



FACULTAD  
DE INGENIERÍA

# ENGRANAJES

MECÁNICA APLICADA  
MECÁNICA Y MECANISMOS

Ing. Carlos Barrera-2025

## **OBJETIVOS**

- 1. Conocer las características de los engranajes.**
- 2. Describir las solicitudes a la que están sometidos**
- 3. Aplicar métodos de cálculo.**

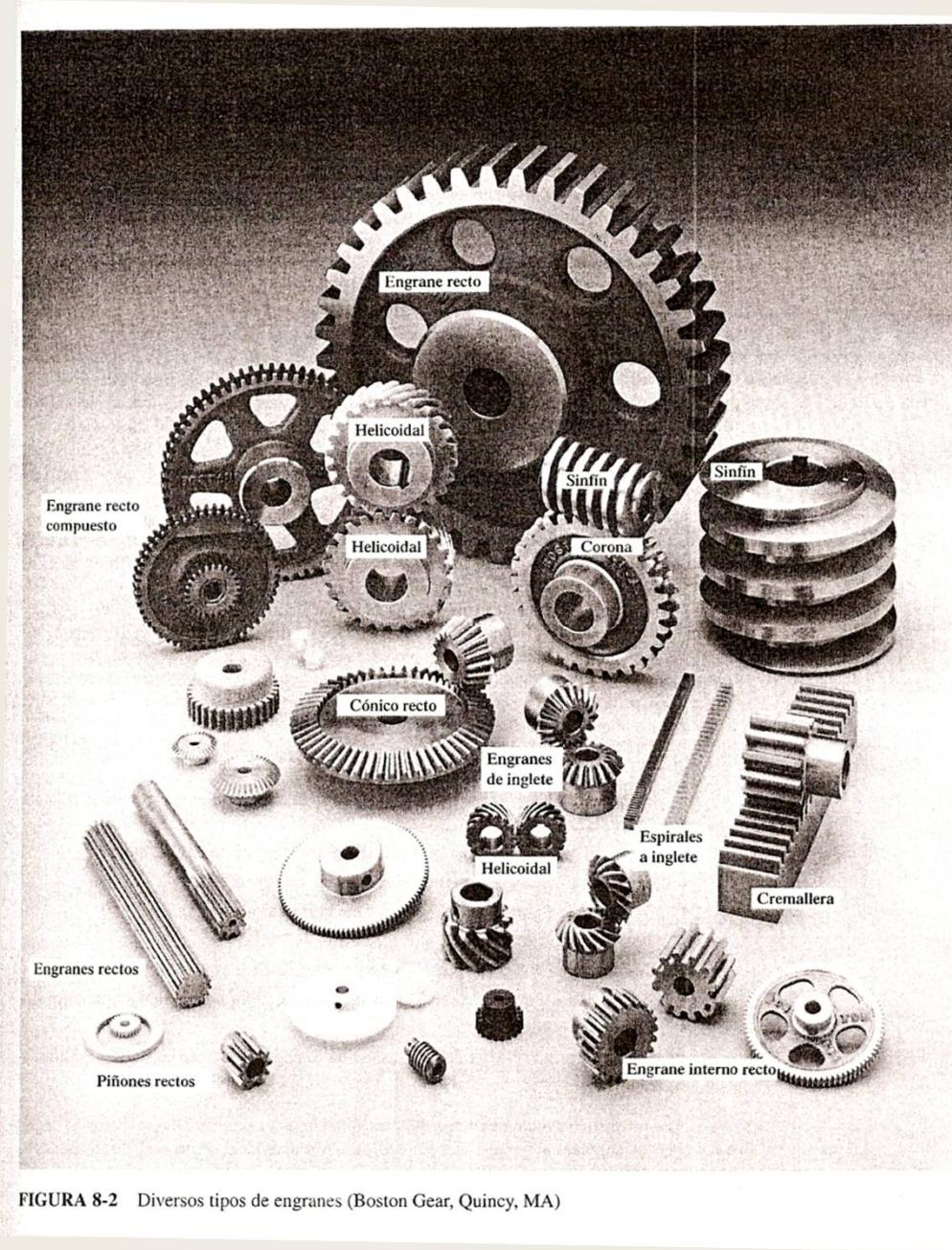


FIGURA 8-2 Diversos tipos de engranes (Boston Gear, Quincy, MA)



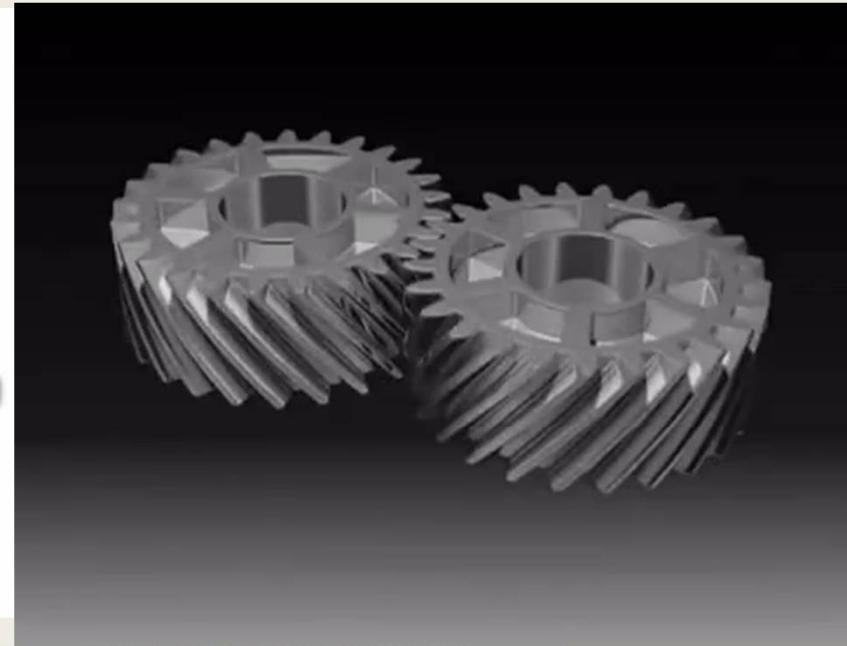
**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO

 FACULTAD  
DE INGENIERÍA

**Cátedra:**  
**MECÁNICA**  
**APLICADA-**  
**MECÁNICA Y**  
**MECANISMOS**

16:40

Ing. Carlos Barrera



## FORTALEZAS

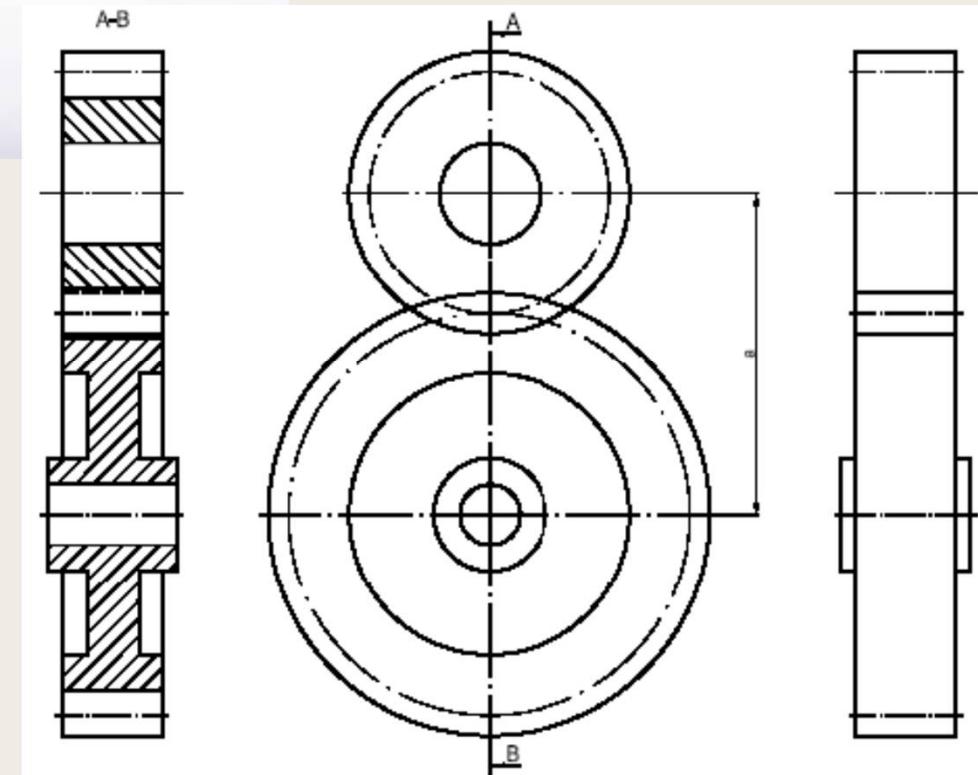
- Transmisión sin deslizamiento.
- Elevada confiabilidad.
- Duración elevada.
- Buen rendimiento.
- Mantenimiento sencillo

## DEBILIDADES

- Costo de fabricación elevado.
- Distancia entre árboles restringida.
- Produce ruido en algunos tipos constructivos.



## RECTOS

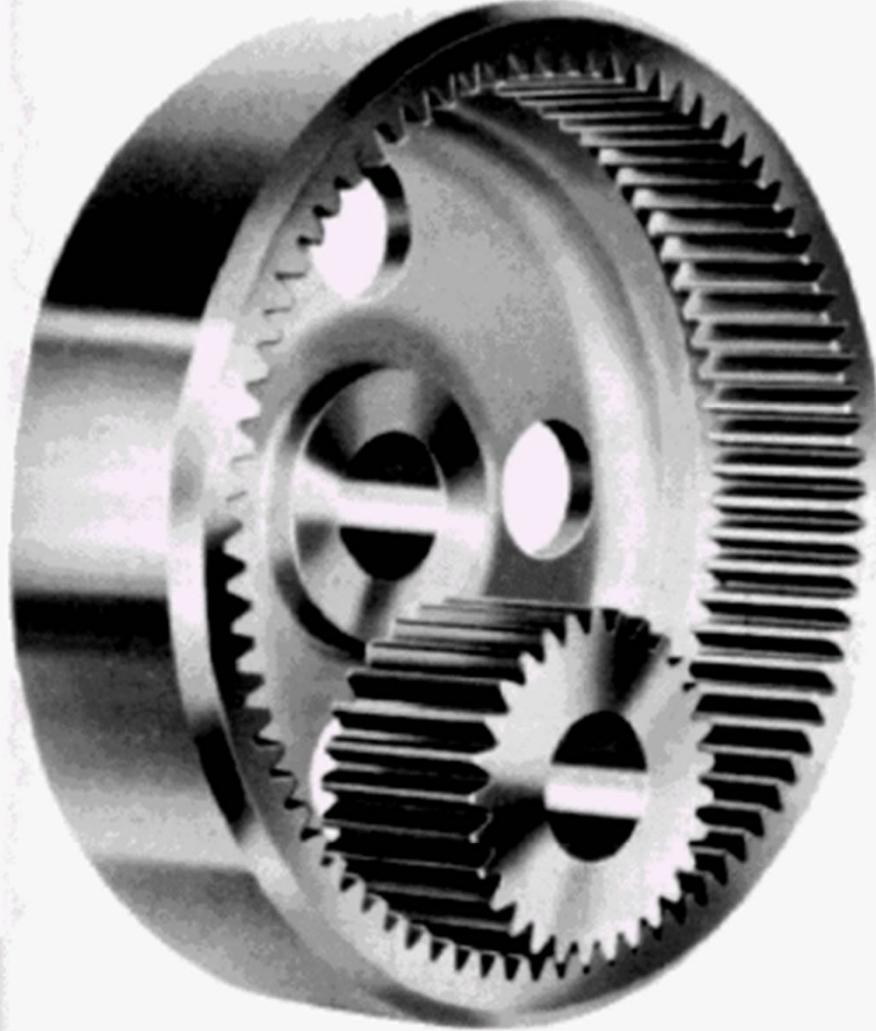


# ENGRANAJES

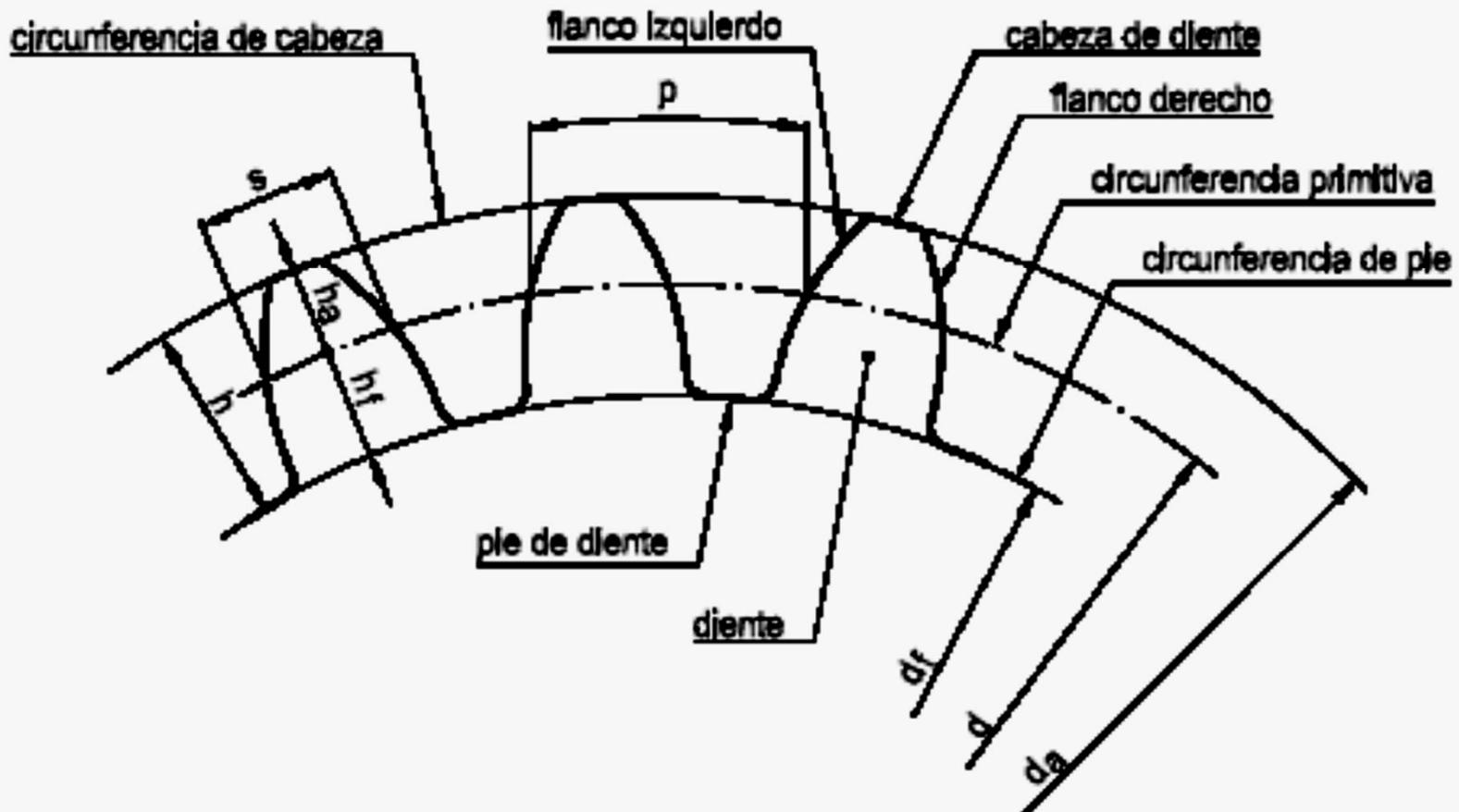


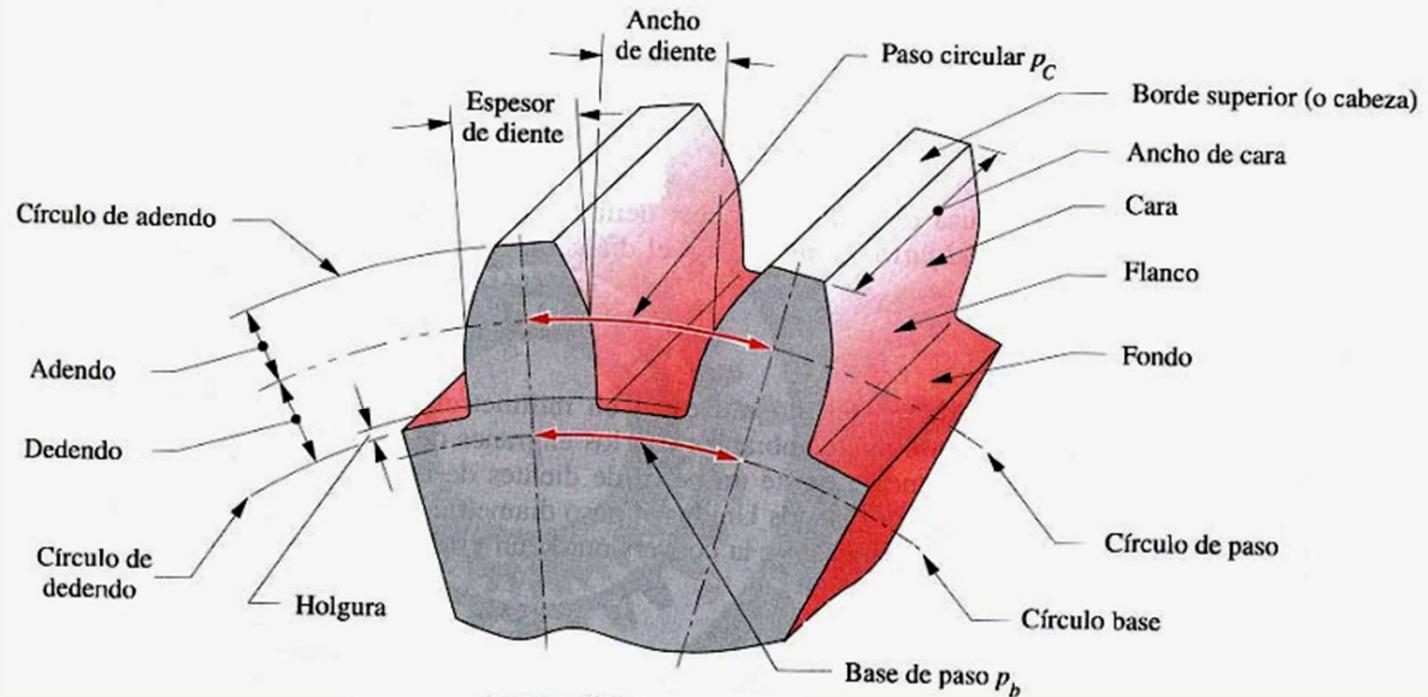
(a) externos: sentidos  
de giro **opuestos**



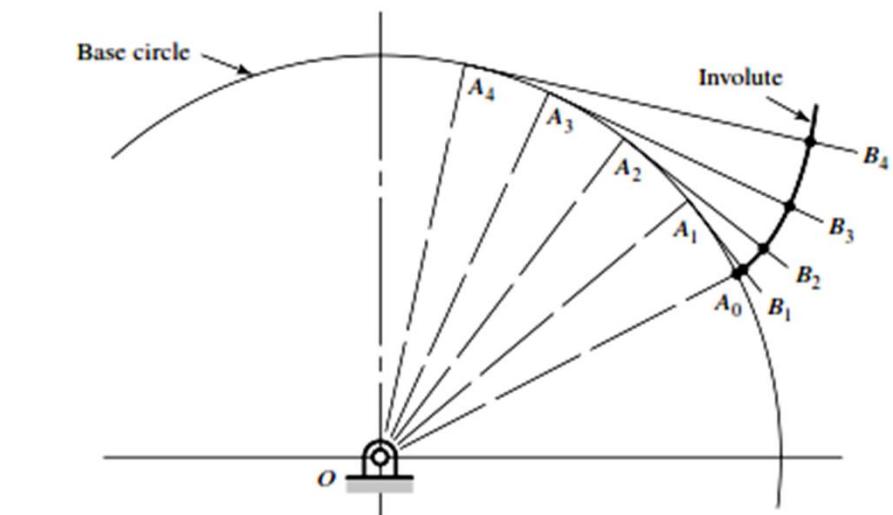
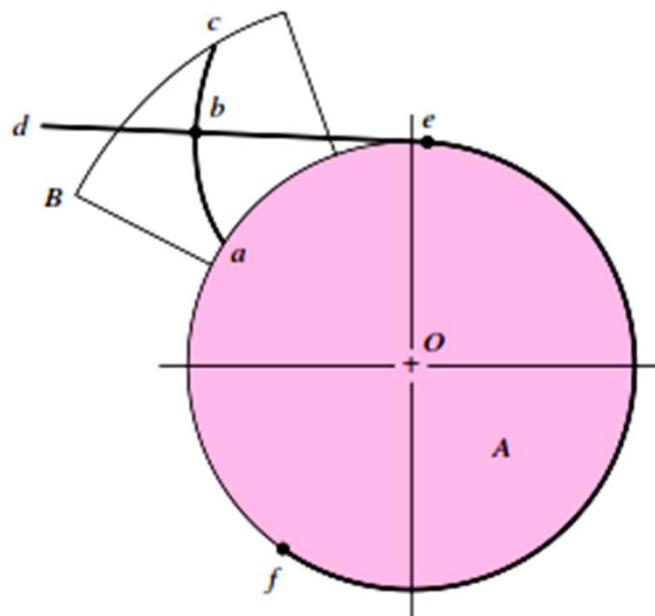


(b) internos: sentidos  
de giro **iguales**





## PERFIL DE EVOLVENTE



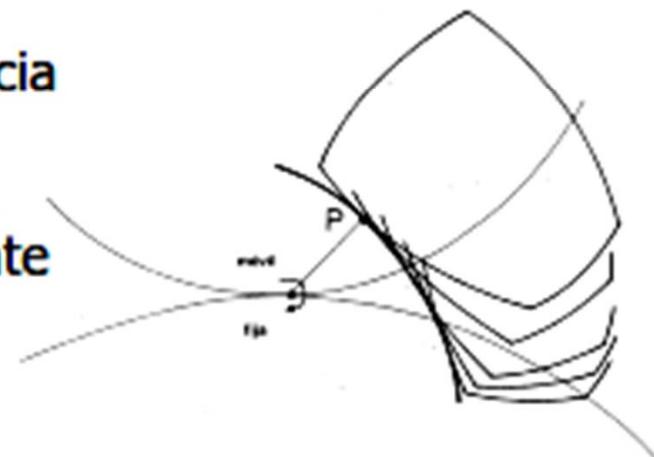
“curva generada por un punto fijo de una recta que rueda sin deslizar sobre una circunferencia llamada circunferencia básica”.

La evolvente se genera al desenrollar un hilo inextensible en tensión sobre un círculo base .

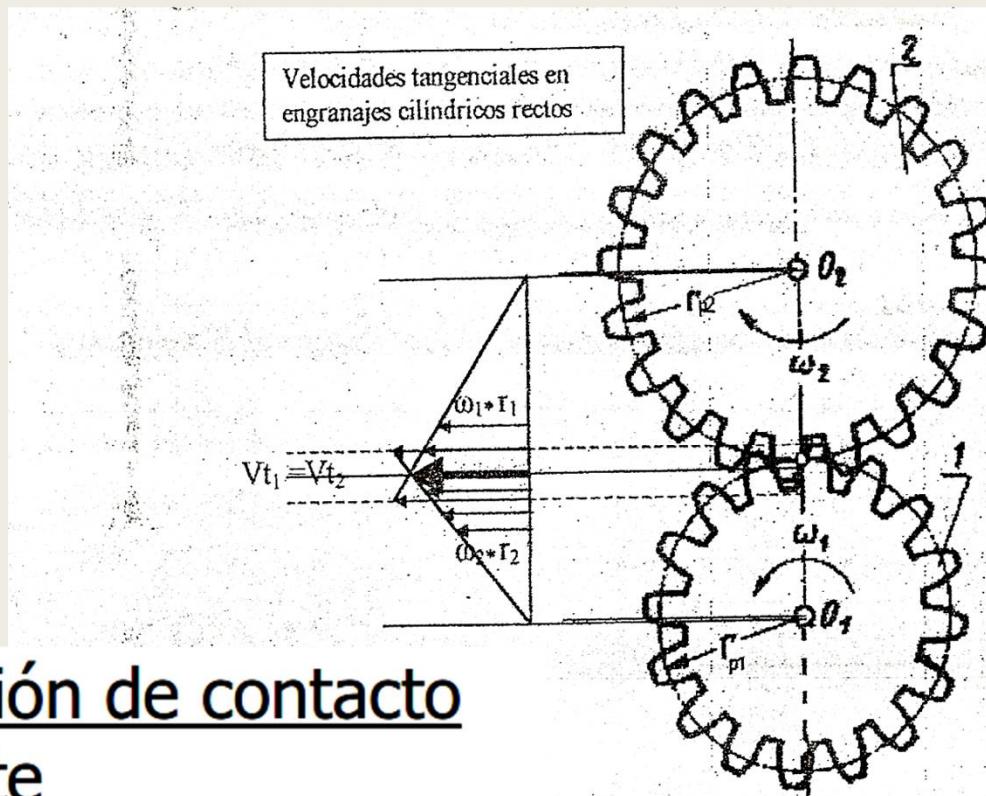
Cuando dos engranajes están acoplados, sus círculos de paso ruedan uno sobre otro sin deslizamiento. La velocidad está dada por la siguiente expresión:

$$V_1 * \omega_1 = V_2 * \omega_2$$

- Para cualquier perfil que se de a los dientes de una rueda, siempre existe un perfil para los de la otra que es **conjugado** del primero.
- Método de generación:
  - Se hace rodar una circunferencia sobre la otra
  - La evolvente de las posiciones de un diente es el perfil del diente conjugado.
  - Este método es la base de la talla de perfiles por generación



	<i>Engranajes</i>	<i>Cadenas de rodillos</i>	<i>Correas Dentadas</i>	<i>Correas Poly V</i>	<i>Correas trapezoidales</i>	<i>Correas Planas</i>
<b>Torque</b>	Muy elevado	Elevado	Bastante Elevado	Moderado	Medio	Débil
<b>Potencia</b>	Muy Elevada	Elevada	Bastante Elevada	Moderada	Media	Débil
<b>Velocidad máxima [m/s]</b>	80 a 100	13 a 20	40	60	30 a 42	80 a 100
<b>Relación de transmisión máxima</b>	1/8	1/7	1/10	1/35	1/12	1/20
<b>Posición de ejes</b>	Cualquiera	Paralelos	Paralelos	Paralelos Perpendiculares	Paralelos	Paralelos Perpendiculares
<b>Rendimiento</b>	≈98%	≤97%	≤98%	≤98%	70 a 96%	≤98%
<b>Tensión inicial</b>	No aplica	Baja	Alta	Muy Alta	Muy Alta	Elevada
<b>Vida</b>	Muy Elevada	Limitada	Limitada	Limitada	Limitada	Limitada
<b>Lubricación</b>	Necesaria	Necesaria	Innecesaria	Innecesaria	Innecesaria	Innecesaria
<b>Desventajas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrerjes precisos</li> <li>• Lubricacion</li> <li>• Costo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ruido</li> <li>• Lubricacion</li> <li>• Vibraciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ambiente agresivo</li> <li>• Tensionado</li> <li>• Longitudes estandar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ambiente agresivo</li> <li>• Tensionado</li> <li>• Longitudes estándar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ambiente agresivo</li> <li>• Rendimiento</li> <li>• Tensionado</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ambiente agresivo</li> <li>• Bajo torque</li> <li>• Tensionado</li> <li>• Union</li> </ul>
<b>Ventajas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sincronismo</li> <li>• Precisión</li> <li>• Vida útil</li> <li>• Posicion de ejes</li> <li>• Altas velocidades</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sincronismo</li> <li>• Económicas</li> <li>• Longitud a granel</li> <li>• Baja tensión inicial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sincronismo</li> <li>• Silenciosas</li> <li>• Sin lubricación</li> <li>• Absorbe vibraciones de torque</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Económicas</li> <li>• Silenciosas</li> <li>• Sin lubricación</li> <li>• Absorbe vibraciones de torque</li> <li>• Ancho reducido</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Altas velocidades</li> <li>• Silenciosas</li> <li>• Sin lubricación</li> <li>• Absorbe vibraciones de torque</li> <li>• Ancho reducido</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Altas velocidades</li> <li>• Silenciosas</li> <li>• Sin lubricación</li> <li>• Absorbe vibraciones de torque</li> <li>• Funciona como fusible</li> </ul>



- **(a) Condición de contacto permanente**

- Los perfiles NO deben penetrar ni separarse



- Las componentes normales de  $V_{A1}$  y  $V_{A2}$  han de ser iguales

# LEY FUNDAMENTAL DE ENGRANE

- Evolvente → Longitud recorrida por el punto de contacto sobre la línea de engrane es igual al arco girado por las circunferencias básicas.

$$\overline{PP'} = \widehat{QQ'} = \widehat{Q_2Q_2}$$

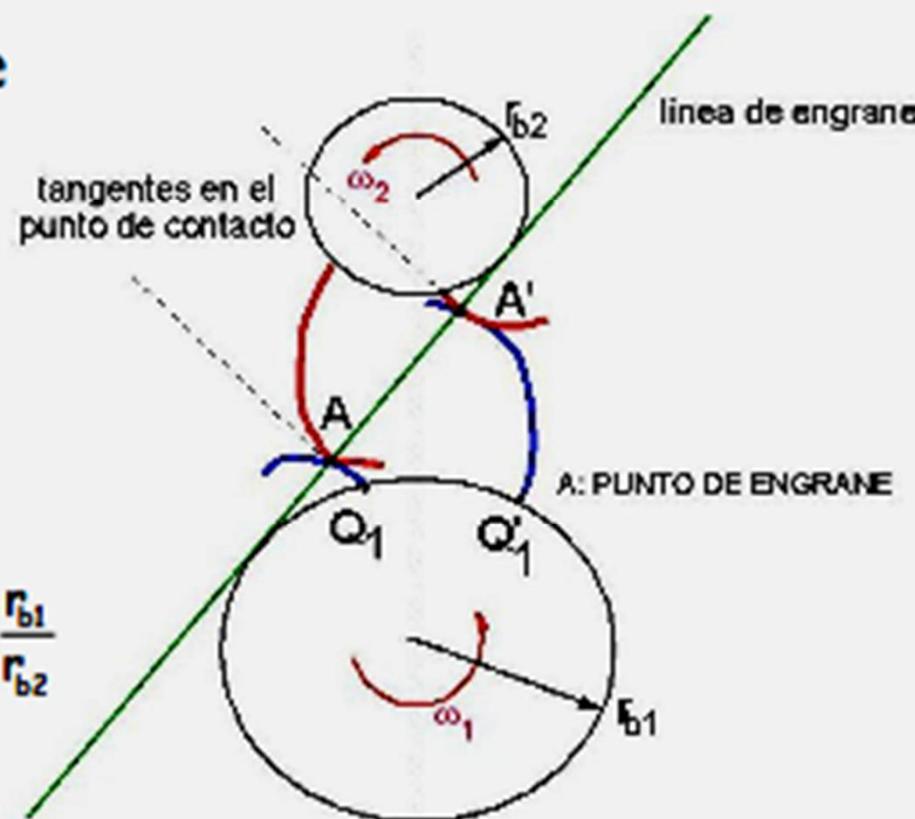
- Como  $\widehat{QQ'} = \alpha \cdot r_b$

$$\alpha_1 \cdot r_{b1} = \alpha_2 \cdot r_{b2}$$

$$\omega_1 \cdot \Delta t \cdot r_{b1} = \omega_2 \cdot \Delta t \cdot r_{b2} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}}$$

- Así pues

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = \text{cte}$$



## DIMENSIONES PRINCIPALES

**CILINDRO PRIMITIVO:** superficie cilíndrica, coaxial a la rueda, que se toma como referencia para definir las dimensiones del diente. Su sección por un plano perpendicular al eje de la rueda, da lugar al círculo primitivo.

**CILINDRO DE CABEZA:** superficie cilíndrica, coaxial a la rueda, que limita las cabezas de los dientes. Al seccionarlo por un plano perpendicular al eje de la rueda, se obtiene el círculo de cabeza.

**CILINDRO DE PIE:** superficie cilíndrica, coaxial a la rueda, que limita los pies de los dientes. Al seccionarlo por un plano perpendicular al eje de la rueda, se obtiene el círculo de pie.

**DIÁMETRO PRIMITIVO (d):** diámetro del círculo primitivo.

**DIÁMETRO DE CABEZA ( $d_a$ ):** diámetro del círculo de cabeza.

$$d_a = d + 2h_a$$

**DIÁMETRO DE PIE ( $d_f$ ):** diámetro del círculo de pie.

$$d_f = d - 2h_f$$

**NUMERO DE DIENTES (z):** es el número de dientes de la rueda.

**PASO (p):** longitud del arco de la circunferencia primitiva comprendido entre dos flancos homólogos consecutivos.

$$p = 3,14d/z$$

**MODULO (m):** es la relación entre el diámetro primitivo expresado en milímetros y el número de dientes de la rueda. Su valor está normalizado.

$$m=d/z$$

**ESPESOR DEL DIENTE (s):** longitud del arco de la circunferencia primitiva comprendido entre los dos flancos de un diente.

$$s=p/2$$

**LONGITUD DEL DIENTE (b):** longitud de la parte dentada, medida siguiendo la generatriz del cilindro primitivo.

**ALTURA DE CABEZA DE DIENTE ( $h_a$ ):** distancia radial entre la circunferencia de cabeza y la circunferencia primitiva.

$$h_a=m$$

**ALTURA DE PIE DE DIENTE ( $h_r$ ):** distancia radial entre la circunferencia de pie y la circunferencia primitiva.

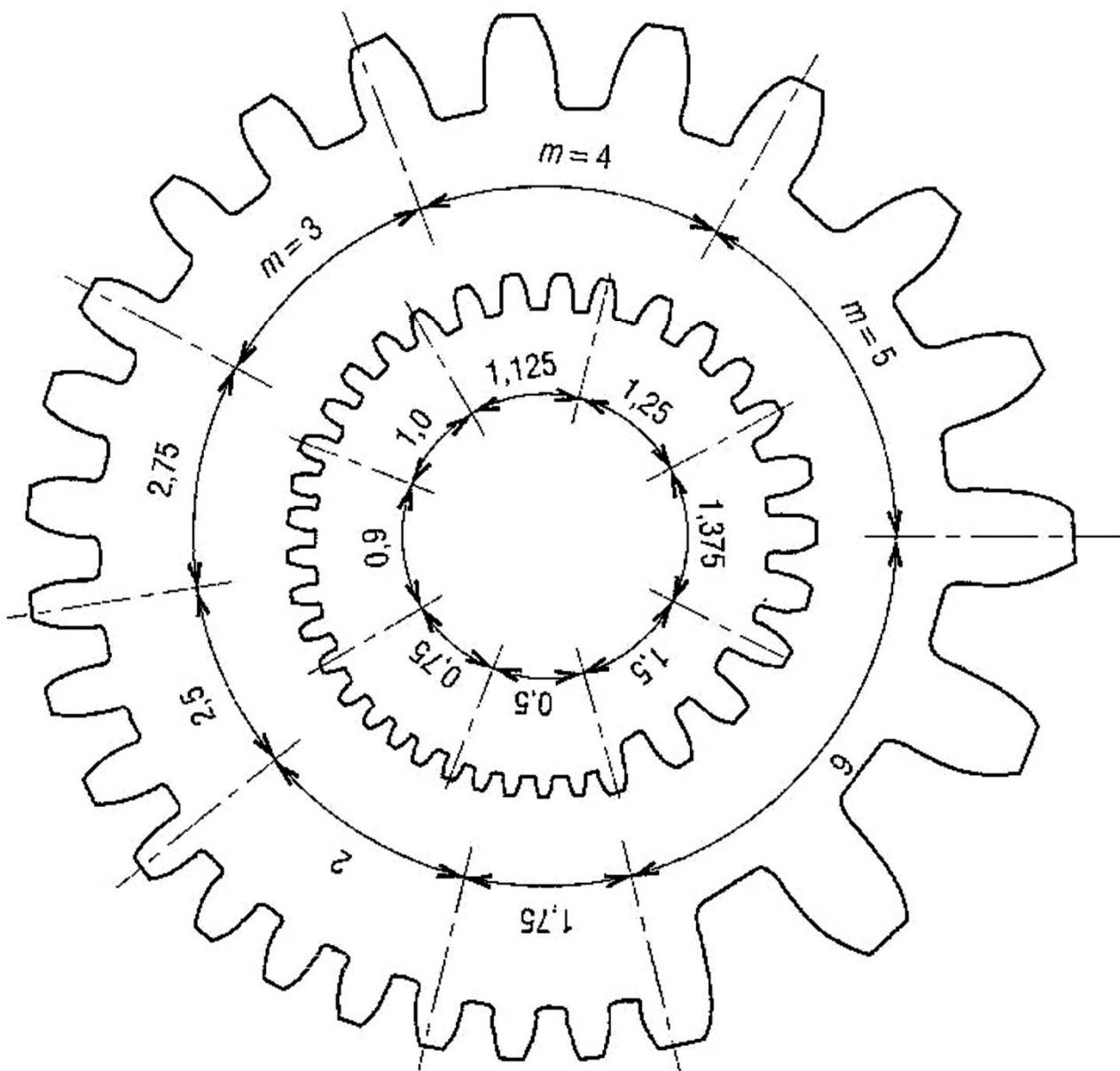
$$h_r=1,25m$$

**ALTURA DE DIENTE (h):** distancia radial entre la circunferencia de cabeza y la circunferencia de pie.

$$h=h_a+h_r$$

Módulos	
Preferidos	2 <sup>da</sup> Opción
1	1.125
1.25	1.375
1.5	1.75
2	2.25
2.5	2.75
3	3.5
4	4.5
5	5.5
6	7
8	9
10	11
12	14
16	18
20	22
25	28
32	36
40	45

Paso diametal	
Bastos	Finos
2	20
2.25	24
2.5	32
3	40
4	48
6	64
8	80
10	96
12	120
16	150



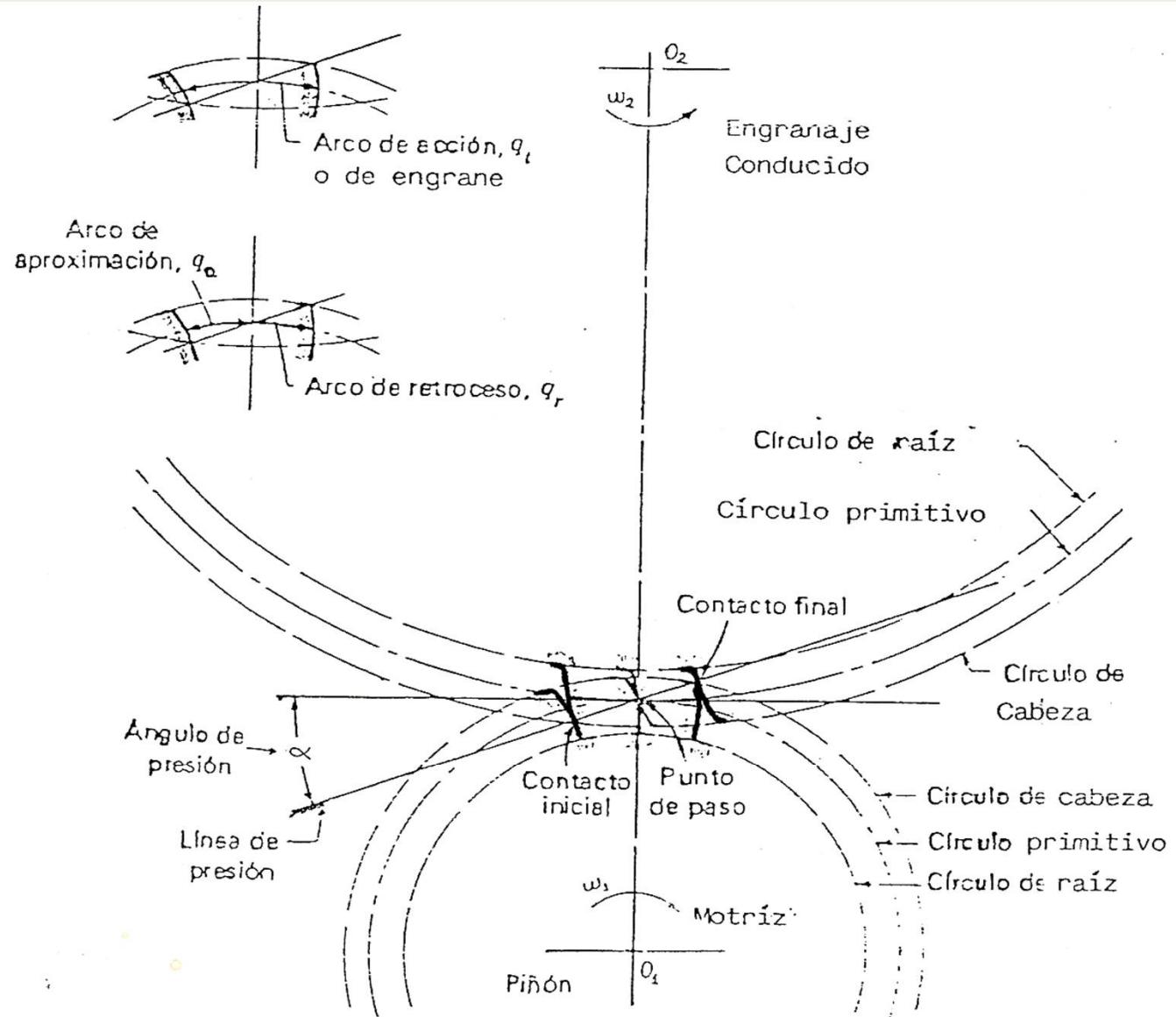
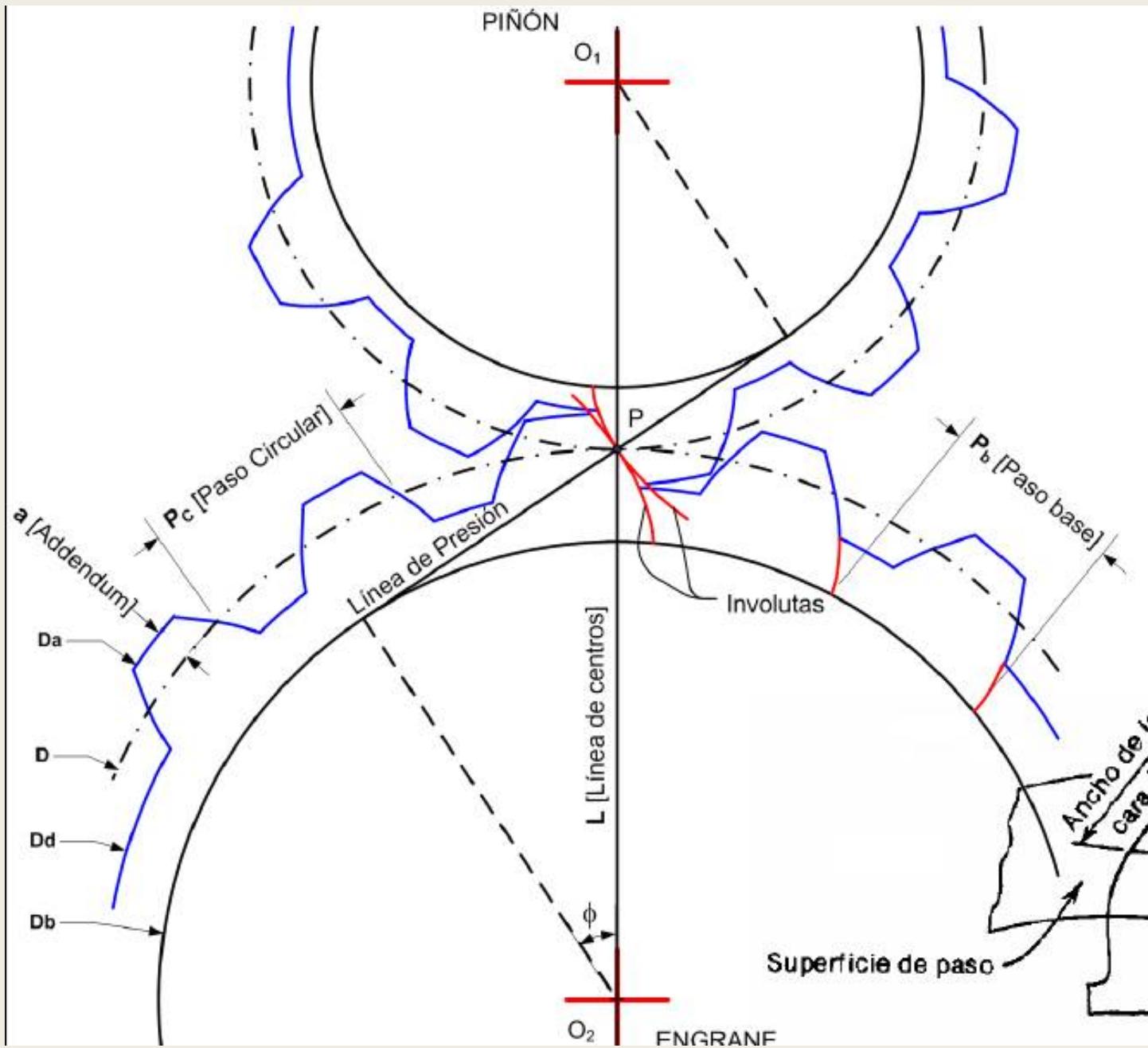


Figura 9-23



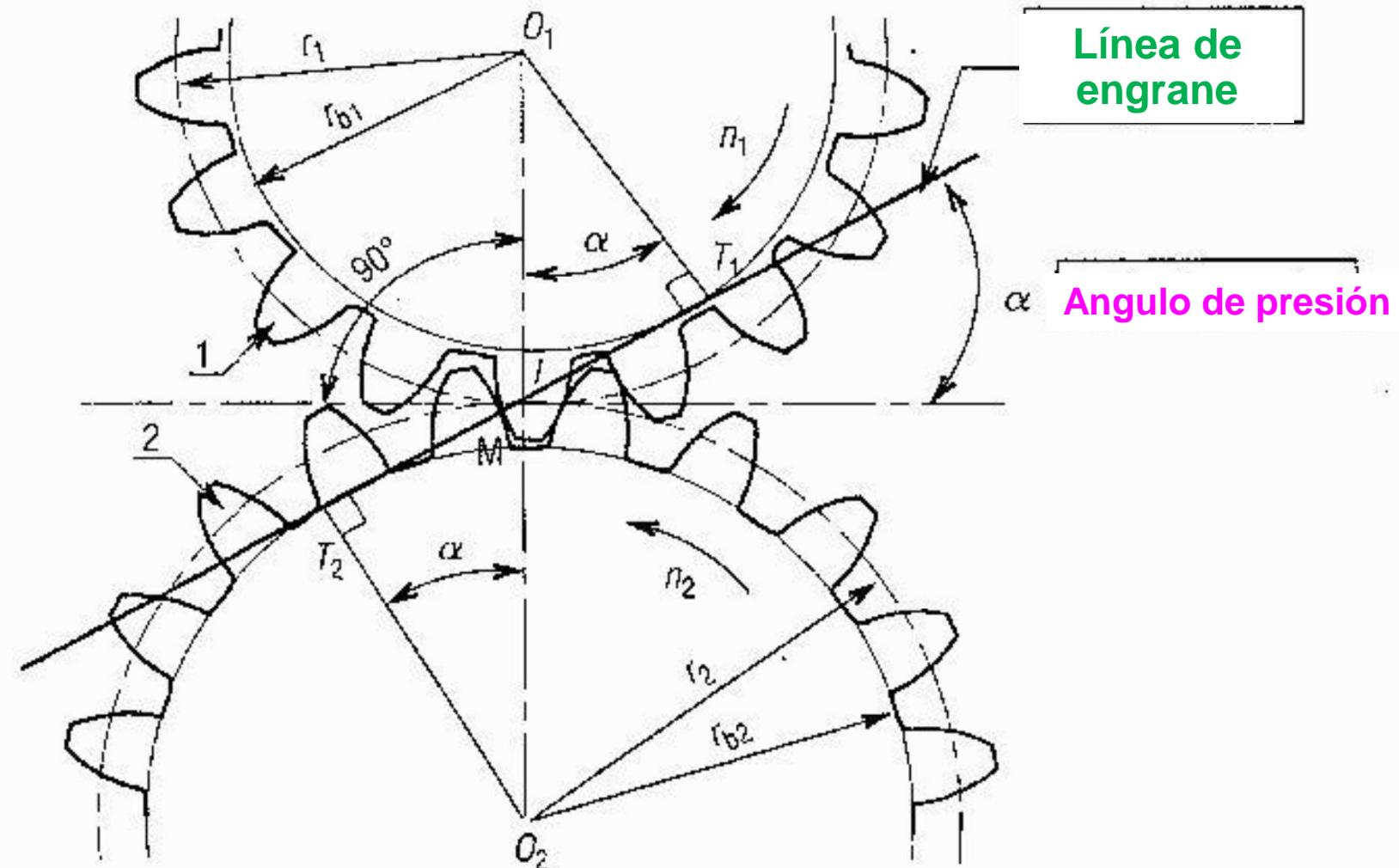
## RELACIÓN DE CONTACTO

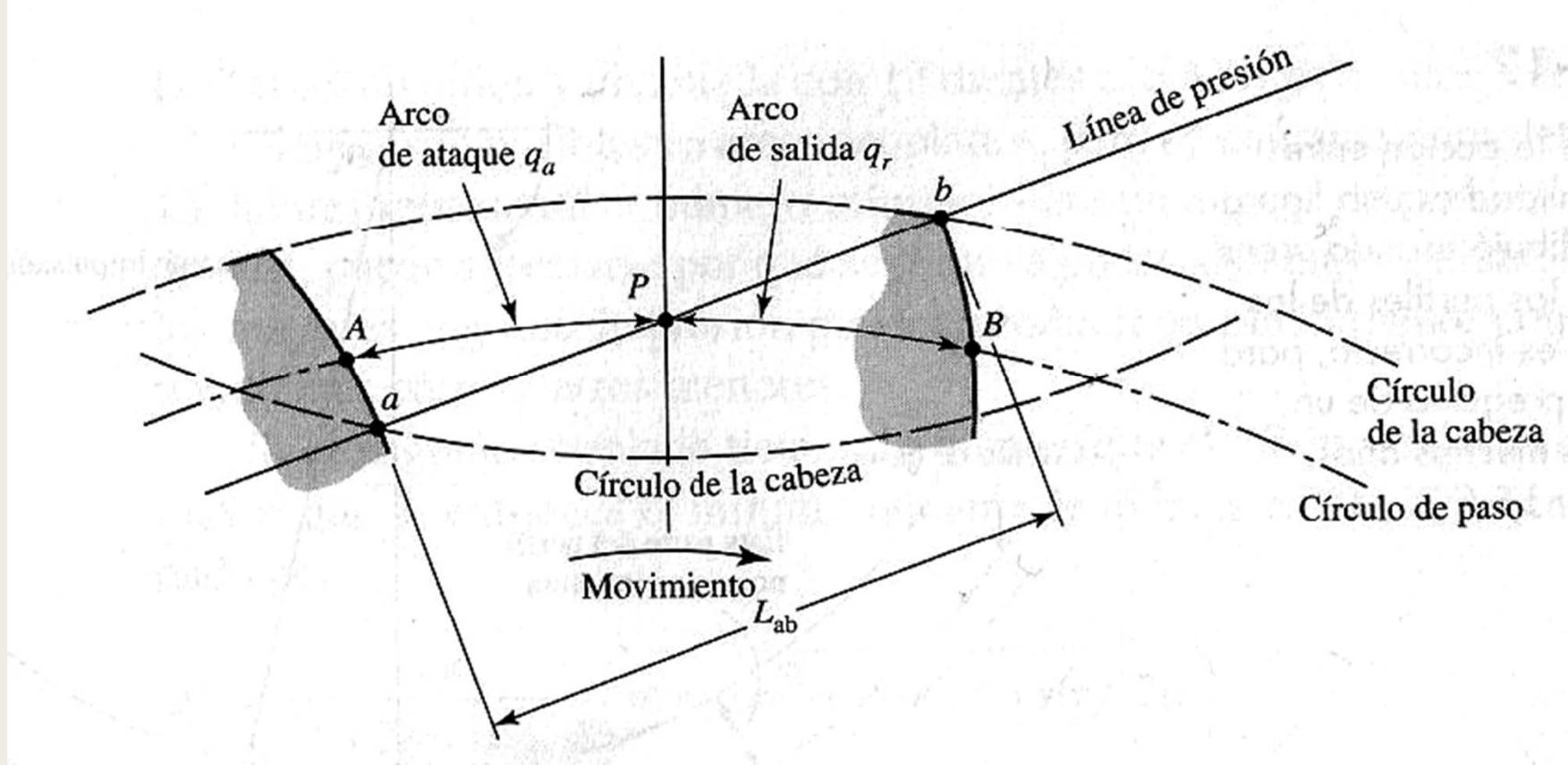
$$m_c = \frac{q_t}{p}$$

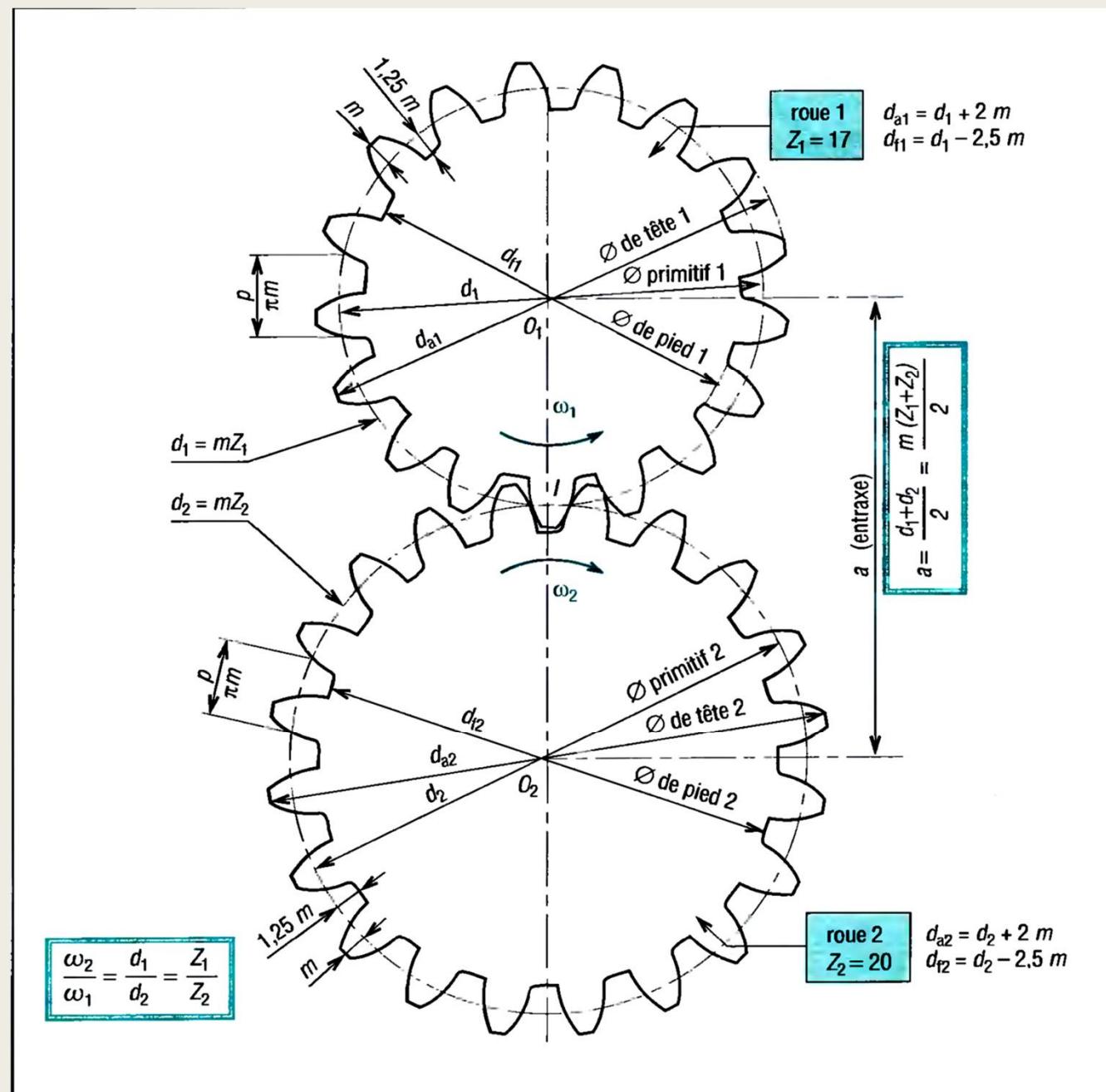
qt: Arco de acción

p: Paso

**Representa el número promedio de pares de dientes en contacto.**

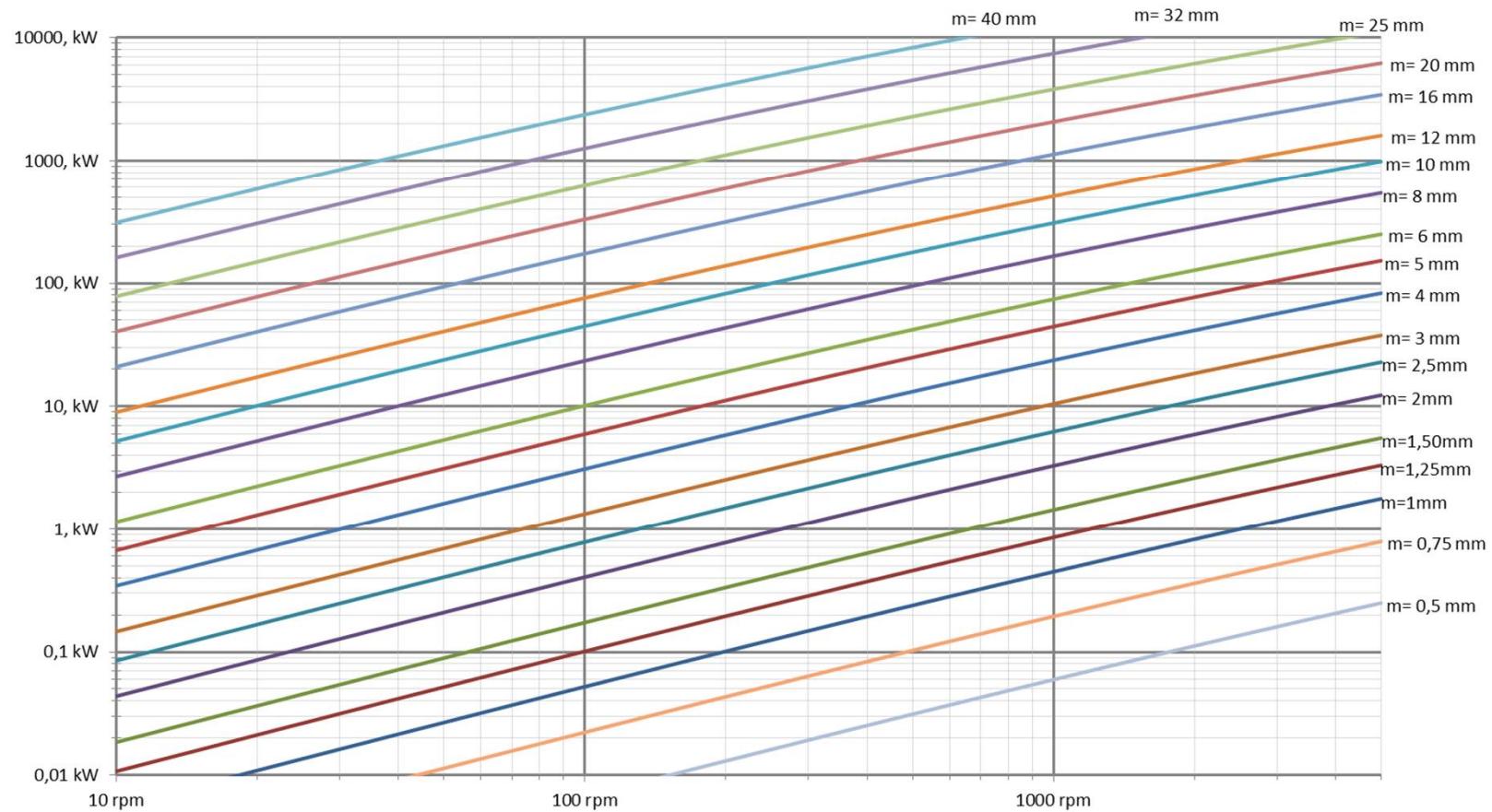




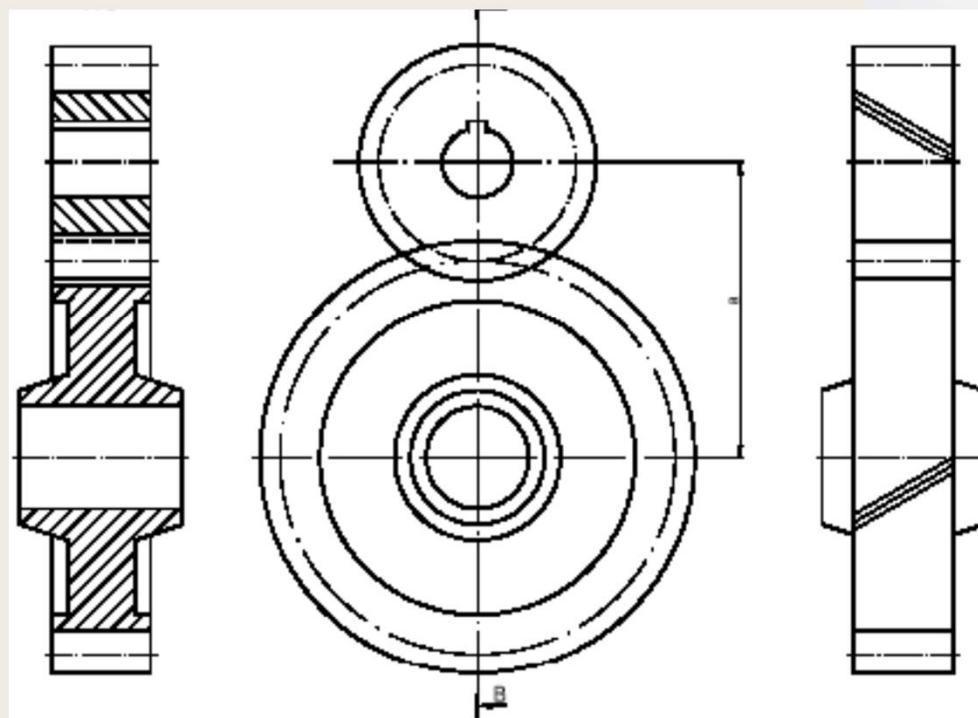


**Predimensionamiento del modulo en función de potencia y velocidad (calculo basado en Lewis)**

$F=7.m$ ,  $\emptyset=20^\circ$ ,  $z_1=17$  dientes,  $Sadm=300$  Mpa, Engranes fab. con creadora



# ENGRANAJES HELICOIDALES





conducido.

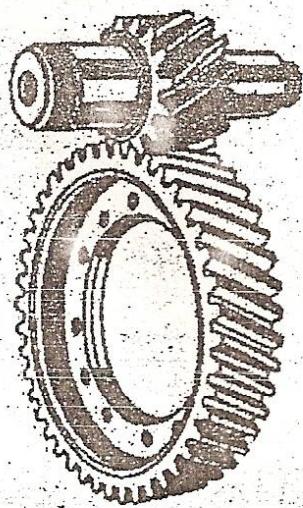


Figura 5 Engranajes cilíndricos helicoidales para ejes paralelos

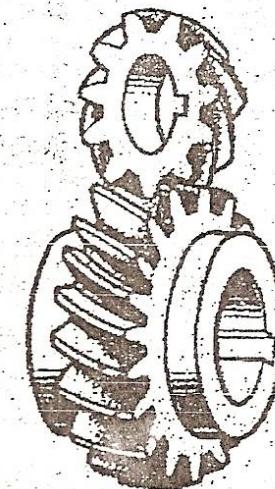


Figura 6 Engranajes cilíndricos helicoidales para ejes que se cruzan

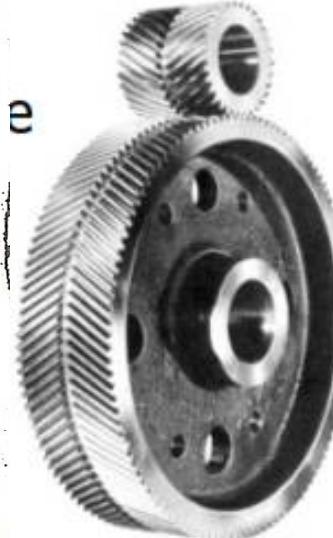


Figura 7 Engranajesbihelicoidales

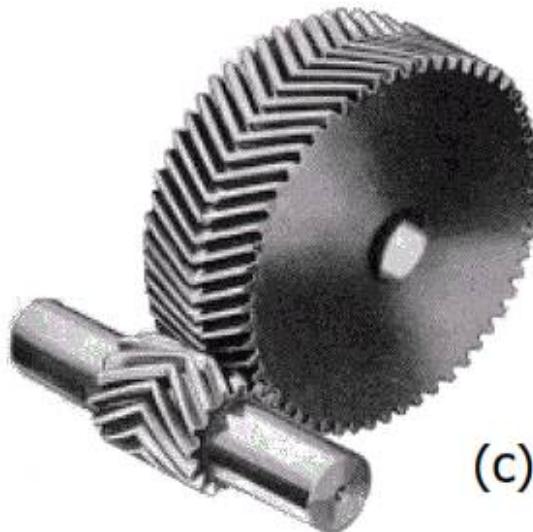
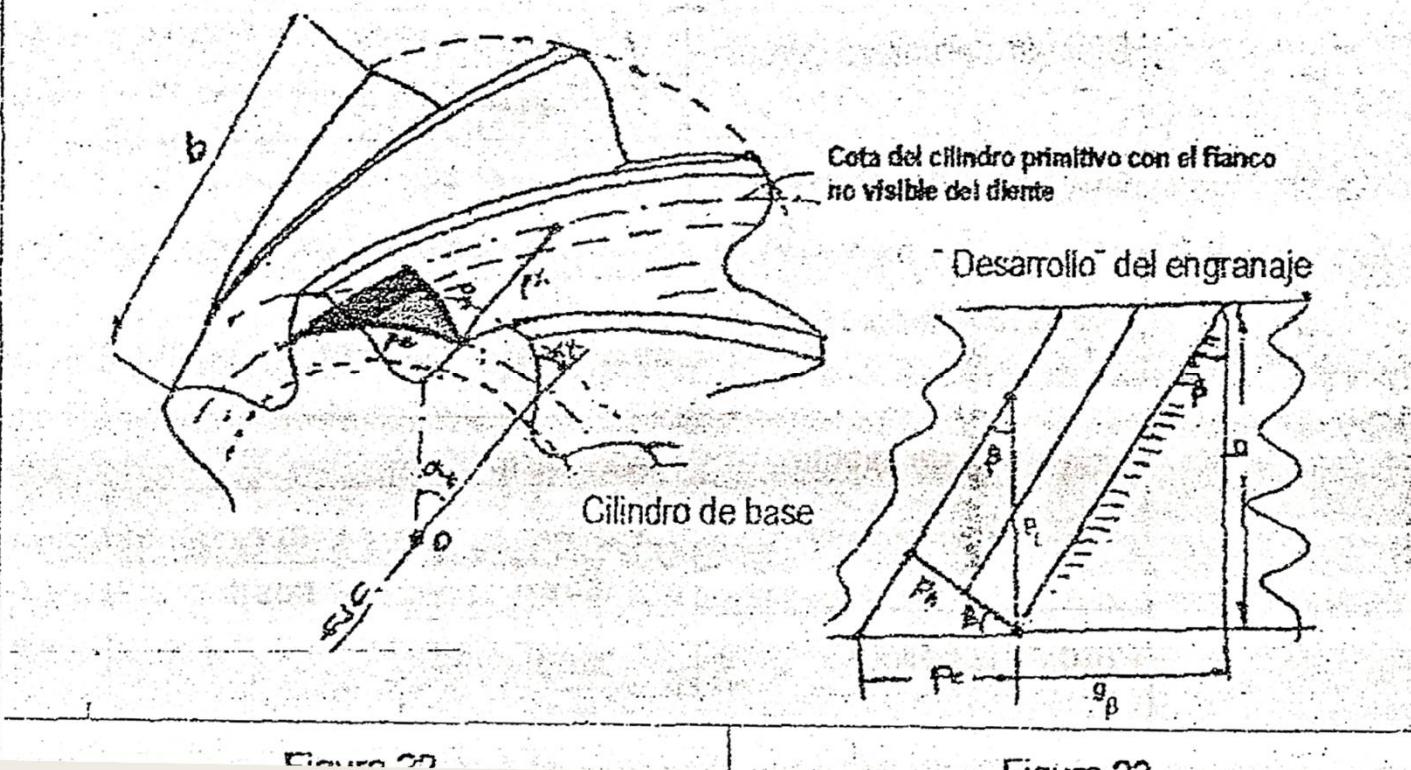
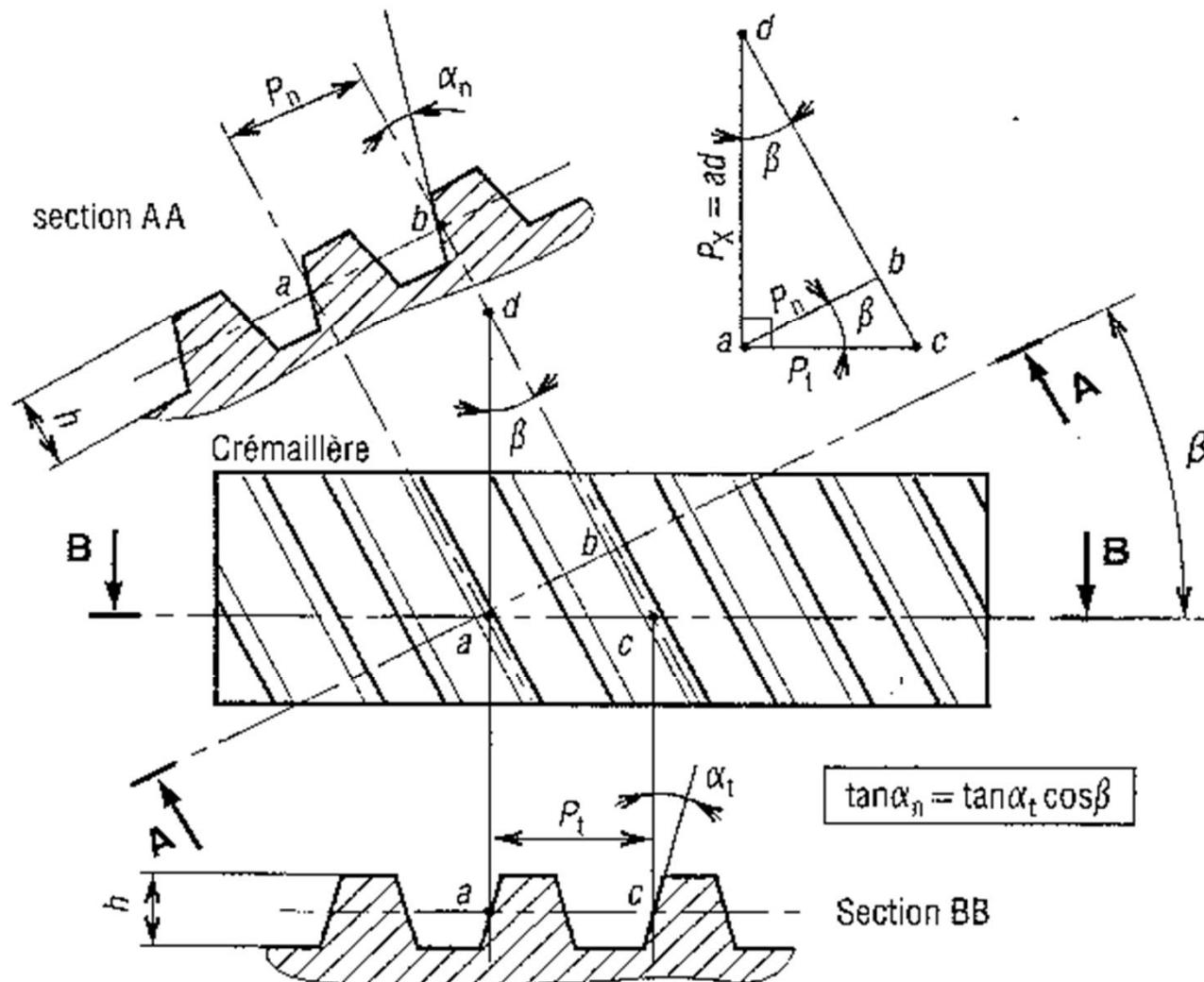


Figura 8 Engranajes Chevron

Ambos pasos se indican en las figuras 22 y 23 siguientes.





$$m_n = m_t \cos \beta$$

$$P_n = \pi m_n$$

$$P_t = \frac{P_n}{\cos \beta} = \pi m_t$$

$$P_x = \frac{P_t}{\tan \beta} = \frac{P_n}{\sin \beta}$$

## DIMENSIONES PRINCIPALES

**CILINDRO PRIMITIVO:** superficie cilíndrica, coaxial a la rueda, que se toma como referencia para definir las dimensiones del dentado. Su sección, por un plano perpendicular al eje de la rueda, da lugar al círculo primitivo.

**CILINDRO DE CABEZA:** superficie cilíndrica, coaxial a la rueda, que limita las cabezas de los dientes. Su sección, por un plano perpendicular al eje de la rueda, da lugar al círculo de cabeza.

**CILINDRO DE PIE:** superficie cilíndrica, coaxial a la rueda, que limita los pies de los dientes. Su sección, por un plano perpendicular al eje de la rueda, da lugar al círculo de pie.

**DIÁMETRO PRIMITIVO (d):** diámetro del círculo primitivo.

**DIÁMETRO DE CABEZA ( $d_a$ ):** diámetro del círculo de cabeza.

$$d_a = d + 2h_a$$

**DIÁMETRO DE PIE ( $d_f$ ):** diámetro del círculo de pie.

$$d_f = d - 2h_f$$

**HELICE PRIMITIVA:** intersección de un flanco del diente con el cilindro primitivo.

**ANGULO DE LA HELICE ( $\beta$ ):** ángulo agudo de la tangente a la hélice primitiva con la generatriz del cilindro primitivo.

**NUMERO DE DIENTES (z):** es el número de dientes de la rueda.

PFRFII CIRCUNFERENCIAL : sección de un flanco por un plano perpendicular al eje de la rueda

PASO CIRCUNFERENCIAL ( $p_t$ ): longitud del arco de la circunferencia primitiva comprendido entre dos flancos homólogos consecutivos.

$$p_t = 3,14d/z$$

MODULO CIRCUNFERENCIAL ( $m_t$ ): es la relación entre el diámetro primitivo expresado en milímetros y el número de dientes de la rueda.

$$m_t = d/z$$

**PERFIL NORMAL:** sección de un flanco por un plano perpendicular a la hélice primitiva.

**PASO NORMAL** ( $p_n$ ): longitud del arco comprendido entre dos flancos homólogos consecutivos, medido a lo largo de una hélice del cilindro primitivo perpendicular a la hélice primitiva.

$$p_n = p_t \cos \beta$$

**MODULO NORMAL** ( $m_n$ ): es la relación entre el paso normal expresado en milímetros y el número  $\pi$ . .  
Adopta un valor normalizado.

$$m_n = m_t \cos \beta$$

**PERFIL AXIAL:** sección de un flanco por un plano paralelo al eje de la rueda.

**PASO AXIAL** ( $p_x$ ): distancia entre dos flancos homólogos consecutivos, medido a lo largo de una generatriz del cilindro primitivo.

$$p_x = p_t / \tan \beta$$

**MODULO AXIAL** ( $m_x$ ): es la relación entre el paso axial expresado en milímetros y el número  $\pi$ . .

$$m_x = m_t / \tan \beta$$

## RELACIONES ENTRE LAS DIMENSIONES DE LAS DOS RUEDAS

$$m_{n1}=m_{n2} \quad p_{n1}=p_{n2} \quad h_1=h_2 \quad b_1=b_2$$

ANGULO DE HELICE ( $\beta$ ): el ángulo de hélice deberá ser idéntico en las dos ruedas, pero en una rueda la hélice será a izquierda y en la otra rueda la hélice será a derecha.

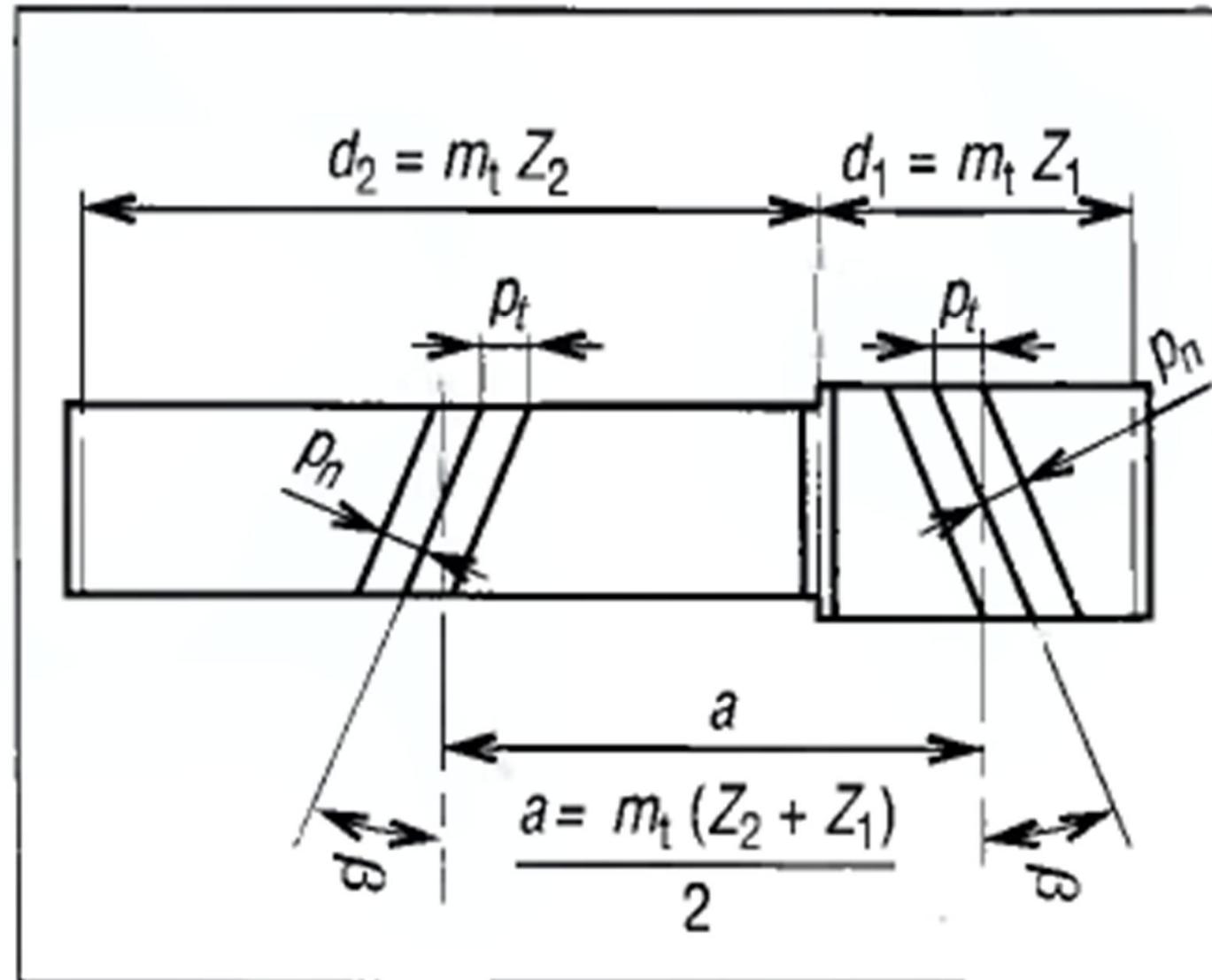
$$\beta_1=-\beta_2$$

RELACION DE TRANSMISION (i): relación entre las velocidades angulares de las ruedas conductora  $n_1$  y conducida  $n_2$  .

$$i=n_1/n_2=z_2/z_1=d_2/d_1$$

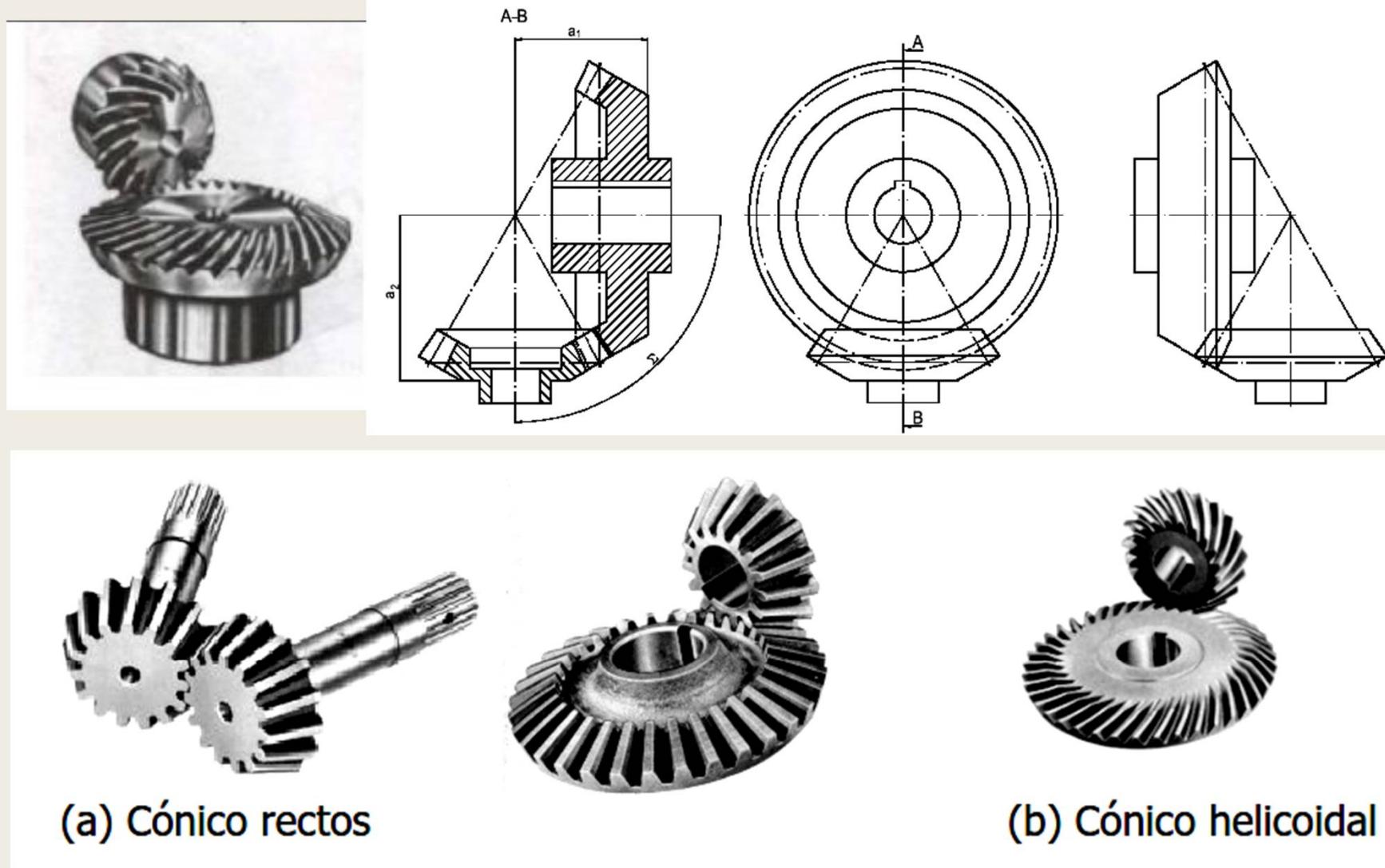
DISTANCIA ENTRE CENTROS (a): los cilindros primitivos han de ser tangentes, en consecuencia, la distancia entre los centros de las ruedas será igual a la semisuma de los respectivos diámetros primitivos.

$$a=(d_1+d_2)/2$$

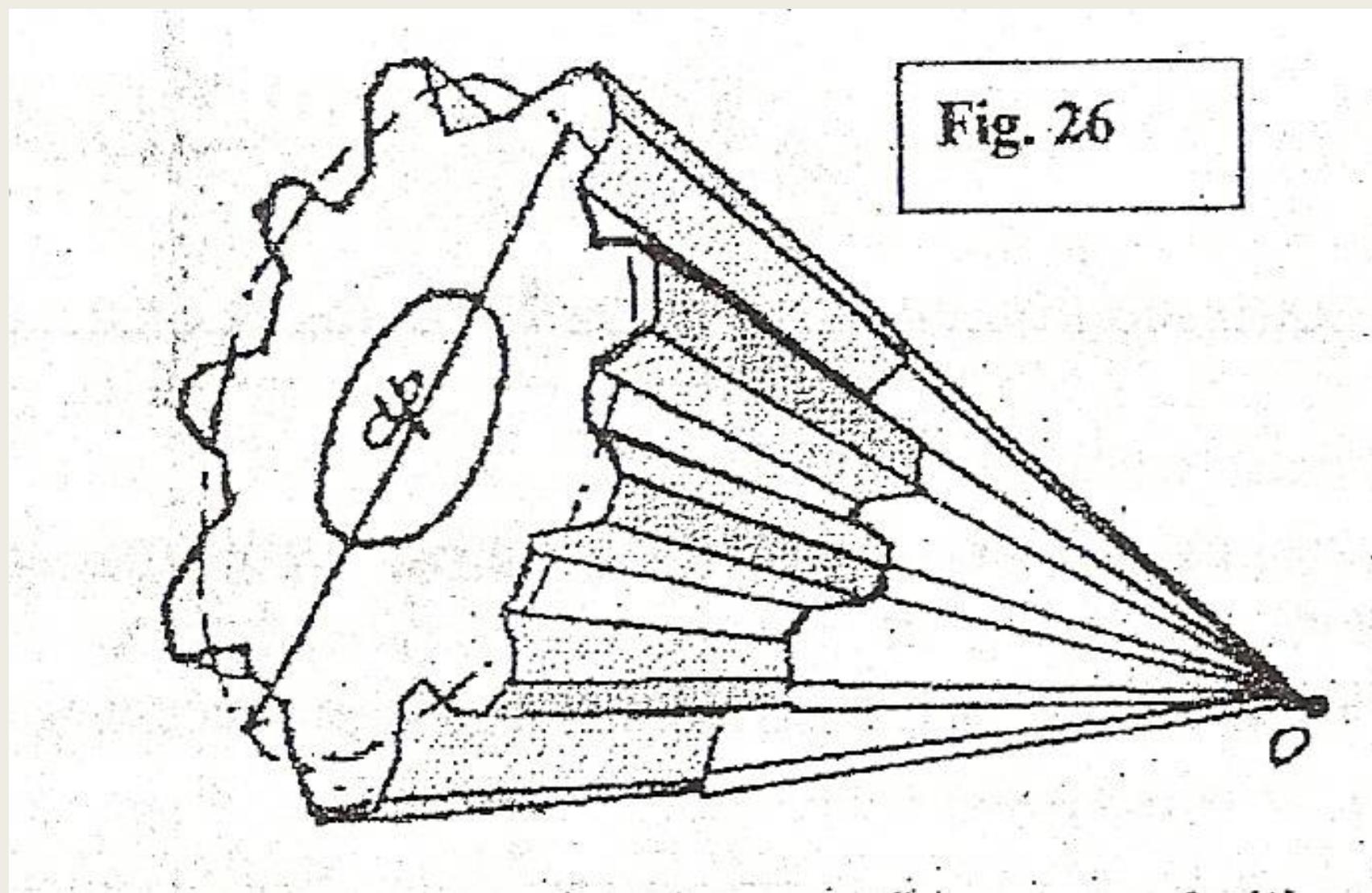


Diámetro primitivo piñón	$dp_1 = \frac{m \cdot z_1}{\cos \beta}$
Diámetro primitivo corona	$dp_2 = \frac{m \cdot z_2}{\cos \beta}$
Diámetro exterior piñón	$dex_1 = m \left( \frac{z_1}{\cos \beta} + 2 \right)$
Diámetro exterior corona	$dex_2 = m \left( \frac{z_2}{\cos \beta} + 2 \right)$
Altura total del diente	$ht = 2.25 \cdot m$
Distancia entre centros	$C = \frac{m}{\cos \beta} \cdot (z_1 + z_2) = \frac{m z_1}{\cos \beta} \cdot (1 + i)$
Paso de la hélice	$P = \frac{\pi \cdot dp}{\operatorname{tg} \beta}$

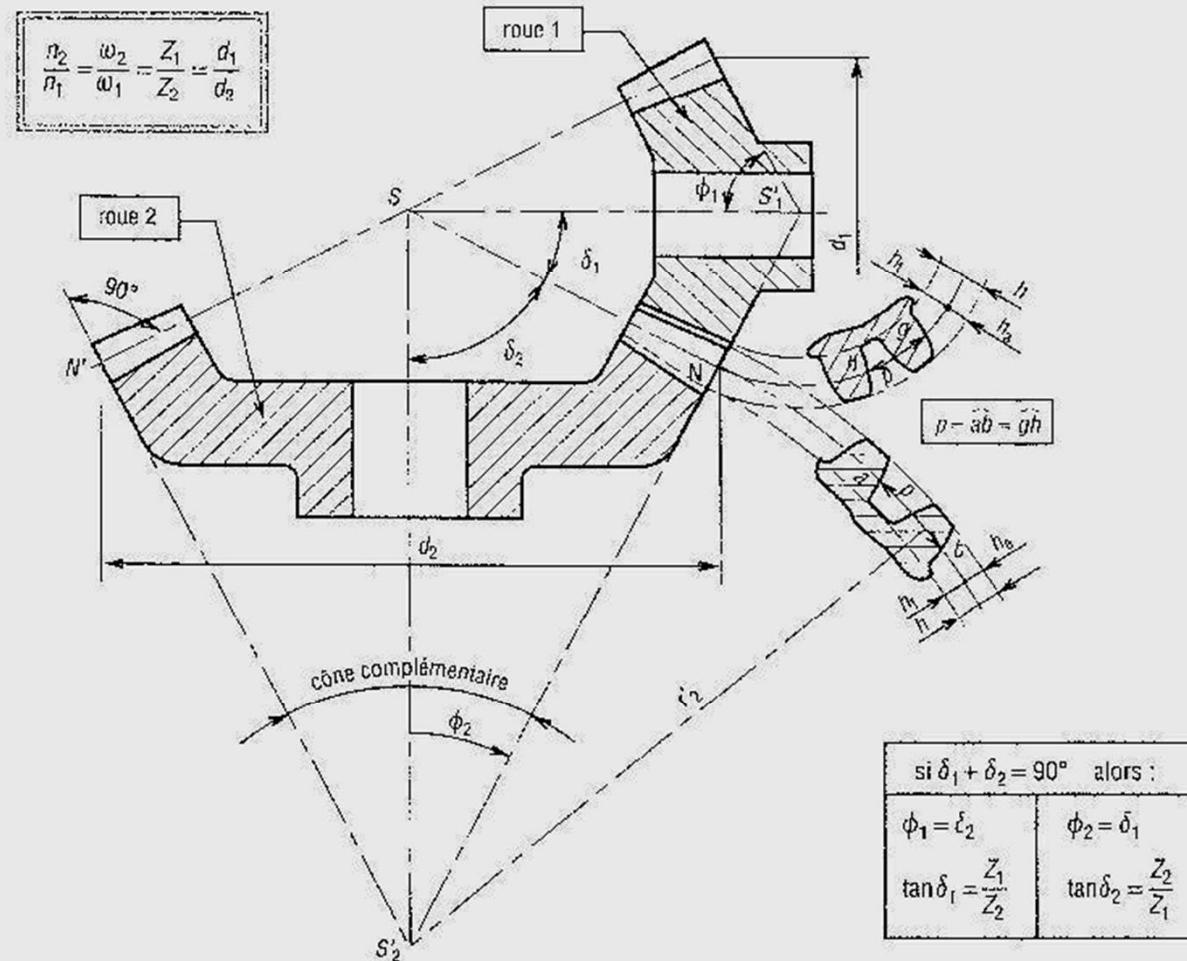
# ENGRANAJES CÓNICOS



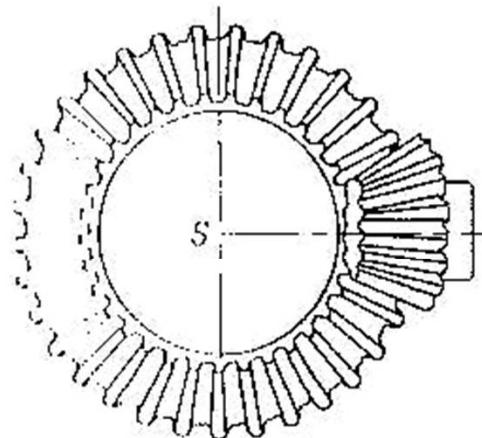




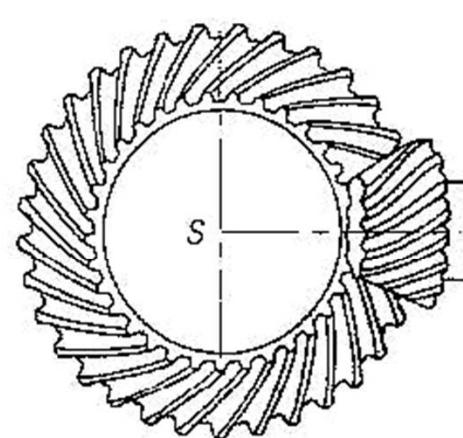
**Fig. 26**



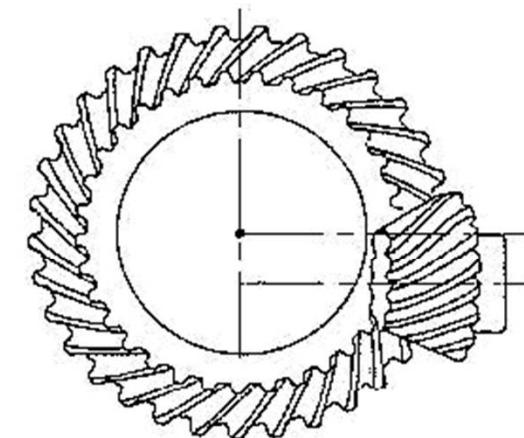
**DENTADO RECTO**



**DENTADO HELICOIDAL**



**DENTADO HIPOIDAL**



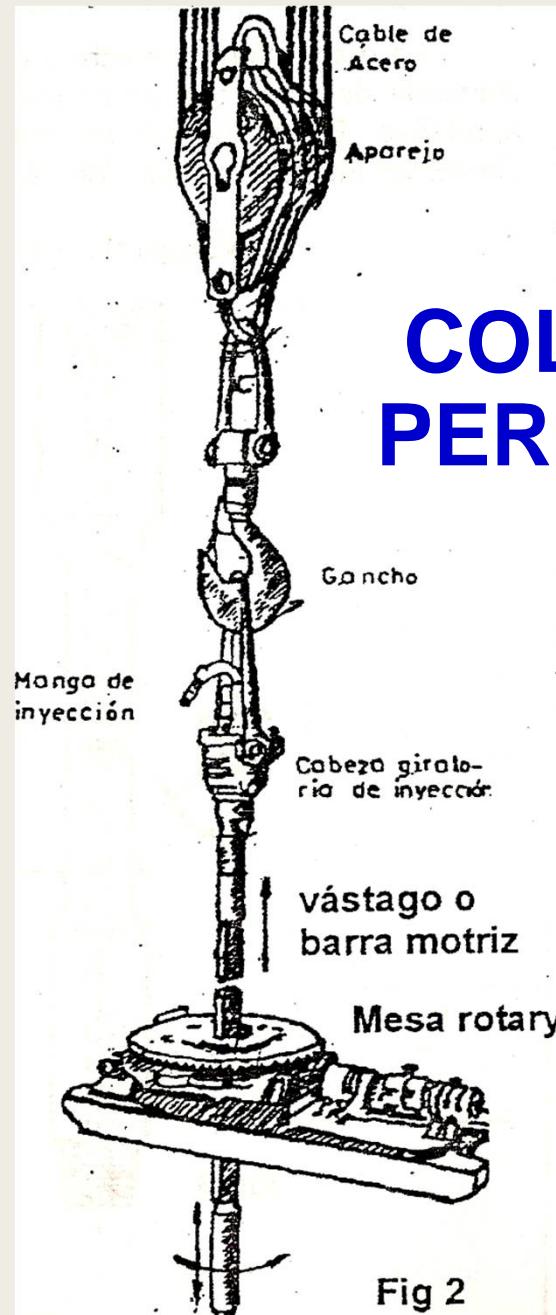
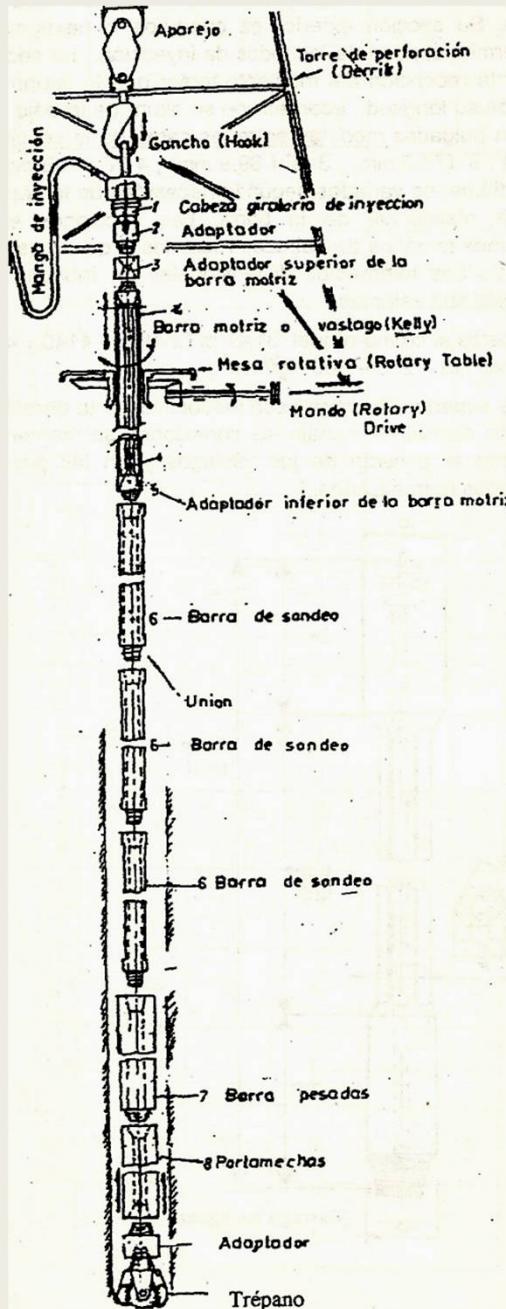


Fig 2

# COLUMNA DE PERFORACIÓN

## DIMENSIONES PRINCIPALES

**CONO PRIMITIVO:** superficie cónica, coaxial a la rueda, que se toma como referencia para definir las dimensiones del dentado.

**VERTICE:** vértice del cono primitivo.

**ANGULO DEL CONO PRIMITIVO ( $\delta$ ):** ángulo entre el eje y la generatriz del cono primitivo.

**LONGITUD DE LA GENERATRIZ DEL CONO PRIMITIVO (R):** distancia entre el vértice y el cono complementario externo, medida siguiendo una generatriz del cono primitivo.

$$R=d/2\operatorname{sen}\delta$$

**CIRCULO PRIMITIVO:** intersección del cono primitivo con el cono complementario externo.

**DIAMETRO PRIMITIVO (d):** diámetro del círculo primitivo.

**CONO COMPLEMENTARIO EXTERNO:** cono cuyas generatrices son perpendiculares a las del cono primitivo en el extremo exterior de la longitud del diente.

**CONO COMPLEMENTARIO INTERNO:** cono cuyas generatrices son perpendiculares a las del cono primitivo en el extremo interior de la longitud del diente.

**ANGULO DEL CONO DE CABEZA ( $\delta_a$ )**: ángulo entre el eje y la generatriz del cono de cabeza.

**CIRCULO DE CABEZA**: intersección del cono de cabeza con el cono complementario externo.

**DIAMETRO DE CABEZA ( $d_a$ )**: diámetro del círculo de cabeza.

$$d_a = d + 2h_a \cos \delta$$

---

**CONO DE PIE**: superficie cónica, coaxial a la rueda, que limita los pies de los dientes.

**ANGULO DEL CONO DE PIE ( $\delta_f$ )**: ángulo entre el eje y la generatriz del cono de pie.

**CIRCULO DE PIE**: intersección del cono de pie con el cono complementario externo.

**DIAMETRO DE PIE ( $d_f$ )**: diámetro del círculo de pie.

$$d_f = d - 2h_f \cos \delta$$

**PERFIL CIRCUNFERENCIAL**: sección de los flancos de los dientes por el cono complementario externo.

**SUPERFICIE DE REFERENCIA**: superficie plana de la rueda dentada en relación a la cual se determina su posición.

**DISTANCIA DE REFERENCIA**: distancia entre el vértice y la superficie de referencia.

NUMERO DE DIENTES (z): es el número de dientes de la rueda.

PASO (p): longitud del arco de la circunferencia primitiva comprendido entre dos flancos homólogos consecutivos.

$$p=3,14d/z$$

MODULO (m): es la relación entre el diámetro primitivo expresado en milímetros y el número de dientes de la rueda. Su valor está normalizado.

$$m=d/z$$

ESPESOR DEL DIENTE (s): longitud del arco de la circunferencia primitiva comprendido entre los dos flancos de un diente.

$$s \approx p/2$$

LONGITUD DEL DIENTE (b): longitud de la parte dentada, medida siguiendo la generatriz del cono primitivo.

**ALTURA DE CABEZA DE DIENTE ( $h_a$ ):** distancia radial entre la circunferencia de cabeza y la circunferencia primitiva, medido siguiendo una generatriz del cono complementario externo.

$$h_a = m$$

**ANGULO DE CABEZA DE DIENTE ( $\theta_a$ ):** ángulo entre las generatrices del cono de cabeza y del cono primitivo.

$$\theta_a = \delta_a - \delta \quad \tan \theta_a = h_a / R$$

**ALTURA DE PIE DE DIENTE ( $h_f$ ):** distancia radial entre la circunferencia de pie y la circunferencia primitiva, medido siguiendo una generatriz del cono complementario externo.

$$h_f = 1,25m$$

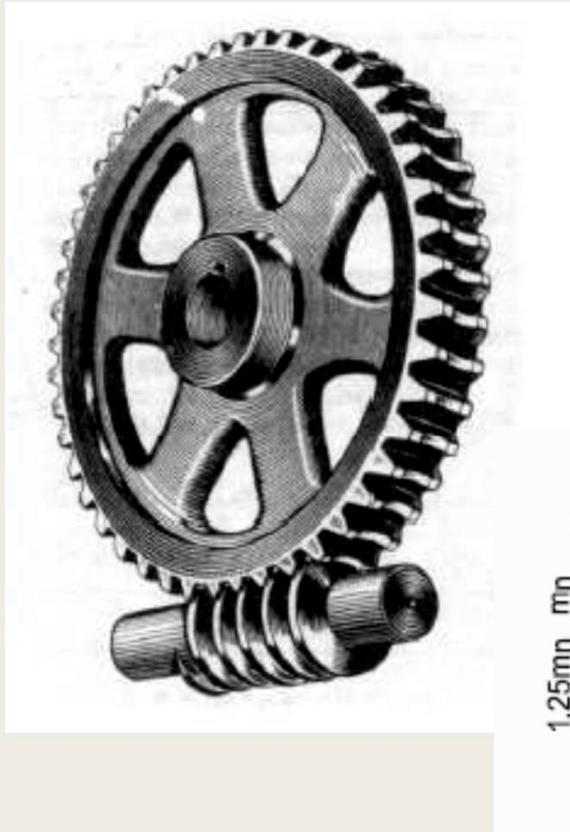
**ANGULO DE PIE DE DIENTE ( $\theta_f$ ):** ángulo entre las generatrices del cono de pie y del cono primitivo.

$$\theta_f = \delta - \delta_f \quad \tan \theta_f = h_f / R$$

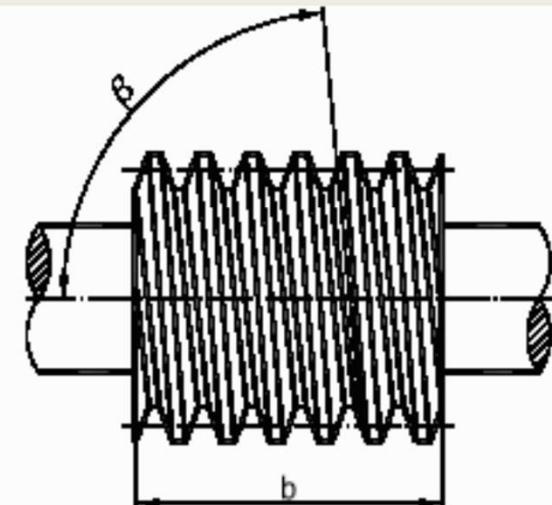
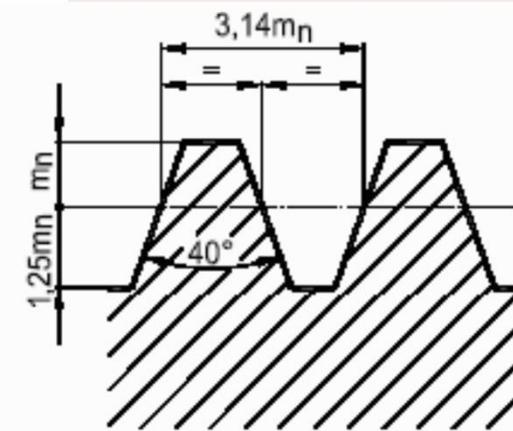
**ALTURA DE DIENTE ( $h$ ):** distancia radial entre la circunferencia de cabeza y la circunferencia de pie, medido siguiendo una generatriz del cono complementario externo.

$$h = h_a + h_f$$

Dimensiones	Piñón (1)	Corona (2)
Diámetros primitivos	$dp_1 = m \cdot z_1$	$dp_2 = m \cdot z_2$
Diámetros exteriores	$de_1 = dp_1 + 2 \cdot y \cdot m \cdot \cos \delta_1$ $de_1 = m \cdot (z_1 + 2 \cdot y \cdot \cos \delta_1)$	$de_2 = dp_2 + 2 \cdot y \cdot m \cdot \cos \delta_2$ $de_2 = m \cdot (z_2 + 2 \cdot y \cdot \cos \delta_2)$
Diámetros medios	$dm_1 = dp_1 - b \cdot \sin \delta_1$	$dm_2 = i \cdot dm_1$
Módulo medio		$m_m = dm_1 / z_1 = dm_2 / z_2$
Generatriz OR		$OR = \frac{1}{2} dp_1 \cdot \sin(\delta_1)$
Caso de $\delta = 90^\circ$		
Ángulos primitivos	$\delta_1 = \arcsen\left(\frac{i}{\sqrt{i^2 + 1}}\right)$	$\delta_2 = \delta - \delta_1$
Generatriz OR		$OR = \frac{dp_1}{2} \cdot \sqrt{i^2 + 1}$
Ángulo de cabeza	$\alpha_k = \arctg\left(\frac{y \cdot \sin \delta_1}{2 \cdot z_1}\right)$ si $y = 1$ $\alpha_k = \arctg\left(\frac{\sin \delta_1}{2 \cdot z_1}\right)$	
Ángulo de fondo o de pie		$\alpha_p = \arctg\left(\frac{1.25 \cdot \sin \delta_1}{2 \cdot z_1}\right)$
Ángulo del cono exterior	$\delta_{ext1} = \delta_1 + \alpha_{k1}$	$\delta_{ext2} = \delta_2 + \alpha_{k2}$
Ángulo del cono interior	$\delta_{int1} = \delta_1 - \alpha_{p1}$	$\delta_{int2} = \delta_2 - \alpha_{p2}$
Ángulo cono complementario	$\delta_{c1} = 90^\circ - \delta_1$	$\delta_{c2} = 90^\circ - \delta_2$



# TORNILLO SIN FIN



LONGITUD DEL TORNILLO (b): longitud de la parte roscada del tornillo sin fin, medida sobre una generatriz del cilindro primitivo.

$$b \approx 5p_z$$

HELICE PRIMITIVA: intersección de un flanco del filete con el cilindro primitivo.

ANGULO DE LA HELICE ( $\beta$ ): ángulo agudo de la tangente a la hélice primitiva con la generatriz del cilindro primitivo. Generalmente se establece su valor entre  $60^\circ$  y  $80^\circ$ .

$$\tan \beta = 3.14d/p_z$$



**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO

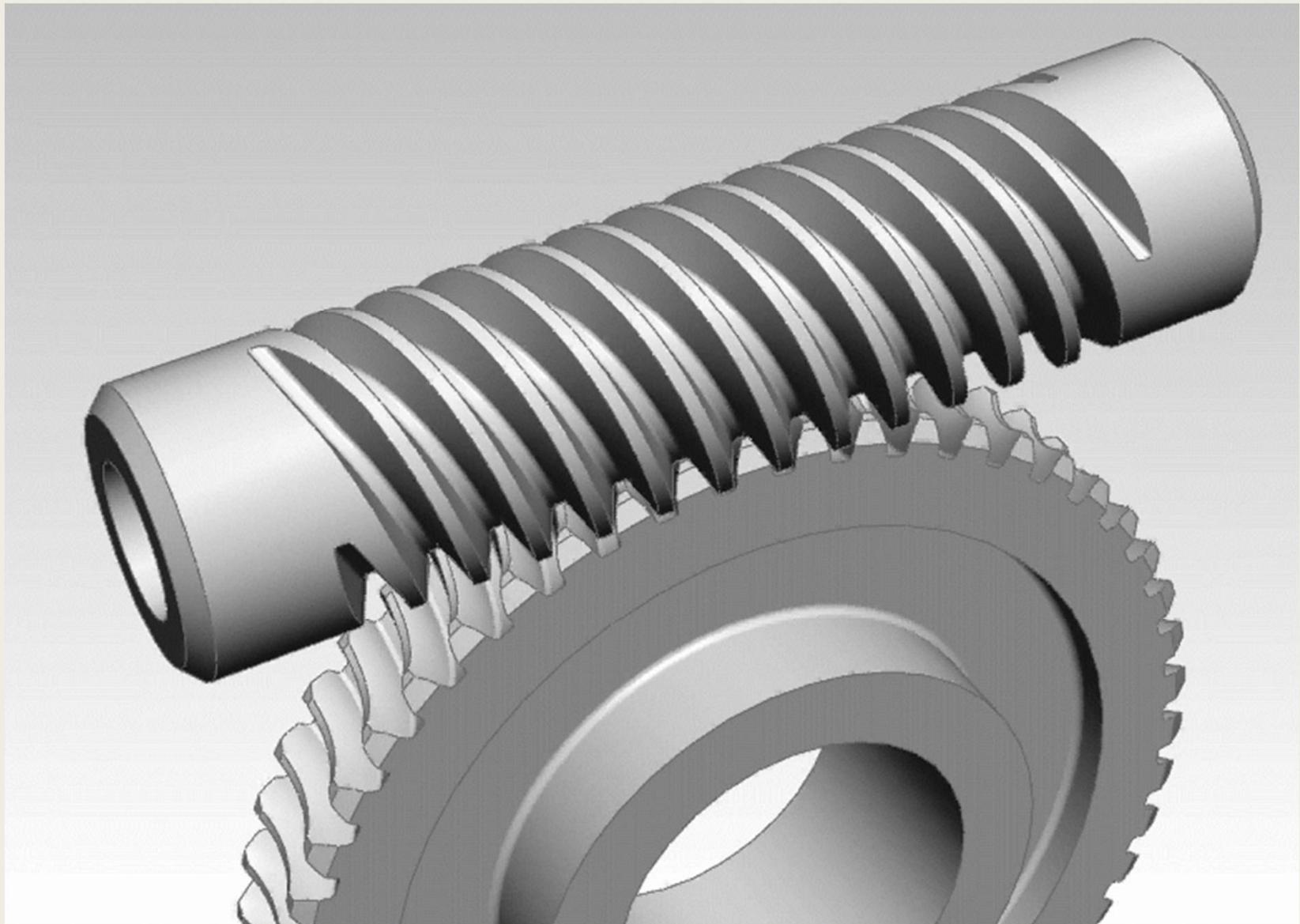


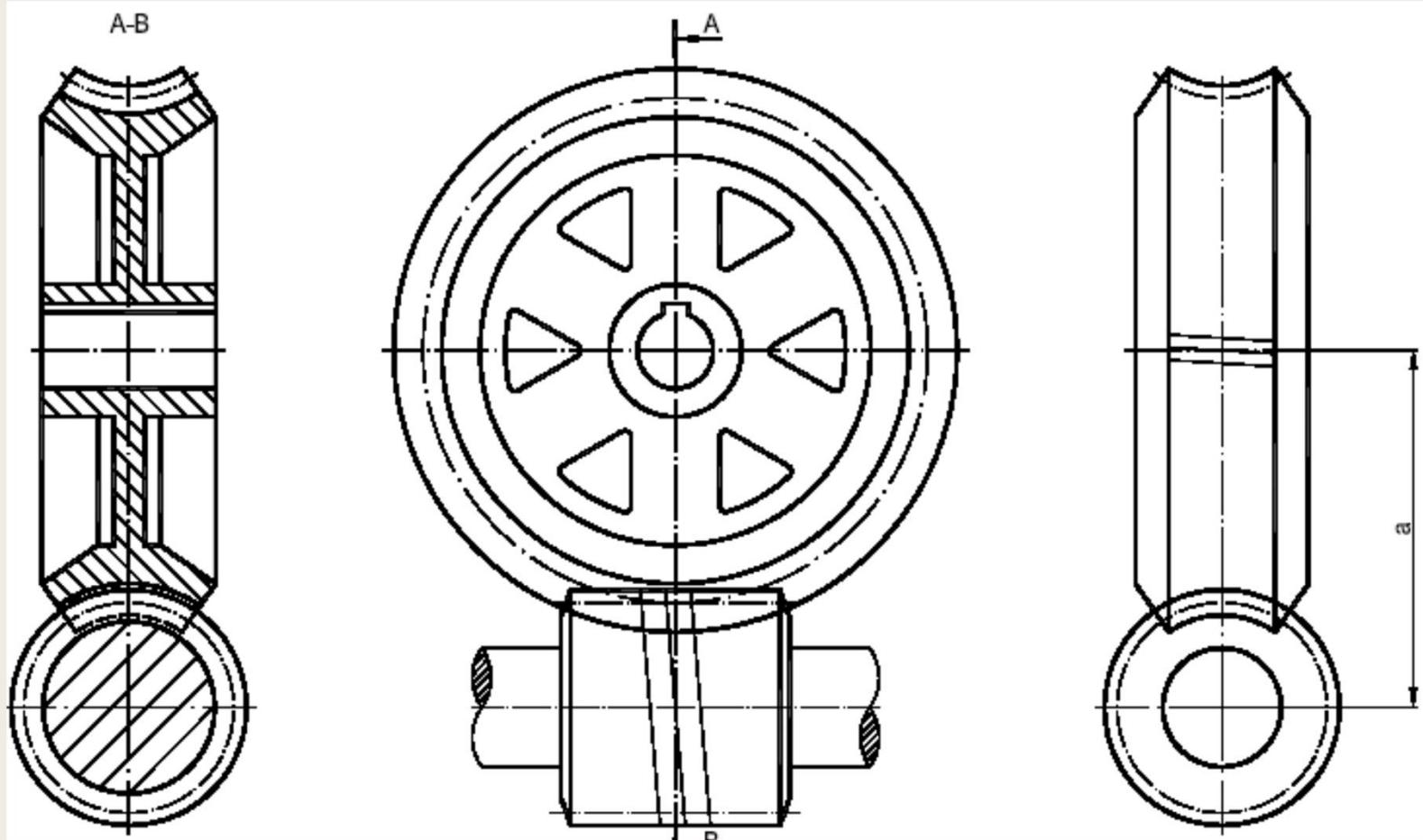
FACULTAD  
DE INGENIERÍA

**Cátedra:**  
**MECÁNICA**  
**APLICADA-**  
**MECÁNICA Y**  
**MECANISMOS**

**16:40**

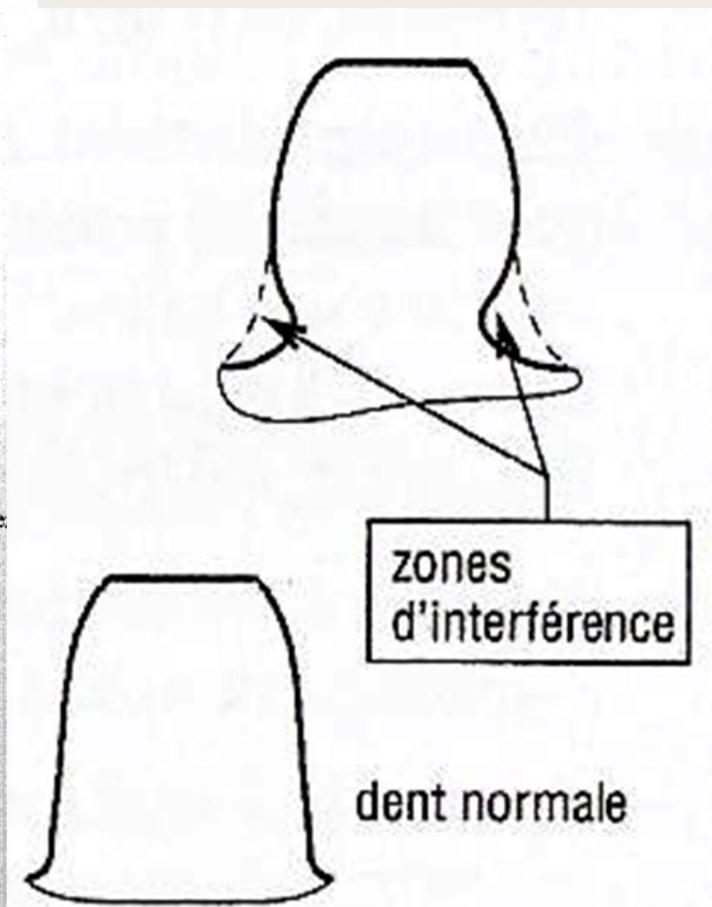
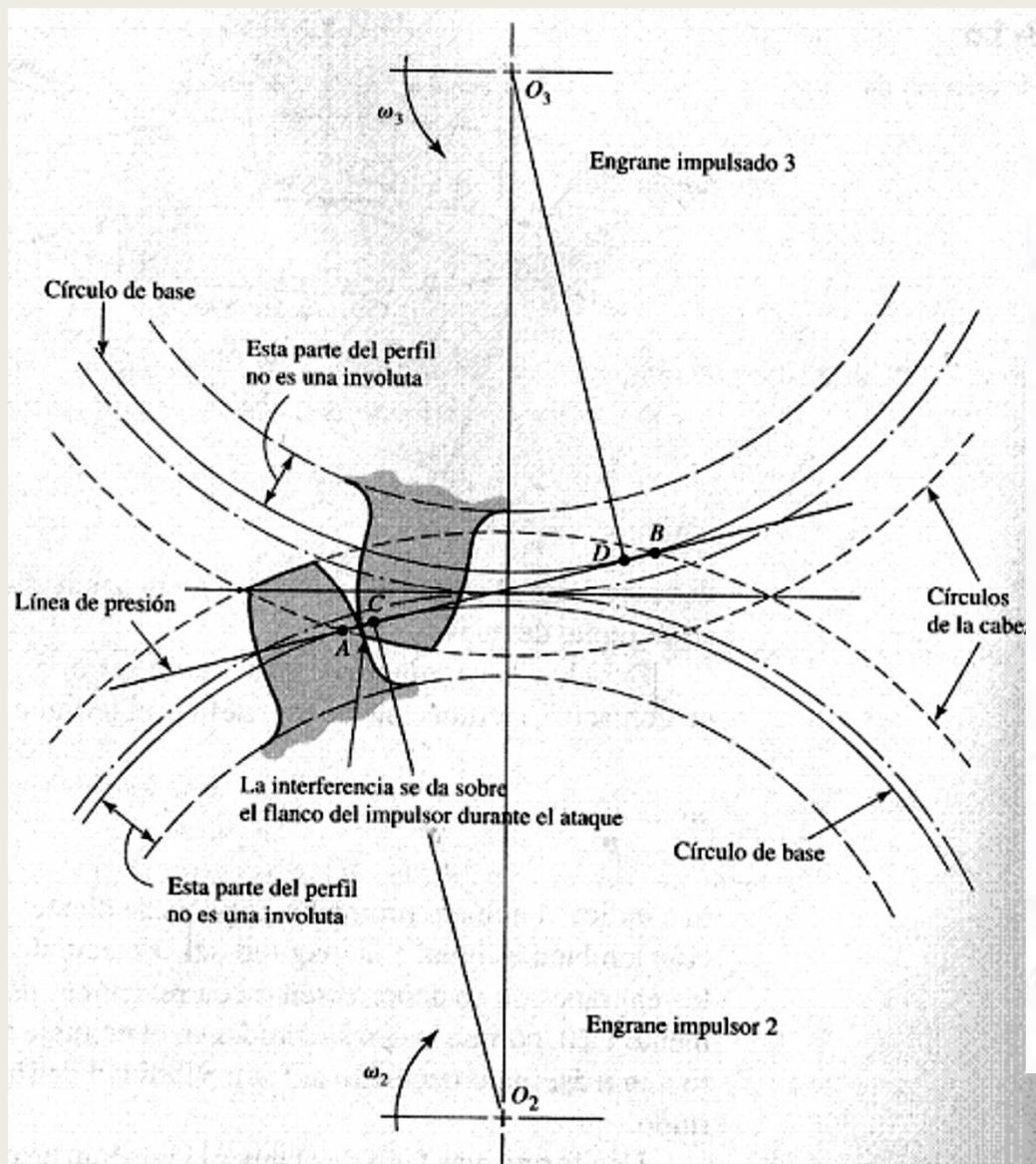
**Ing. Carlos Barrera**



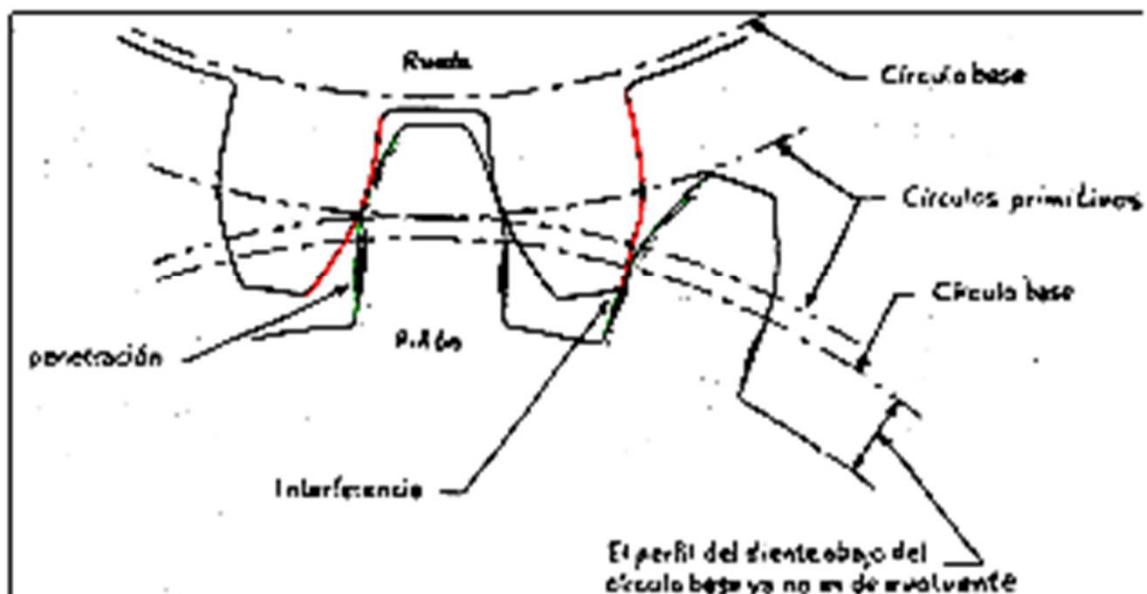


Es muy eficiente como reductor de velocidad, dado que una vuelta del tornillo provoca un pequeño giro de la corona. Es un mecanismo que tiene muchas pérdidas por roce entre dientes, esto obliga a utilizar metales de bajo coeficiente de roce y una lubricación abundante, se suele fabricar el tornillo (gusano) de acero y la corona de bronce.

# INTERFERENCIA



- La evolvente **NO** puede extenderse por debajo de su **circunferencia base**.
- Si la herramienta penetra en el **círculo básico**  $\Rightarrow$  **PENETRACIÓN** del diente  $\Rightarrow$  menor resistencia mecánica
- La porción de diente que queda por debajo **NO** tiene perfil de evolvente e interfiere con la cabeza del otro diente  $\Rightarrow$  **INTERFERENCIA** entre dientes.



- La normal común y la línea de centros se cortan en un punto fijo P.

- Los perfiles que cumplen esta condición se llaman **PERFILES CONJUGADOS**

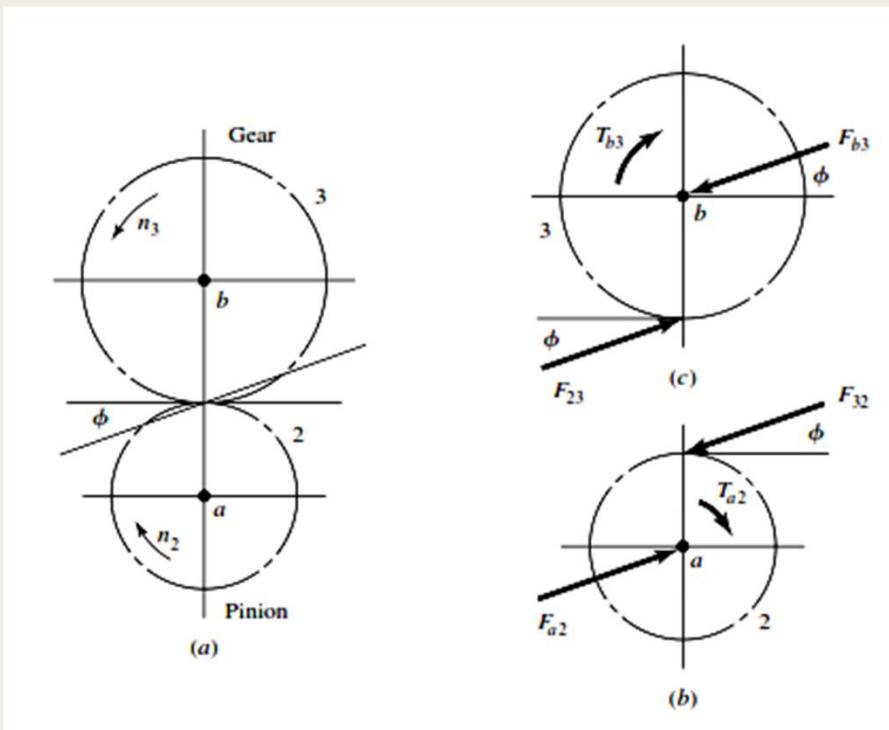
**El contacto de partes de los perfiles de dientes no conjugados se llama interferencia.**

Cuando tenemos un diente que es todo de evolvente y lo ponemos en contacto con otro, que también es de evolvente existirá para el punto de cabeza del diente un punto de pie del otro con el cual se va a tocar. De tal manera, que para cada punto de un flanco habrá otro del otro flanco y si los dos perfiles son de evolvente, habrá coincidencia total entre puntos geométricamente coincidentes. Pero puede ocurrir que estos puntos no encuentren un punto geométricamente coincidente, porque el diente se continua después del círculo base, entonces un punto del diente no tiene conjugado y no respeta la línea del perfil. La porción del flanco situada dentro del círculo base no llega a engranar jamás, porque la evolvente no puede extenderse más adentro del círculo base de la cual es generada. Es decir hay interferencia.

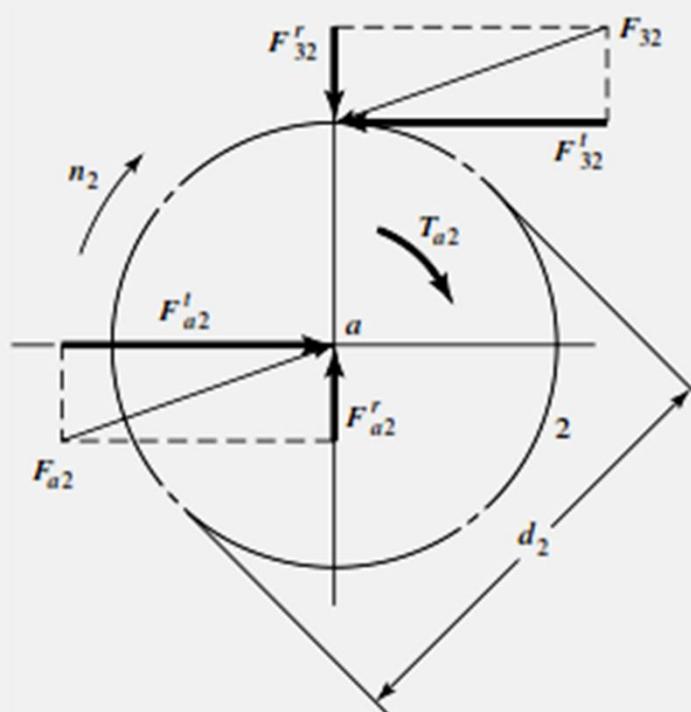
# FUERZAS EN LOS ENGRANAJES

## Engranajes Rectos

En la figura hay un piñón montado en un eje a que gira en el sentido de las agujas del reloj a  $n_2$  rpm, e impulsa un engrane en el eje b a  $n_3$  rpm. Las reacciones entre los dientes acoplados se presentan a lo largo de la línea de presión



**Diagramas de cuerpo libre de las fuerzas y momentos que actúan sobre dos engranajes**



En la figura el diagrama de cuerpo libre del piñón, las fuerzas se descompusieron en radial y tangencial  
Esta es la carga transmitida.

$$W_t = F_{32}^t$$

El par de torsión

$$T = \frac{d}{2} W_t$$

La potencia transmitida a través de un engranaje rotatorio

$$H = T\omega = (W_t d / 2) \omega$$

$$V = \pi d n / 12$$

V: velocidad en pie/min

d: diámetro del engranaje inch

n: velocidad del engranaje rpm

La carga transmitida:

$$W_t = 33000 \frac{H}{V}$$

En el sistema internacional:

$$W_t = \frac{60000H}{\pi d n}$$

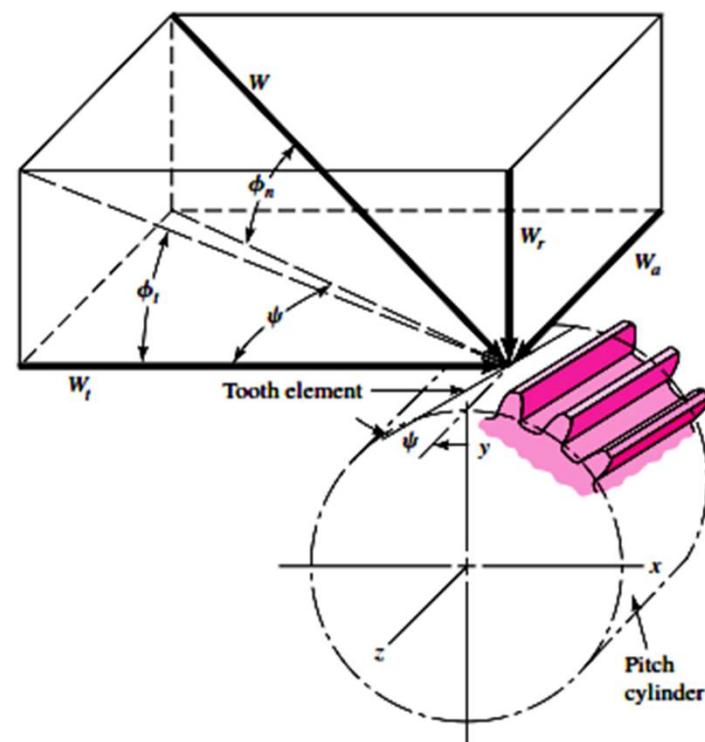
W<sub>t</sub>: carga transmitida kN

H: Potencia kW

d : diámetro del engranaje mm

## Engranajes Helicoidales

La figura representa una vista de las fuerzas que actúan sobre un diente de un engranaje helicoidal. A partir de la geometría de la figura, las tres componentes de la fuerza total  $W$  del diente son:



$$W_r = W \sin \phi_n$$

$$W_t = W \cos \phi_n \cos \psi$$

$$W_a = W \cos \phi_n \sin \psi$$

$W$ : fuerza total

$W_r$ : componente radial

$W_t$ : componente tangencial o  
carga transmitida

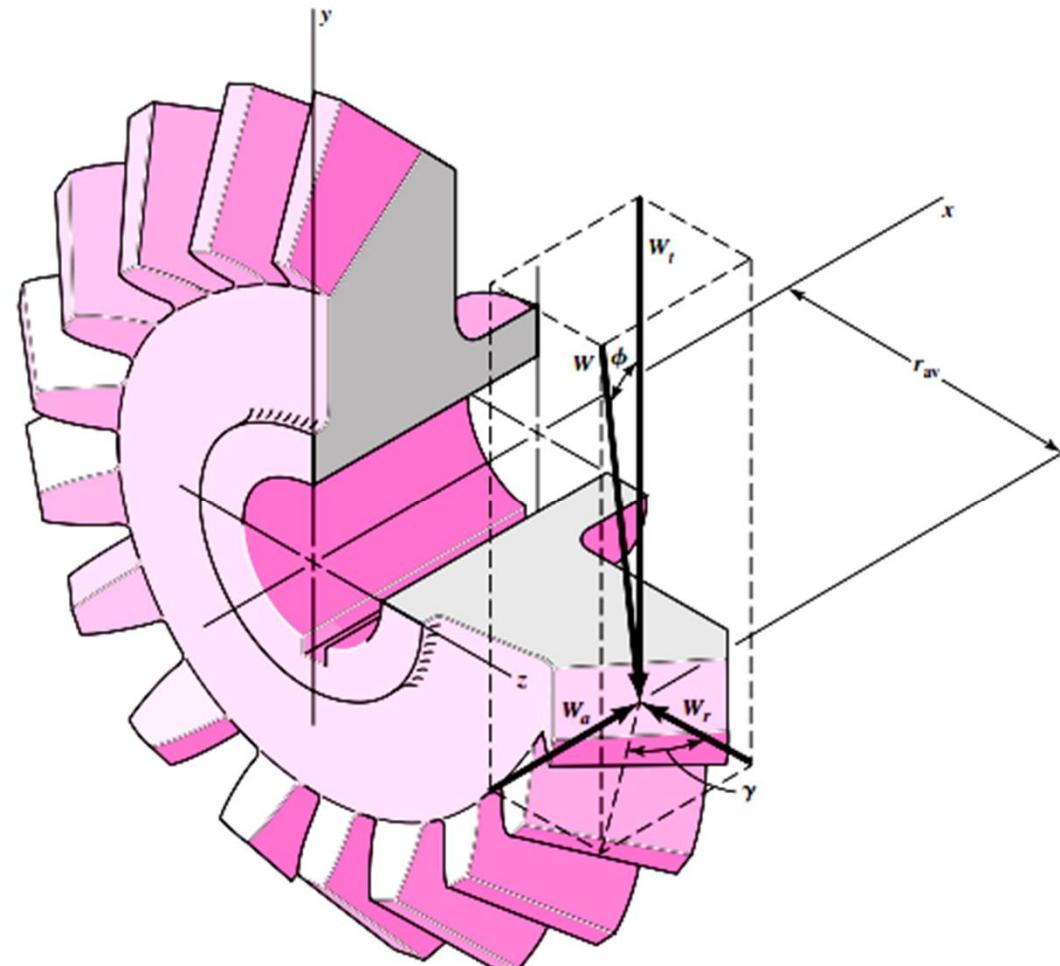
$W_a$ : componente axial o carga de  
empuje

$$W_r = W_t \tan \phi_t$$

$$W_a = W_t \tan \psi$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

# Engranajes Cónicos



La carga transmitida:

$$W_t = \frac{T}{r_{av}}$$

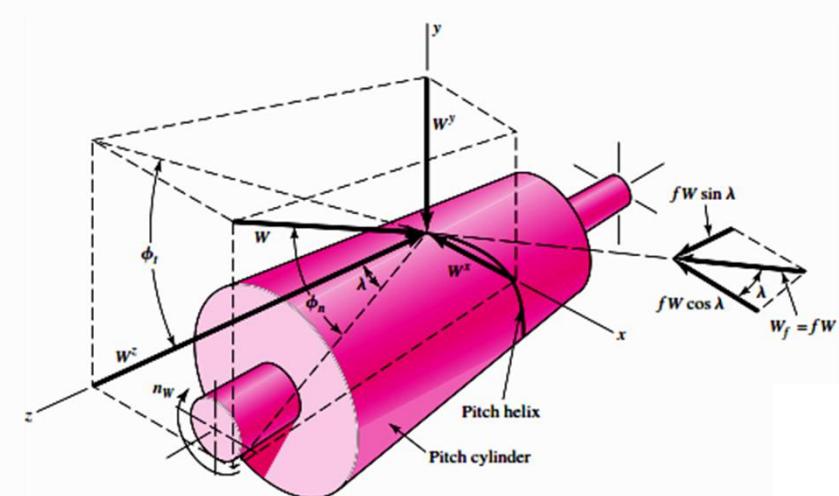
En la figura se  
muestran las fuerzas  
que actúan

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W_a = W_t \tan \phi \sin \gamma$$

# Tornillo Sinfín

Si no consideramos la fricción, la única fuerza que ejerce el engranaje será la fuerza  $W$ , la cual tiene tres componentes ortogonales:



$$W^x = W \cos \phi_n \sin \lambda$$

$$W^y = W \sin \phi_n$$

$$W^z = W \cos \phi_n \cos \lambda$$

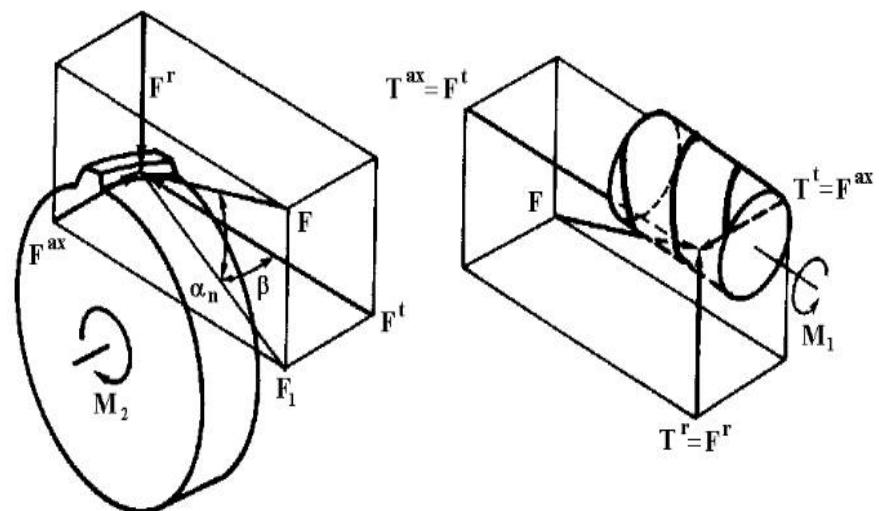


Fig. II-98 Fuerzas en un engranaje de tornillo sinfín

Se emplearán los subíndices W y G para indicar las fuerzas sobre el tornillo sinfín y la corona respectivamente. Debido a que las fuerzas que actúan en la corona son opuestas a las que actúan en el sinfín, tenemos:

$$W_{Wt} = -W_{Ga} = W^x$$

$$W_{Wr} = -W_{Gr} = W^y$$

$$W_{Wa} = -W_{Gt} = W^z$$

El movimiento relativo entre dientes del sinfín y de la corona es deslizamiento puro y por lo tanto la fricción aparece, obteniendo las siguientes ecuaciones:

$$W^x = W(\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda)$$

$$W^y = W \sin \phi_n$$

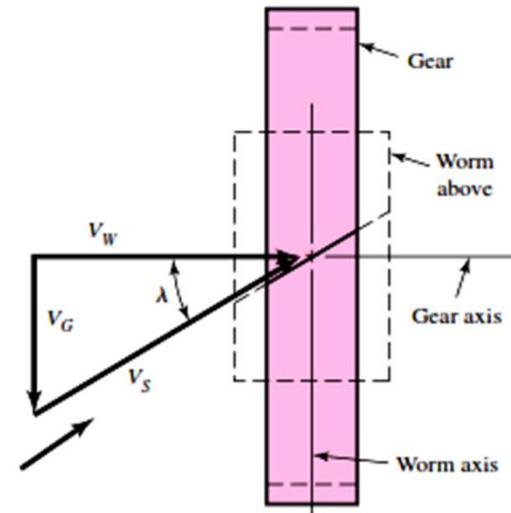
$$W^z = W(\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda)$$

Se puede obtener una relación entre las dos fuerzas tangenciales

$$W_{Wt} = W_{Gt} \frac{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda}{f \sin \lambda - \cos \phi_n \cos \lambda}$$

El rendimiento es:

$$\eta = \frac{W_{Wt} \text{(without friction)}}{W_{Wt} \text{(with friction)}}$$



## PROCESO DE PREDIMENSIONAMIENTO (Ruedas Dentadas Rectas)

Para realizar el predimensionamiento necesitamos los siguientes Datos básicos:

1 Patencia transmitida o nominal:  $N$  [CV]

2 Velocidad del piñón (motriz):  $n_1$  [rpm]

3 Factor de servicio (tabla I):  $f_s$

4 Relación transmisión propuesta:  $i$

5 Distancia entre centros:  $C$  [mm]

Este último dato sólo ocasionalmente está fijado.

6 Condiciones ambientes ( temperatura, polvos, agentes corrosivos )

### Datos opcionales:

7 Materiales: (tipo, resistencia a la flexión pulsante, tensión de fluencia y rotura, dureza superficial de los dientes, resistencia al choque, etc).

8 Fabricación: (proceso, tipo de herramienta, su ángulo de presión, radio de empalme, altura de pie, precisión del tallado, acabado superficial, etc, además de correcciones del dentado, como corrimento del perfil, mochado, etc).

Los principales tipos de falla de engranajes son:

1. **Desgaste**: existen varios tipos de desgaste, incluyendo:

- a. Adhesión
- b. Abrasión
- c. Corrosión
- d. Corrosión por fretting
- e. Pulido
- f. Descarga eléctrica
- g. Cavitación
- h. Erosión

2. **Fatiga superficial (Hertziana)**: Tensiones de contacto repetitivas pueden provocar fisuras superficiales o sub-superficiales y el desprendimiento de material de los dientes de los engranajes. La fatiga superficial resulta en pitting o picado de la superficie de los dientes. Puede categorizarse en:

- a. Macropitting



## FALLAS EN LOS ENGRANAJES

- i. Pitting inicial
- ii. Pitting progresivo o destructivo
- iii. Spalling
- b. Micropitting
- 3. **Flujo plástico:** Es la deformación de la superficie metálica del diente como resultado de sobrecarga (especialmente cargas de impacto). Ocurre con materiales blandos y dúctiles, pero también puede ocurrir en dientes endurecidos superficialmente. Esta falla puede estar acompañada por fatiga superficial.
- 4. **Rotura de dientes**, dividida en dos categorías
  - a. Rotura por fatiga

b. Rotura por sobrecarga

De estos tipos de falla, existen 3 que no pueden ser causados por un problema del lubricante, ni pueden ser corregidos recurriendo al lubricante:

- 1. Rotura de dientes
- 2. Sobrecarga
- 3. Daño por descarga eléctrica

Ahora que vimos una breve clasificación de los modos de falla de engranajes, veamos cómo debería levarse a cabo un análisis de falla de engranajes.

- 1. Recoja los datos operativos y anote las condiciones que condujeron a la falla
- 2. recoja cualquier otro dato disponible (ej. Datos de análisis de aceite, o vibraciones)
- 3. Recoja una muestra de aceite y envíela a analizar
- 4. Fotografíe la caja de engranajes, y todos los engranajes, con énfasis en el fallado
- 5. Fotografíe y anote la condición de pasajes de aceite o boquillas de rociado
- 6. Fotografíe y documente la condición de rodamientos



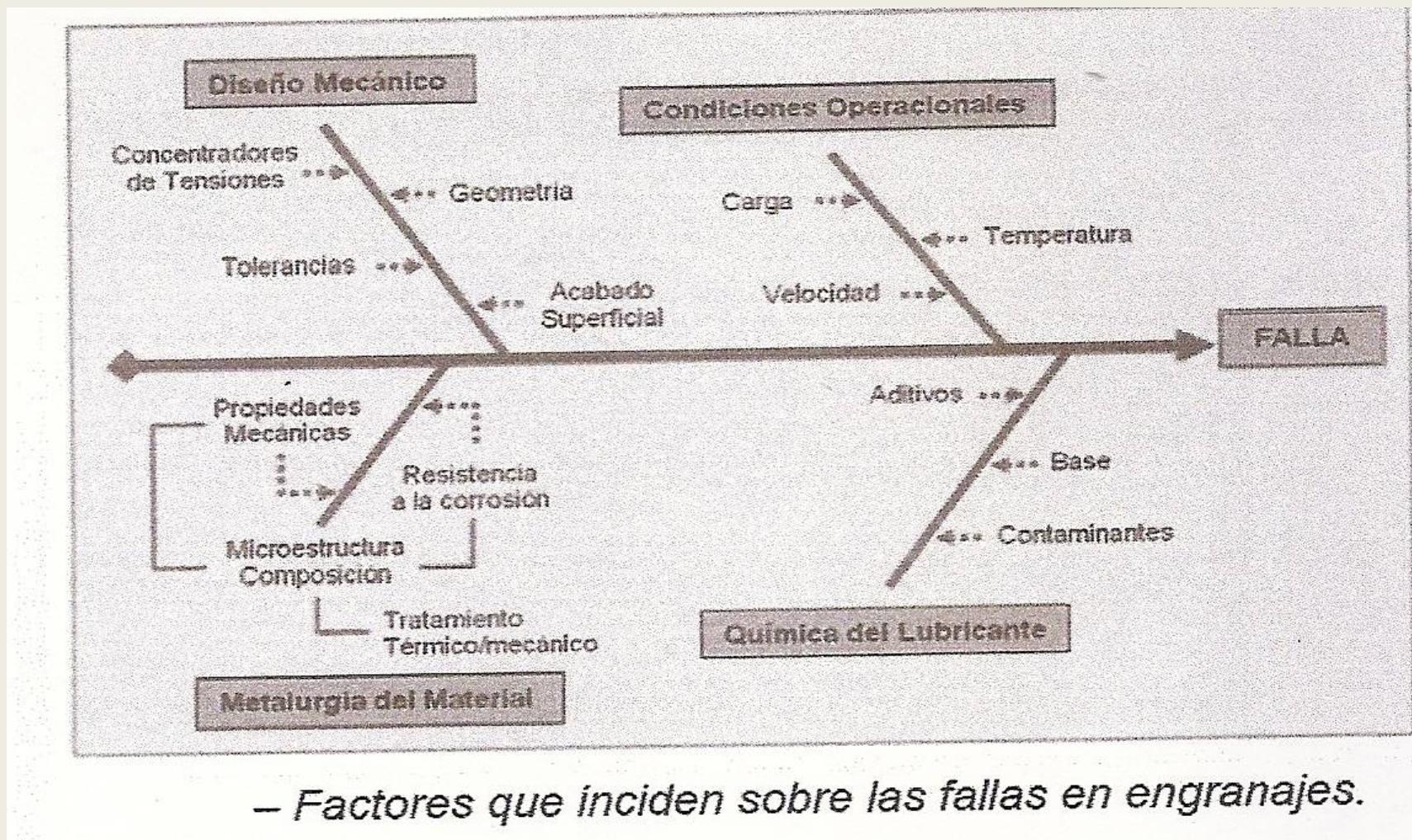
7. y/o cojinetes  
Analice los hallazgos y escriba un reporte, aún cuando no pueda llegar a una conclusión terminante

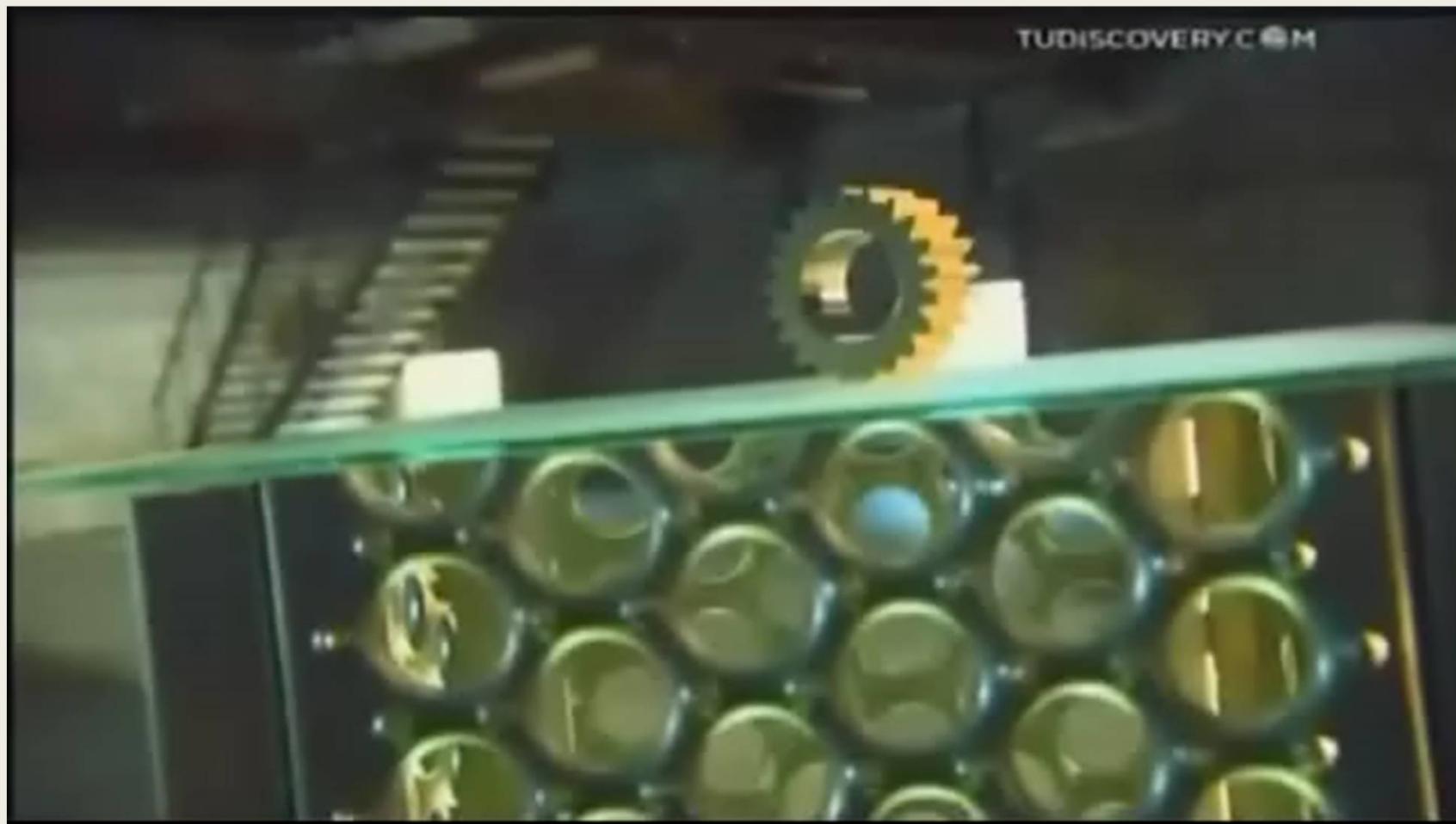
De acuerdo con la consultora GearTech, las fallas de engranajes pueden ser clasificadas dentro de 5 categorías:

1. **Diseño inadecuado** (selección de geometría, materiales, tratamiento térmico, métodos de fabricación, lubricación)
2. **Fabricación inadecuada**

(proceso, ensamble, ensayo)

3. **Instalación inadecuada** (montaje, acople, alineación)
4. **Ambiente agresivo** (químico, físico, eléctrico)
5. **Operación inadecuada** (ensayo, arranque, operación, mantenimiento)







AGNEE



## **BIBLIOGRAFIA**

- Diseño de Elementos de Máquinas
- Diseño en Ingeniería Mecánica

**R. Mott**  
**Shigley**