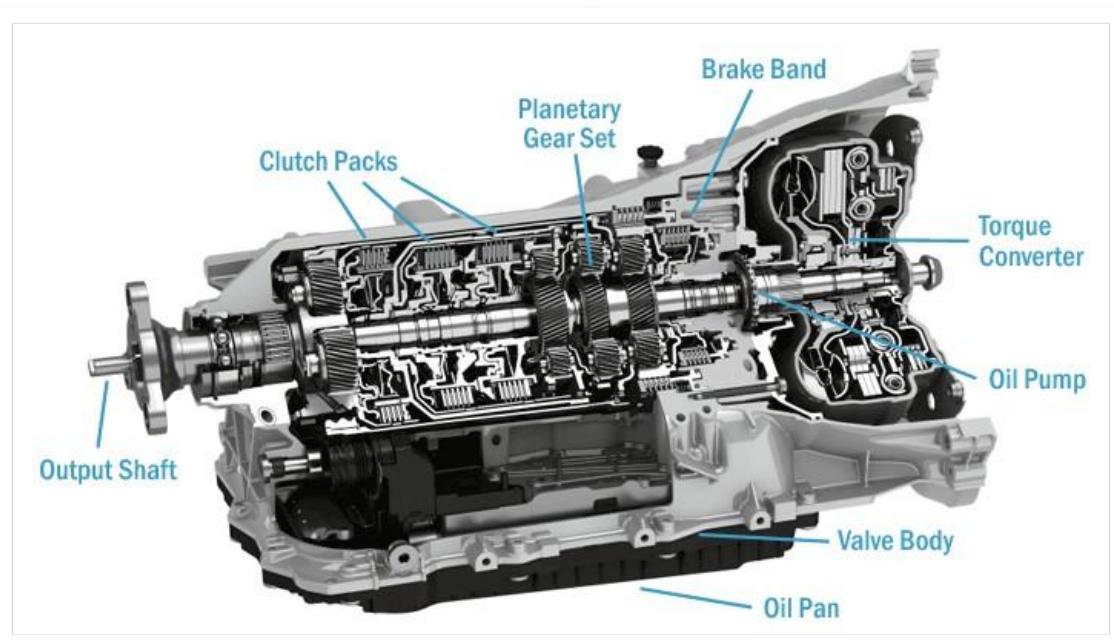
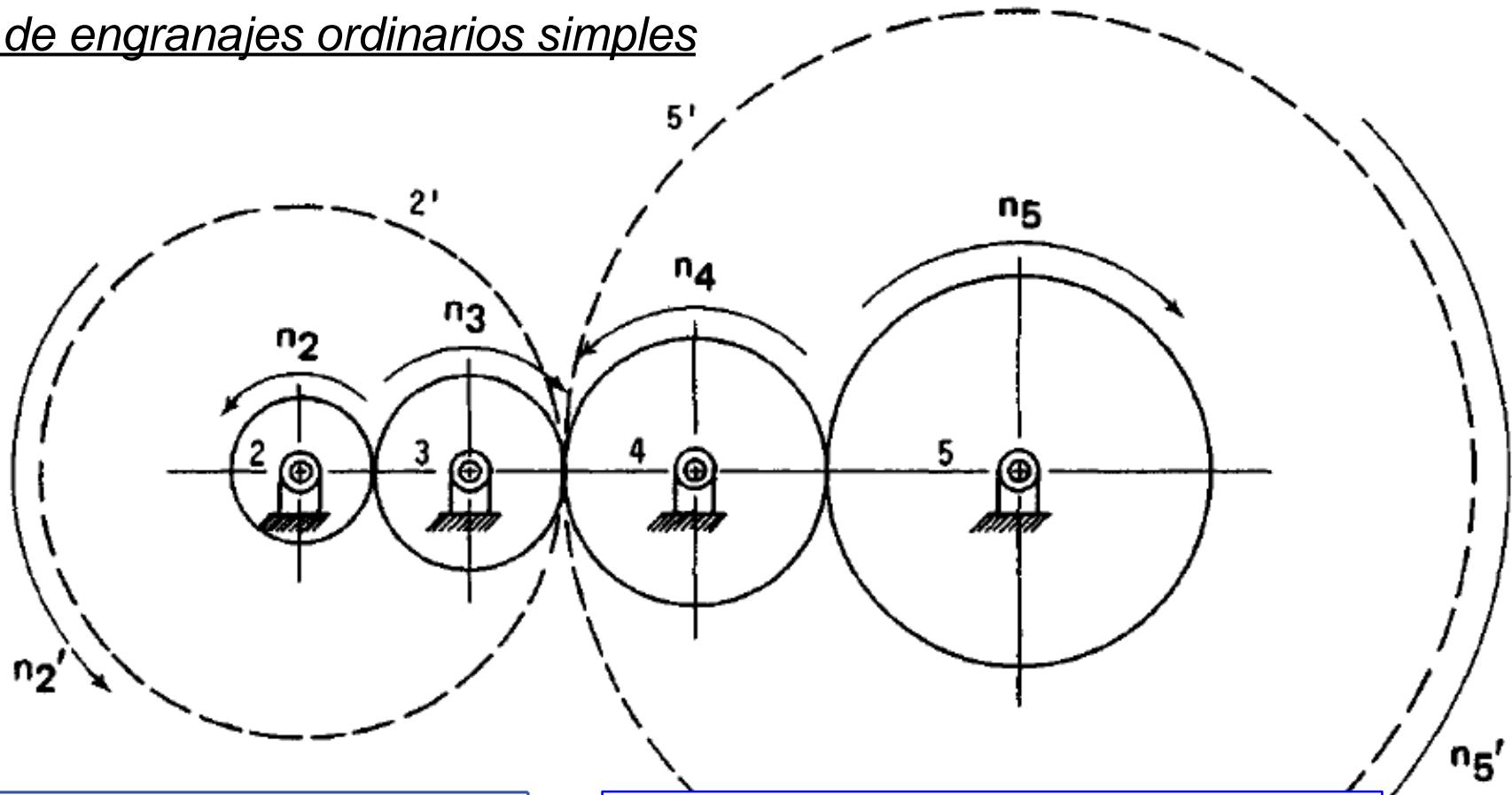


Unidad 07EM: ENGRANAJES

# Reductores de Engranajes



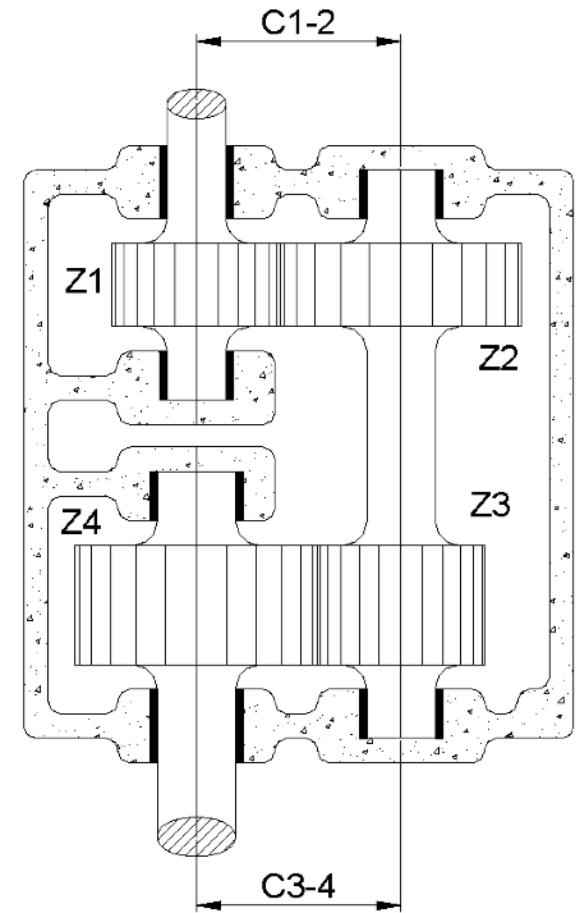
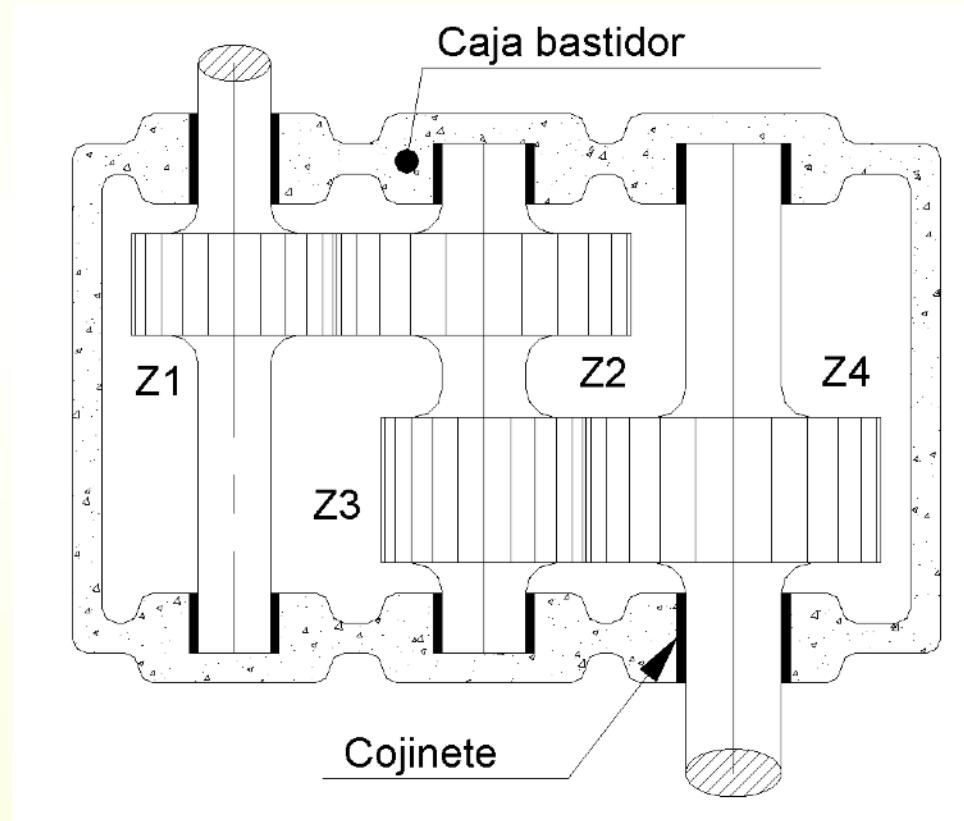
## Trenes de engranajes ordinarios simples



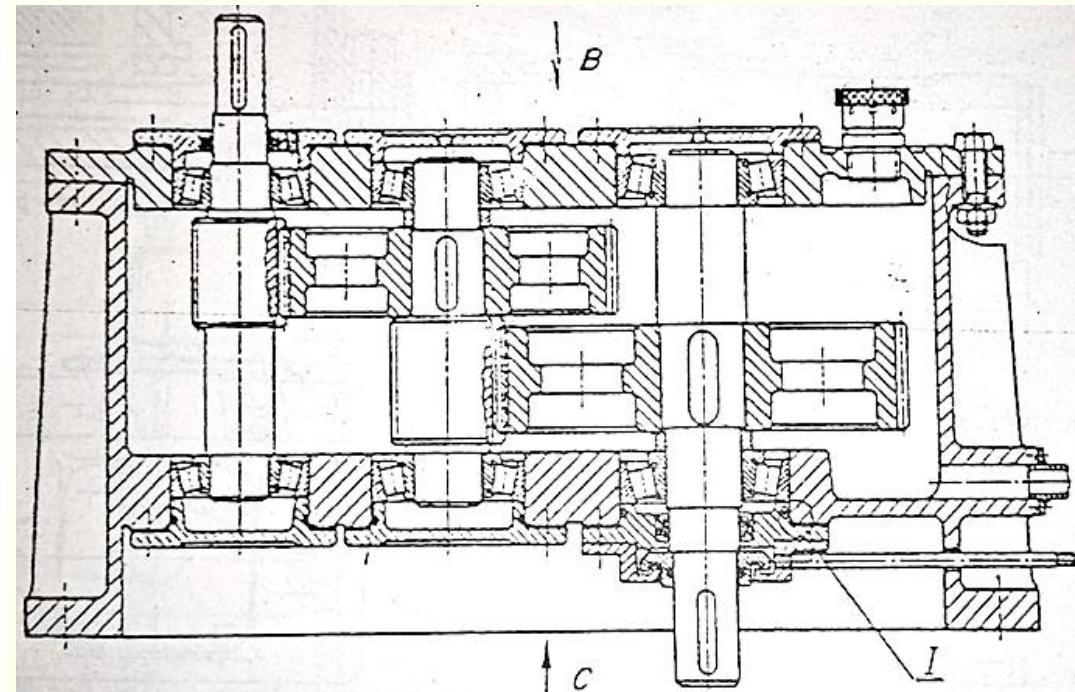
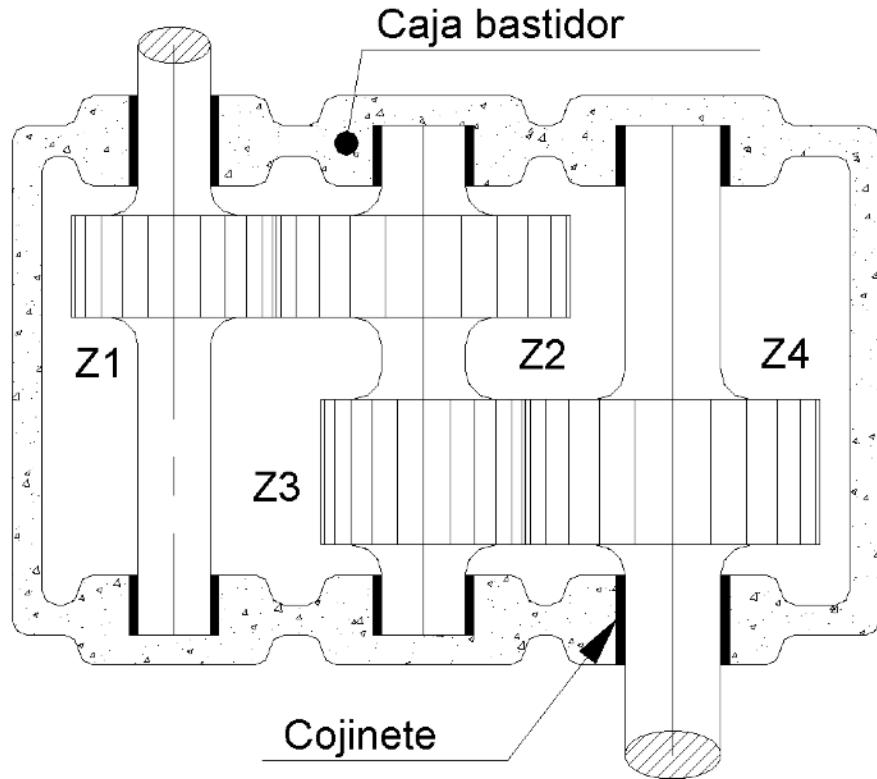
$$i = \frac{n_e}{n_s} = \frac{\prod z \text{ conducidos}}{\prod z \text{ motores}}$$

$\prod z$  conducidos : producto cantidades de dientes de engranes conducidos  
 $\prod z$  motores : producto cantidades de dientes de engranes motores  
 $n_e$  : velocidad de entrada  
 $n_s$  : velocidad de salida

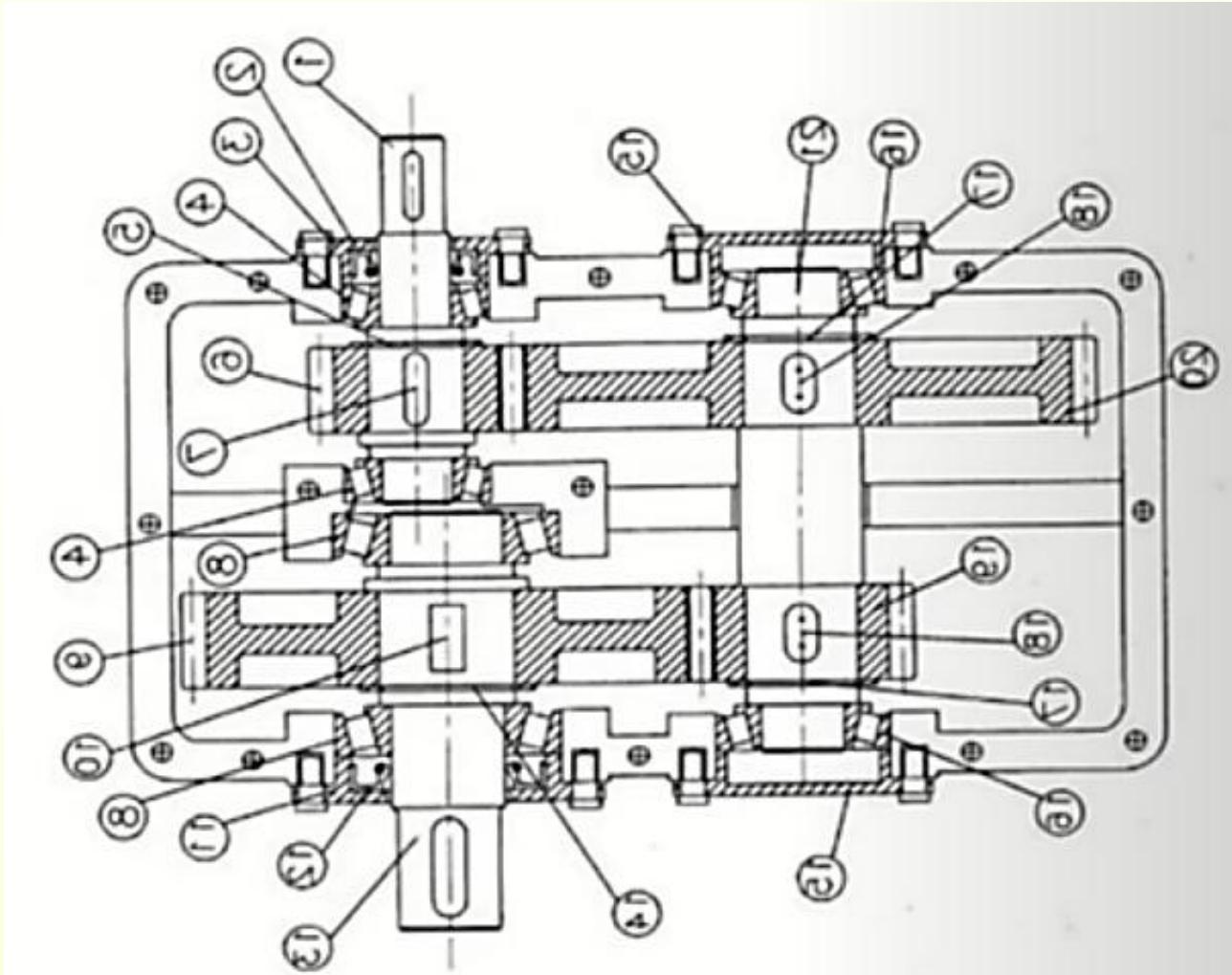
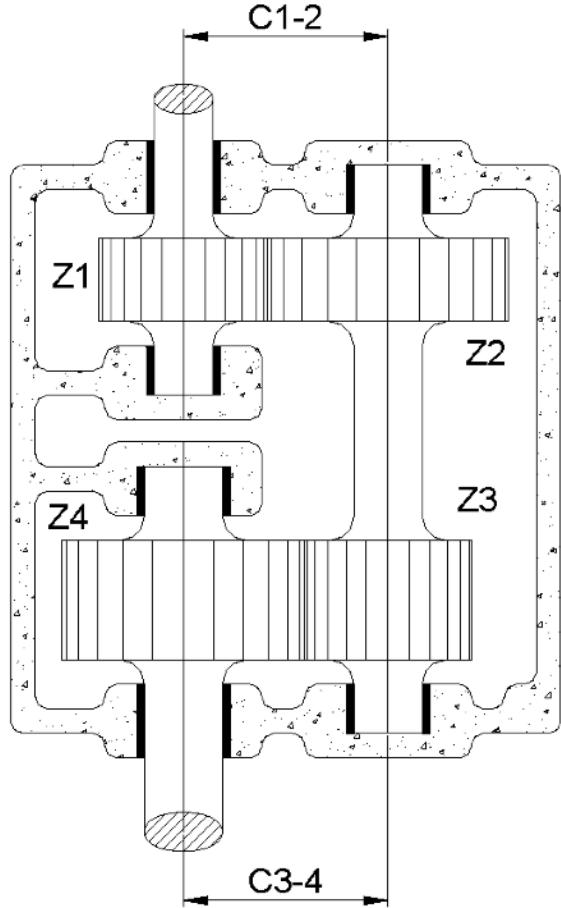
## Trenes de engranajes ordinarios compuestos

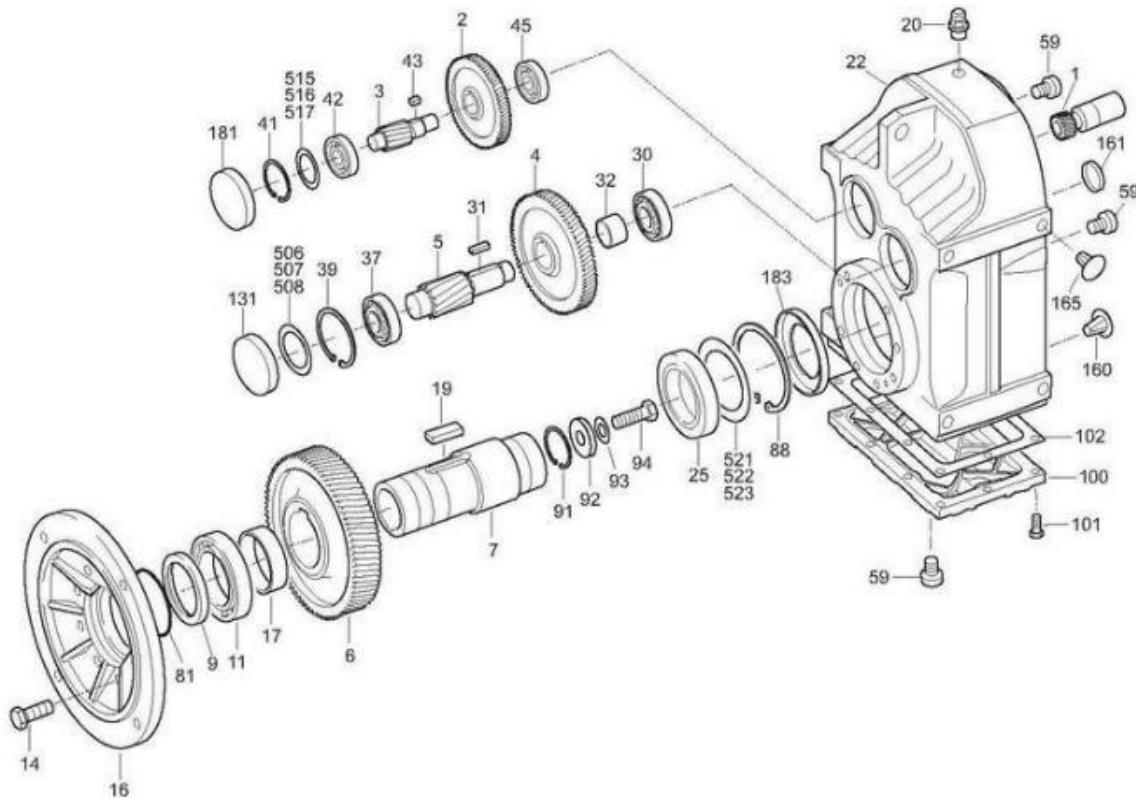
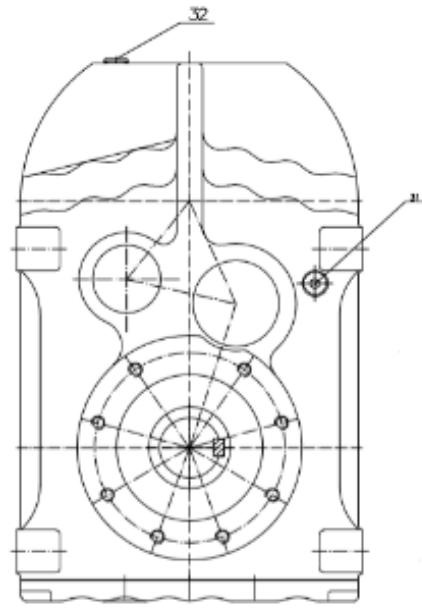
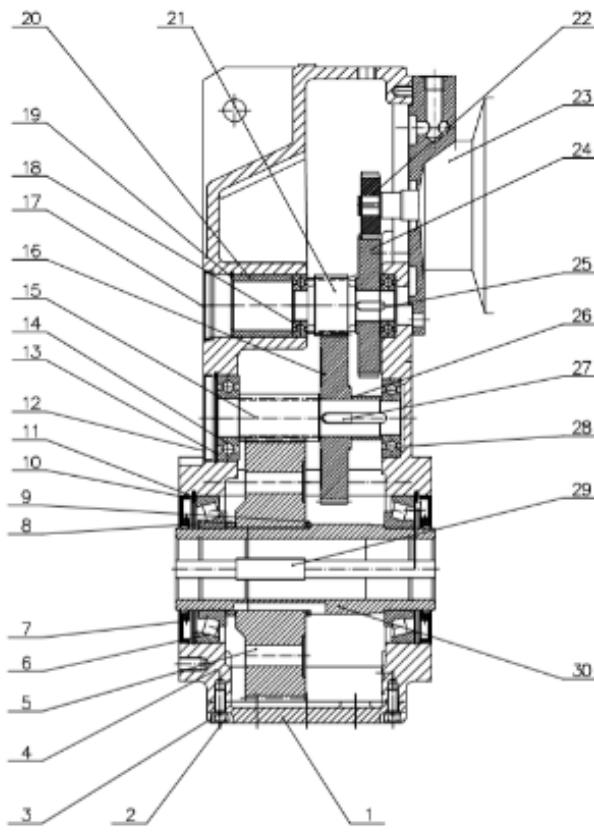


## Trenes de engranajes ordinarios compuestos

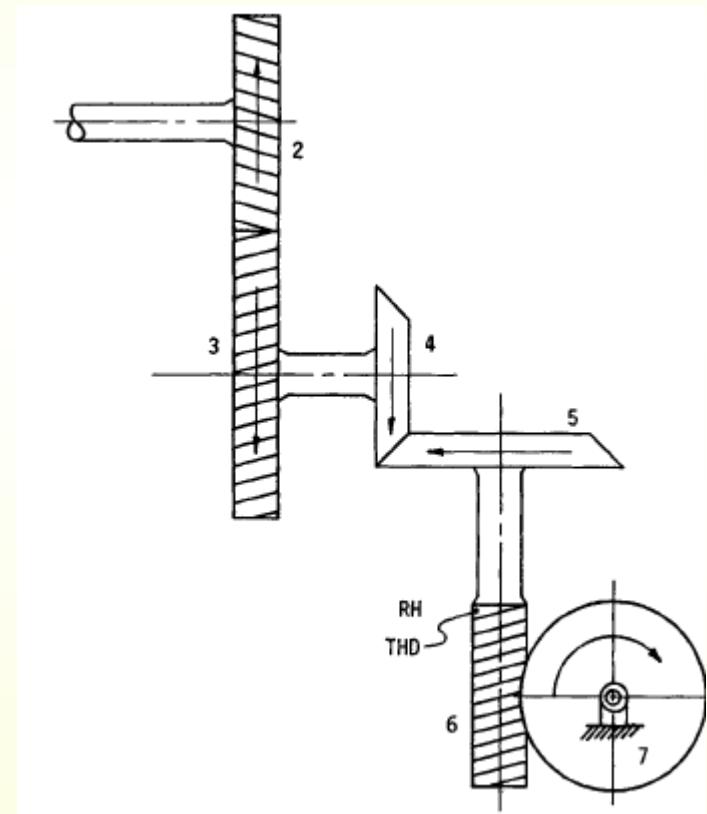
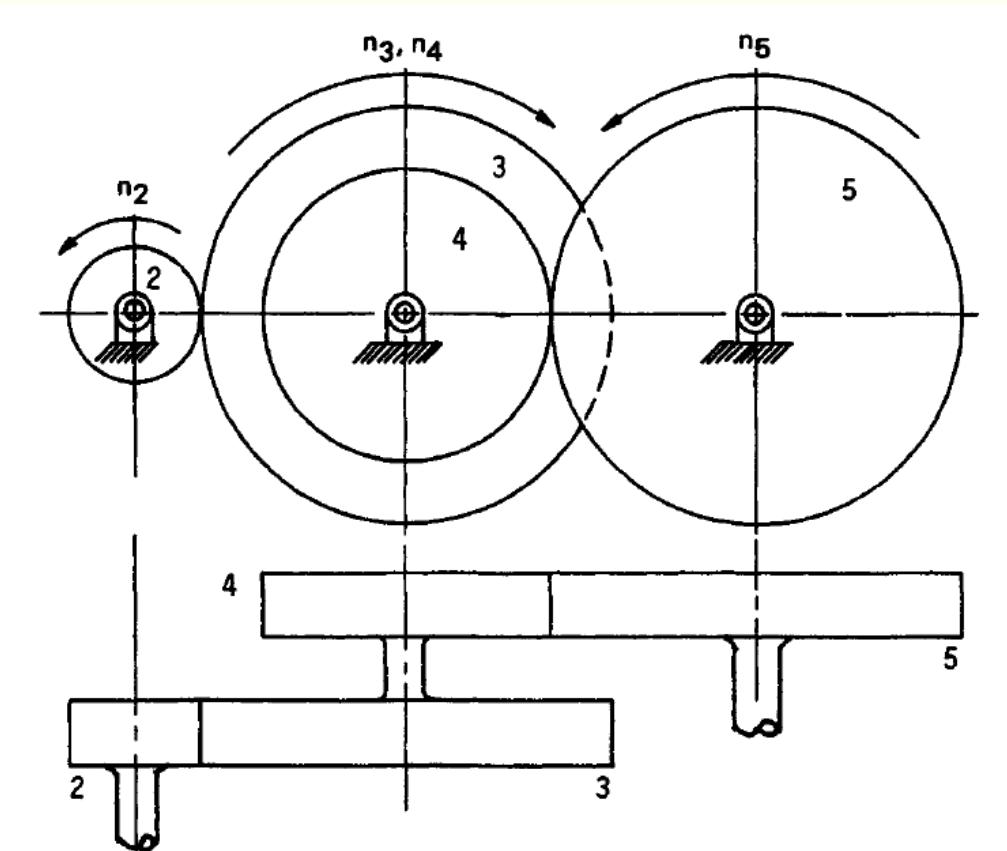


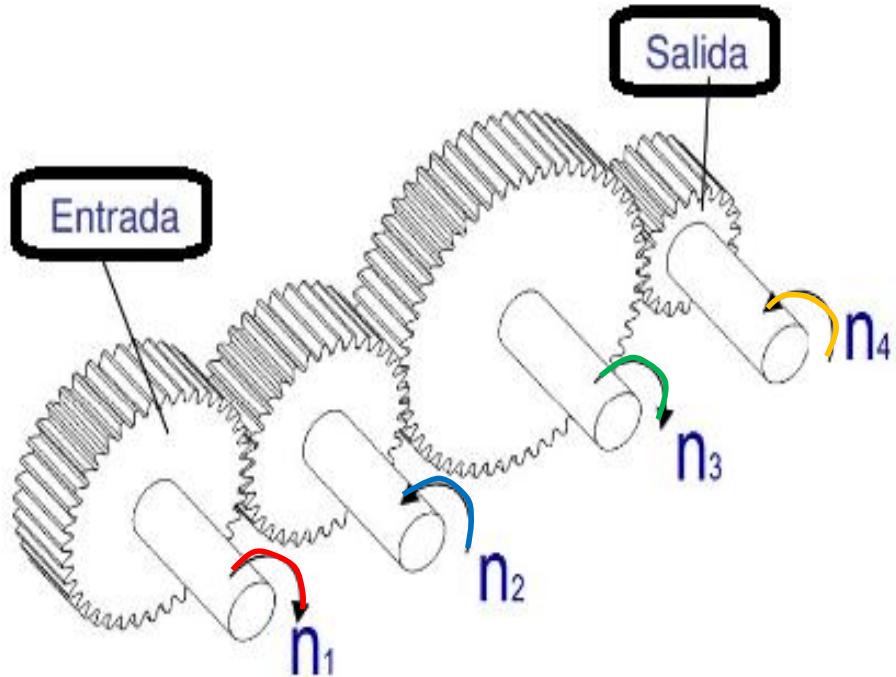
## Trenes de engranajes ordinarios compuestos



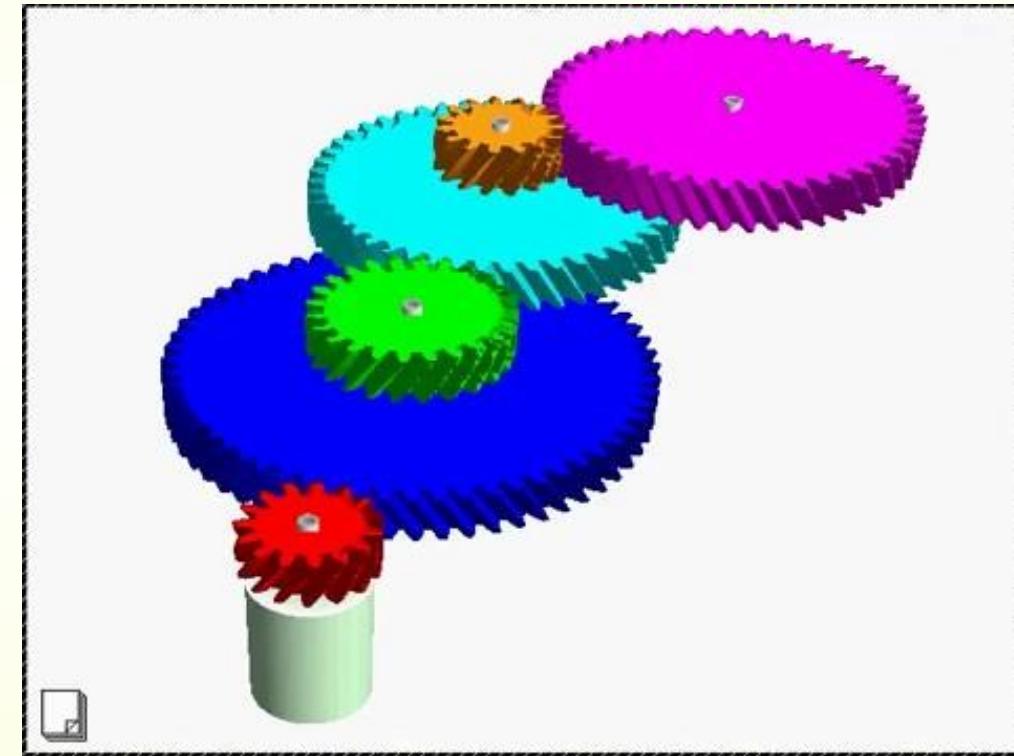


## Trenes de engranajes ordinarios compuestos



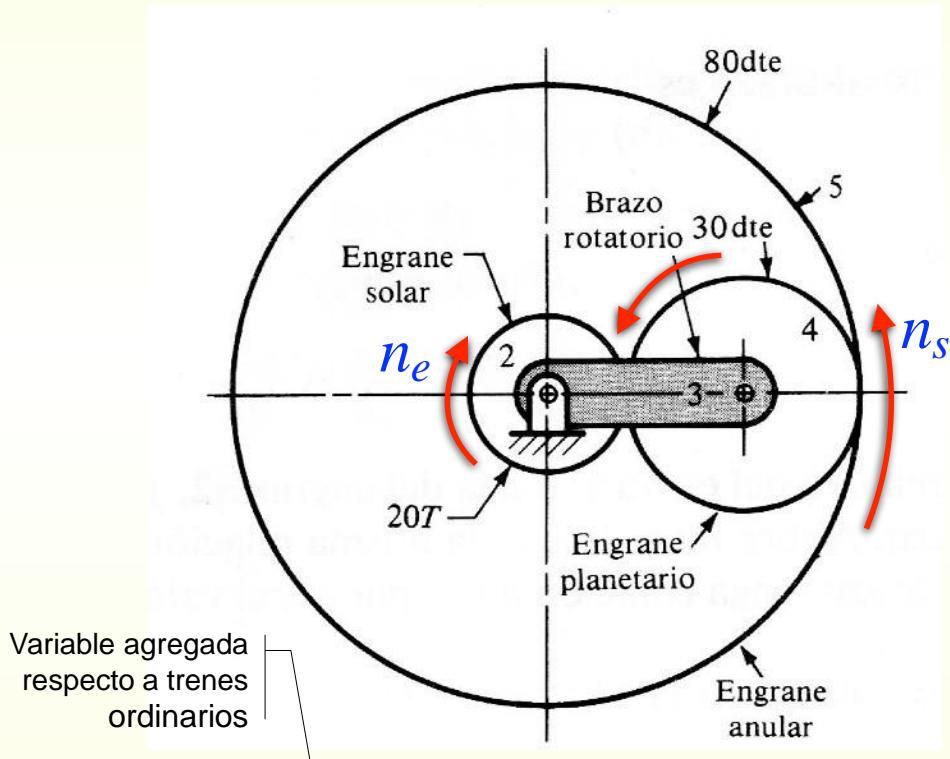


Trenes de engranajes ordinarios  
simples



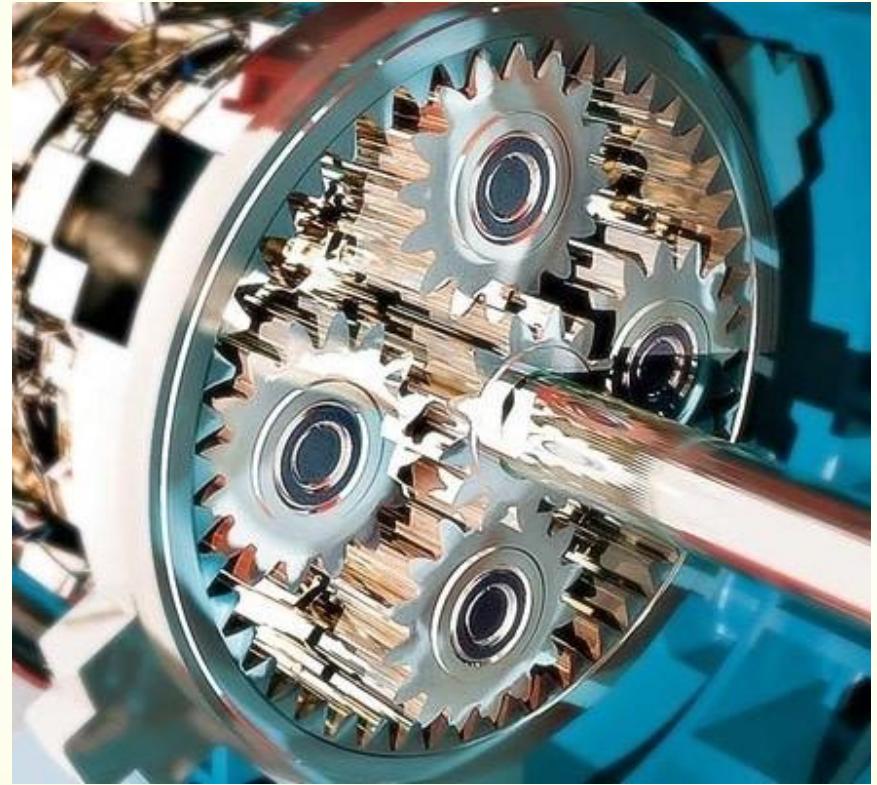
Trenes de engranajes ordinarios  
compuestos

## Trenes de engranajes planetarios EPI - HIPOCICLOIDAL



$$i = \frac{n_e - n_{ps}}{n_s - n_{ps}} = - \frac{\prod (z_{conducidos})}{\prod (z_{motores})}$$

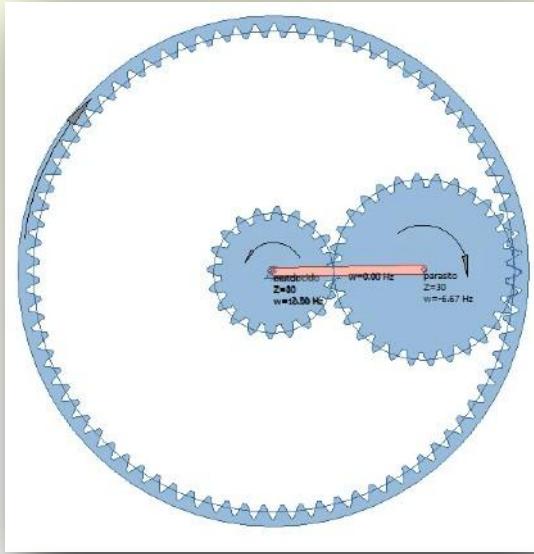
**Signo** de acuerdo al sentido de giro:  
 • Igual sentido de giro que el motor: Igual signo ambos lados de la ecuación.  
 • Sentido de giro opuesto que el motor: signo opuesto en ambos lados de la ecuación



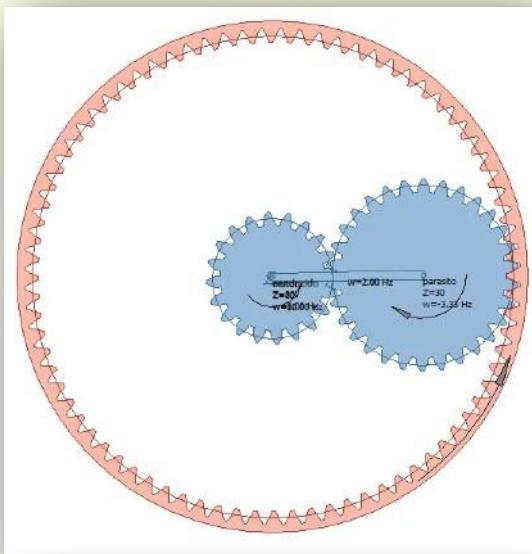
$\prod z_{conducidos}$  : producto cantidades de dientes de engranes conducidos  
 $\prod z_{motores}$  : producto cantidades de dientes de engranes motores  
 $n_e$  : velocidad de entrada  
 $n_s$  : velocidad de salida  
 $n_{ps}$  : velocidad del brazo portasatélites

# Repaso de teoría

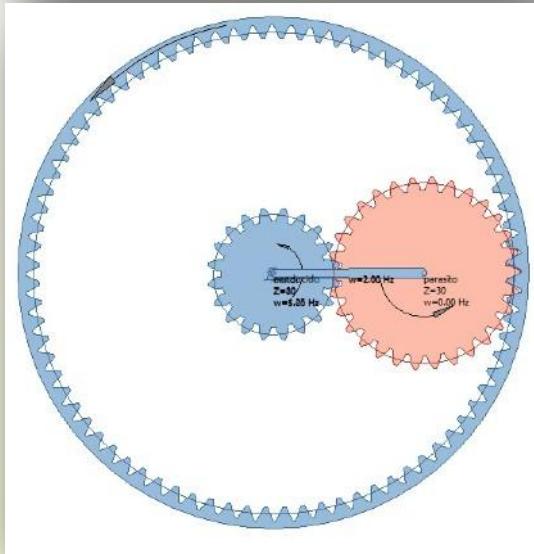
$$n_{ps} = 0 \text{ rpm}$$



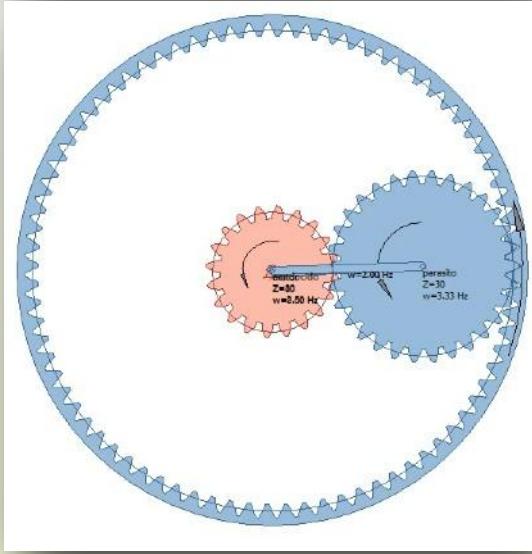
$$n_{corona} = 0 \text{ rpm}$$



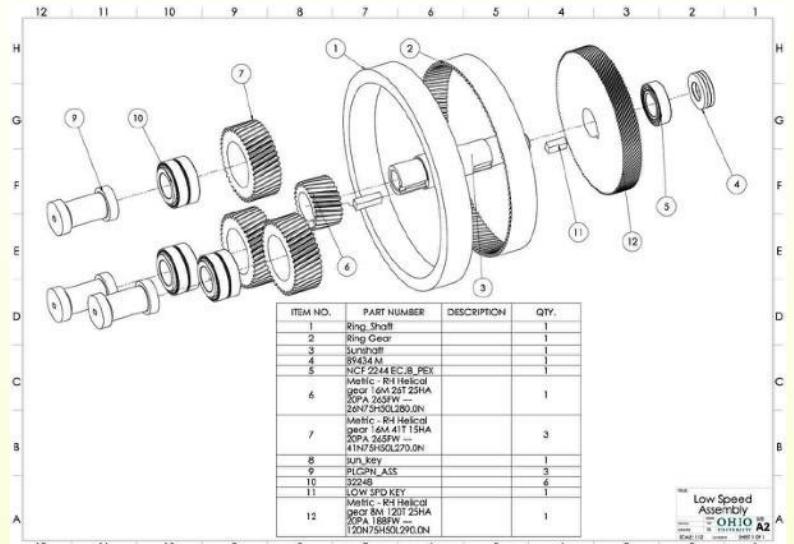
$$n_{satelite} = 0 \text{ rpm}$$



$$n_{solar} = 0 \text{ rpm}$$

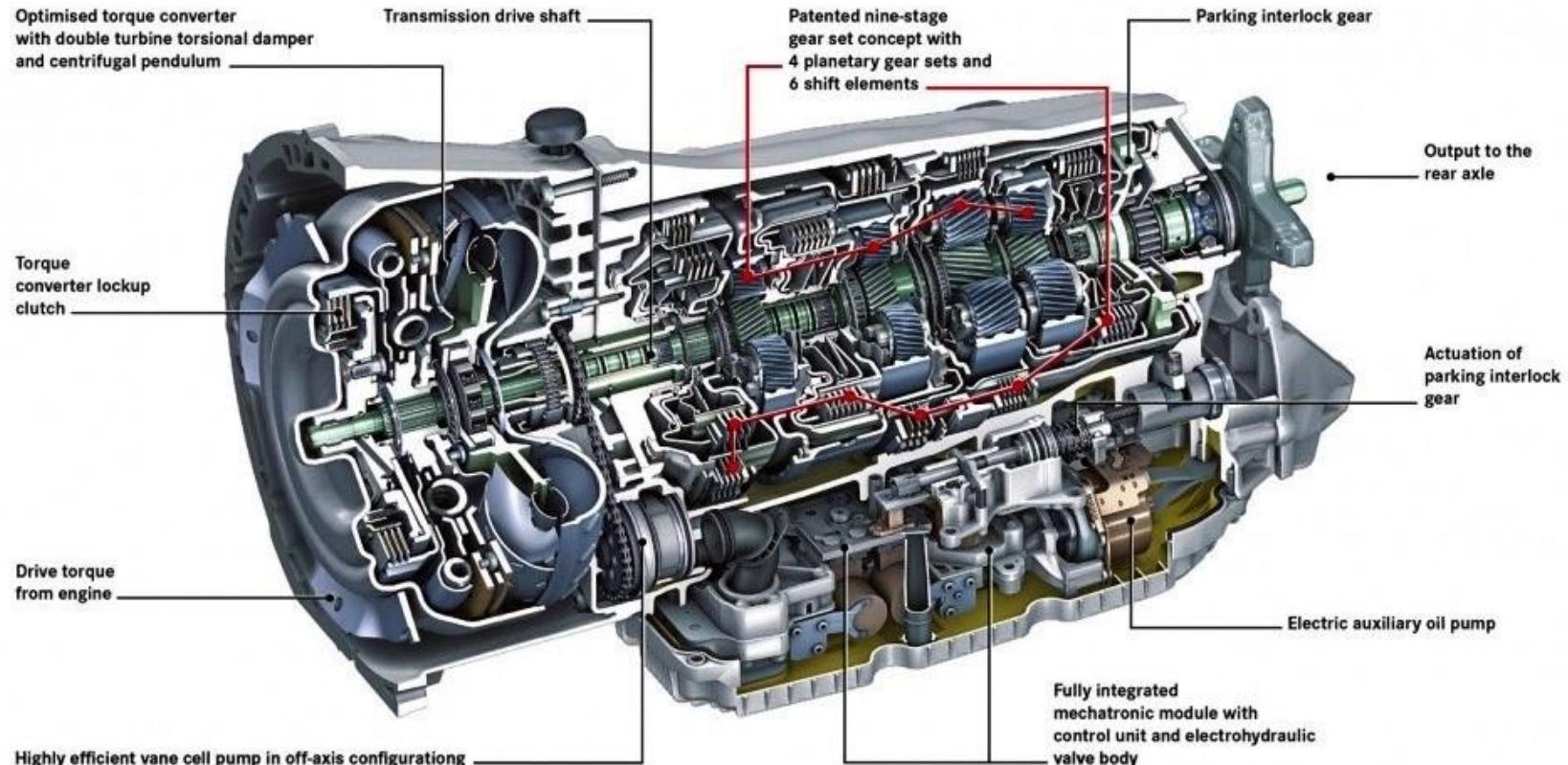


## Turbinas eólicas



## ► More comfort, more driving pleasure, less fuel consumption: The new 9G-TRONIC

Design of the new, nine-speed 9G-TRONIC torque converter transmission

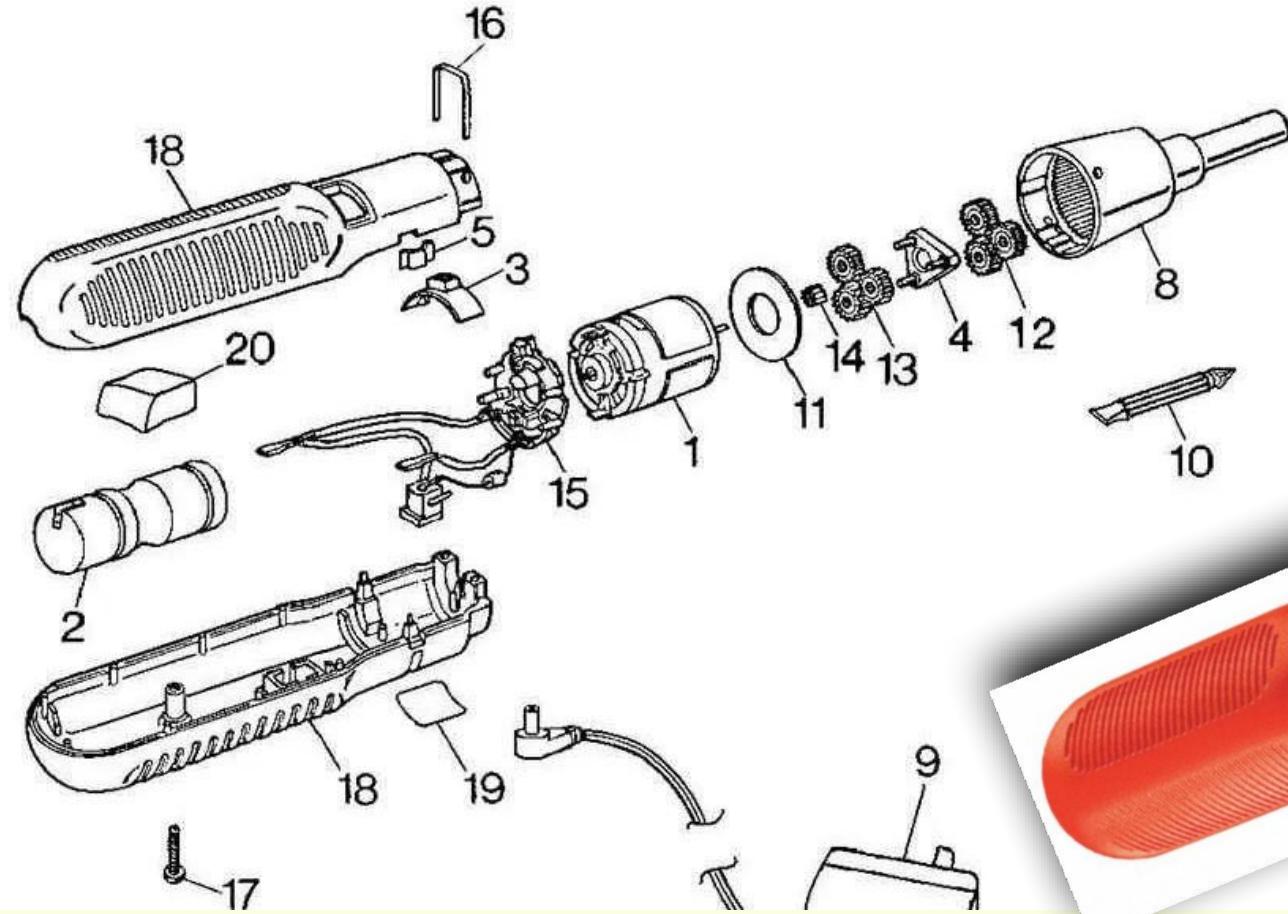


Mercedes-Benz

## Arranques de motores de combustión interna.

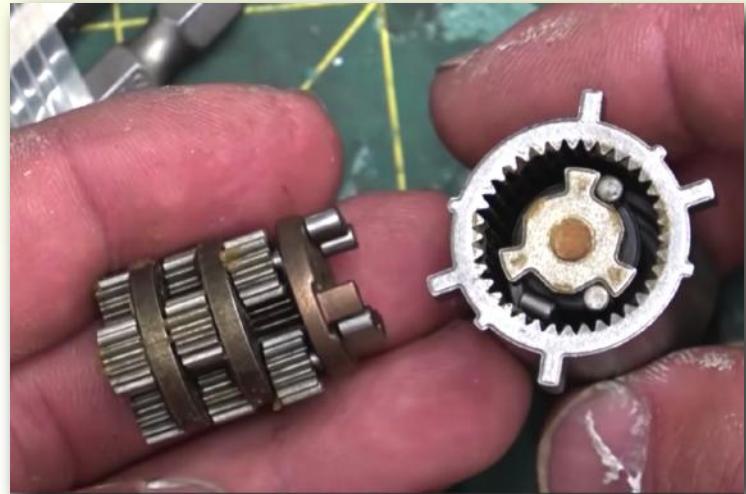
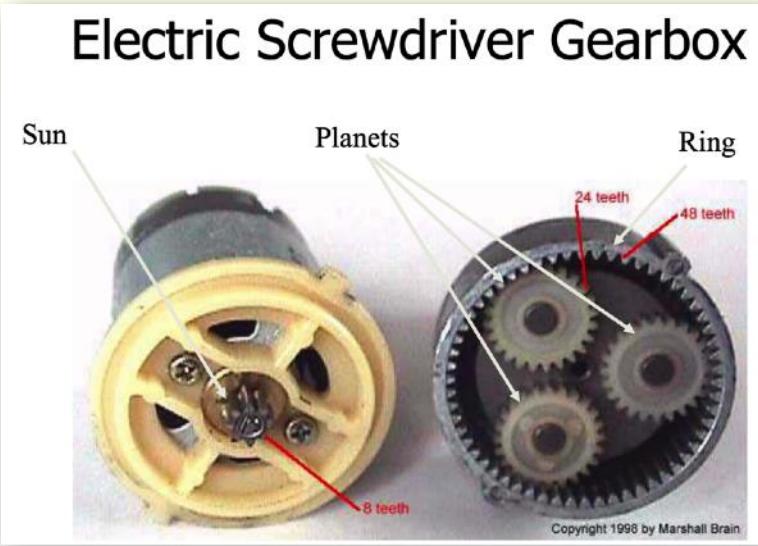


## Atornilladores a batería



## Atornilladores a batería

### Electric Screwdriver Gearbox



# Ejemplo 1

## Trenes de engranajes planetarios EPI - HIPOCICLOIDAL

$$\frac{n_e - n_{ps}}{n_s - n_{ps}} = - \frac{\Pi zc}{\Pi zm}$$

Despejar  $n_{ps}$

$Z_1 = 15$  dientes

$Z_2 = 10$  dientes

$Z_3 = Z_1 + (2 \cdot Z_2)$

$Z_3 = 15 + (2 \cdot 10) = 35$  dientes

$$n_e = 10 \text{ rpm (solar)}$$

$$n_s = 0 \text{ rpm (corona)}$$

$$n_{ps} = ???$$

$$n_{ps} = \frac{\Pi zm \cdot n_e + \Pi zc \cdot n_s}{\Pi zc + \Pi zm}$$

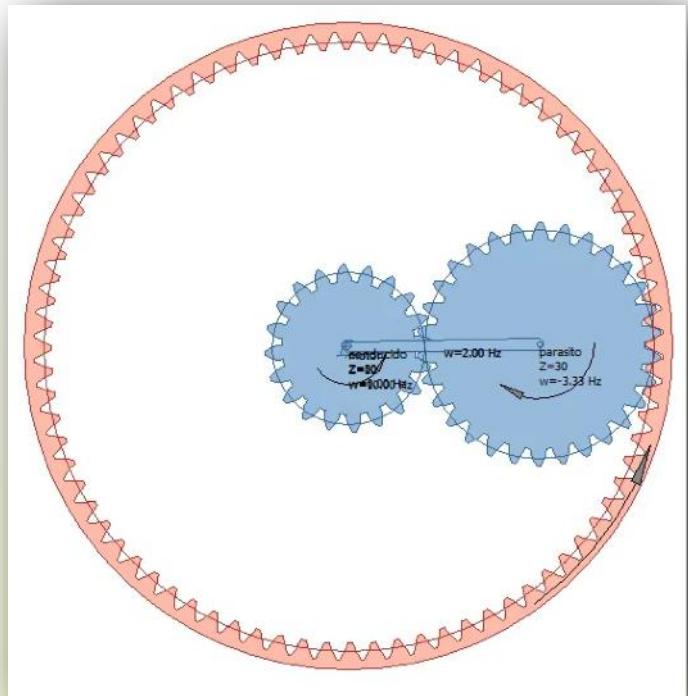
$$\Pi zm = 15 \cdot 10 = 150$$

$$\Pi zc = 35 \cdot 10 = 350$$

$$n_{ps} = \frac{150 \cdot 10 \text{ rpm} + 350 \cdot 0 \text{ rpm}}{350 + 150} = 3$$

$$n_{ps} = 3 \text{ rpm (portasat)}$$

$\prod z_{conducidos}$  : producto cantidades de dientes de engranes conducidos  
 $\prod z_{motores}$  : producto cantidades de dientes de engranes motores  
 $n_e$  : velocidad de entrada  
 $n_s$  : velocidad de salida  
 $n_{ps}$  : velocidad del brazo portasatélites



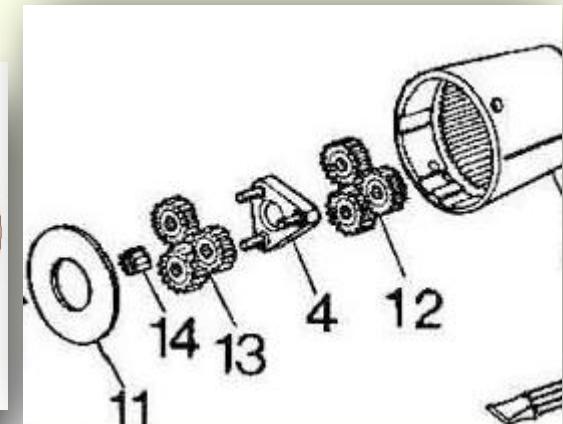
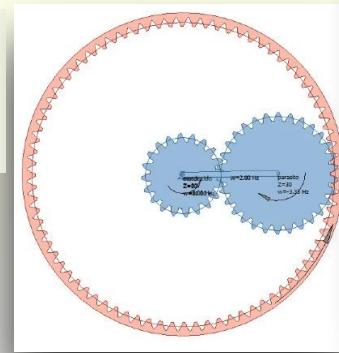
# Ejemplo 2

## Trenes de engranajes planetarios (EPI – HIPOCICLOIDAL)

### Ejercicio atornillador a batería

$$\begin{aligned} Z_1 &= 6 \text{ dientes} \\ Z_2 &= 19 \text{ dientes} \\ Z_3 &= 6 + (2 \cdot 19) = 44 \text{ dientes} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Relevado} \end{array} \right\}$$

$$\frac{n_e - n_{ps}}{n_s - n_{ps}} = - \frac{\Pi z c}{\Pi z m}$$



Para este problema, el propósito es saber que velocidad tiene el solar, cuando el brazo gira a 150 rpm. Pero, además sabemos que el reductor en su conjunto posee 2 etapas. Para esto, en principio calculamos la relación de velocidad de 1 etapa:

$$n_{ps} = 1 \text{ rpm} \quad n_s = 0 \text{ rpm} \quad n_e = ???$$

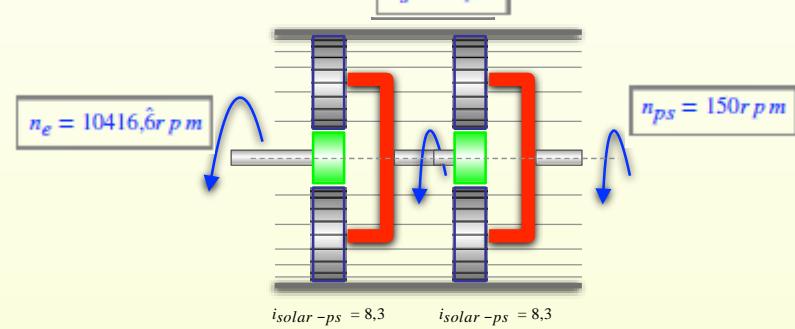
Siendo un reductor de 2 etapas

$$n_{ps} = 150 \text{ rpm} \quad n_e = ?$$

$$i_{solar-ps} = 8,3 \text{ rpm} / 1 \text{ rpm} = 8,3 \text{ (por etapa)}$$

$$i_{total} = i^{(cant.\text{ etapas})} = (8,3)^2 = 69,4$$

$$n_s = 0 \text{ rpm}$$



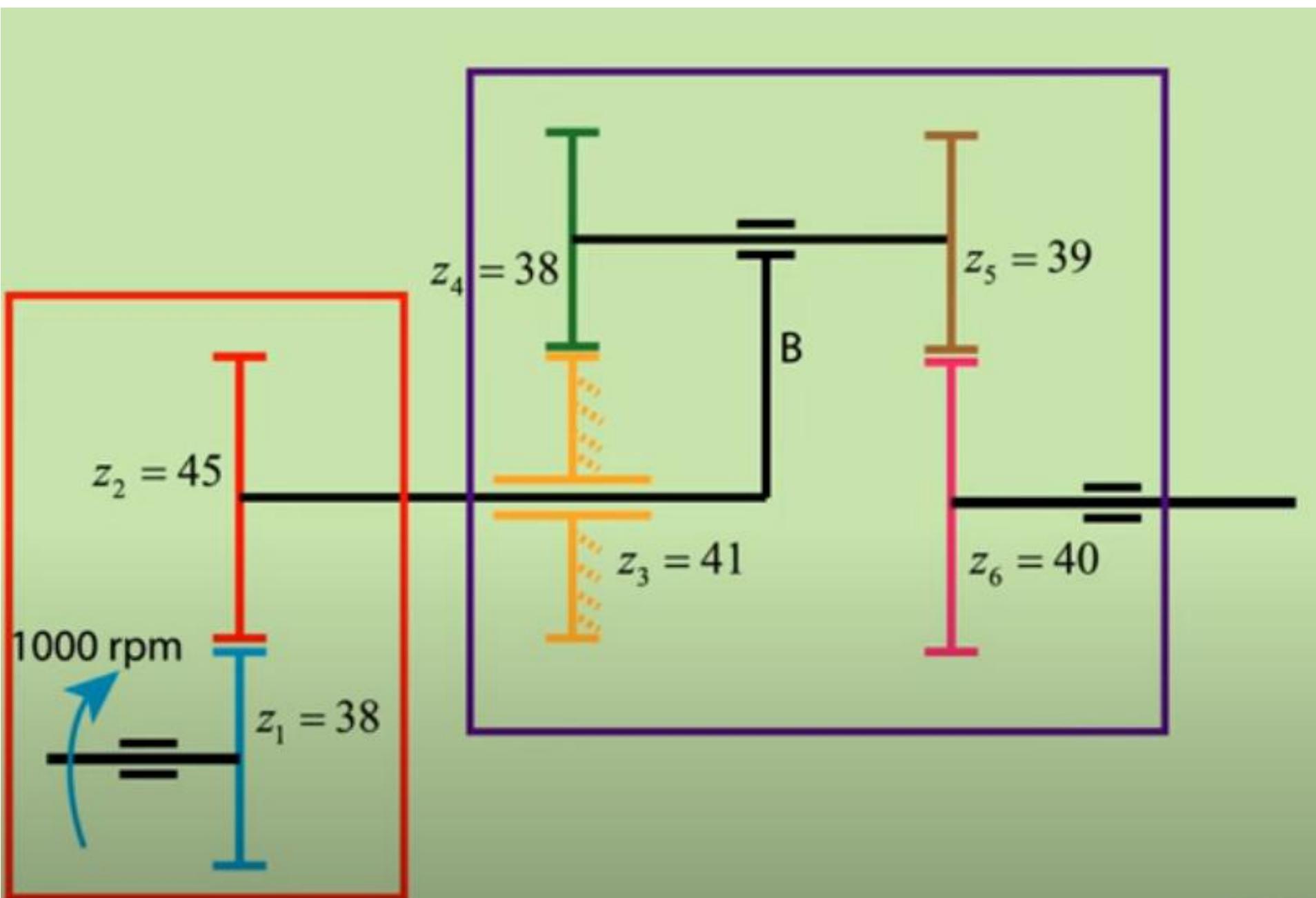
Despejando  $n_e$  de la ecuación general:

$$n_e = \left( -\frac{\Pi z c}{\Pi z m} \cdot (n_s - n_{ps}) \right) + n_{ps}$$

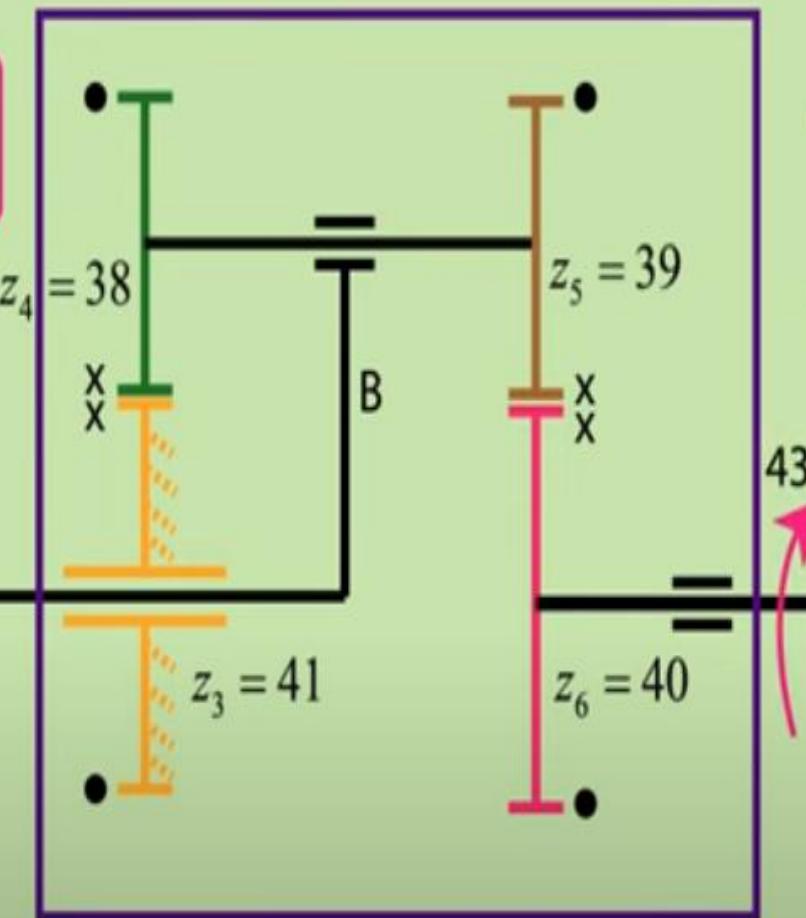
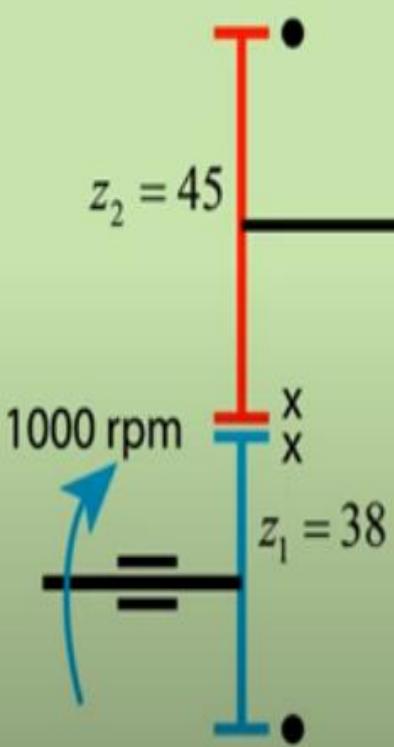
Reemplazamos las variables

$$n_e = \left( \left( -\frac{19 \cdot 44}{6 \cdot 19} \right) \cdot (0 - 1) \right) + 1 \quad n_e = 8,3 \text{ rpm}$$

$$i_{solar-ps} = 8,3 \text{ rpm} / 1 \text{ rpm} = 8,3$$



- Saliente al plano
- ✗ Entrante al plano



$$\omega_2 = -\omega_1 \frac{z_1}{z_2} = -1000 \cdot \frac{38}{45} = -844,44 \text{ rpm}$$

$$\omega_b = \omega_2 = -844,44 \text{ rpm}$$

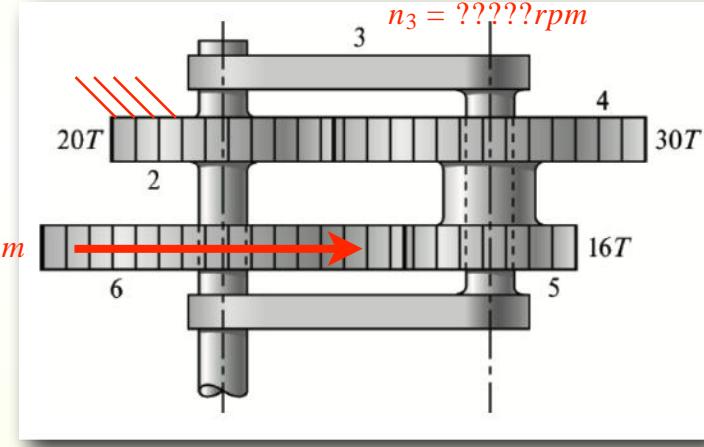
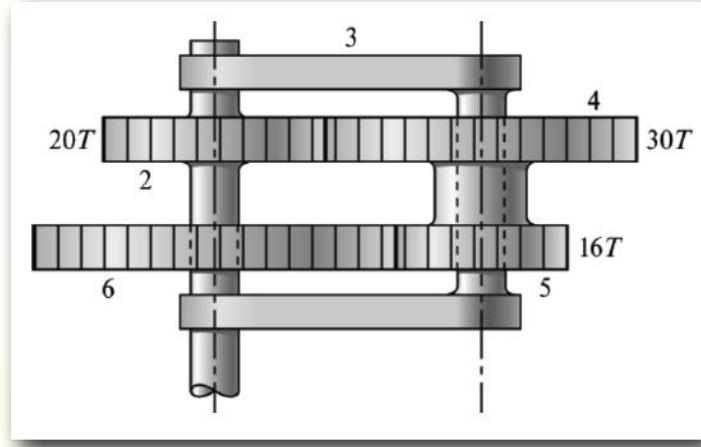
$$\frac{\omega_6 - \omega_b}{\omega_3 - \omega_b} = \frac{z_3 \cdot z_5}{z_4 \cdot z_6}$$

$$\frac{\omega_6 - (-844,44)}{0 - (-844,44)} = \frac{41 \cdot 39}{38 \cdot 40}$$

$$\omega_6 = 43,89 \text{ rpm}$$

# Ejemplo 3

En el caso del tren de engranes planetario de la figura, calcule la velocidad y sentido de rotación del brazo si el engrane 2 es incapaz de girar y el engrane 6 se impulsa a 53 rpm en el sentido de las agujas del reloj, viéndolo desde la parte inferior de la figura. El módulo es el mismo para todos los engranes.



$$z_2 = 20$$

$$z_4 = 30$$

$$z_5 = 16$$

$$z_6 = ?????$$

$$C_{2-4} = \frac{dp_2 + dp_4}{2} = \frac{m \cdot z_2 + m \cdot z_4}{2} = \frac{m \cdot (z_2 + z_4)}{2}$$

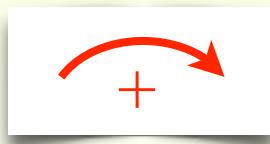
$$C_{5-6} = C_{2-4} \rightarrow \frac{m \cdot (z_2 + z_4)}{2} = \frac{m \cdot (z_5 + z_6)}{2}$$

$$(z_2 + z_4) = (z_5 + z_6) \quad z_6 = (z_2 + z_4) - z_5 = (20 + 30) - 16 = 34$$

$$z_6 = 34$$

# Ejemplo 3 Método Willis

$$i = \frac{n_e - n_{ps}}{n_s - n_{ps}} = \frac{\prod (z_{conducidos})}{\prod (z_{motores})}$$



Considerando:

$$n_e = n_6 = 53 \text{ rpm}$$

$$n_s = n_2 = 0 \text{ rpm}$$

$$n_{ps} = n_3 = ??? \text{ rpm}$$

$$z_2 = 20$$

$$z_4 = 30$$

$$z_5 = 16$$

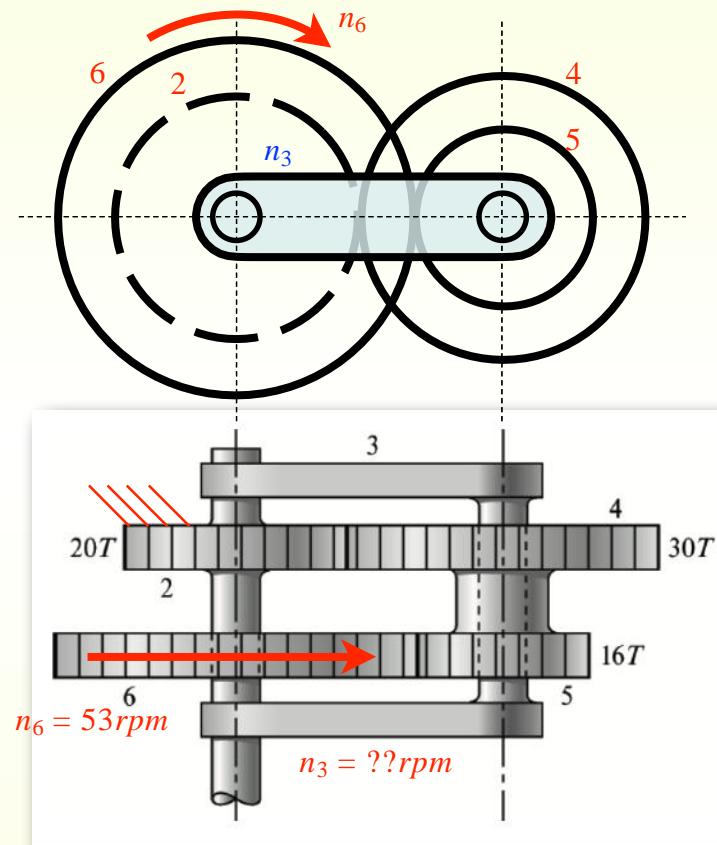
$$z_6 = 34$$

$$i = \frac{n_6 - n_3}{n_2 - n_3} = \frac{z_5 \cdot z_2}{z_4 \cdot z_6}$$

$$i = \frac{53 \text{ rpm} - n_{ps}}{0 - n_{ps}} = \frac{16 \cdot 20}{30 \cdot 34}$$

$$i = \frac{53 \text{ rpm} - n_{ps}}{0 - n_{ps}} = \frac{320}{1020} = \frac{16}{51}$$

Resolver velocidad del portasatélites:



En primer lugar, supongamos a  $a$  desconectada del bastidor de modo

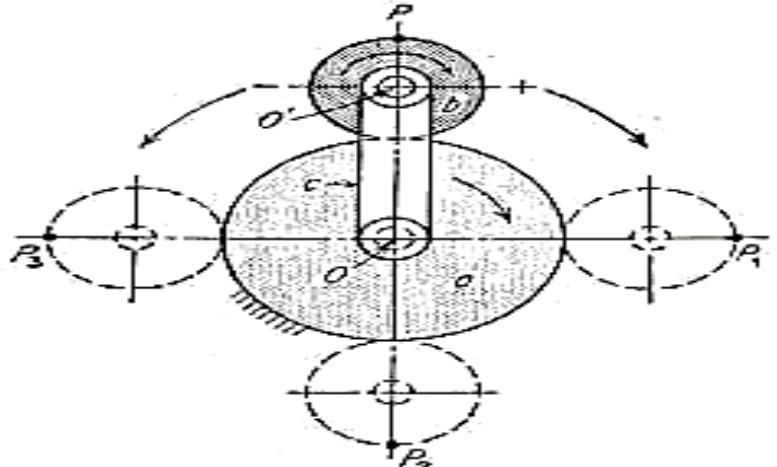


FIG. 7-10

que  $a$ ,  $b$  y  $c$  pueden dar una vuelta juntas, como una sola pieza, en el sentido marcado por la flecha, alrededor de  $O$ . Que  $b$  dará una vuelta, puede verse por las posiciones de cualquiera de sus líneas, como la  $PO'$ , durante las diferentes fases del ciclo. Se fija ahora el brazo  $c$ , y la rueda  $a$  se gira en sentido contrario una vuelta completa, con lo que vuelve a su posición original y su movimiento resultante es nulo. Al mismo tiempo,  $b$  estará obligada a dar  $a/b$  vueltas con el sentido de giro inicial. Por consiguiente, el número total de vueltas de  $b$  por cada revolución de  $c$  alrededor de  $O$  (sin giro de  $a$ ) es  $1 + a/b$  y su sentido de giro es el mismo que el de  $c$ . Es evidente

que  $c$  puede girar con cualquier sentido, siendo válidas, en cualquier caso, estas conclusiones.

Este método de análisis puede establecerse así: Tómese el giro a derechas como positivo (+) y a izquierdas como negativo (-). Considerando el mecanismo bloqueado y dando una vuelta alrededor de  $O$  en sentido positivo, cada pieza dará +1 vuelta. Supóngase ahora que el brazo  $c$  queda fijo (con lo cual se reduce el mecanismo a un simple engranaje) y que  $a$  gira una vuelta completa en sentido negativo; los movimientos son ahora: -1 vuelta para  $a$ ;  $+a/b$  vueltas para  $b$ ; y cero vueltas para  $c$ . La siguiente tabla resume todo esto.

	$a$	$b$	$c$
Movimientos con el brazo $c$ .....	+ 1	+ 1	+ 1
Movimientos relativos al brazo $c$ .....	- 1	$+\frac{a}{b}$	+ 0
Movimientos totales.....	0	$1 + \frac{a}{b}$	+ 1

# Ejemplo 3 Método: tabular

Considerando:

$$z_2 = 20$$

$$z_4 = 30$$

$$z_5 = 16$$

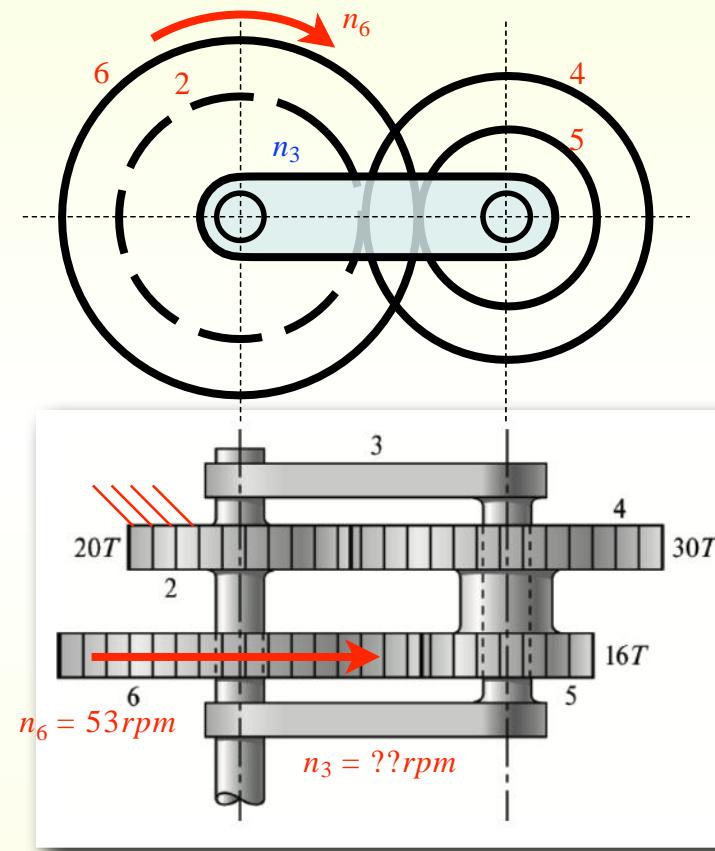
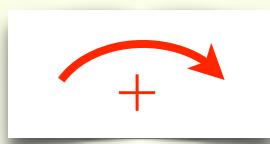
$$z_6 = 34$$

$$n_e = n_6 = 53 \text{ rpm}$$

$$n_s = n_2 = 0 \text{ rpm}$$

$$n_{ps} = n_3 = ??? \text{ rpm}$$

	2	3 (ps)	4		
Movimiento total con ps bloqueado	+1	+1	+1	+1	+1
	+				
Movimiento en -1 de rueda 2 con ps bloqueado					
	=				
Movimiento total					



Resolver velocidad del portasatélites:

# Problema 1 Método: tabular

Considerando:

$$z_2 = 20$$

$$z_4 = 30$$

$$z_5 = 16$$

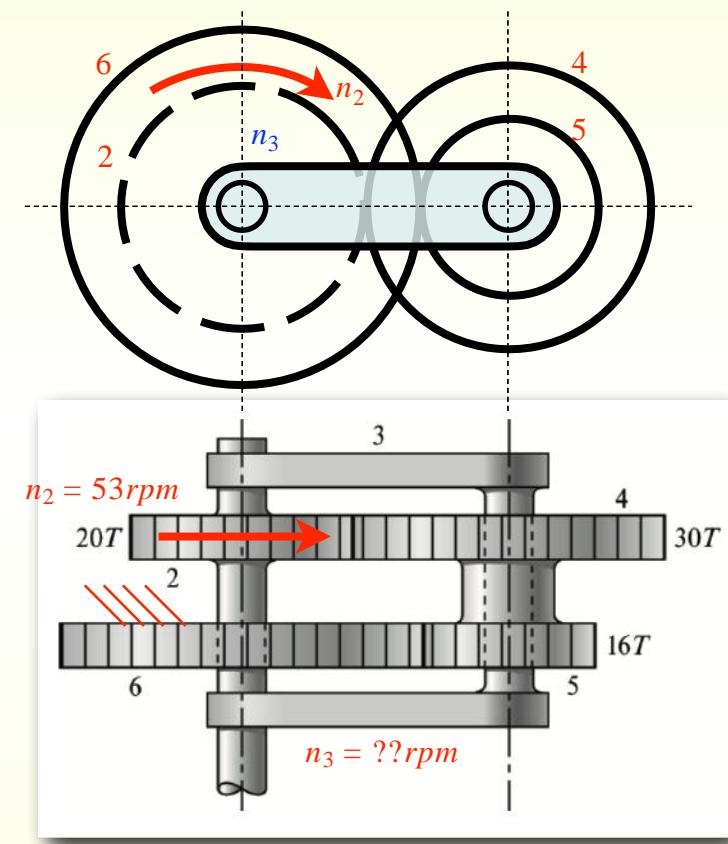
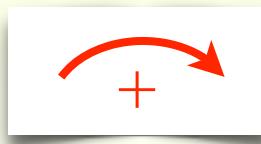
$$z_6 = 34$$

$$n_e = n_2 = 53 \text{ rpm}$$

$$n_s = n_6 = 0 \text{ rpm}$$

$$n_{ps} = n_3 = ??? \text{ rpm}$$

	2	3 (ps)	4		
Movimiento total con ps bloqueado	+1	+1	+1	+1	+1
	+				
Movimiento en -1 de rueda 6 con ps bloqueado					
	=				
Movimiento total					



# Problema 2 Método: tabular

Considerando:

$$z_2 = 49$$

$$z_4 = 47$$

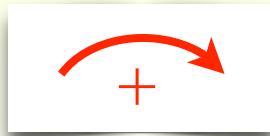
$$z_5 = 48$$

$$z_6 = 48$$

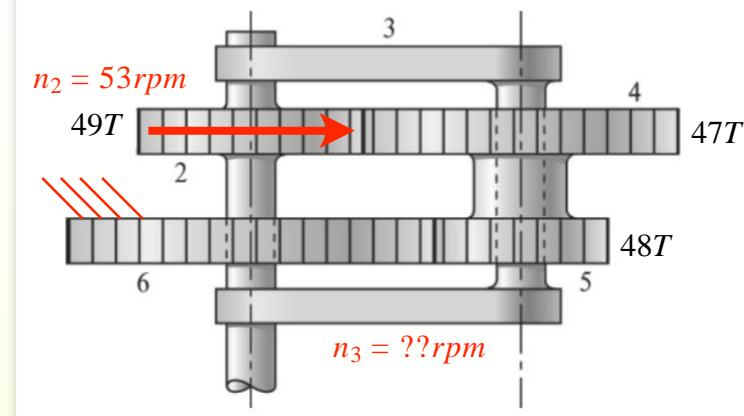
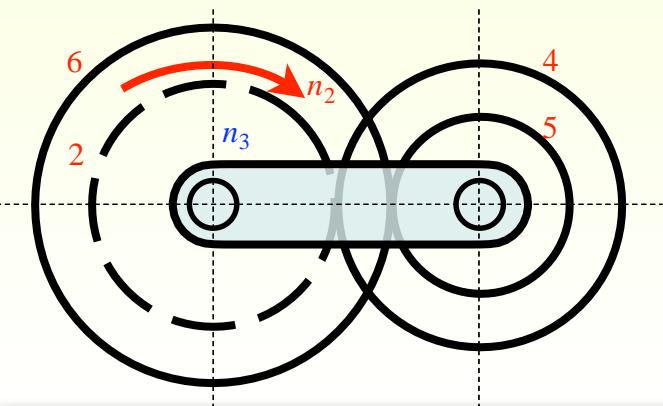
$$n_e = n_2 = 53 \text{ rpm}$$

$$n_s = n_6 = 0 \text{ rpm}$$

$$n_{ps} = n_3 = ??? \text{ rpm}$$



	2	3 (ps)	4	5	6
Movimiento total con ps bloqueado	+1	+1	+1	+1	+1
	+				
Movimiento en -1 de rueda 6 con ps bloqueado					-1
	=				
Movimiento total					0



# Problema 3 Método: tabular

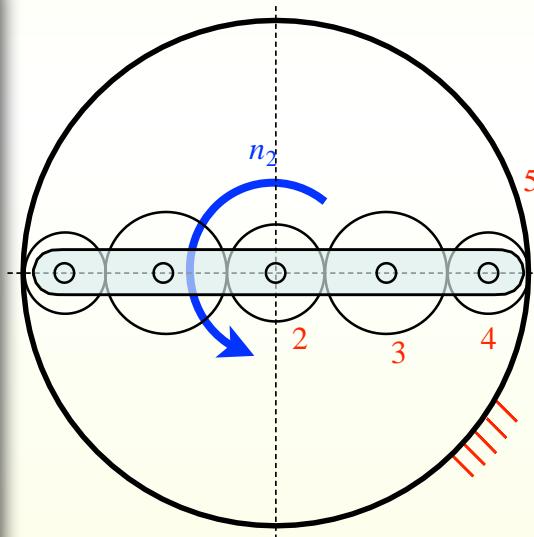
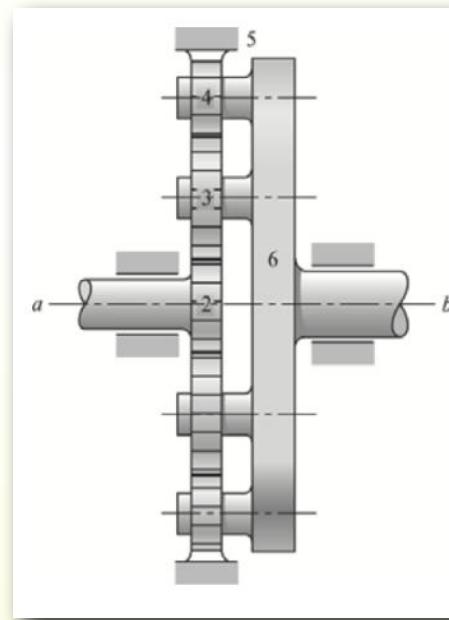
Los números de dientes del tren de engranes que se ilustra en la figura los que se indican. ¿Cuántos dientes debe tener el engrane interior 5? Asumir el engrane 5 está fijo. ¿Cuál es la velocidad del brazo si el eje a gira en sentido antihorario a 320 rpm, como se observa desde la parte izquierda de la figura?

$$z_2 = 12 \quad z_3 = 16 \quad z_4 = 12 \quad z_5 = ?? \quad n_e = n_2 = 320 \text{ rpm}$$

$$n_s = n_5 = 0 \text{ rpm} \quad n_{ps} = n_6 = ??? \text{ rpm}$$

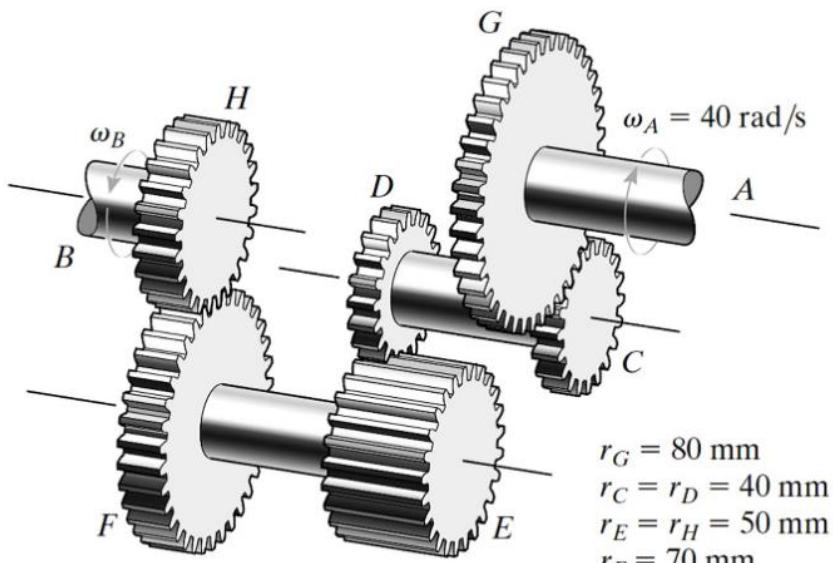
$$Z_5 = Z_2 + (2 \cdot Z_3) + (2 \cdot Z_4) \quad z_5 = 68$$

	2	3	4	5	6 (ps)
Movimiento total con ps bloqueado	+1	+1	+1	+1	+1
	+				
Movimiento en -1 de rueda 5 con ps bloqueado					
	=				
Movimiento total	<input type="text"/>				



## Problema N°1

La figura muestra el **esquema** de un reductor de engranajes de diente recto, indicándose al costado de la imagen, los radios primitivos de cada rueda, el **módulo es 4** en todos los engranes. El eje motor **A** tiene una velocidad angular de **40 rad/seg**



Determinar las cantidades de dientes de cada rueda dentada.

$$Z_C = \boxed{\phantom{00}} \text{ dientes}$$

$$Z_D = \boxed{\phantom{00}} \text{ dientes}$$

$$Z_E = \boxed{\phantom{00}} \text{ dientes}$$

$$Z_F = \boxed{\phantom{00}} \text{ dientes}$$

$$Z_G = \boxed{\phantom{00}} \text{ dientes}$$

$$Z_H = \boxed{\phantom{00}} \text{ dientes}$$

Seleccionar los valores correctos y arrastrarlos a la variable correspondiente.

- 45 65 50 20 70 40 60 15 30 25 10 55 35

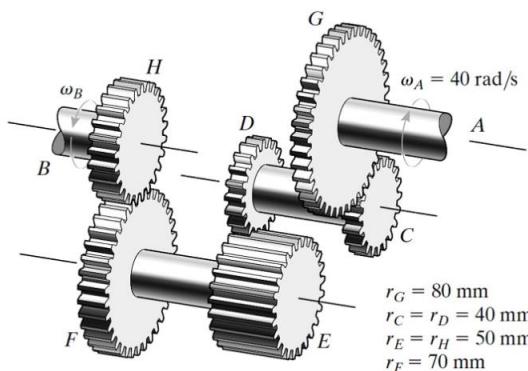
Determinar la velocidad angular del **eje B** en **radianes / seg** y **rpm**.

$$\omega_B = \boxed{\phantom{00}} \text{ rad/seg}$$

$$n_B = \boxed{\phantom{00}} \text{ rpm}$$

Seleccionar los valores correctos y arrastrarlos a la variable correspondiente.

- 171 90 18 856 611 64 239 25



Determinar la velocidad angular del eje **B** en **radianes / seg** y **rpm** SI EL REDUCTOR ESTUVIESE COMPUESTO POR ENGRANAJES DE DENTADO HELICOIDAL DE 20°.

$$\omega_B = \boxed{\phantom{00}} \text{ rad/seg}$$

$$n_B = \boxed{\phantom{00}} \text{ rpm}$$

Seleccionar los valores correctos y arrastrarlos a la variable correspondiente.

- 84    60    17    574    160    90    856    804

Determinar **EL TORQUE** transmitido en el engrane de salida, si la potencia en el eje de entrada es de **10 HP**, considerando que no hay pérdidas mecánicas en la transmisión.

Determinar la velocidad angular del eje **B** en **radianes / seg** y **rpm**, suponiendo que el reductor tiene una eficiencia del 92%

$$\omega_B = \boxed{\phantom{00}} \text{ rad/seg}$$

$$n_B = \boxed{\phantom{00}} \text{ rpm}$$

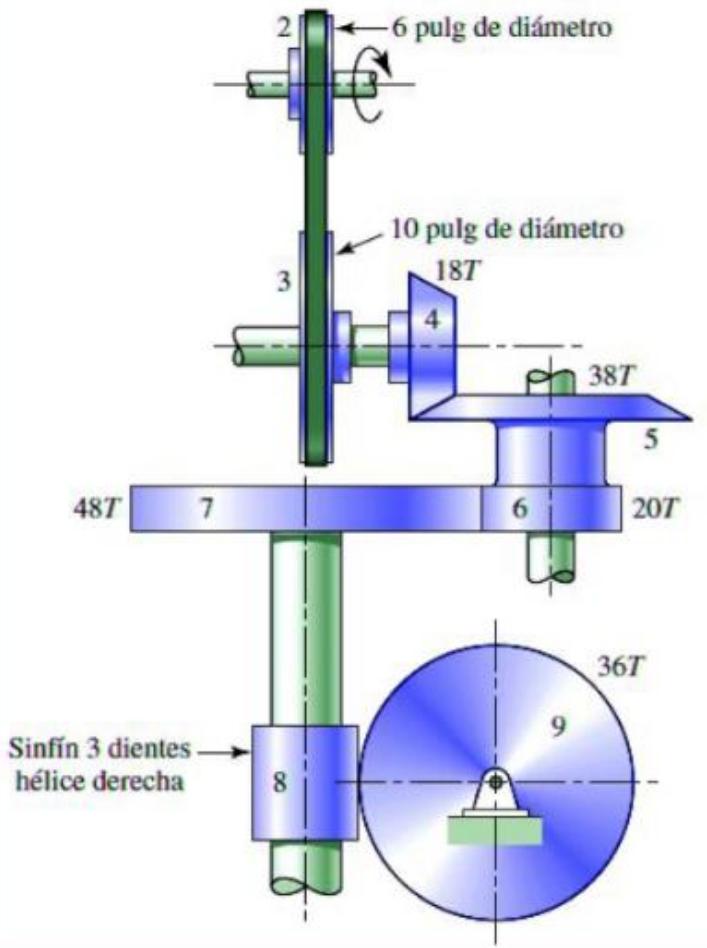
Seleccionar los valores correctos y arrastrarlos a la variable correspondiente.

- 171    239    856    611    25    64    18    90

Determinar **EL TORQUE** transmitido en el engrane de salida, si la potencia en el eje de entrada es de **10 HP**, suponiendo que el reductor tiene una eficiencia del 92%.

## Problema N°2

La figura muestra el **esquema** de diversos engranes y poleas para impulsar la corona 9. La polea 2 tiene aplicada una potencia de **5 HP** y gira a **1520 rpm** en el sentido que se indica. El par 4-5 son engranajes cónicos de dentado recto, el par 6-7 son engranajes cilíndricos de dentado recto, y el par 8-9 es sínfin-corona.



Determinar la velocidad angular del **engrane 9**. Seleccionar la unidad correspondiente

Determinar la velocidad angular del **engrane 9** si **EL PAR DE ENGRANES 6-7 FUERAN CILINDRICOS HELICOIDALES CON 18º DE ANGULO DE HELICE**. Seleccionar la unidad correspondiente

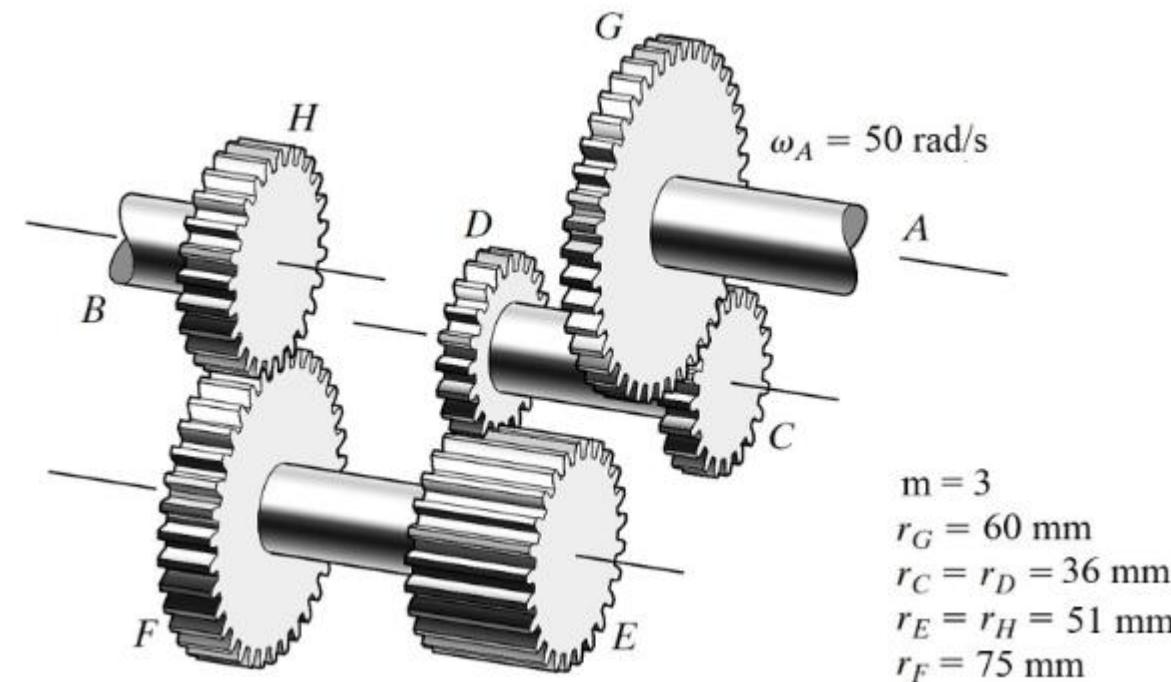
¿Que sentido de rotación tiene el engrane 9?

Determinar **EL TORQUE** transmitido al engrane 9, considerando que no hay perdidas mecánicas en la transmisión. Seleccionar la unidad correspondiente

Determinar la **TENSION** en la raíz del diente en el engrane 6 de acuerdo a la teoría de LEWIS, sabiendo que **el modulo es 2,5** y **el ancho del diente es 25 mm**, y los dientes son generados con **fresa madre**. Seleccionar la unidad del parámetro calculado.

### Problema N°3

La figura muestra el **esquema** de un reductor de engranajes de diente recto, indicándose al costado de la imagen los datos constructivos del sistema. El eje motor **A** tiene una velocidad angular de **50 rad/seg**



¿Que sentido de rotación tiene el eje **B**?

Determinar las cantidades de dientes de cada rueda dentada.

$Z_C = \boxed{\phantom{00}}$  dientes

$Z_D = \boxed{\phantom{00}}$  dientes

$Z_E = \boxed{\phantom{00}}$  dientes

$Z_F = \boxed{\phantom{00}}$  dientes

$Z_G = \boxed{\phantom{00}}$  dientes

$Z_H = \boxed{\phantom{00}}$  dientes

Determinar la velocidad angular del **eje B** en **radianes / seg** y **rpm**.

$\omega_B = \boxed{\phantom{00}}$  rad/seg

$n_B = \boxed{\phantom{00}}$  rpm

Determinar la velocidad angular del **eje B** en **radianes / seg** y **rpm** SI EL REDUCTOR ESTUVIESE COMPUSTO POR ENGRANAJES DE DENTADO HELICOIDAL DE  $20^\circ$ .

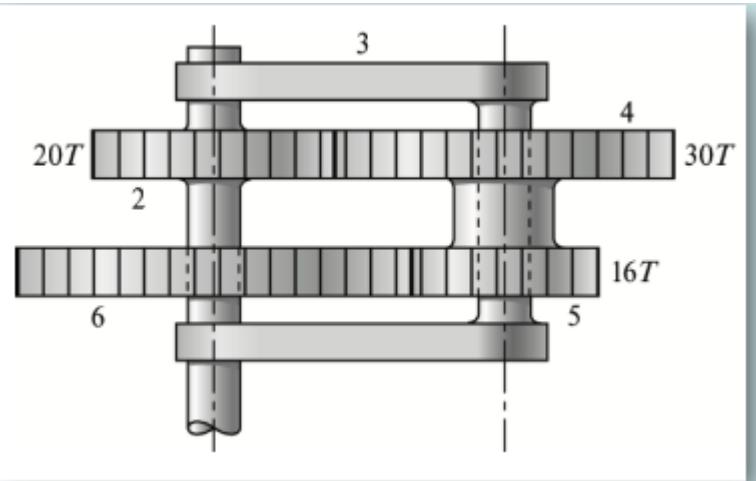
$\omega_B = \boxed{\phantom{00}}$  rad/seg

$n_B = \boxed{\phantom{00}}$  rpm

# **Trabajo practico EM\_REDUCTORES DE ENGRANAJES II**

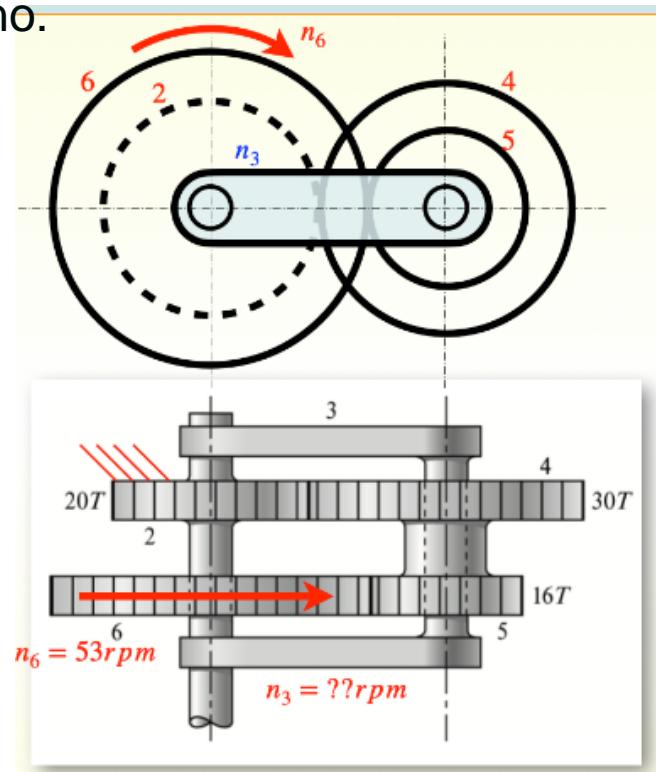
## Problema N°1

En el caso del tren de engranes planetario de la figura, el **engrane 2 esta fijo**, y el **engrane 6 se impulsa a 53 rpm** en el sentido de las agujas del reloj, viéndolo desde la parte inferior de la figura. El módulo es el mismo para todos los engranes. Las cantidades de dientes de los engranes estan indicadas en la figura.



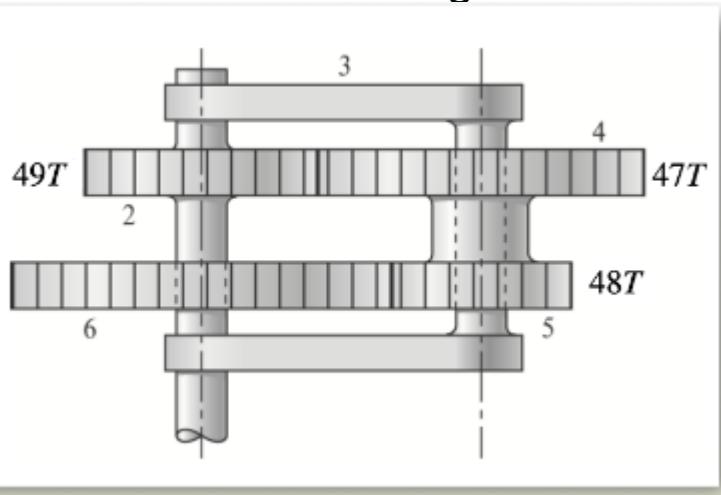
Calcular la velocidad de rotación del brazo portasatélites, teniendo en cuenta la convención de signos; horario = +  
Usar **fórmula de Willis** y **Método tabular**.

El sentido de giro resultante queda determinado por el signo.



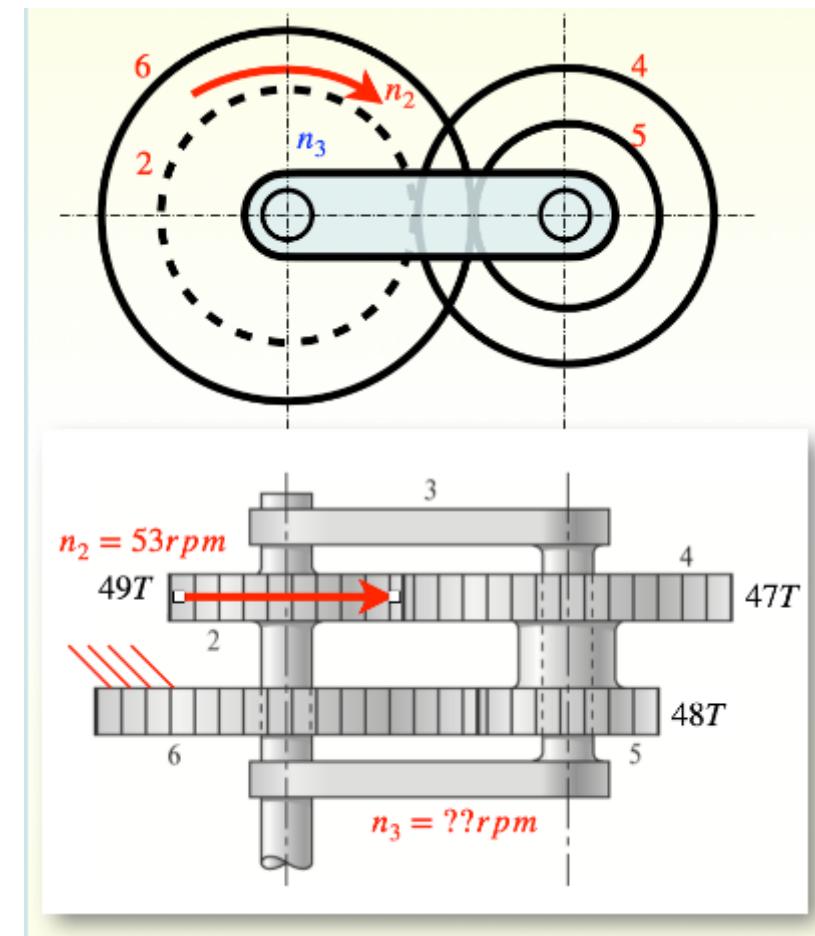
## Problema N°2

En el caso del tren de engranes planetario de la figura, el **engrane 6 esta fijo**, y el **engrane 2 se impulsa a 53 rpm** en sentido horario, viéndolo desde la parte inferior de la figura. El módulo es el mismo para todos los engranes. Las cantidades de dientes de los engranes estan indicadas en la figura.

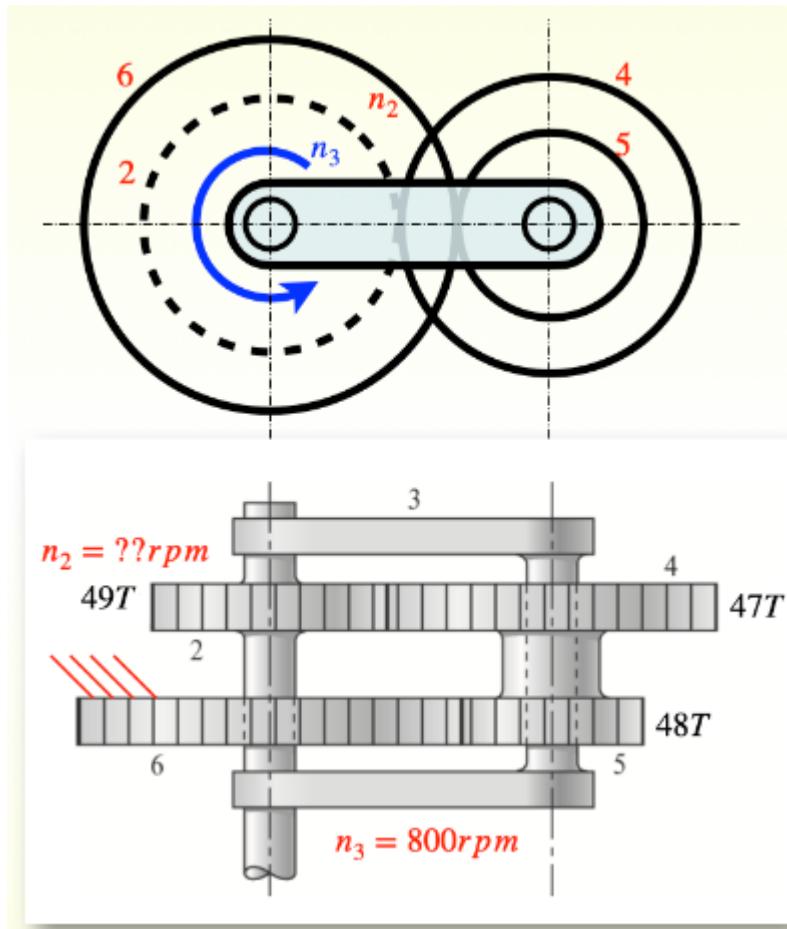


Calcular la velocidad de rotación del brazo portas atélites, teniendo en cuenta la convención de signos:  
horario = +  
Usar **fórmula de Willis** y **Método tabular**.

El sentido de giro queda determinado por el signo.

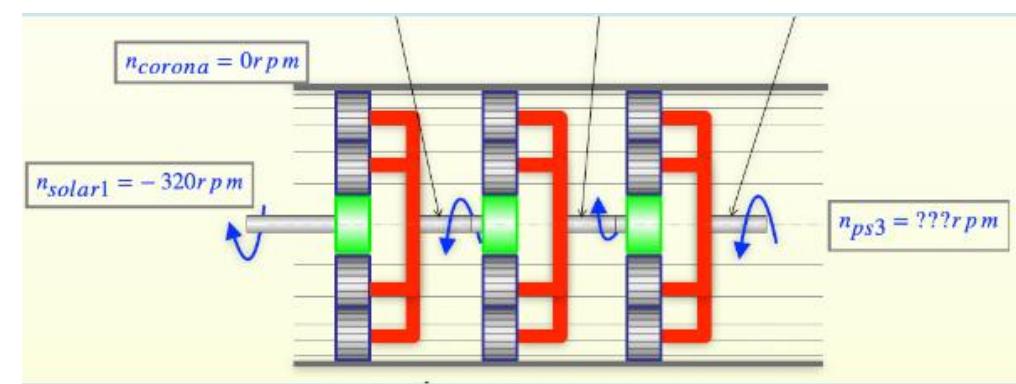
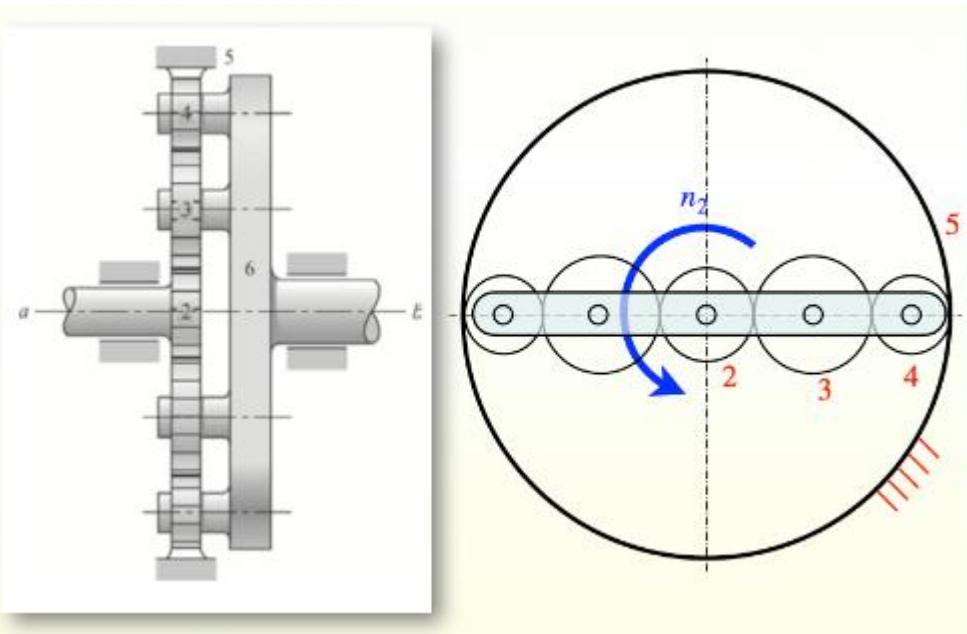


Calcular la velocidad del engrane 2, suponiendo que se hace girar el brazo porta satélites a 800 rpm en sentido antihorario. Recordar que se asume sentido horario como positivo.



## Problema N°3

Se requiere analizar el reductor planetario mostrado en la figura. Los números de dientes son  $z_2=12$ ,  $z_3=16$ ,  $z_4=12$ . Asumir el engrane 5 está fijo. El eje a gira en sentido antihorario a **320 rpm**, como se observa desde la parte izquierda de la figura.



Determinar la cantidad de dientes de la corona de dentado interior.

$$Z_5 = \boxed{\phantom{000}} \text{ dientes}$$

Seleccionar el valor correcto y arrastrarlo a la variable correspondiente.

- 70 38 52 20 45 68 75 15 78 25 40 18 55 50 28 35 48 60 10 22 30 12 58 62 65 72 32 42