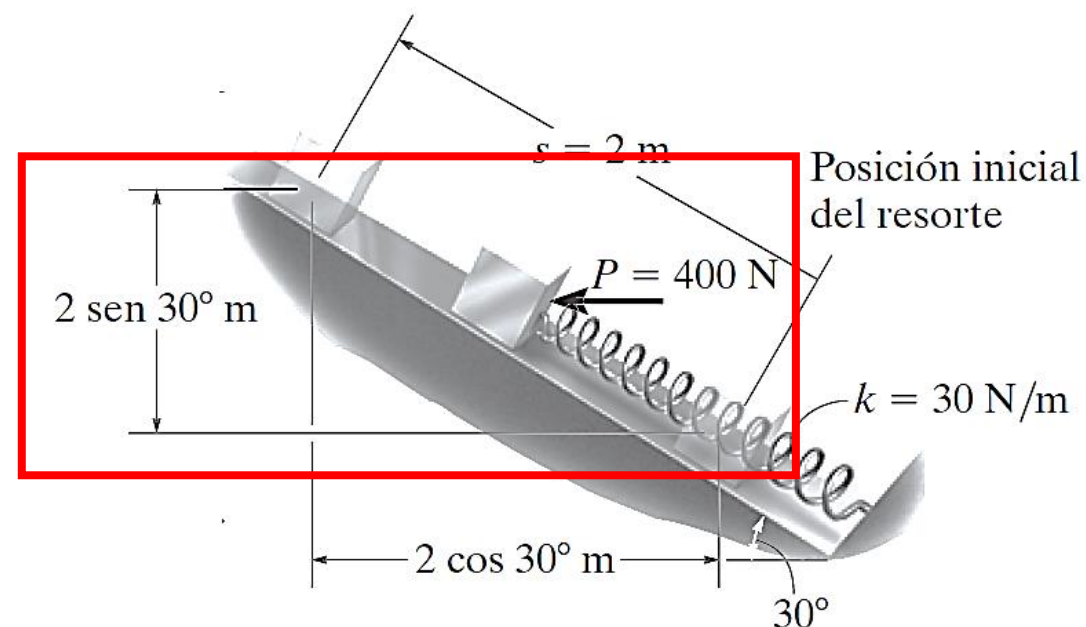
$$U_W = -(98.1 \text{ N}) (2 \text{ m} \text{ sen } 30^\circ)$$

$$U_W = -98.1 \text{ J}$$

✓ **TRABAJO DEL PESO**

Observe que también es posible considerar el componente del peso en la dirección del desplazamiento, es decir,

$$U_W = -(98.1 \text{ sen } 30^\circ \text{ N}) (2 \text{ m}) = -98.1 \text{ J}$$





**Fuerza normal  $N_B$ .** Esta fuerza *no* realiza *trabajo* puesto que *siempre* es perpendicular al desplazamiento.

$$U_{NB} = 0 \text{ J}$$

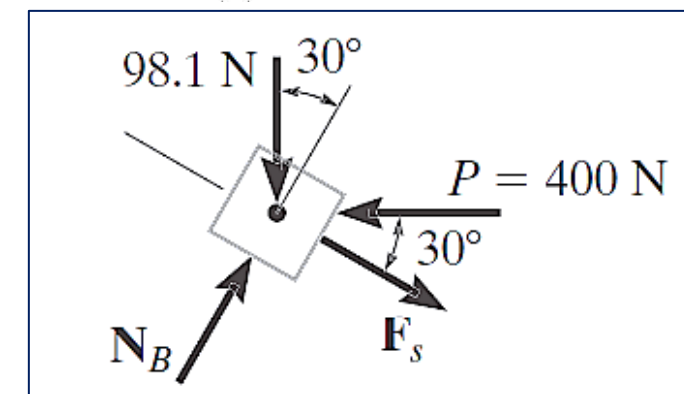
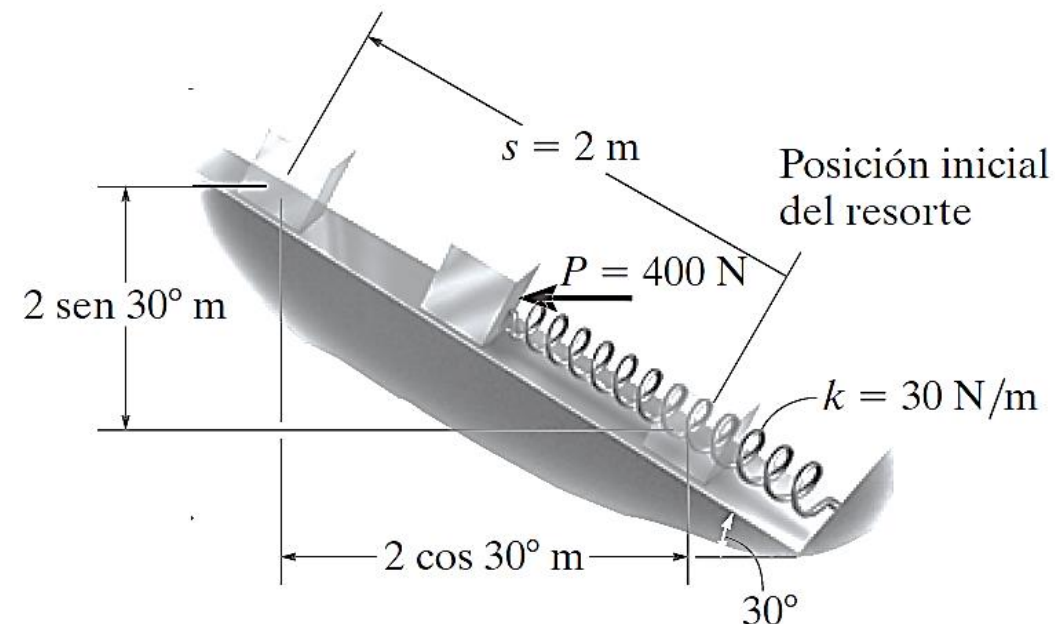
**Trabajo total.** El trabajo de todas las fuerzas cuando el bloque se desplaza 2 m es, por consiguiente:

$$U_T = U_P + U_W + U_{NB}$$

$$U_T = 692.8 \text{ J} - 90 \text{ J} - 98.1 \text{ J}$$

$$U_T = 505 \text{ J}$$

**TRABAJO TOTAL DEL SISTEMA**



$$U_P = 692.8 \text{ J}$$

✓ **TRABAJO DE LA FUERZA**

$$U_S = -90 \text{ J}$$

✓ **TRABAJO DEL RESORTE**

$$U_W = -98.1 \text{ J}$$

✓ **TRABAJO DEL PESO**

## Ejercicio N°2

La masa total del elevador y la carga es de 800 kg y la del contrapeso C es de 150 kg.

Si la velocidad del elevador aumenta en forma uniforme de 0,5 m/s a 1,5 m/s.

Calcular la potencia promedio generada por el motor durante este tiempo. El rendimiento del motor es del 80%.

### Datos:

$$m_e + m_{\text{carga}} = 800 \text{ Kg}$$

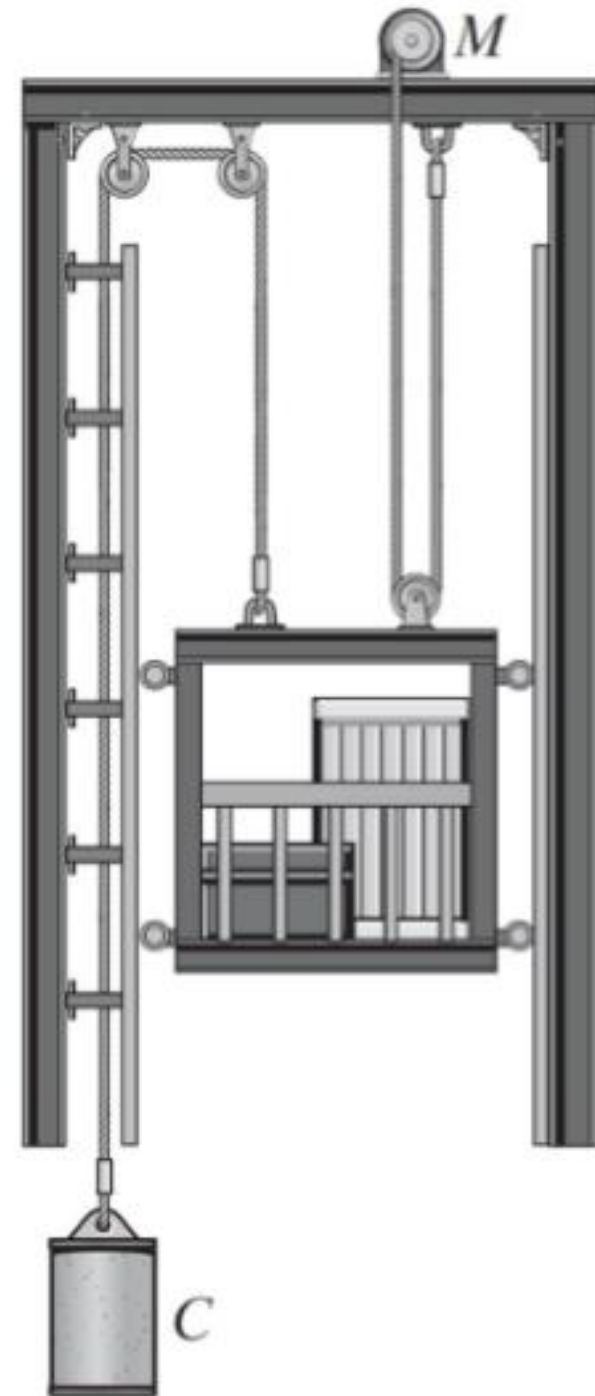
$$m_{\text{contrap}} = 150 \text{ Kg}$$

V aumenta = 0,5 m/s a 1,5 m/s (uniforme)

$$\eta_{\text{Motor}} = 80 \%$$

### Incógnita:

Potencia promedio = ?





## • SOLUCIÓN

Como el movimiento del elevador es de aceleración constante, hay un cambio de la velocidad vamos a aplicar la siguiente formula.

$$v = v_0 + a_c t$$

Reemplazamos

$$1,5 (= 0,5 + a1,5)$$

$$a = 0,6667 \text{ m/s}^2$$

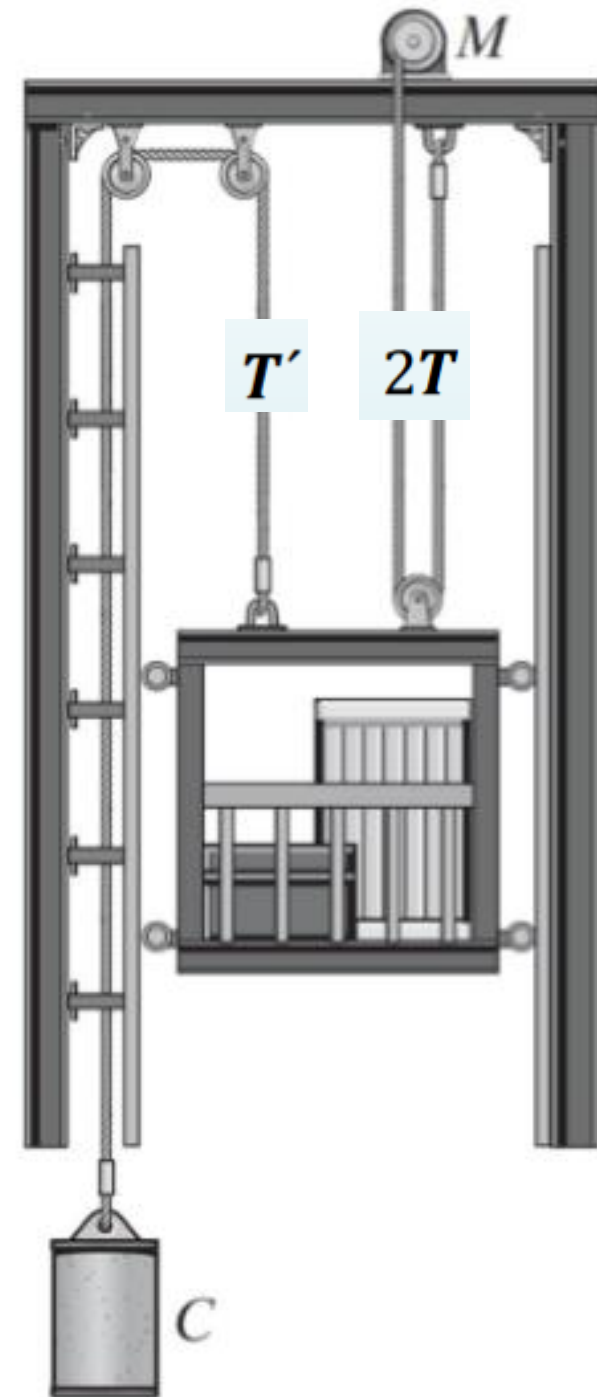
Procedemos a aplicar cuerpo libre y tenemos en cuenta las tensiones y las masas

$$\sum F_y (= ma_y \rightarrow 2T + T' - 800(9,81) = 800(0,6667)$$

$$\sum F_y (= ma_y \rightarrow 150(9,81) - T' = 150(0,6667)$$

$$T' = 1371,5 \text{ N}$$

$$T = 3504,92 \text{ N}$$

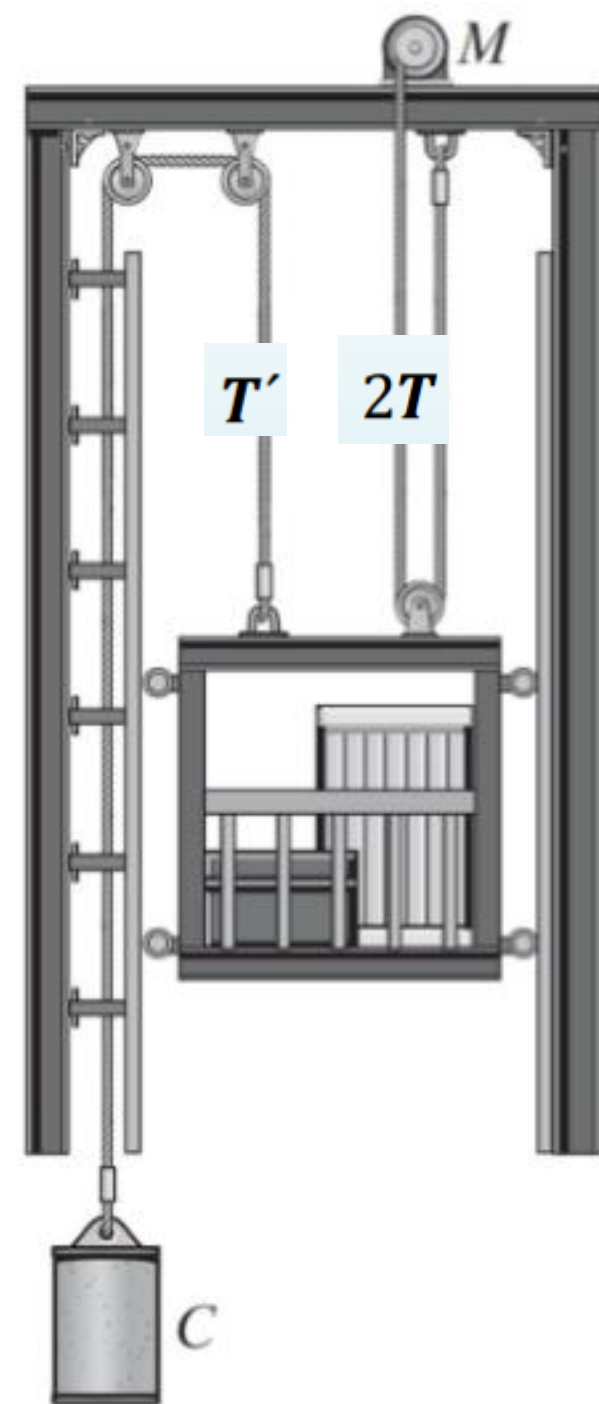


Con los valores obtenidos, calculamos la potencia promedio del motor en el tiempo considerado, y la potencia corregida teniendo en cuenta el rendimiento del mismo

$$T = 3504,92 \text{ N}$$

$$(P_o) = 2T v_a = 2(3504,92) \left( \frac{1,5 + 0,5}{2} \right) = 7009,8 \text{ W}$$

$$P = \frac{P_o}{\eta} = \frac{7009,8}{0,8} = 8762,3 \text{ W} = 8,76 \text{ kW}$$

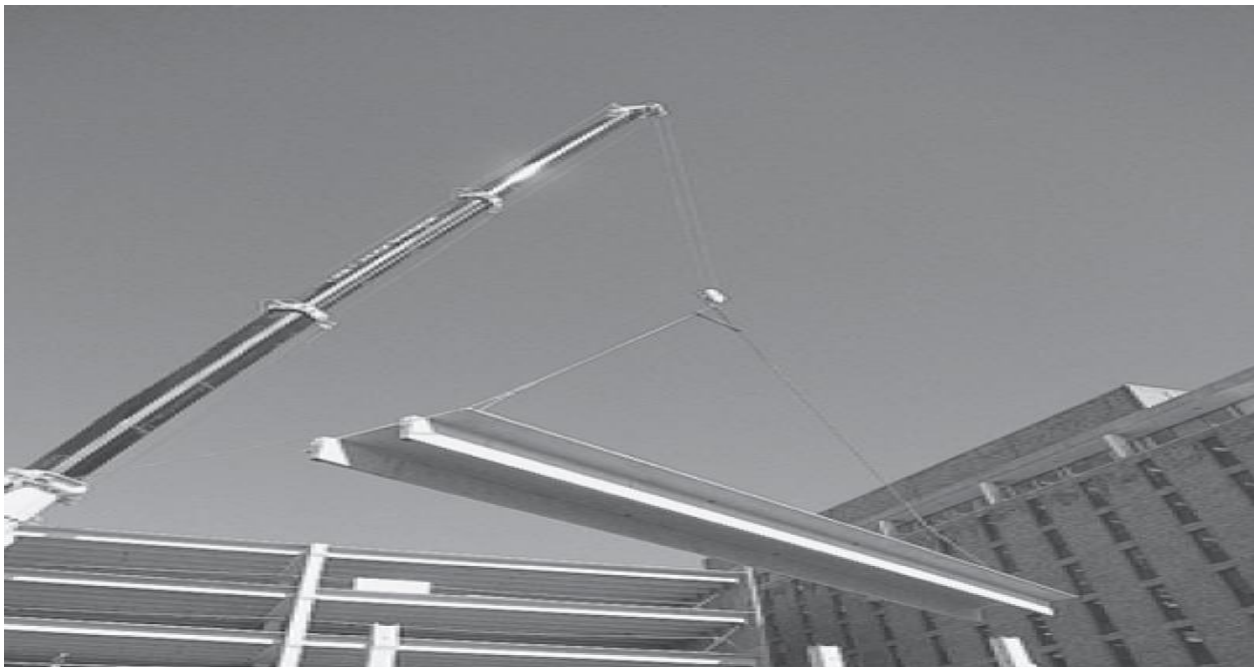


## **Ejercicio N° 3**

La grúa mostrada en la figura, levanta por un corto tiempo la viga de 2,5Tn con una fuerza  $F=(28 + 3 s^2)$  kN.

### **Calcular**

- a) La velocidad de la viga cuando se ha levantado 3 m.
- b) ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar esta altura partiendo del reposo?



#### **Datos:**

$$m_v = 2,5 \text{ T}$$

$$F=(28 + 3 s^2) \text{ kN}$$

#### **Incógnita:**

$$V_{h=3m} = ?$$

$$T_{h=3m} = ?$$

## • SOLUCIÓN

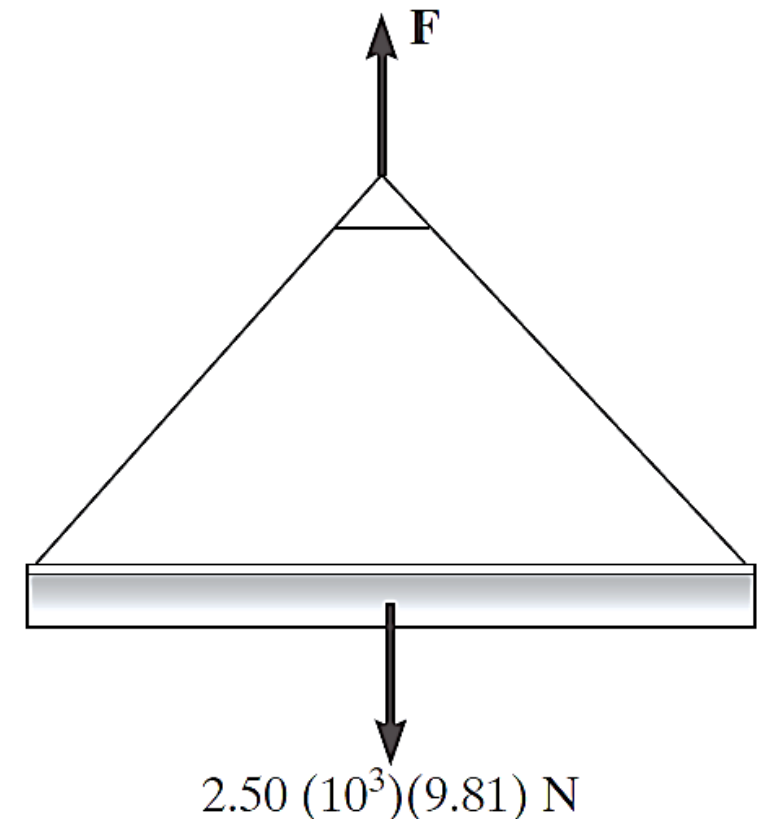
Podemos resolver una parte del problema con el principio de trabajo y energía puesto que implica fuerza, velocidad y desplazamiento.

Debe utilizarse cinemática para determinar el tiempo. Observe que: cuando,  $s=0$ ,  $F=28(10^3)\text{N} > W=2.50(10^3)(9.81)\text{N}$ , por lo que habrá movimiento.

### **Trabajo (Diagrama de cuerpo libre).**

Como se muestra en el diagrama de cuerpo libre, la fuerza  $F$  realiza trabajo positivo, que se determina mediante integración puesto que esta fuerza es variable.

Además, el peso es constante y realizará trabajo negativo ya que el desplazamiento es hacia arriba.



# Principios de trabajo y energía.

La fórmula general que vamos a utilizar

$$T_1 + \Sigma U_{1-2} = T_2$$

Reemplazamos:

$T_1 = 0$  Reposo en el instante considerado

$$0 + \int_0^s \underbrace{(28 + 3s^2)(10^3)}_{\text{Fuerza x desplazamiento.}} ds - \underbrace{(2.50)(10^3)(9.81)s}_{\text{Peso x desplazamiento.}} = \underbrace{\frac{1}{2}(2.50)(10^3)v^2}_{\frac{1}{2} m v^2}$$

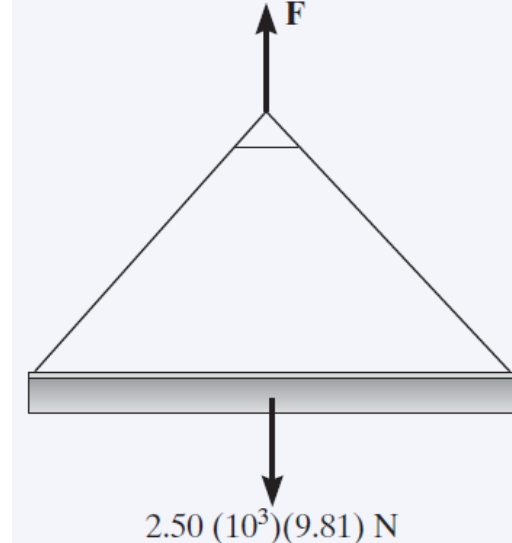
Resolviendo la integral

$$28(10^3)s + (10^3)s^3 - 24.525(10^3)s = 1.25(10^3)v^2$$

$$v = (2.78s + 0.8s^3)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Para  $s=3m$

$$v = 5.47 \text{ m/s}$$



**Datos:**

$$m_v = 2,5 \text{ T}$$

$$F = (28 + 3 s^2) \text{ kN}$$

**Incógnita:**

$$V_{h=3m} = ?$$

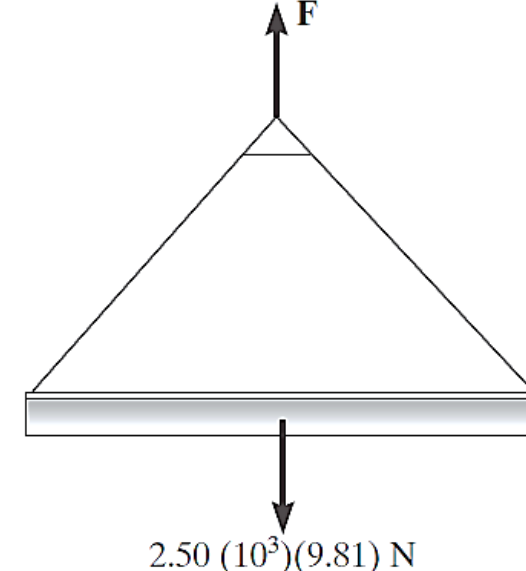
$$T_{h=3m} = ?$$

**Cinemática.** Como podemos expresar la velocidad en función del desplazamiento, el tiempo se determina con  $v = ds/dt$ . En este caso,

$$(2.78s + 0.8s^3)^{\frac{1}{2}} = \frac{ds}{dt}$$

$$t = \int_0^3 \frac{ds}{(2.78s + 0.8s^3)^{\frac{1}{2}}}$$

$$t = 1.79 \text{ s}$$



**Datos:**

$$m_v = 2,5 \text{ T}$$

$$F = (28 + 3 s^2) \text{ kN}$$

**Incógnita:**

$$V_{h=3\text{m}} = ?$$

$$T_{h=3\text{m}} = ?$$

**NOTA:** la aceleración de la viga se determina al integrar la ecuación (1) por medio de  $v dv = a ds$ , o más directamente, al aplicar la ecuación de movimiento  $F = ma$ .



## Ejercicio N° 4

El montacargas **D** y su carga tienen un peso combinado de 600 lb, en tanto que el contrapeso **C** pesa 800 lb.

Hallar la potencia entregada por el motor eléctrico **M** cuando el montacargas

- a) Se mueve hacia arriba a una velocidad constante de 8 pies/s.
- b) Tiene una velocidad instantánea de 8 pies/s y una aceleración de  $2,5 \text{ pie/s}^2$  ambas dirigidas hacia arriba.

### Datos:

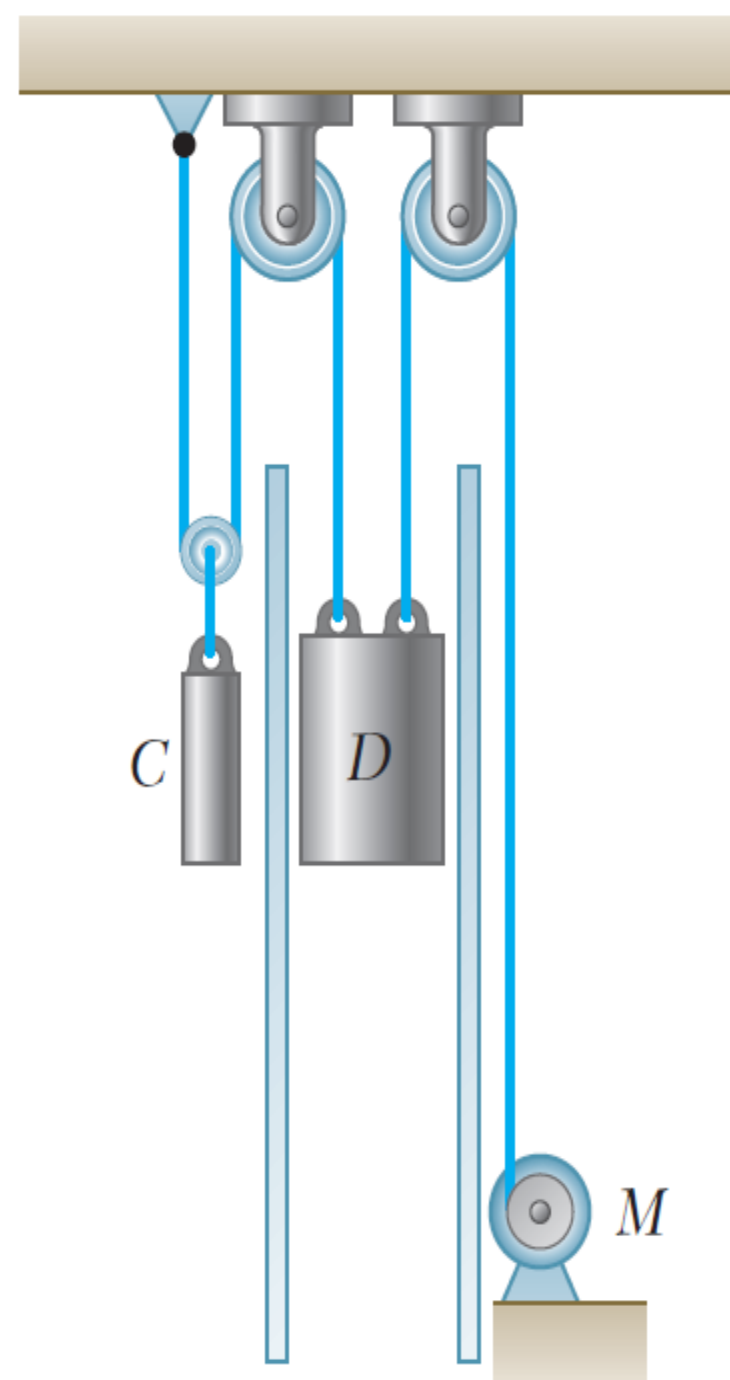
$$m_{D+Carga} = 600 \text{ lb}$$

$$m_{\text{Contrapeso}} = 800 \text{ lb}$$

### Incógnita:

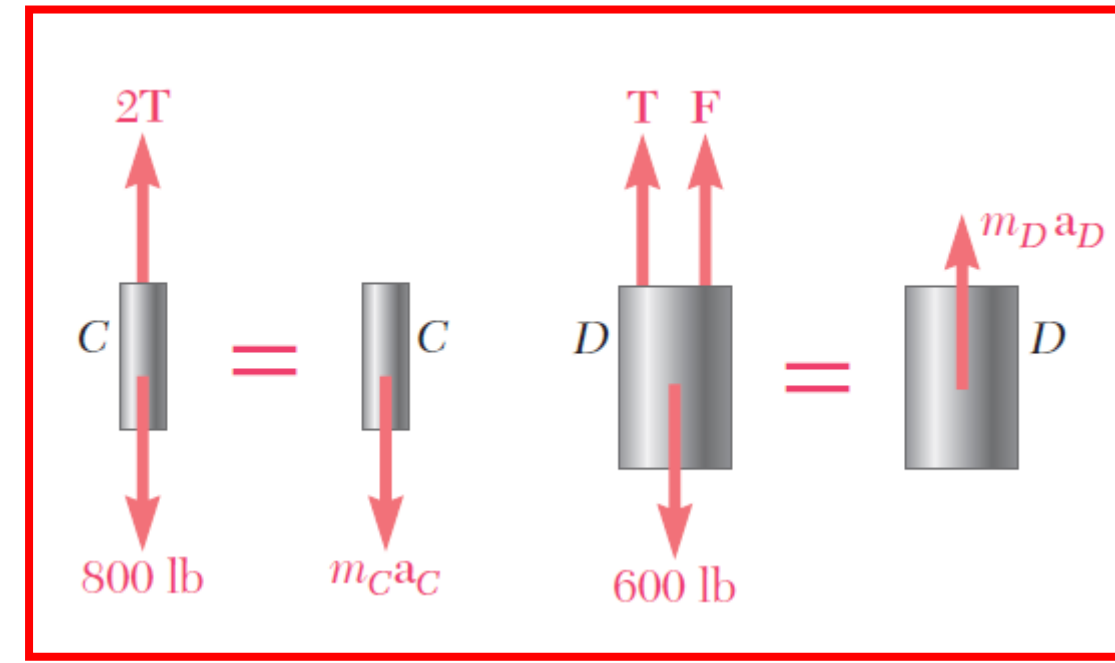
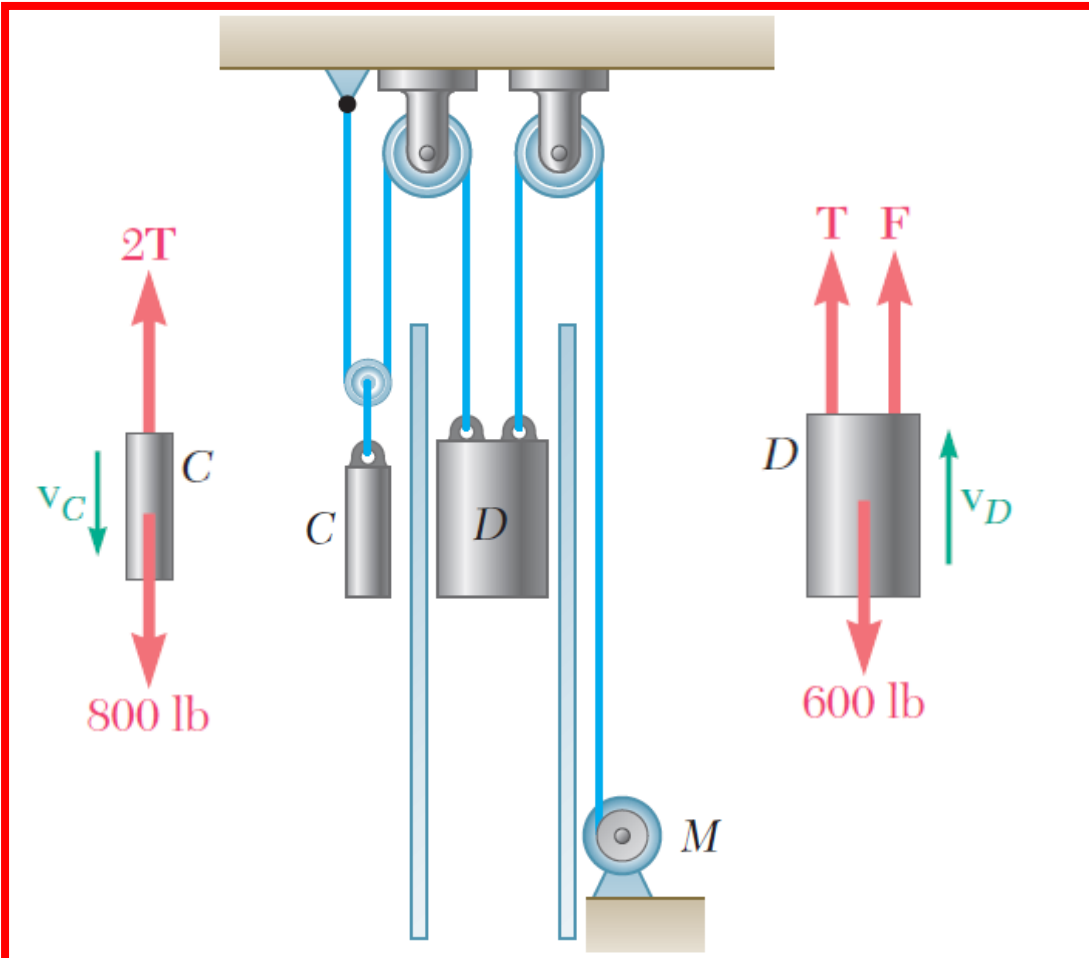
$$\text{Potencia}_{v=8\text{pies/seg CTE}} = ?$$

$$\text{Potencia}_{v=8 \text{ y } a=2,5} = ?$$



# SOLUCIÓN

Puesto que la fuerza  $F$  ejercida por el cable del motor tiene la misma dirección que la velocidad  $v_D$  del montacargas, la potencia es igual a  $Fv_D$ , donde  $v_D = 8 \text{ ft/s}$ . Para obtener la potencia, se debe determinar primero  $F$  en cada una de las dos situaciones indicadas.



## a) Movimiento uniforme. velocidad constante de 8 pies/s.

Se tiene que  $a_C = a_D = 0$ ; ambos cuerpos se encuentran en equilibrio.

Cuerpo libre C:  $+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad 2T - 800 \text{ lb} = 0 \quad \boxed{T = 400 \text{ lb}}$

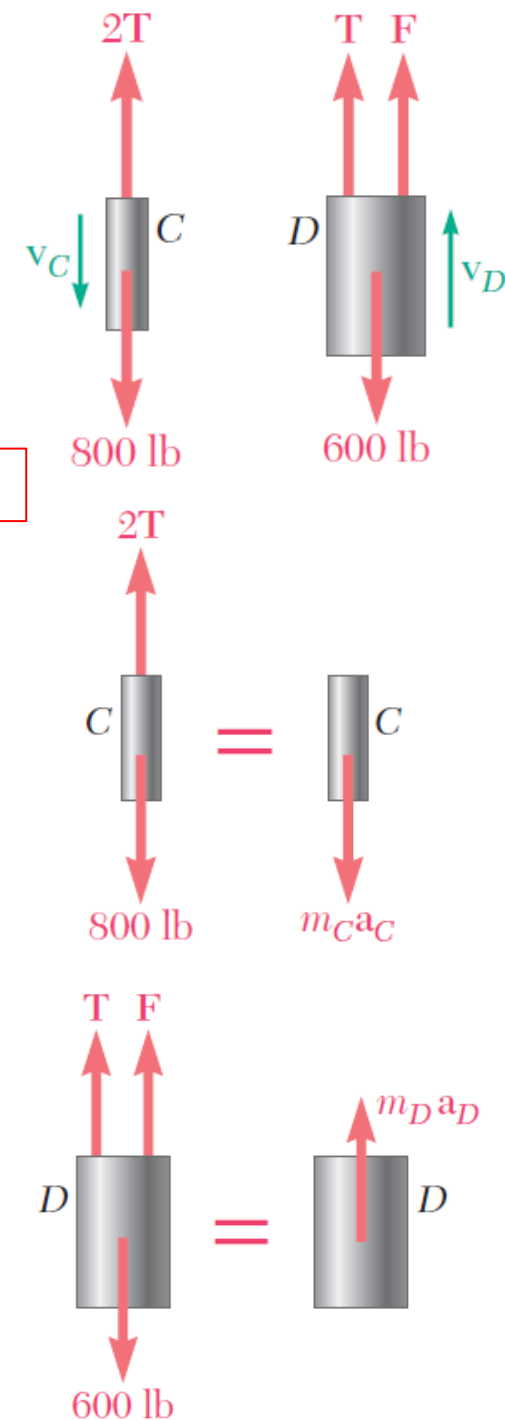
Cuerpo libre D:  $+\uparrow \Sigma F_y = 0: \quad \boxed{F + T - 600 \text{ lb} = 0}$

Despejo la F y reemplazo

$$F = 600 \text{ lb} - T = 600 \text{ lb} - 400 \text{ lb} \quad \boxed{F = 200 \text{ lb}}$$

$$\boxed{Fv_D = (200 \text{ lb})(8 \text{ ft/s}) = 1\,600 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}}$$

$$\boxed{\text{Potencia} = (1\,600 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}) \frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}} = 2.91 \text{ hp}}$$



## b) Movimiento acelerado. Se tiene

$$a_D = 2.5 \text{ ft/s}^2 \uparrow$$

$$a_C = -\frac{1}{2}a_D = 1.25 \text{ ft/s}^2 \downarrow$$

Cuerpo libre C:  $+\downarrow \Sigma F_y = m_C a_C: 800 - 2T = \frac{800}{32.2} (1.25) \quad T = 384.5 \text{ lb}$

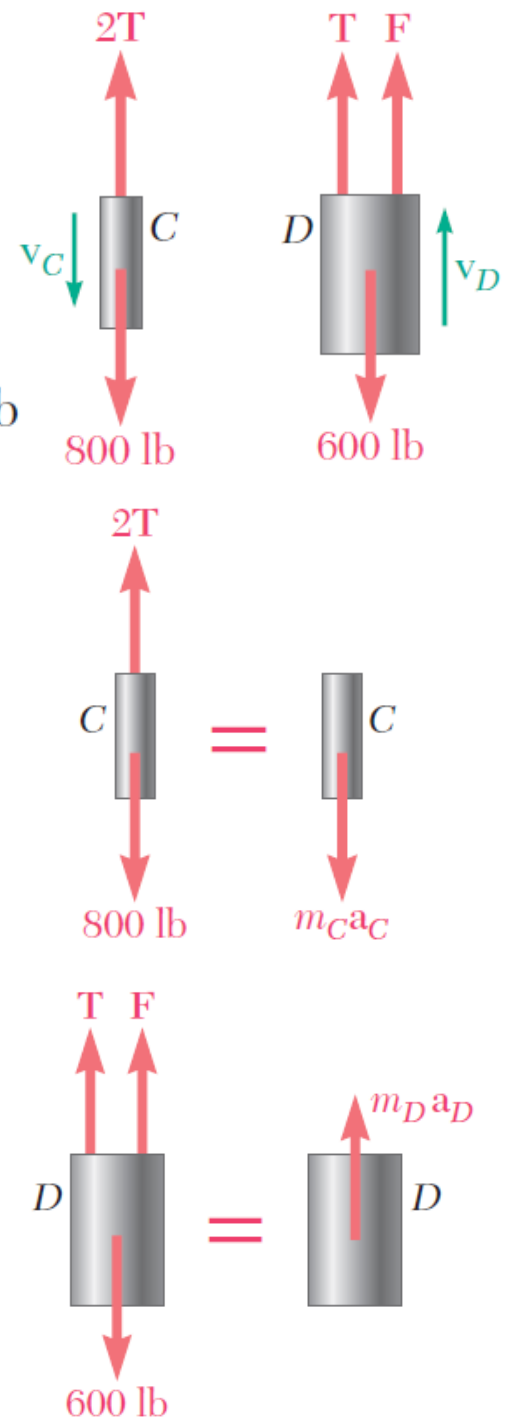
Cuerpo libre D:  $+\uparrow \Sigma F_y = m_D a_D: F + T - 600 = \frac{600}{32.2} (2.5)$

$$F + 384.5 - 600 = 46.6$$

$$F = 262.1 \text{ lb}$$

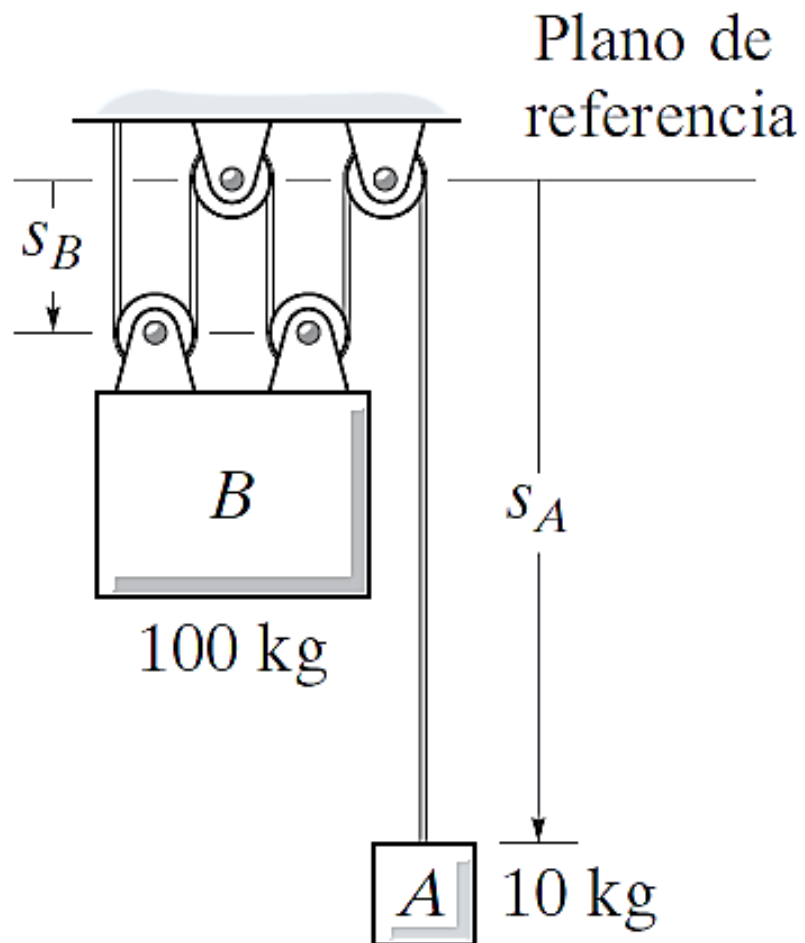
$$Fv_D = (262.1 \text{ lb})(8 \text{ ft/s}) = 2097 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

$$\text{Potencia} = (2097 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}) \frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}} = 3.81 \text{ hp}$$



## Ejercicio N° 5

La masa de los bloques A y B es de 10 kg y 100kg respectivamente. Calcule la distancia que B se desplaza cuando se suelta desde el punto de reposo hasta el punto donde su velocidad es de 2 m/s



### Datos:

$$m_A = 10 \text{ Kg}$$

$$m_B = 100 \text{ Kg}$$

### Incógnita:

$$s_{B \text{ } t=0 / v_0=2\text{m/s}} = ?$$

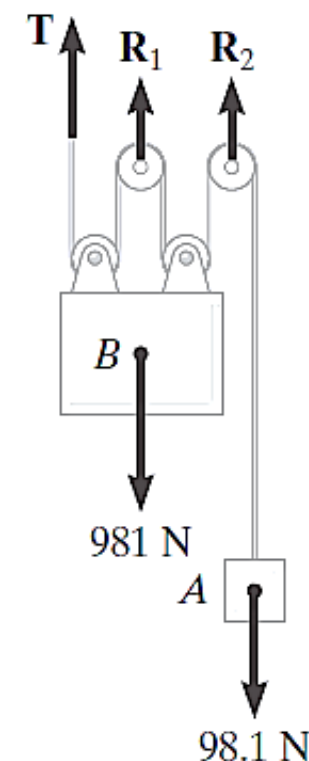
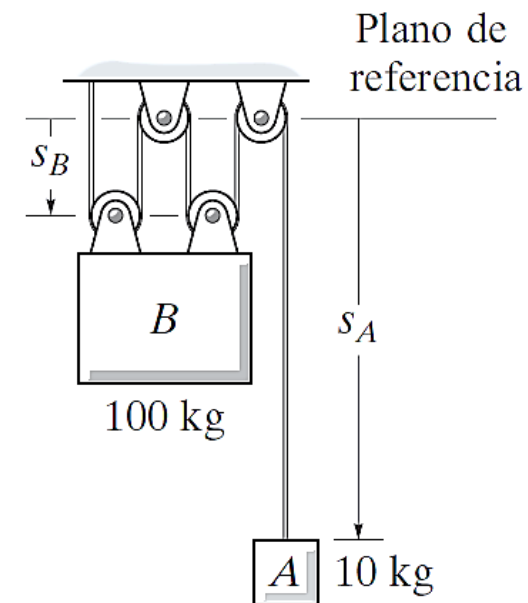
# SOLUCIÓN

Este problema se resuelve si se consideran los bloques por separado y se aplica el principio de trabajo y energía a cada bloque.

Sin embargo, el trabajo de la tensión del cable (desconocida) se elimina si los bloques  $A$  y  $B$  se consideran como un *solo sistema*.

**Trabajo (Diagrama de cuerpo libre).** Como se muestra en el diagrama de cuerpo libre del sistema, la fuerza del cable  $T$  y las reacciones  $R_1$  y  $R_2$  *no realizan trabajo*, ya que estas fuerzas representan las reacciones en los soportes y por consiguiente no se mueven mientras los bloques se desplazan.

Los dos pesos realizan trabajo positivo si *suponemos* que ambos se mueven hacia abajo en el sentido positivo de  $s_A$  y  $s_B$ .





**Principio de trabajo y energía.** Si tenemos en cuenta que los bloques se sueltan del punto de reposo, tenemos

$$\Sigma T_1 + \Sigma U_{1-2} = \Sigma T_2$$

$$\left\{ \frac{1}{2} m_A (v_A)_1^2 + \frac{1}{2} m_B (v_B)_1^2 \right\} + \{ W_A \Delta s_A + W_B \Delta s_B \} = \left\{ \frac{1}{2} m_A (v_A)_2^2 + \frac{1}{2} m_B (v_B)_2^2 \right\}$$

Reemplazamos

$$\{ 0 + 0 \} + \{ 98.1 \text{ N } (\Delta s_A) + 981 \text{ N } (\Delta s_B) \} = \left\{ \frac{1}{2} (10 \text{ kg}) (v_A)_2^2 + \frac{1}{2} (100 \text{ kg}) (2 \text{ m/s})^2 \right\} \quad (1)$$

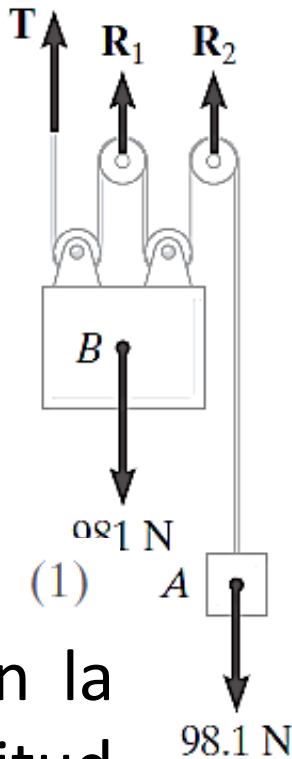
**Cinemática.** Al usar los métodos de cinemática analizados en la unidad anterior, en la figura de cuerpo libre, se ve que la longitud total  $l$  de todos los segmentos verticales de cable pueden expresarse en función de las coordenadas de posición  $s_A$  y  $s_B$  como

$$s_A + 4s_B = l$$

Por consiguiente, un cambio de posición en la ecuación de desplazamiento resulta en

$$\Delta s_A + 4 \Delta s_B = 0$$

$$\Delta s_A = -4 \Delta s_B$$

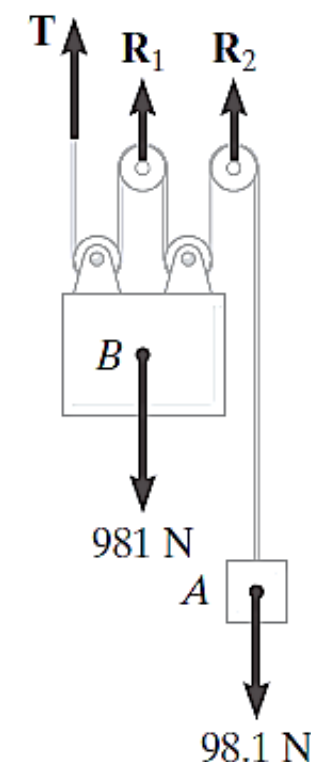
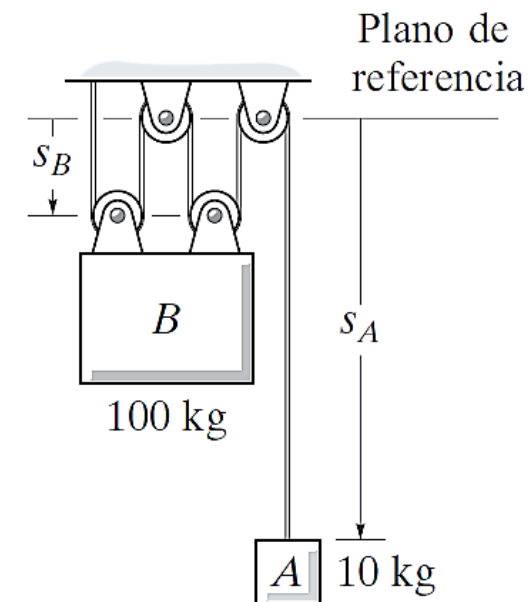


Aquí vemos que un desplazamiento hacia abajo de un bloque produce un desplazamiento hacia arriba del otro bloque. Observe que  $\Delta s_A$  y  $\Delta s_B$  deben tener la *misma* convención de signos en las ecuaciones (1) y (2).

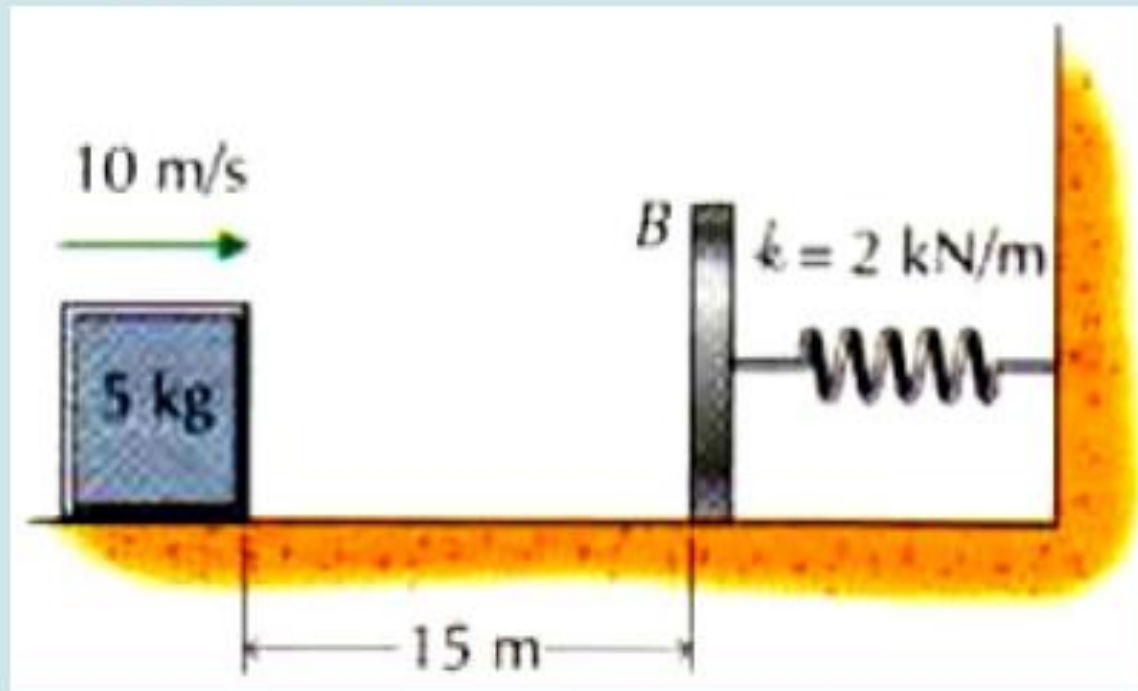
Al considerar las derivadas con respecto al, tiempo se obtiene

$$v_A = -4v_B = -4(2 \text{ m/s}) = -8 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$\Delta s_B = 0.883 \text{ m} \downarrow$$



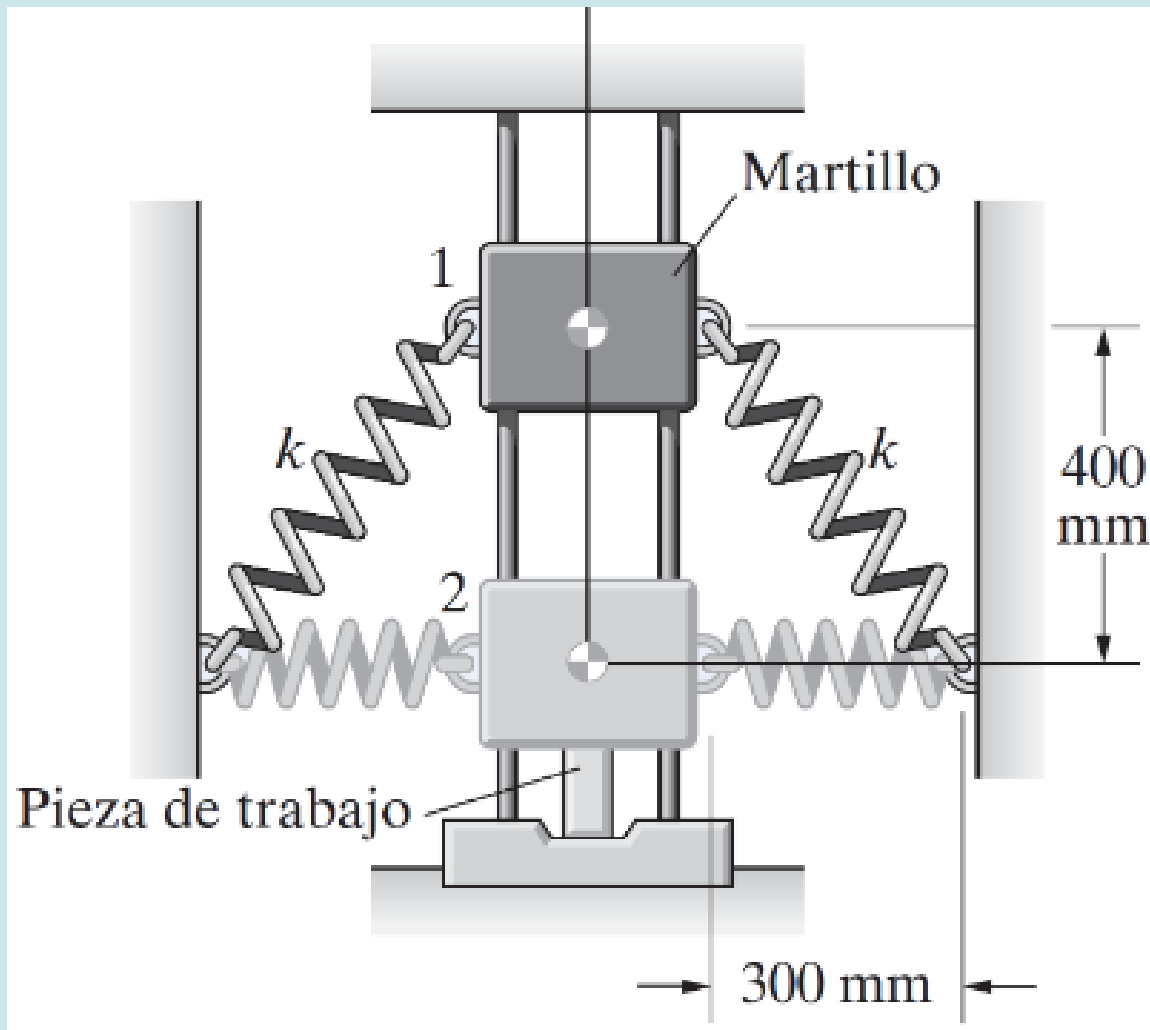
El bloque de masa **5 kg** se desliza por un plano horizontal y colisiona contra el **tope B**. El coeficiente de rozamiento entre bloque y suelo es **0,25** y despreciamos la masa del tope. La velocidad del bloque es de **10 m/s** cuando se halla a **15 m** del tope.



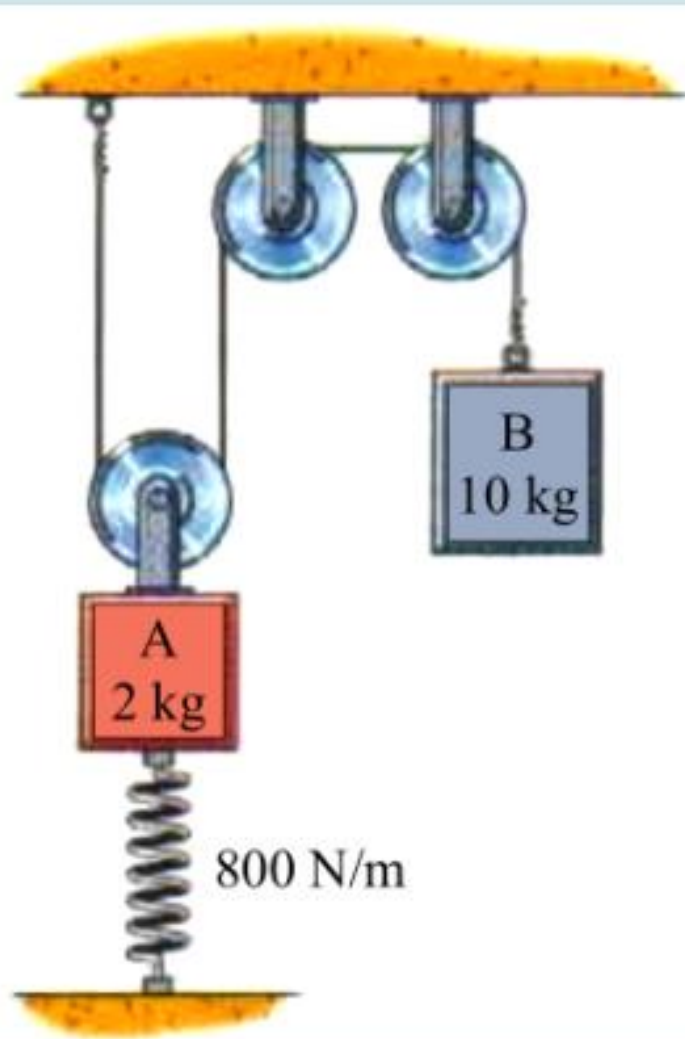
Determinar la **deformación máxima** del resorte debida al movimiento del bloque. Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

Determinar la **velocidad** del bloque en el instante en que colisiona contra el tope. Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

El martillo de **44 kg** se levanta a la posición 1 y se libera desde el reposo. Golpea una pieza cuando está en la posición 2. La constante del resorte es  **$k = 15000 \text{ N/m}$**  y los resortes están sin estirar cuando el martillo se encuentra en la posición 2. No tenga en cuenta la fricción. Determinar la velocidad del martillo justo antes de que golpee la pieza.



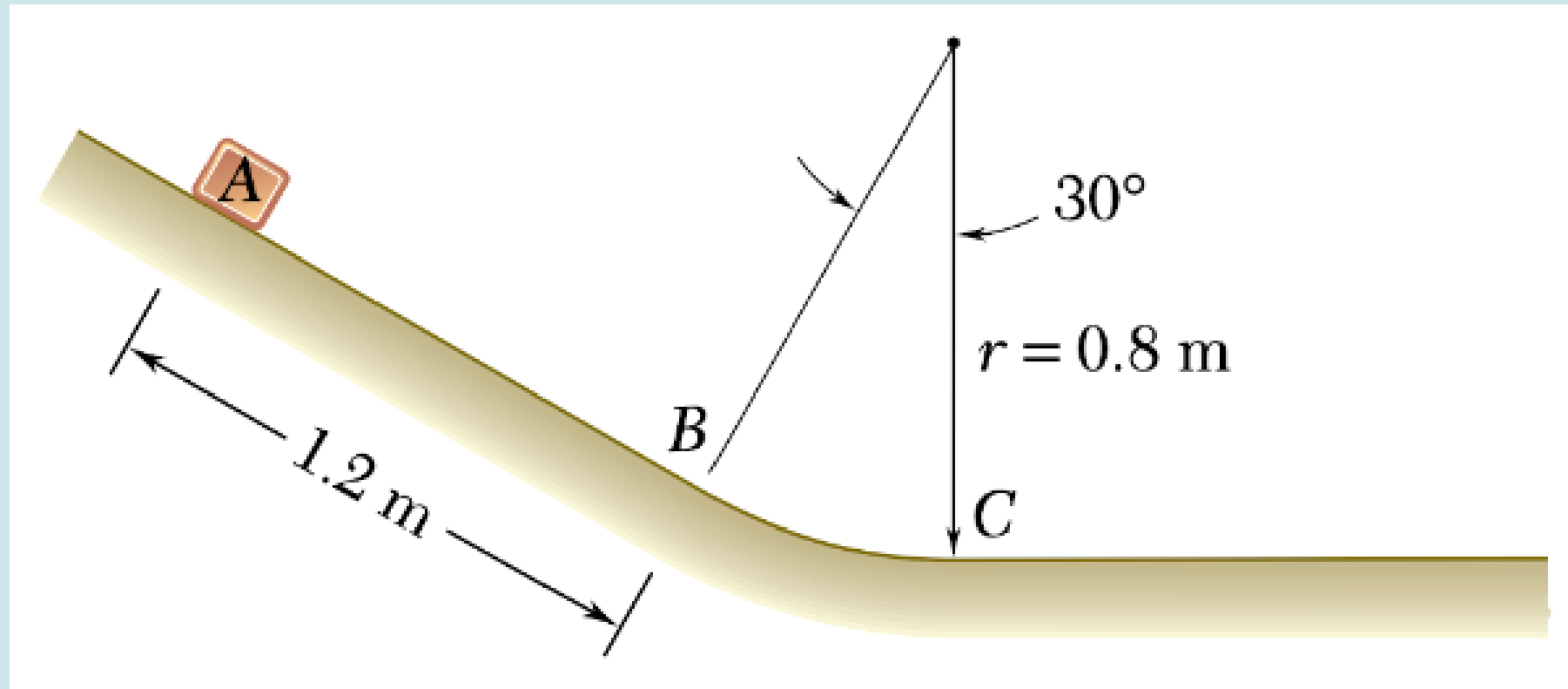
Dos bloques están unidos mediante un hilo que pasa por pequeñas poleas de masa despreciable. En la situación de reposo, el resorte tiene una deformación de **0,2207 m**.



Si se tira del bloque **B** hacia abajo **500 mm** a partir de su posición de equilibrio y se suelta partiendo del reposo, calcular la **velocidad** cuando vuelve a su posición de equilibrio.

Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

Un objeto que pesa **3000 g** se suelta desde el reposo en **A** y se desliza sin fricción a lo largo de la rampa mostrada en la figura.



Determinar la velocidad del objeto en el instante que pasa por el punto **C**.

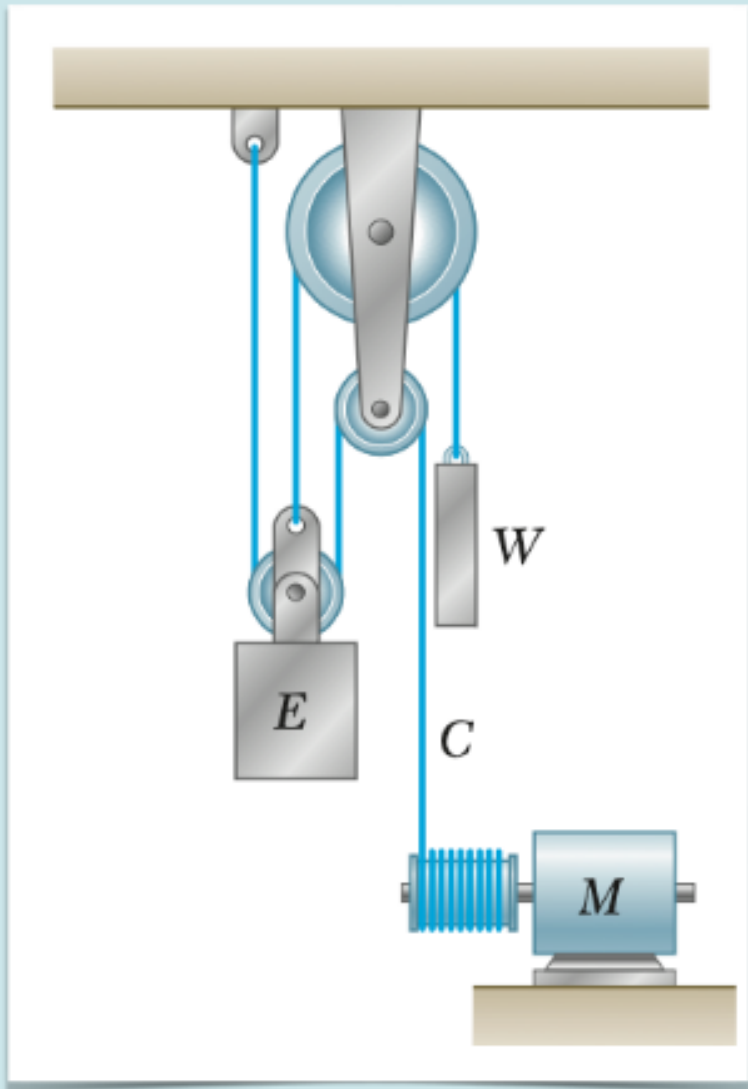
Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

Determinar la fuerza ejercida sobre el objeto por la superficie justo **antes** de que llegue al punto **C**.

Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.



El elevador  $E$  tiene una masa de 3000 kg cuando está completamente cargado y se conecta como se muestra a un contrapeso  $W$  de 1000 kg de masa.



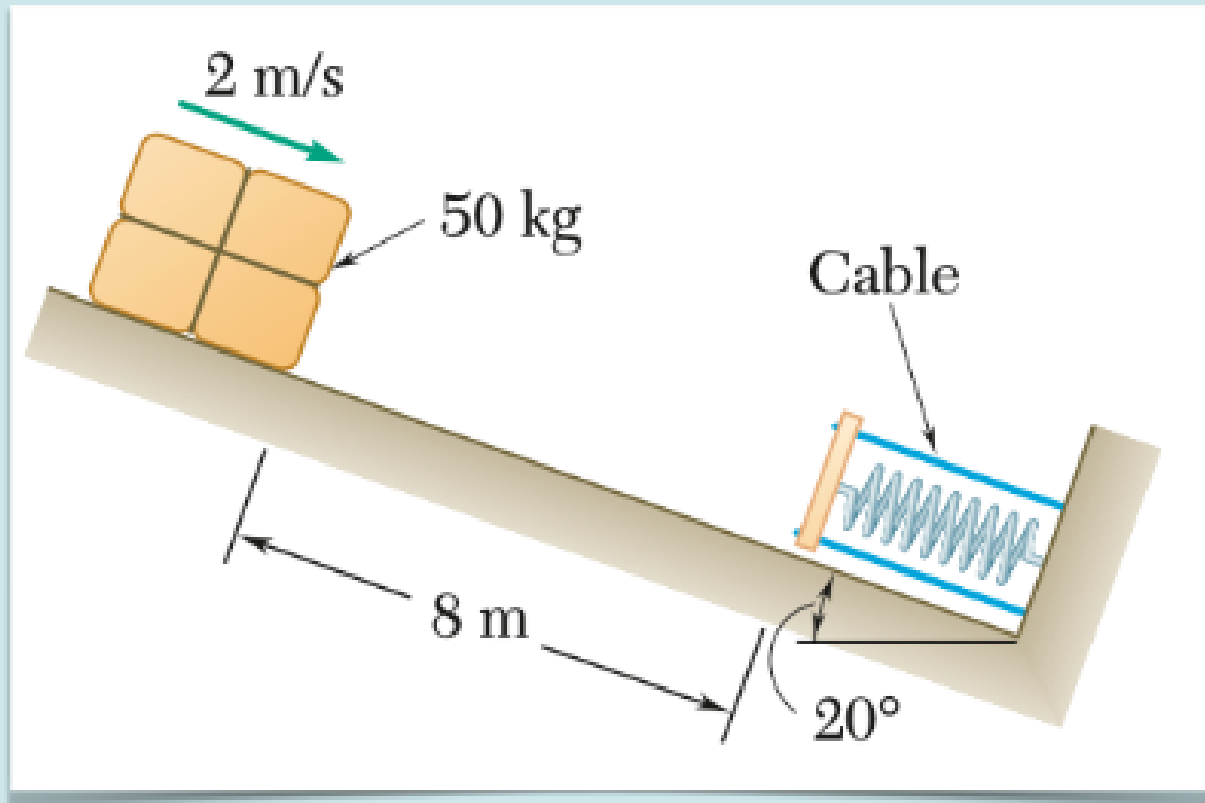
Determinar la potencia que entrega el motor cuando el elevador se mueve hacia abajo a una rapidez constante de 3 m/s.

Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

Determinar la potencia que entrega el motor cuando el elevador se mueve hacia arriba a una rapidez de 3 m/s y una desaceleración de 0,5 m/s<sup>2</sup>.

Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

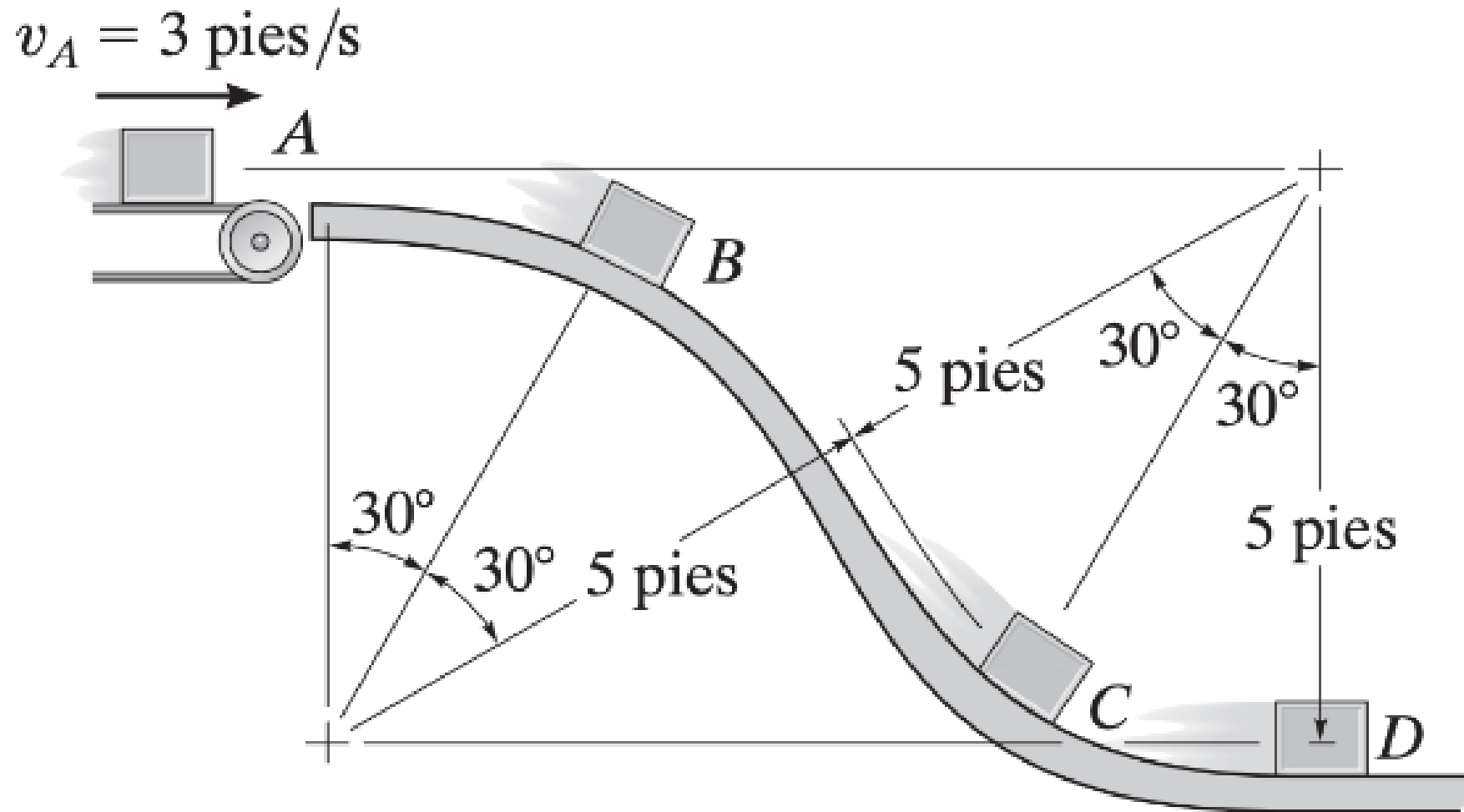
Un resorte se usa para detener un paquete de 50 kg, el cual se mueve hacia abajo sobre una pendiente de  $20^\circ$ . El resorte tiene una constante  $k = 30 \text{ kN/m}$  y se sostiene mediante cables, de manera que en un inicio está comprimido 50 mm.



Si se sabe que la velocidad del paquete es de  $2 \text{ m/s}$  cuando se encuentra a  $8 \text{ m}$  del resorte y si se **desprecia la fricción**, calcular la deformación adicional máxima del resorte para llevar el paquete al reposo

Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

Los paquetes que pesan 50 lb llegan al tobogán a  $v_A = 3$  pies/s por medio de una banda transportadora.



Ignorando la fricción y el tamaño de los paquetes, calcular:

1) Rapidez del paquete en el punto B=

2) Rapidez del paquete en el punto C=

3) Rapidez del paquete en el punto D=

4) Fuerza normal del tobogan sobre el paquete en el punto B=

5) Fuerza normal del tobogan sobre el paquete en el punto C=

Seleccionar los valores correctos y arrastrarlos a la variable correspondiente.

16,97 ft/s   5,612 ft/s   20,67 ft/s   15,14 ft/s   8,016 ft/s   14,65 ft/s   1,984 ft/s   19,07 ft/s   18,20 ft/s

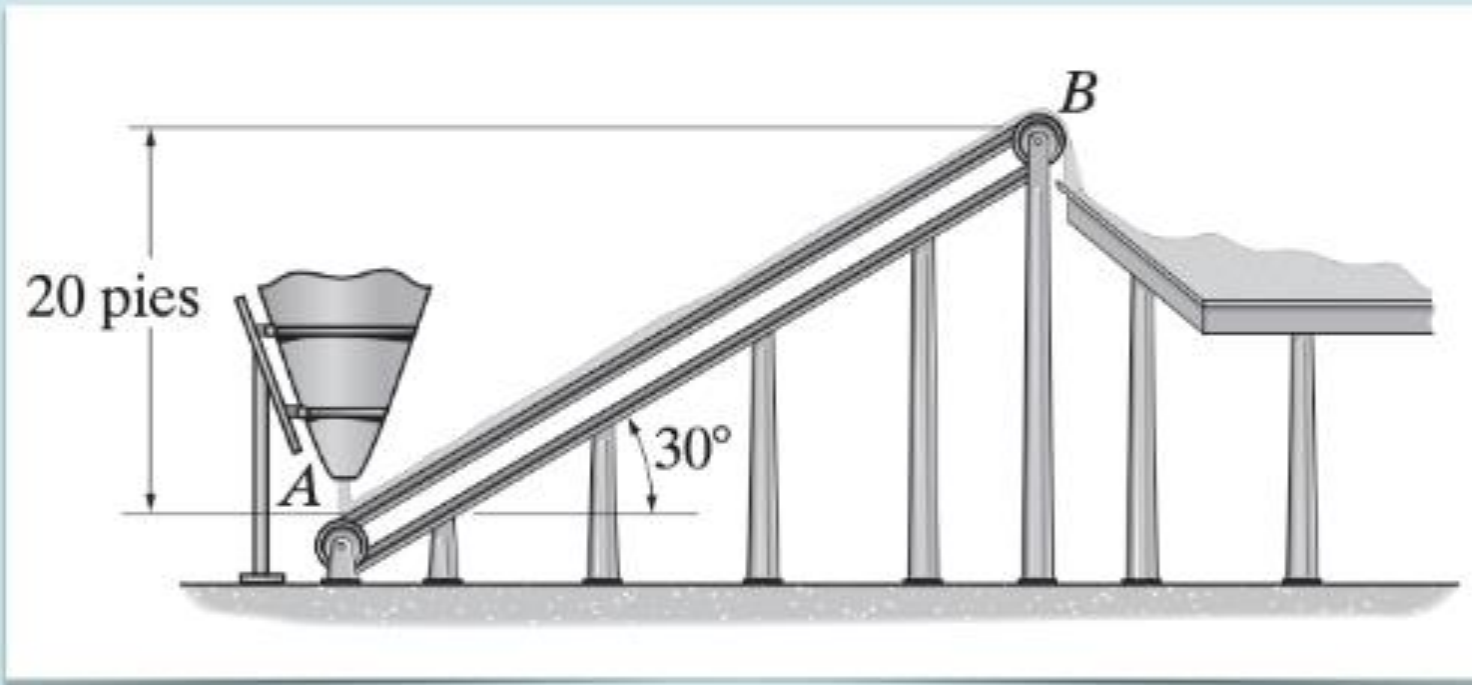
11,89 ft/s   4,981 ft/s   17,94 ft/s   3,870 ft/s   10,65 ft/s   12,90 ft/s   6,901 ft/s   9,701 ft/s   2,341 ft/s

13,12 ft/s   7,221 ft/s

48,9 lb   35,12 lb   1,864 lb   29,71 lb   238 lb   181 lb   133 lb   207 lb   27,1 lb   11,10 lb   50,4 lb

219 lb   44,8 lb   140 lb   1,242 lb   22,01 lb   1,765 lb   1,452 lb   30,98 lb   164 lb

Desde el silo en A se descarga arena a la cinta y se transporta a la plataforma de almacenamiento a razón de 360000 lb/h. Un motor eléctrico conectado a la transportadora mantiene la rapidez de la banda en 3 pies/s.



Determinar la potencia promedio generada por el motor.

Escriba el valor en el campo inferior, y seleccione la unidad adecuada.

***GRACIAS POR SU ATENCIÓN***