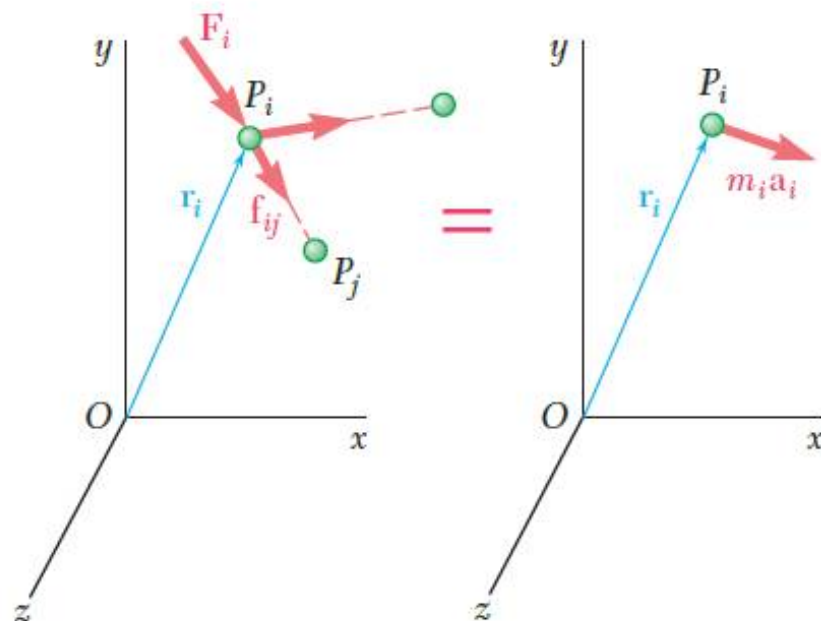


SISTEMA DE PARTÍCULAS: FUERZAS EFECTIVAS

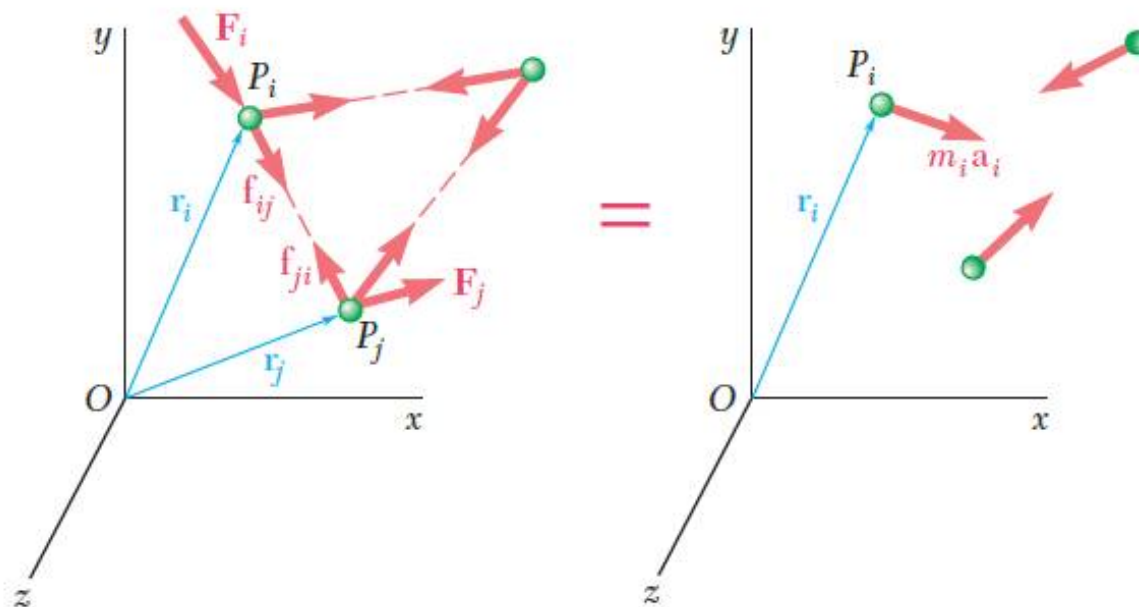
**MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS**

Ing. Carlos Barrera - 2025



$$\mathbf{F}_i + \sum_{j=1}^n \mathbf{f}_{ij} = m_i \mathbf{a}_i$$

$$\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i + \sum_{j=1}^n (\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij}) = \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{a}_i$$

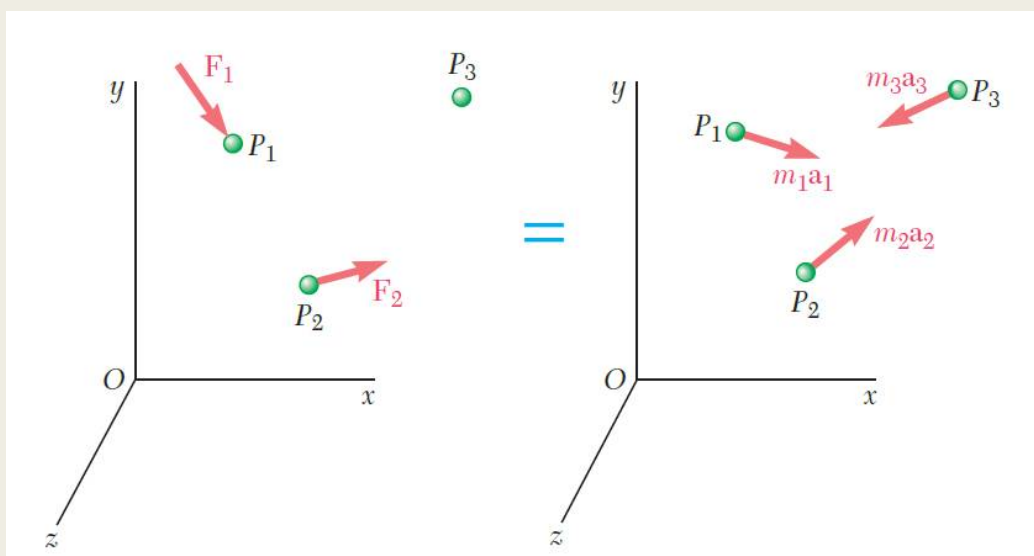


$$\mathbf{f}_{ij} + \mathbf{f}_{ji} = 0$$

$$\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij} + \mathbf{r}_j \times \mathbf{f}_{ji} = \mathbf{r}_i \times (\mathbf{f}_{ij} + \mathbf{f}_{ji}) + (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \times \mathbf{f}_{ji} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{f}_{ij} = 0 \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{ij}) = 0$$

La resultante y el momento resultante de las fuerzas internas del sistema es cero.



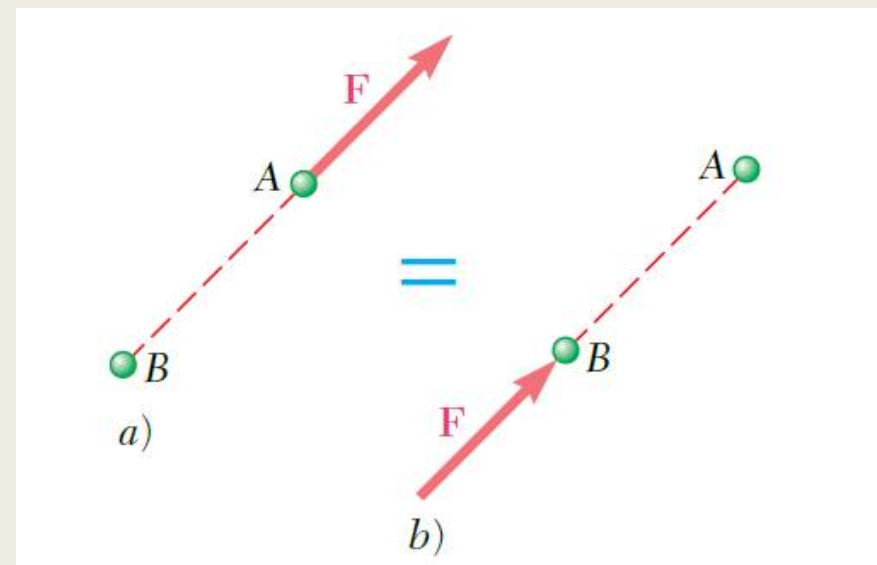
$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{a}_i$$

$$\sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{a}_i)$$

No se indica que los sistemas de fuerzas que tienen la misma resultante y el mismo momento resultante provocarán el mismo efecto sobre un sistema determinado de partículas.

El primer sistema acelera la partícula A y deja sin alterar la partícula B.

El segundo acelera a B y no afecta a A.



Cantidad de movimiento lineal de un sistema de partículas

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i$$

Cantidad de movimiento angular de un sistema de partículas

$$\mathbf{H}_O = \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i)$$

Derivando ambas ecuaciones:

$$\dot{\mathbf{L}} = \sum_{i=1}^n m_i \dot{\mathbf{v}}_i = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{a}_i$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_O &= \sum_{i=1}^n (\dot{\mathbf{r}}_i \times m_i \mathbf{v}_i) + \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times m_i \dot{\mathbf{v}}_i) \\ &= \sum_{i=1}^n (\mathbf{v}_i \times m_i \mathbf{v}_i) + \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{a}_i) \end{aligned}$$

$$\dot{\mathbf{H}}_O = \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{a}_i)$$

En conclusión:

$$\begin{aligned} \Sigma \mathbf{F} &= \dot{\mathbf{L}} \\ \Sigma \mathbf{M}_O &= \dot{\mathbf{H}}_O \end{aligned}$$

La resultante y el momento resultante alrededor de un punto fijo de las fuerzas externas son iguales a la variación de la cantidad de movimiento lineal y angular alrededor de O del sistema de partículas.