FACULTAD DE INGENIERÍA

# PRÁCTICA CUERPO RÍGIDO II

## ENERGÍA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

Ing. Carlos Barrera

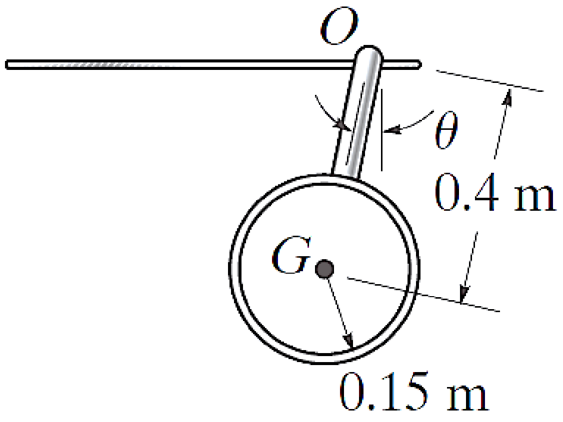
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

# Ejercicio N° 1

**El tubo de 700 kg cuelga de los dos dientes del montacarga. Experimenta un movimiento de oscilación de modo que cuando Θ=30° está momentáneamente en reposo. Calcular la fuerza normal y de rozamiento que actúan en cada uno de los dientes necesarias para sostener el tubo cuando Θ = 0°. Ignore la masa de los dientes y el espesor del tubo.**


**Datos:**
mt = 700 kg
Cuelgo de dientes montacarga
Movimiento oscilatorio 30°

**Incógnita: cada diente para** $\theta$= 0°.
FN=?
Fμ=?

Ing. Carlos Barrera

***SOLUCIÓN:*** Debemos utilizar las ecuaciones de movimiento para determinar las fuerzas en los dientes ya que estas fuerzas no realizan trabajo.

Antes de hacerlo, sin embargo, aplicaremos el principio de trabajo y energía para determinar la velocidad angular del tubo cuando $\theta = 0°$.

***Energía cinética (diagrama cinemático).*** Como el tubo está en un principio en reposo, entonces

$$T_1 = 0$$

La energía cinética final se calcula con respecto al punto fijo *O* o al centro de masa *G*. Para el cálculo consideraremos que el tubo es un anillo delgado de modo que $I_G = mr^2$. Si se considera el punto *G*, tenemos

$$T_2 = \frac{1}{2}m(v_G)_2^2 + \frac{1}{2}I_G\omega_2^2$$

$$T_2 = ½\,(700\ kg)\,.\,((0{,}4\ m)\,w_2)^2 + ½\,(700\ kg\,.\,(0{,}15\ m)^2)\,w_2^2$$

$$\boxed{T_2 = 63{,}875\ w_2^2}$$

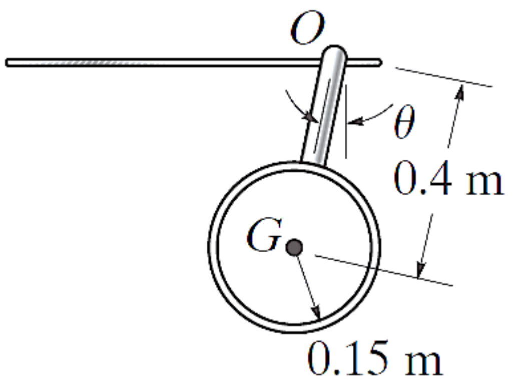
Si se considera el punto *O* entonces debe utilizarse el teorema de los ejes paralelos para determinar $I_O$. Por tanto,

$$T_2 = \frac{1}{2}I_O\omega_2^2 = \frac{1}{2}[700\ \mathrm{kg}(0.15\ \mathrm{m})^2 + 700\ \mathrm{kg}(0.4\ \mathrm{m})^2]\omega_2^2 \qquad \boxed{T_2 = 63{,}875\ w_2^2}$$

- ***Trabajo (diagrama de cuerpo libre).*** Las fuerzas normales y de fricción no realizan trabajo en los dientes puesto que no se mueven cuando el tubo oscila. El peso realiza trabajo positivo puesto que desciende una distancia vertical

$$\Delta y = 0.4 \text{ m} - 0.4 \cos 30° \text{m} = 0{,}05359 \text{ m.}$$

***Principio de trabajo y energía.***

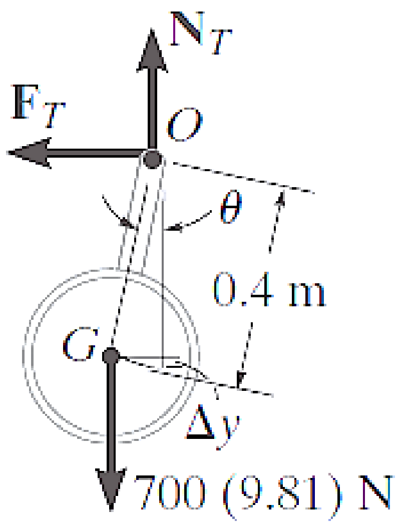


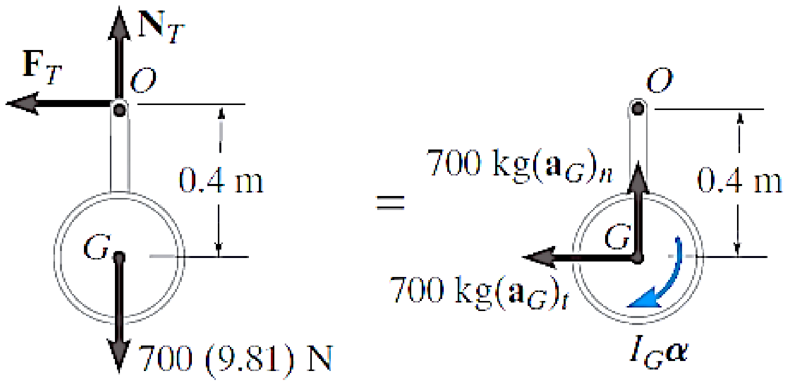

$$\{T_1\} + \{\Sigma U_{1-2}\} = \{T_2\}$$

$$\{0\} + \{700(9.81)\text{ N}(0.05359\text{ m})\} = \{63.875\omega_2^2\}$$

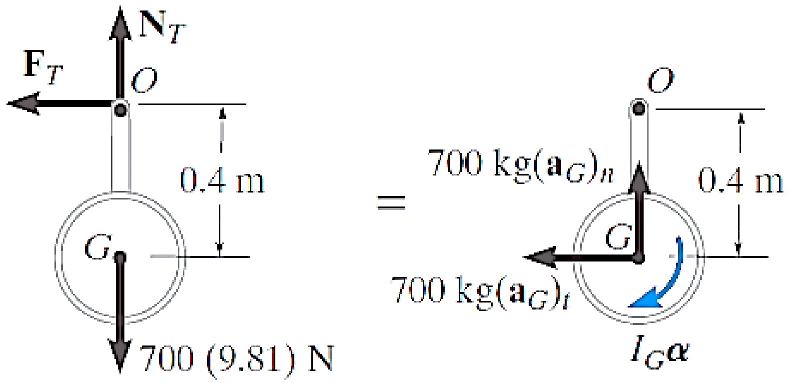
$$\boxed{\omega_2 = 2.400 \text{ rad/s}}$$

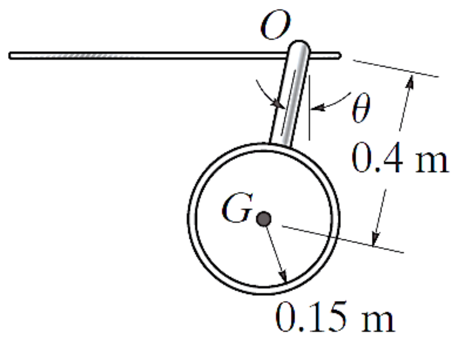
***Ecuaciones de movimiento***. Al recurrir a los diagramas de cuerpo libre y cinético mostrados en la figura inferior y utilizar el resultado de 2, tenemos



***Ecuaciones de movimiento***. Al recurrir a los diagramas de cuerpo libre y cinético mostrados en la figura inferior y utilizar el resultado de 2, tenemos

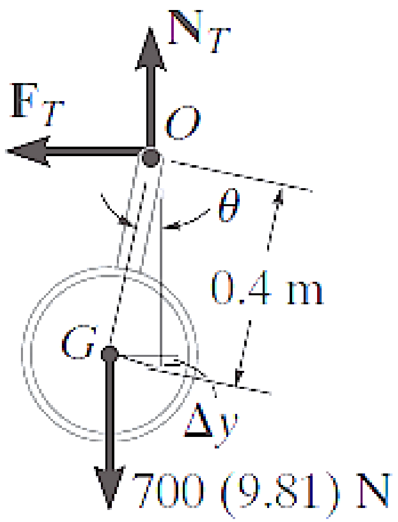



$$\overset{+}{\leftarrow} \Sigma F_t = m(a_G)_t; \qquad F_T = (700\text{ kg})(a_G)_t$$

$$+\uparrow \Sigma F_n = m(a_G)_n; \qquad N_T - 700(9.81)\text{ N} = (700\text{ kg})(2.400\text{ rad/s})^2(0.4\text{ m})$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = I_O\alpha; \qquad 0 = [(700\text{ kg})(0.15\text{ m})^2 + (700\text{ kg})(0.4\text{ m})^2]\alpha$$




Como $(a_G)_t$ = (0.4 m), entonces

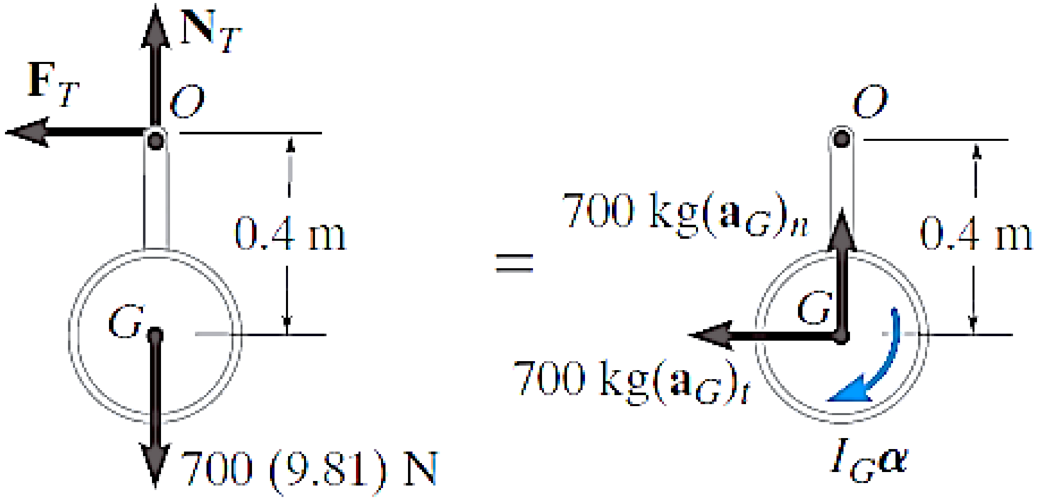
$$\alpha = 0, \quad (a_G)_t = 0$$

$$F_T = 0$$

$$N_T = 8.480\text{ kN}$$

Se utilizan dos dientes para soportar la carga, por consiguiente,

$$N'_T = \frac{8.480\ \text{kN}}{2} = 4.24\ \text{kN} \qquad \boxed{F'_T = 0}$$




***NOTA:*** debido al movimiento de oscilación, los dientes se someten a una fuerza normal mayor que la que se generaría si la carga estuviera estática, en cuyo caso

$$\boxed{N'_T = 700(9.81)\ \text{N}/2 = 3.43\ \text{kN}.}$$

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

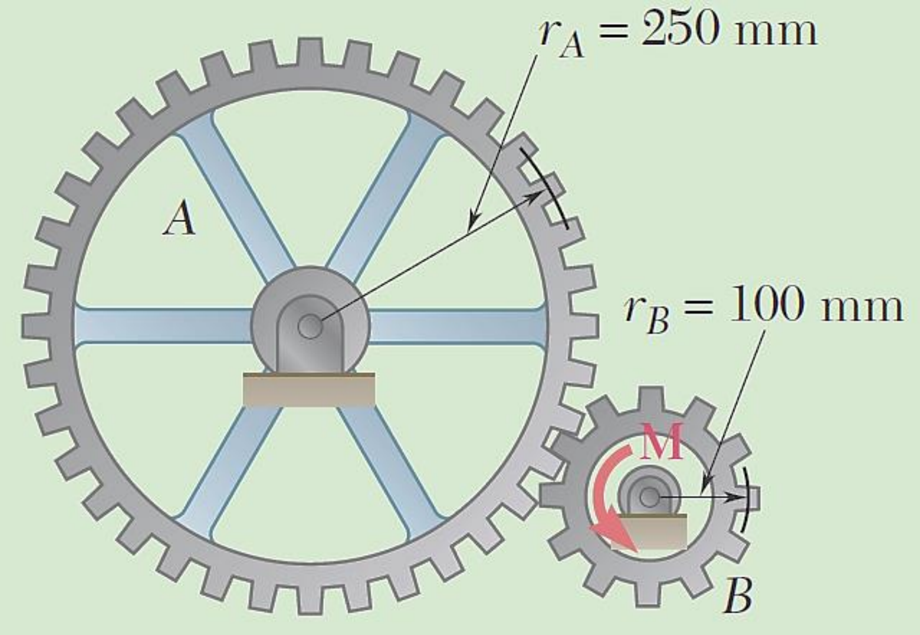
Cátedra:
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# *Ejercicio N° 2*

El engrane A tiene una masa de 10 kg y un radio de giro de 200 mm, el engrane B tiene una masa de 3 kg y un radio de giro de 80 mm. El sistema está en reposo cuando un par de 6 N.m se aplica al engrane B. Si se ignora la fricción, calcular

a) El número de revoluciones ejecutadas por el engrane B antes de que su velocidad angular llegue a 600 rpm

b) La fuerza tangencial que el engrane B ejerce sobre el engrane A.




**Datos:**
mA = 10 kg  kA= 200 mm
mB = 3 kg  kB= 80 mm
Sistema en reposo
M= 6 N.m
**Incógnita:**
nB=? Antes que su velocidad angular llegue a 600 rpm
Ft $_B$=?

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

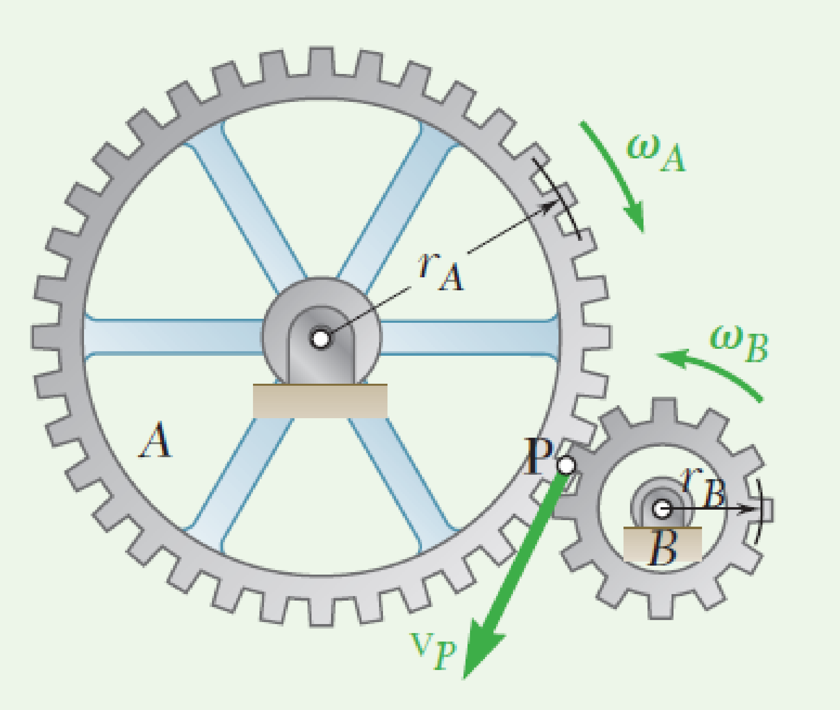
FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

***ESTRATEGIA*:** Se tiene un par y se quiere determinar la posición a una velocidad angular dada, por tanto, se utiliza el principio del trabajo y la energía.

***MODELAR:*** Para la parte *a*), se seleccionan ambos engranes como sistema y se modela cada uno como un cuerpo rígido.

En la parte *b*) se debe determinar una fuerza interna, por lo que hay que seleccionar el engrane *A* como sistema.




El punto de contacto tiene la misma velocidad en cada engrane.

***ANALIZAR:***

***Cinemática.*** La velocidad del punto de contacto, *P*, es la misma para ambos engranes, por lo que se tiene $v_p = r_A\omega_A = r_B\omega_B$

$$\omega_A = \omega_B \frac{r_B}{r_A} = \omega_B \frac{100 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 0.40\omega_B$$

***Cálculos.*** Para $\omega_B$ = 600 rpm, se tiene

$$\omega_B = 62.8 \text{ rad/s} \qquad \omega_A = 0.40\omega_B = 25.1 \text{ rad/s}$$

$$\bar{I}_A = m_A\bar{k}_A^2 = (10 \text{ kg})(0.200 \text{ m})^2 = 0.400 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$
$$\bar{I}_B = m_B\bar{k}_B^2 = (3 \text{ kg})(0.080 \text{ m})^2 = 0.0192 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

***Principio del trabajo y la energía.*** Se aplica el principio del trabajo y la energía

$$T_1 + U_{1\to 2} = T_2 \qquad (1)$$

Es necesario calcular la energía cinética inicial y final y el trabajo.

***Energía cinética.*** Puesto que el sistema se encuentra inicialmente en reposo, $T_1$=0. Al sumar las energías cinéticas de los dos engranes cuando $\omega_B$ =600 rpm se obtiene

$$\begin{aligned} T_2 &= \tfrac{1}{2}\bar{I}_A\omega_A^2 + \tfrac{1}{2}\bar{I}_B\omega_B^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(0.400\ \mathrm{kg\cdot m^2})(25.1\ \mathrm{rad/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.0192\ \mathrm{kg\cdot m^2})(62.8\ \mathrm{rad/s})^2 \\ &= 163.9\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

***Trabajo.*** Se denota el desplazamiento angular del engrane B mediante θB. Entonces

$$U_{1\to 2} = M\theta_B = (6\ \mathrm{N\cdot m})(\theta_B\ \mathrm{rad}) = (6\theta_B)\ \mathrm{J}$$

Al sustituir estos términos en la ecuación (1) se obtiene

$$\begin{aligned} 0 + (6\theta_B)\ \mathrm{J} &= 163.9\ \mathrm{J} \\ \theta_B &= 27.32\ \mathrm{rad} \end{aligned}$$

$$\boxed{\theta_B = 4.35\ \mathrm{rev}}$$

# *Movimiento del engrane A*

***Energía cinética.*** Inicialmente, el engrane *A* está en reposo, por lo que $T_1 = 0$. Cuando $\omega_B = 600$ rpm, la energía cinética del engrane *A* es

$$\boxed{T_2 = \tfrac{1}{2}\bar{I}_A\omega_A^2 = \tfrac{1}{2}(0.400\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(25.1\ \text{rad/s})^2 = 126.0\ \text{J}}$$

***Trabajo.*** En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre el engrane *A*. La fuerza tangencial **F** realiza un trabajo igual al producto de su magnitud y de la longitud $\theta_A r_A$ del arco descrito por el punto de contacto.

Puesto que $\theta_A r_A = \theta_B r_B$, se tiene

$$U_{1\to2} = F(\theta_B r_B) = F(27.3\ \text{rad})(0.100\ \text{m}) = F(2.73\ \text{m})$$

Al sustituir estos valores en el trabajo y la energía se obtiene

$$T_1 + U_{1\to2} = T_2$$
$$0 + F(2.73\ \text{m}) = 126.0\ \text{J}$$
$$F = +46.2\ \text{N}$$

$$\boxed{\mathbf{F} = 46.2\ \text{N}\swarrow}$$

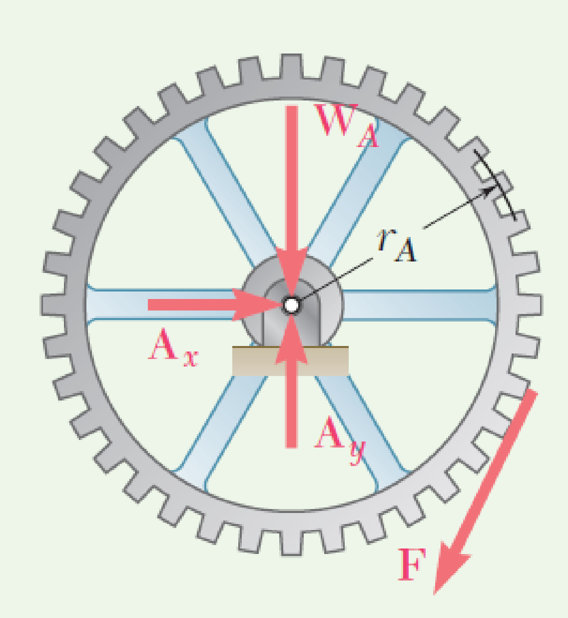



Diagrama de cuerpo libre para el engrane *A*.

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

Ing. Carlos Barrera

# MÉTODOS DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO PARA UN CUERPO RÍGIDO

$$\text{Sist Cant Mov}_1 + \text{Sist Imp Ext}_{1\to 2} = \text{Sist Cant Mov}_2$$

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{v}_i \, \Delta m_i$$

Cantidades de movimiento.

$$\mathbf{H}_G = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{r}'_i \times \mathbf{v}_i \, \Delta m_i$$

Par de momento.

$$\bar{I}\omega_1 + m\bar{v}_1 d_\perp + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_P dt = \bar{I}\omega_2 + m\bar{v}_2 d_\perp$$

Momentos alrededor de un punto *P*.

$$\bar{I}\omega_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_G dt = \bar{I}\omega_2$$

Momentos alrededor del centro de gravedad del cuerpo.

$$\bar{I}\omega + (m\bar{r}\omega)\bar{r} = (\bar{I} + m\bar{r}^2)\omega = I_O\omega$$

Cantidad de movimiento angular $\mathbf{H}_o$ del cuerpo alrededor de *O* tiene la magnitud.

$$I_O\omega_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_O \, dt = I_O\omega_2$$

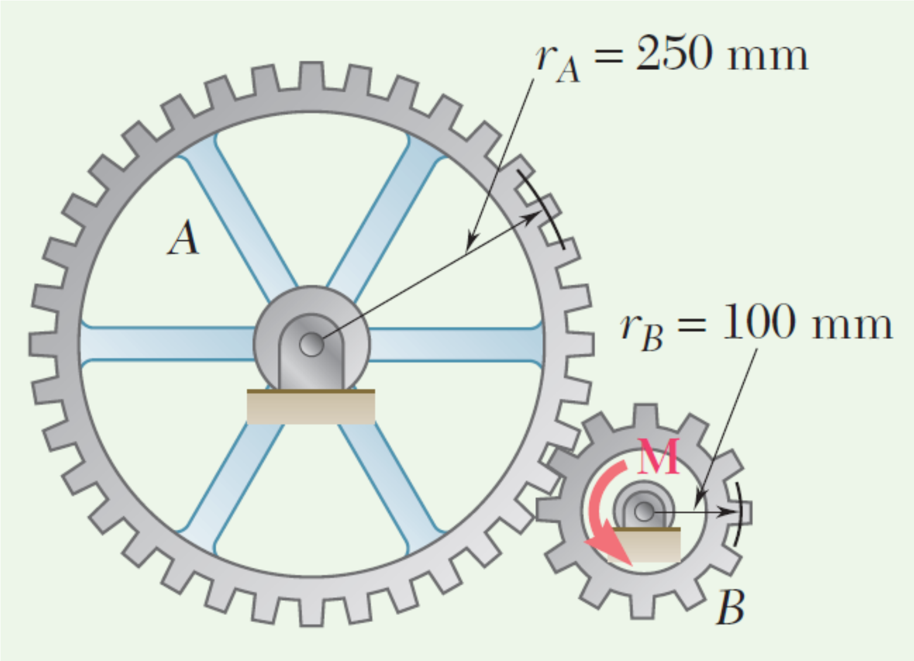
Movimiento plano de un cuerpo rígido simétrico con respecto al plano de referencia.

# Ejercicio N° 3

El engrane A tiene una masa de 10 kg y un radio de giro de 200 mm y el engrane B tiene una masa de 3 kg y un radio de giro de 80 mm. El sistema está en reposo cuando un par M de 6 N.m se aplica al engrane B. Hallar

a) El ***tiempo*** requerido para quela velocidad angular del engrane B llegue a 600 rpm

b) La fuerza tangencial que el engrane B ejerce sobre el engrane A.




**Datos:**
mA = 10 kg    kA= 200 mm
mB = 3 kg     kB= 80 mm
Sistema en reposo
M= 6 N.m
**Incógnita:**
Tiempo $w_B$=600 rpm
Ft $_B$=?

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

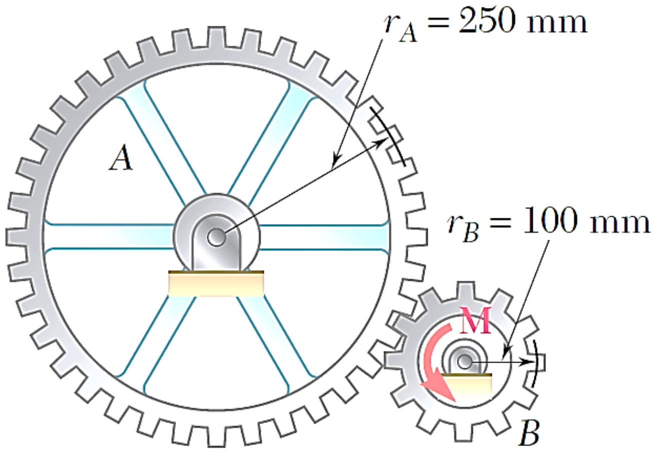
- ***ESTRATEGIA:*** Puesto que se tiene una velocidad angular y se quiere hallar el tiempo, se utiliza el principio del impulso y la cantidad de movimiento.
- ***MODELAR:*** Se pide hallar la fuerza tangencial interna, por lo que se necesitan dos sistemas para este problema; esto es, el engrane *A* y el engrane *B*.

Se modelan los engranes como cuerpos rígidos. Puesto que todas las fuerzas y los pares son constantes, se pueden obtener los impulsos al multiplicar las fuerzas y los momentos por el tiempo desconocido *t*.

- ***ANALIZAR:*** Se recuerda del problema resuelto N°2 que los momentos de inercia centroidales y las velocidades angulares son

$$\omega_{B2} = 62.8 \text{ rad/s} \qquad \omega_{A2} = 0.40\omega_B = 25.1 \text{ rad/s}$$
$$\bar{I}_A = m_A\bar{k}_A^2 = (10 \text{ kg})(0.200 \text{ m})^2 = 0.400 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$
$$\bar{I}_B = m_B\bar{k}_B^2 = (3 \text{ kg})(0.080 \text{ m})^2 = 0.0192 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

- **Principio del impulso y la cantidad de movimiento para el engrane *A*.** El diagrama de impulso y cantidad de movimiento en la siguiente figura para el engrane *A* muestra las cantidades de movimiento iniciales, impulsos y cantidades de movimiento finales.



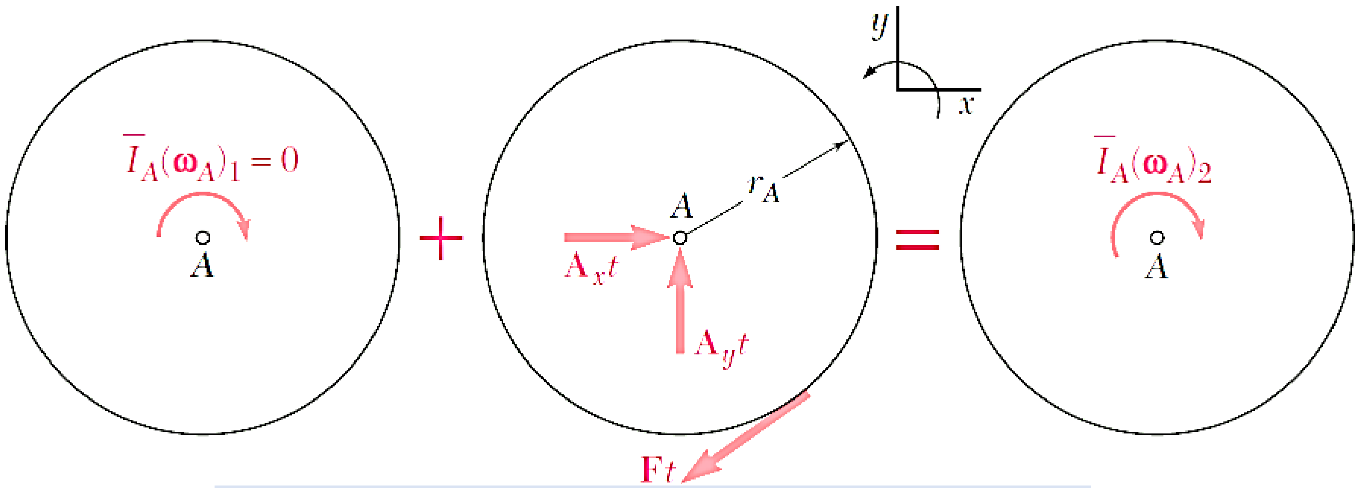




**Diagrama de impulso y cantidad de movimiento para el engrane *A*.**

$$\textbf{Cant Mov Sist}_1 + \textbf{Imp Ext Sist}_{1\to 2} = \textbf{Cant Mov Sist}_2$$

$$+\circlearrowleft \text{ momentos alrededor de } A: \qquad 0 - Ftr_A = -\bar{I}_A(\omega_A)_2$$

$$Ft(0.250 \text{ m}) = (0.400 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(25.1 \text{ rad/s})$$

$$\boxed{Ft = 40.2 \text{ N}\cdot\text{s}}$$

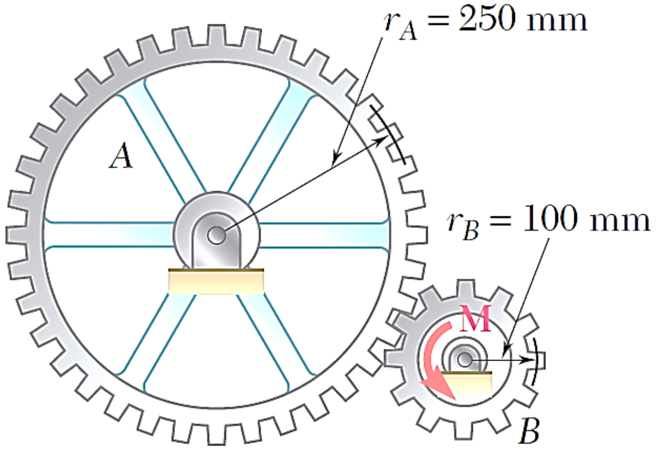
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# Principio del impulso y la cantidad de movimiento para el engrane *B*.

Se dibuja un diagrama de impulso y cantidad de movimiento separado para el engrane *B, el cual se observa en la siguiente figura*.



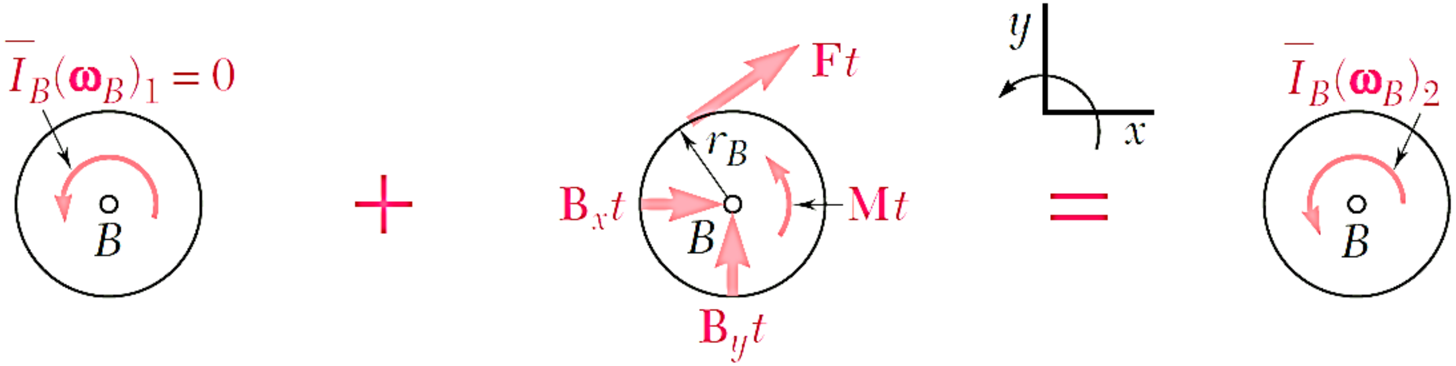




Diagrama de impulso y cantidad de movimiento para el engrane *B*.

$$\boxed{\textbf{Cant Mov Sist}_1 + \textbf{Imp Ext Sist}_{1\to 2} = \textbf{Cant Mov Sist}_2}$$

$+\circlearrowleft$ momentos alrededor de $B$: $\quad 0 + Mt - Ftr_B = \bar{I}_B(\omega_B)_2$

$$+(6\ \mathrm{N\cdot m})t - (40.2\ \mathrm{N\cdot s})(0.100\ \mathrm{m}) = (0.0192\ \mathrm{kg\cdot m^2})(62.8\ \mathrm{rad/s})$$

$$\boxed{t = 0.871\ \mathrm{s}}$$

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

## *b) la fuerza tangencial que el engrane B ejerce sobre el engrane A.*

En los cálculos realizados en el engranaje A se obtuvo la ***Ft = 40.2 N.s***, se tiene

$$F(0.871 \text{ s}) = 40.2 \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$\boxed{t = 0.871 \text{ s}}$$

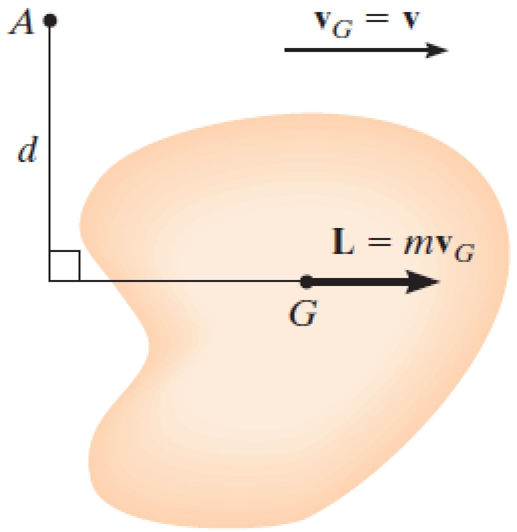
$$\boxed{F = +46.2 \text{ N}}$$

De tal modo, la fuerza ejercida por el engrane *B* sobre el engrane *A* es

$$\boxed{\mathbf{F} = 46.2 \text{ N} \swarrow}$$

**REVISAR y PENSAR:** Es la misma respuesta obtenida para el problema N°2 mediante el método del trabajo y la energía, como era de esperar.
La diferencia es que en el problema resuelto N°2 había que hallar el número de revoluciones, y en este problema, el tiempo.
Lo que debe hallarse con frecuencia determina el mejor enfoque a utilizar para resolver el problema.

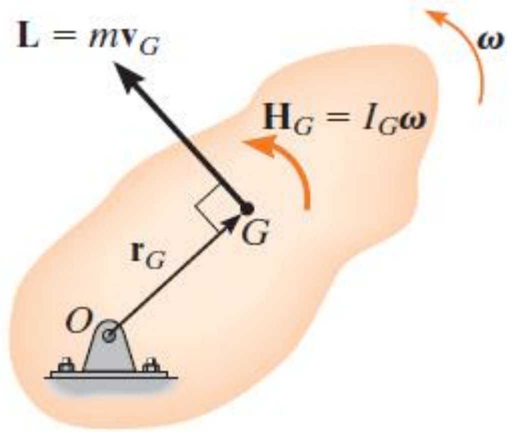
# *TEORÍA PARA EL EJERCICIO 4*



Traslación

**Traslación.** Cuando un cuerpo rígido se somete a *traslación* rectilínea o curvilínea, entonces $\omega$ = **0** y su centro de masa tiene una velocidad de $\mathbf{v}_G = \mathbf{v}$. Por consiguiente, la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular con respecto a *G*, se convierten en

$$\boxed{\begin{aligned} L &= mv_G \\ H_G &= 0 \end{aligned}}$$



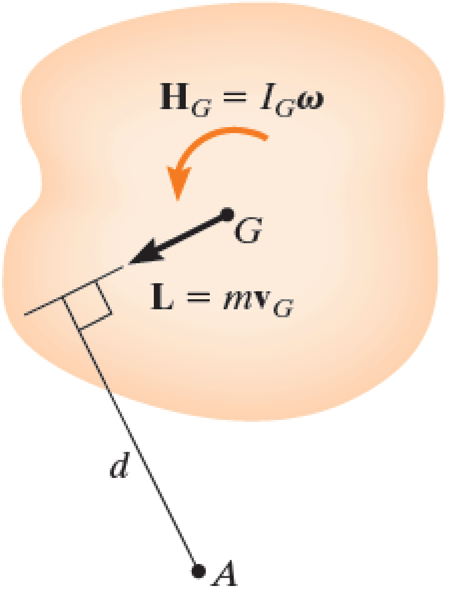
Rotación con respecto a un eje fijo

**Rotación con respecto a un eje fijo.** Cuando un cuerpo rígido *gira alrededor de un eje fijo*, la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular con respecto a *G* son

$$\boxed{\begin{aligned} L &= mv_G \\ H_G &= I_G\omega \end{aligned}}$$

Como $v_G = r_G.\omega$, esta ecuación puede escribirse como $H_O=(I_G + mr^2_G)\omega$. Al utilizar el teorema de los ejes paralelos.

$$\boxed{H_O = I_O\omega}$$



Movimiento plano general

Movimiento plano general. Cuando un cuerpo rígido se somete a movimiento plano general, la cantidad de movimiento lineal y la cantidad de movimiento angular con respecto a $G$ son

$$L = mv_G$$
$$H_G = I_G\omega$$

Si la cantidad de movimiento angular se calcula con respecto al punto $A$, es necesario incluir el momento de **L** y **H**$G$ con respecto a este punto. En este caso,

$$(\circlearrowleft +) \quad H_A = I_G\omega + (d)(mv_G)$$

Como un caso especial, si el punto $A$ es el centro instantáneo de velocidad cero, entonces, al igual que la ecuación, podemos escribir la ecuación anterior en forma simplificada como

$$H_O = I_O\omega$$

$$H_{IC} = I_{IC}\omega$$

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

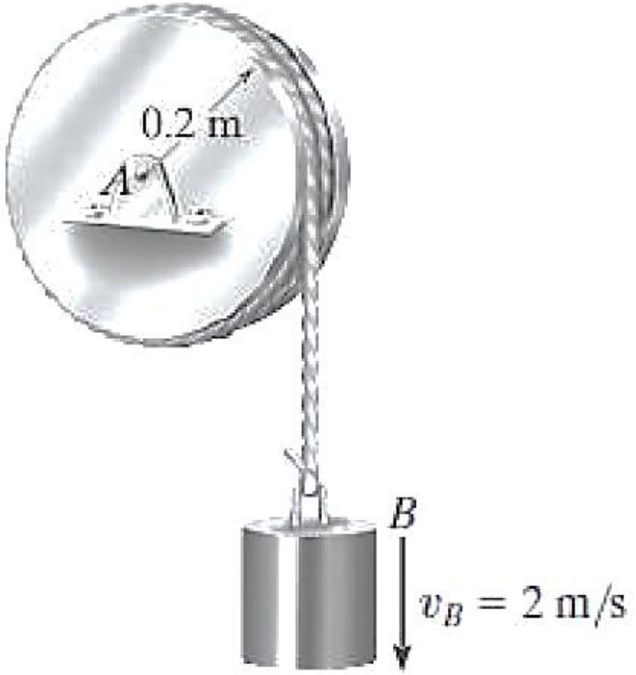
**Cátedra:**
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

# Ejercicio N° 4

El bloque B tiene masa de 6 kg. Está unido a una cuerda enrollada sobre la periferia de un disco de 20 kg que tiene un momento de inercia de 0,40 kg. m2.

Si el bloque está inicialmente moviéndose hacia abajo con velocidad de 2 m/s, calcular:

a) La velocidad en 3 s. Desprecie la masa de la cuerda.




**Datos:**

$m_A$ = 20 kg    kA= 0,40 kg.$m^2$

$m_B$ = 6 kg

$v_B$ = 2 m/s (hacia abajo) para t = 0

**Incógnita:**

$v_{B\ t=3s}$=?

Ing. Carlos Barrera

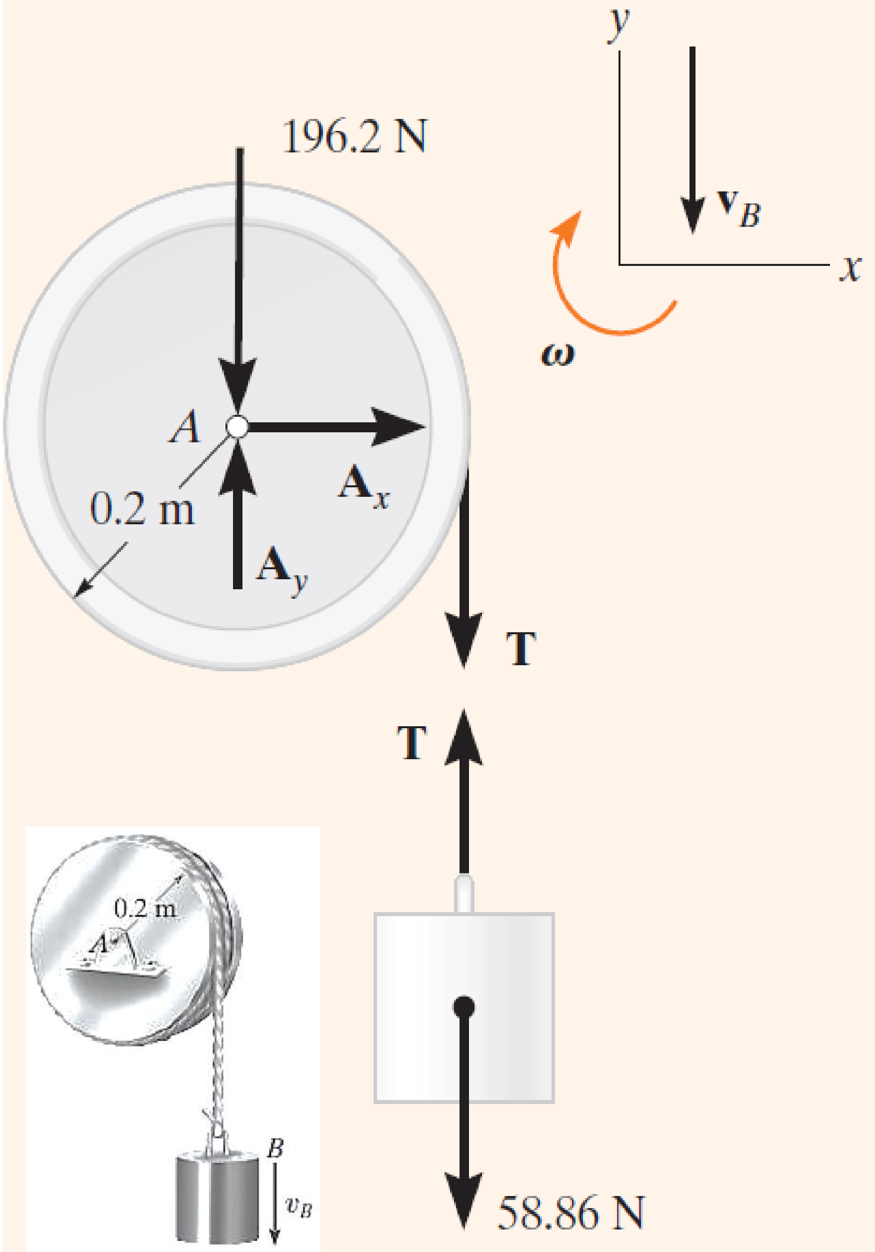
***Vamos a analizar dos posibles soluciones:***

## *SOLUCIÓN I*

***Diagrama de cuerpo libre.*** El diagrama de cuerpo libre del cilindro y disco se muestra en la figura. Todas las fuerzas son constantes, ya que el peso del cilindro crea el movimiento.

El movimiento descendente del cilindro, $v_B$, hace que la velocidad angular v sea en sentido horario.

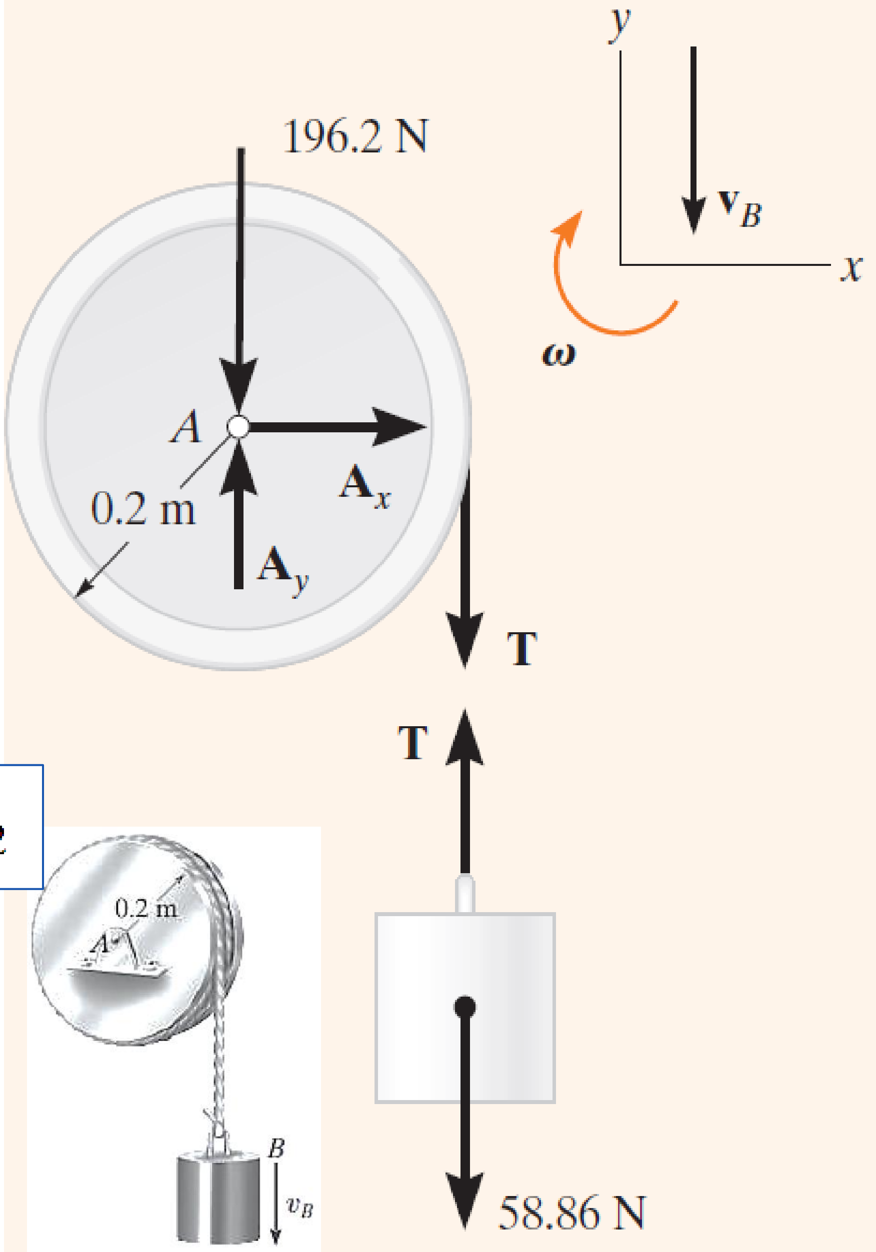
***Principio de impulso y cantidad de movimiento.*** Podemos eliminar $A_x$ y $A_y$ del análisis al aplicar el principio de impulso y cantidad de movimiento angular con respecto al punto A.



UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

***Principio de impulso y cantidad de movimiento.*** Podemos eliminar $A_x$ y $A_y$ del análisis al aplicar el principio de impulso y cantidad de movimiento angular con respecto al punto A.




## Disco

$$(\circlearrowright +) \qquad I_A\omega_1 + \Sigma \int M_A\,dt = I_A\omega_2$$

$$\boxed{0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2(\omega_1) + T(3\ \text{s})(0.2\ \text{m}) = (0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\omega_2}$$

## Cilindro

$$(+\uparrow) \qquad m_B(v_B)_1 + \Sigma \int F_y\,dt = m_B(v_B)_2$$

$$\boxed{-6\ \text{kg}(2\ \text{m/s}) + T(3\ \text{s}) - 58.86\ \text{N}(3\ \text{s}) = -6\ \text{kg}(v_B)_2}$$

Ing. Carlos Barrera

***Cinemática.*** Como $\omega = v_B/r$, entonces

$\omega 1 = (2m/s)/(0.2m) = 10rad/s$ y

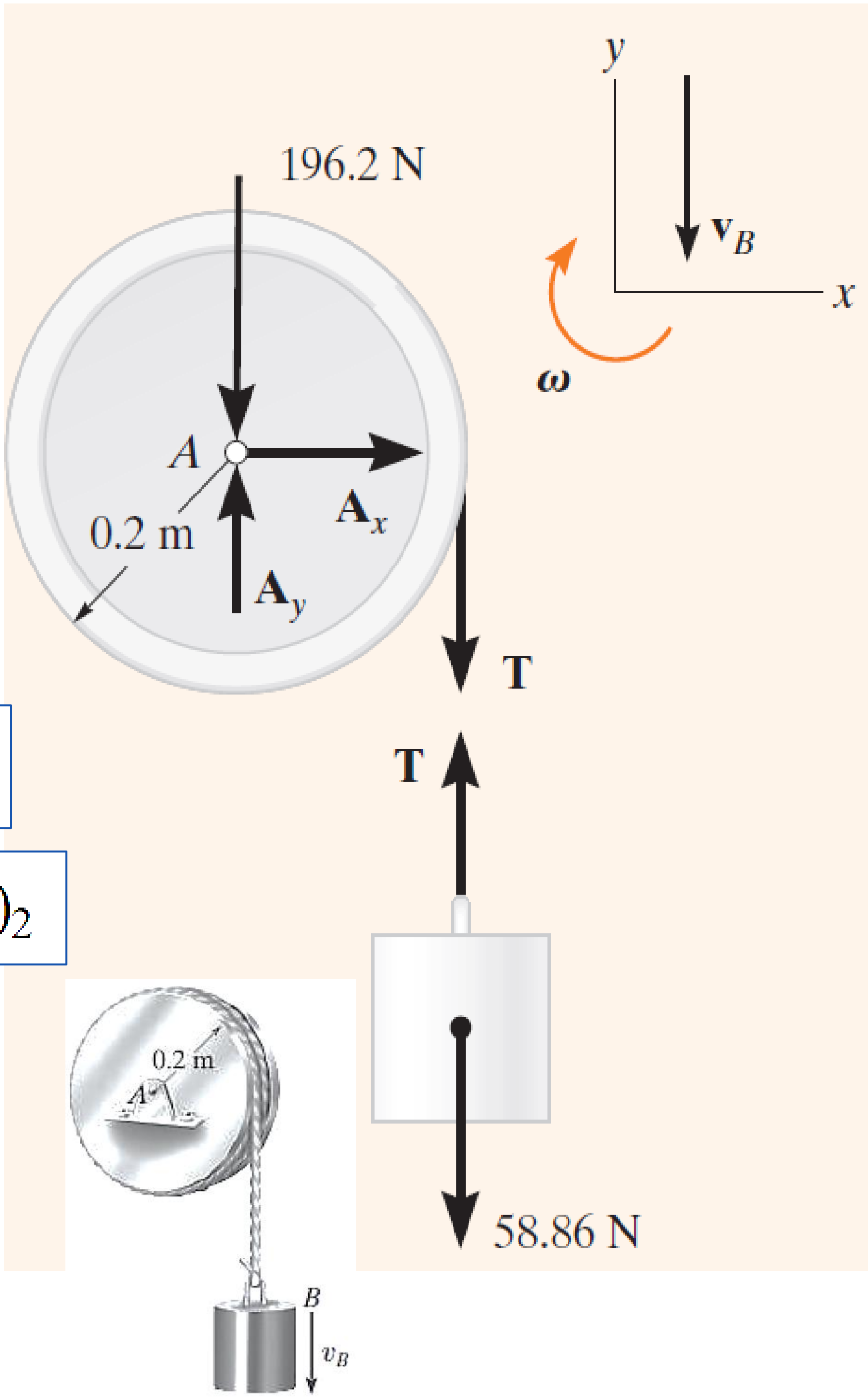
$\omega 2 = (v_B)_2/0.2m = 5(v_B)_2$. Al sustituir y despejar simultáneamente las ecuaciones para $(v_B)_2$ obtenemos

$$\boxed{0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2(\omega_1) + T(3\ \text{s})(0.2\ \text{m}) = (0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\omega_2}$$

$$\boxed{-6\ \text{kg}(2\ \text{m/s}) + T(3\ \text{s}) - 58.86\ \text{N}(3\ \text{s}) = -6\ \text{kg}(v_B)_2}$$

Despejo T de cada fórmula, las igualo y despejo $(v_B)_2$ de lo cual obtengo:

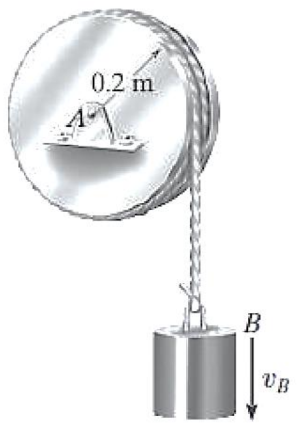
$$\boxed{(v_B)_2 = 13.0\ \text{m/s} \downarrow}$$

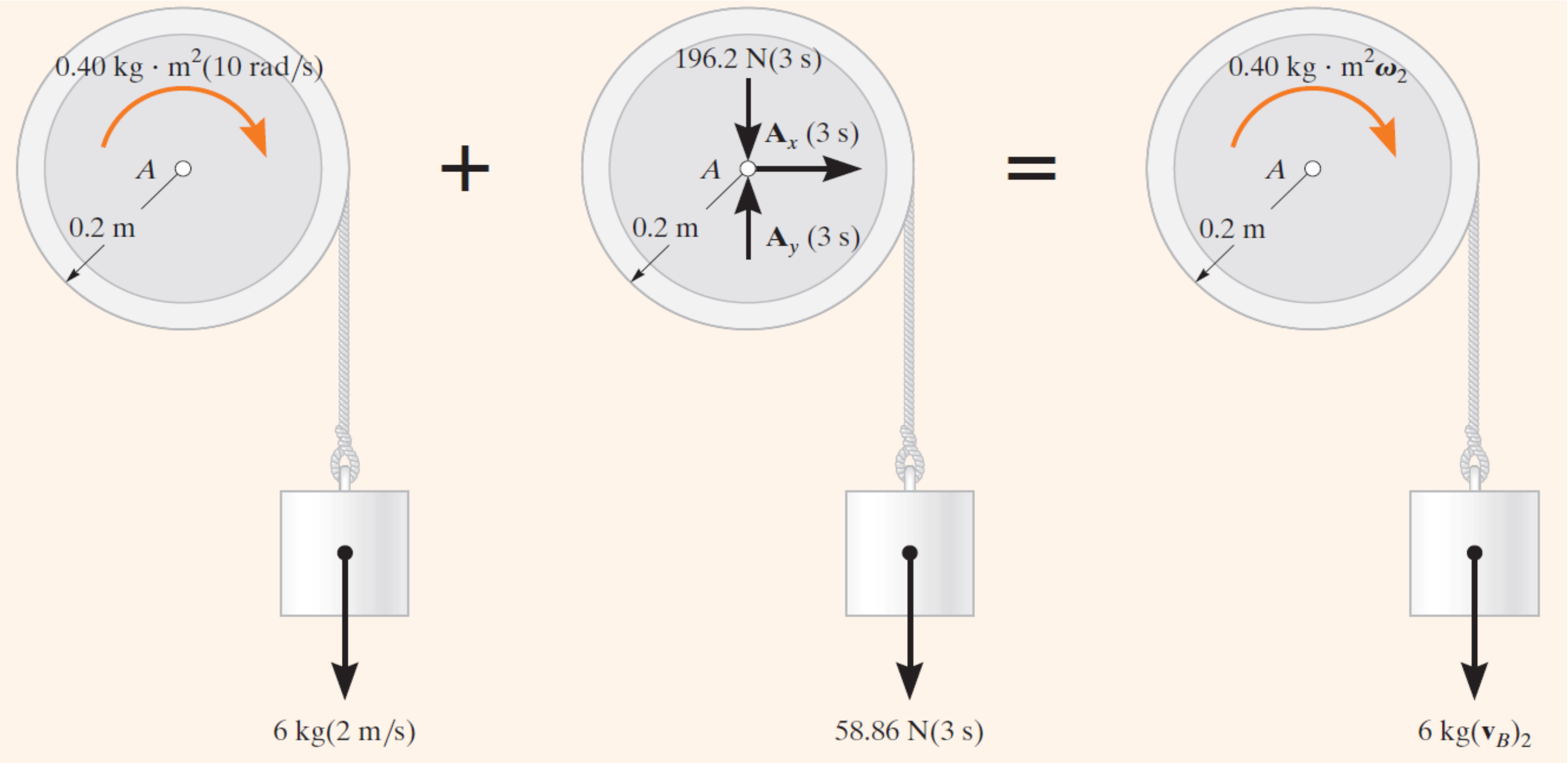


## SOLUCIÓN II

***Diagramas de impulso y cantidad de movimiento.*** Podemos obtener $(v_B)_2$ *directamente* al considerar el *sistema* compuesto del cilindro, la cuerda y el disco.

Se trazaron los diagramas de impulso y cantidad de movimiento para esclarecer la aplicación del principio de impulso y cantidad de movimiento angulares con respecto al punto *A*.



UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

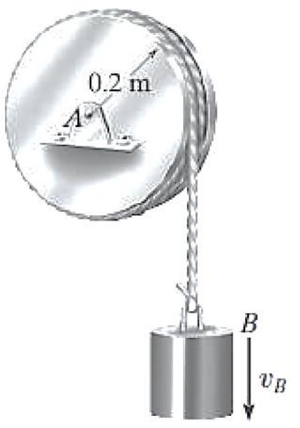
**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

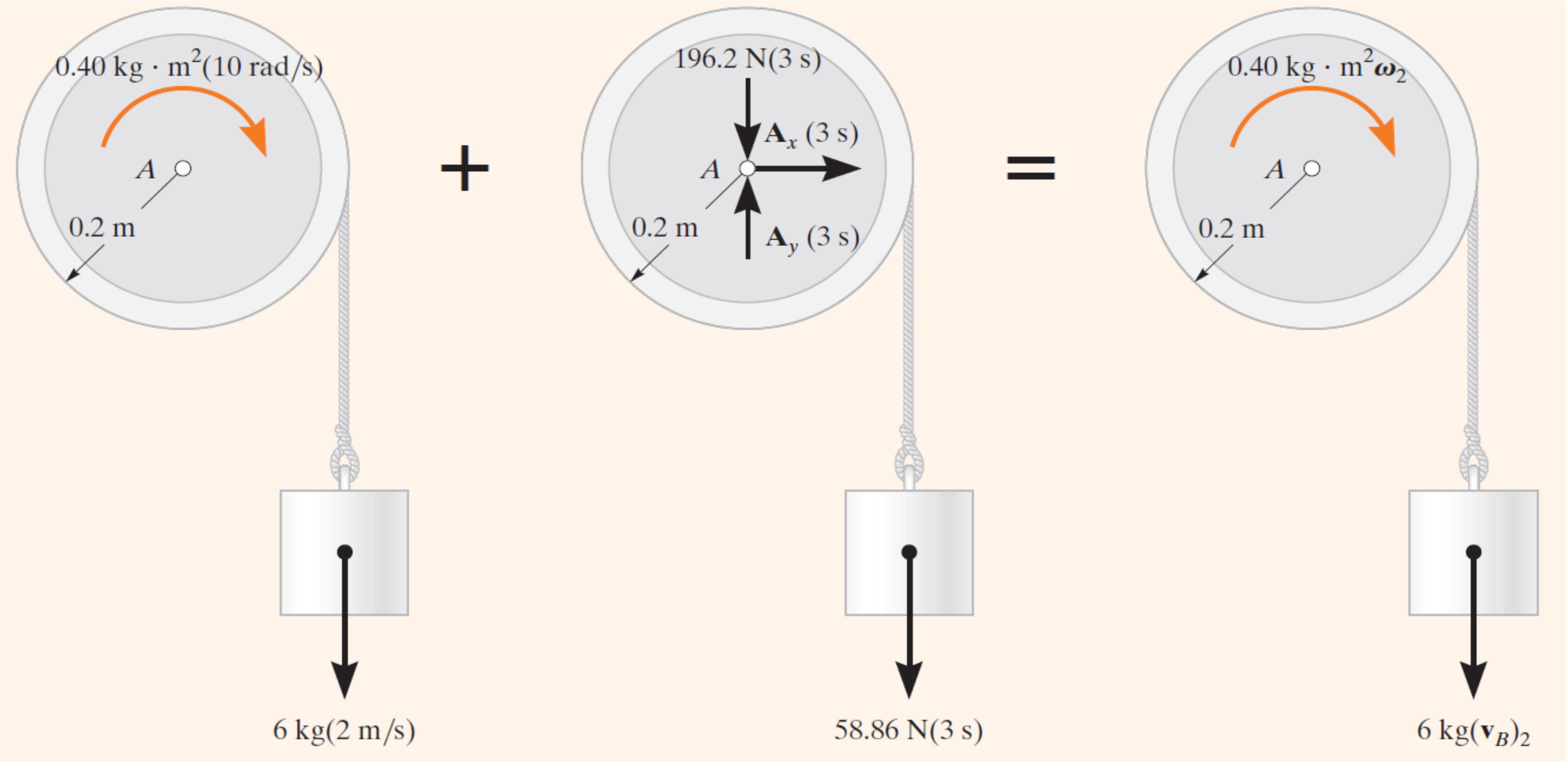
Principio de impulso y cantidad de movimiento angulares. Como $\omega_1$ = 10 rad/s y $\omega_2 = 5(v_B)_2$, tenemos

$$(\circlearrowright +)\left(\sum \begin{matrix}\text{cantidad de movimiento}\\ \text{angular del sistema}\end{matrix}\right)_{A1} + \left(\sum \begin{matrix}\text{impulso angular}\\ \text{del sistema}\end{matrix}\right)_{A(1\text{-}2)} = \left(\sum \begin{matrix}\text{cantidad de movimiento}\\ \text{angular del sistema}\end{matrix}\right)_{A2}$$

$$(6\text{ kg})(2\text{ m/s})(0.2\text{ m}) + (0.40\text{ kg}\cdot\text{m}^2)(10\text{ rad/s}) + (58.86\text{ N})(3\text{ s})(0.2\text{ m}) = (6\text{ kg})(v_B)_2(0.2\text{ m}) + (0.40\text{ kg}\cdot\text{m}^2)[5(v_B)_2]$$

$$\boxed{(v_B)_2 = 13.0\text{ m/s}\downarrow}$$



Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

# Ejercicio N° 5

Los tres discos de fricción están hechos del mismo material y tienen el mismo espesor. El disco A pesa 12 lb y los radios de los discos son $r_A$=8in, $r_B$ =6 in, $r_C$ =4 in. El sistema está en reposo cuando se aplica un par constante de 60 lb in al disco A. Si no hay deslizamiento entre los discos. Calcular: el número de revoluciones necesario para que el disco A alcance una velocidad angular de 150 rpm.

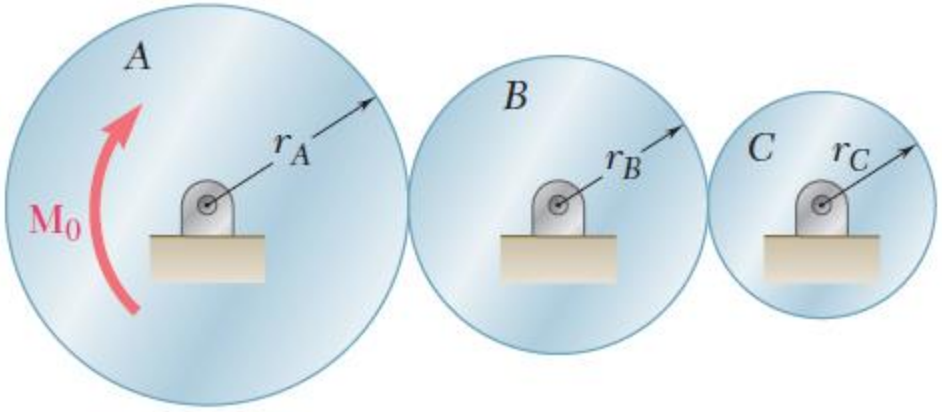



Figura *P17.15*

**Datos:**

$m_A$ = 12 Lb

$r_A$ = 8in;

$r_B$ = 6in

$r_C$ = 4in

Sistema en reposo – aplica un par 60 lb.in en A

**Incógnita:**

$n_{A\ n=150\ rpm}$=?

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

## *ESTRATEGIA:*

Debemos determinar el número de revoluciones requerido en el disco A para alcanzar la velocidad angular de 150 rpm

La masa del Disco esta dada por

$$m = \text{Volumen . Densidad} = (\pi.r^2.t)\rho$$

Momento de Inercia de un disco delgado

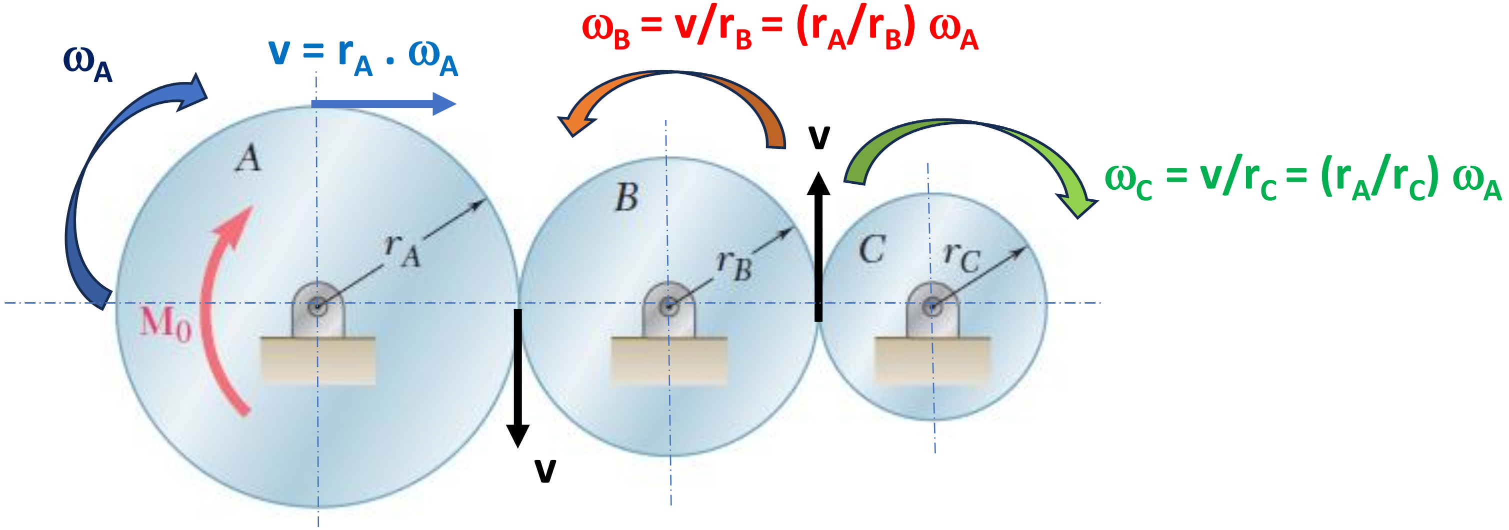
$$I = ½\ m\ r^2 = ((\pi\ .\ \rho\ .\ t)\ /2)\ r^4$$

Como tenemos la velocidad de la rueda A (Engranaje A) podemos relacionar la B y C.

$$\mathbf{v = r_A\ .\ \omega_A \Rightarrow \omega_A = v/r_A}$$

$$\mathbf{\omega_B = v/r_B = (r_A/r_B)\ \omega_A}$$

$$\mathbf{\omega_C = v/r_C = (r_A/r_C)\ \omega_A}$$




Ing. Carlos Barrera

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

Ing. Carlos Barrera

## *ENERGÍA CINÉTICA:*

**$v = r_A \,.\, \omega_A \Rightarrow \omega_A = v/r_A$**
**$\omega_B = v/r_B = (r_A/r_B)\,\omega_A$**
**$\omega_C = v/r_C = (r_A/r_C)\,\omega_A$**

energía cinética de un cuerpo rígido en movimiento plano

$$T = \cancel{\tfrac{1}{2} m\bar{v}^2} + \tfrac{1}{2}\bar{I}\omega^2$$

$T = ½ \,((\pi.\rho.t)/2) \,.\, (r_A{}^4 \,.\, \omega_A{}^2 + r_B{}^4 \,.\, \omega_B{}^2 + r_C{}^4 \,.\, \omega_C{}^2 )$

$T = ½ \,((\pi.\rho.t)/2) \,.\, (r_A{}^4 \,.\, \omega_A{}^2 + r_B{}^4 \,.\, ((r_A/r_B))^2\, \omega_A{}^2 + r_C{}^4 \,.\, ((r_A/r_C))^2\, \omega_A{}^2 )$

$T = ½ \,((\pi.\rho.t.\, \omega_A{}^2 )/2) \,.\, r_A{}^2 \,.\, (r_A{}^2 + r_B{}^2 + r_C{}^2 )$

## *TABAJO:*

El trabajo del par durante una rotación finita del cuerpo rígido

$$U_{1\to 2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M\, d\theta$$

Tenemos $\omega 1 = 0$ y $\omega_2 = \omega_A$

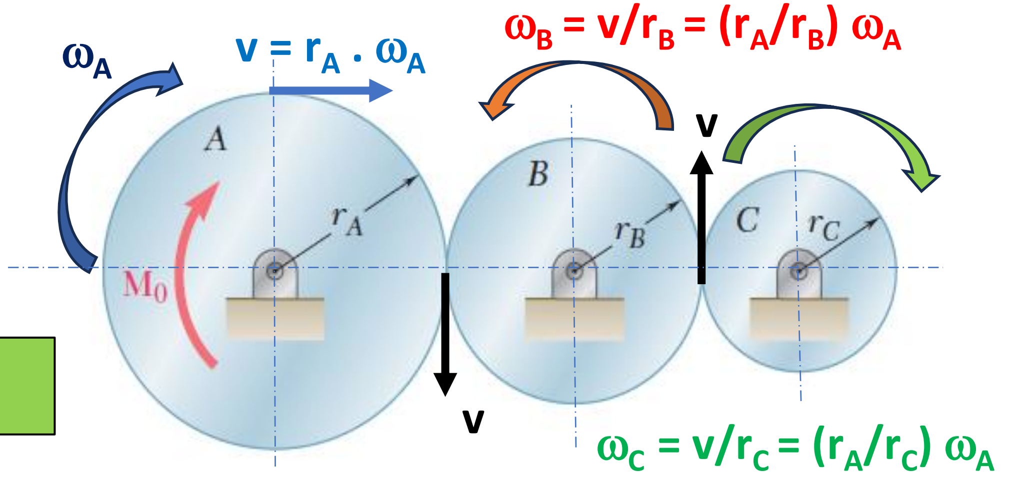
$$T_1 + U_{1\to 2} = T_2$$

$0 + M.\theta = 1/4 \;((\pi.\rho.t.\, \omega_A{}^2 \,.\, r_A{}^2 \,.\, (r_A{}^2 + r_B{}^2 + r_C{}^2 )$

Para $\theta = 2\,\pi$

$M.(2\theta) = 1/4 \;(\pi.\rho.t.\, \omega_A{}^2 \,.\, r_A{}^4 ).\,( 1 + (r_{B/}r_A)^2 + (r_{C/}r_A)^2 )$

$$\boxed{\omega_A{}^2 = 8\, Mo \,/\, (\rho.t.\, r_A{}^4 ).\,( 1 + (r_{B/}r_A)^2 + (r_{C/}r_A)^2 )}$$



UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

Recalculamos para $m_A = \pi \cdot r_A^2 \cdot \rho \cdot t$ y reescribimos la siguiente ecuación:

$T = ½ ((\pi.\rho.t)/2) \cdot (r_A^4 \cdot \omega_A^2 + r_B^4 \cdot \omega_B^2 + r_C^4 \cdot \omega_C^2)$

$T = 1/4 ((W_A/g)) \cdot r_A^2 \cdot (1 + (r_B/r_A)^2 + (r_C/r_A)^2) \cdot \omega_A^2$

***DATOS:***

$\omega_A = 150$ rpm . $(2. \pi/60) = 5\pi$ rad/s

$W_A = 12$ lb; $r_A = 8$ in ; $r_B = 6$ in; $r_C = 4$ in

M = 60 Lb.in = 5 ft.lb

$U_{1-2} = M.\theta = (5 \text{ ft.lb}) \cdot \theta$

$$T_1 + U_{1\to2} = T_2$$

$0 + 5\theta = 1/4\ (12 \text{ lb} / 32.2) \cdot (8 \text{ ft}/12)^2\ ((1 + (6\text{in}/8\text{in})^2 + (4\text{ in}/8\text{in})^2) \cdot (5\pi)^2$

$5\theta = 0{,}041408\ ((1 + (3/4)^2 + (1/4)^2) \cdot (5\pi)^2$

$5\theta = 18{,}518$ $\qquad \theta = 3{,}704$ rad (rev/$2\pi$ rad) = 0,5894 rev

$\boxed{\theta = 0{,}589 \text{ rev}}$

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

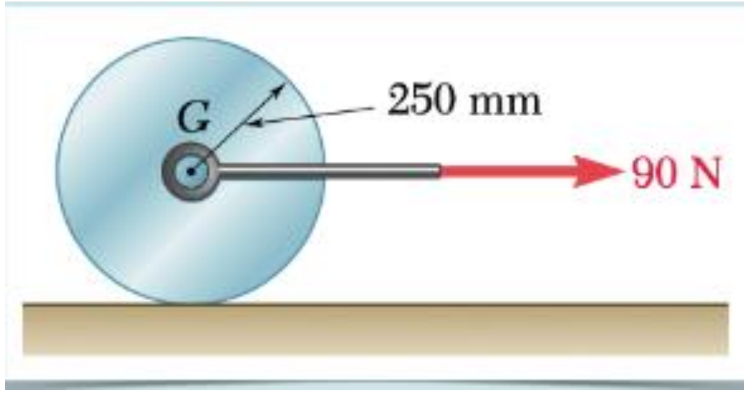
# EJERCICIOS DE PLATAFORMA PRIMERA PARTE

## 8B_3_TP_MR_CUERPORIGIDO_TRABAJO_Y_ENERGÍA_2025

Ing. Carlos Barrera

# Problema N°1

Un rodillo cilíndrico uniforme de 20 kg, inicialmente en reposo, se somete a la acción de una fuerza de 90 N en la forma que se indica. El cuerpo rueda sin deslizarse.




a) Calcular la **fuerza de fricción** que se requiere para evitar el deslizamiento

b) Calcular la velocidad del centro G del cilindro después de que se ha movido 1,5 m.

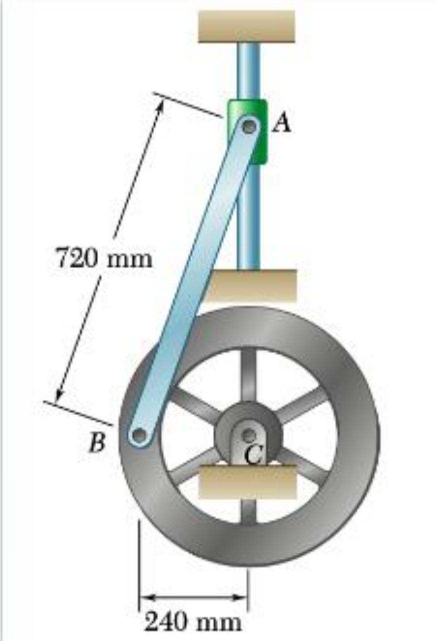
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

Problema N°2

La biela **AB** de **4 kg** se fija a un collarín de masa despreciable en **A** y a un volante en **B**. El volante tiene un peso de **16 kg** y un radio de giro de **180 mm**. En la posición mostrada la velocidad angular del volante es de **60 rpm** en el sentido de las manecillas del reloj.




a) Determinar el momento de inercia de la biela AB.

b) Determinar el momento de inercia del volante.

c) Calcular la velocidad angular del volante cuando el punto **B** está directamente abajo de **C**.

Ing. Carlos Barrera

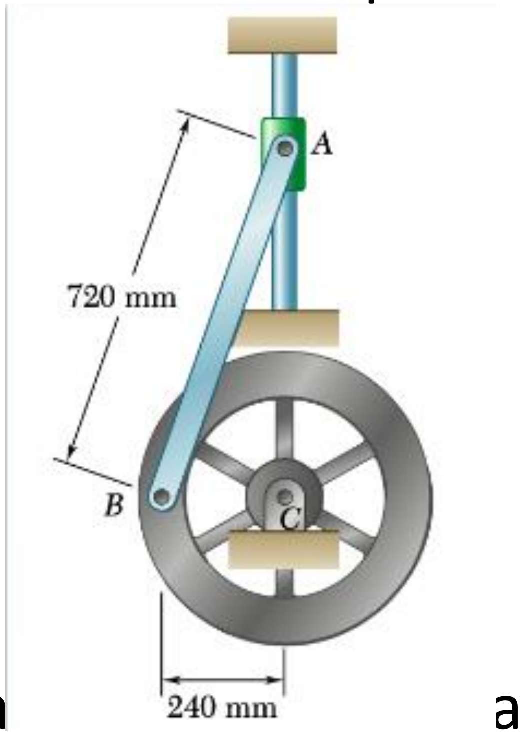
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# Problema N°3

La biela AB de 4 kg se fija a un collarín de masa despreciable en A y a un volante en B. El volante tiene un peso de 16 kg y un radio de giro de 180 mm.




a) Determinar el m … a de la biela AB.
b) Determinar el momento de inercia del volante.
c) Calcular la **velocidad angular del volante en la posición mostrada en la figura**, si se requiere que dicha velocidad angular del volante sea igual que la velocidad angular del volante cuando el punto **B** está directamente **encima** del punto **C.**

Ing. Carlos Barrera

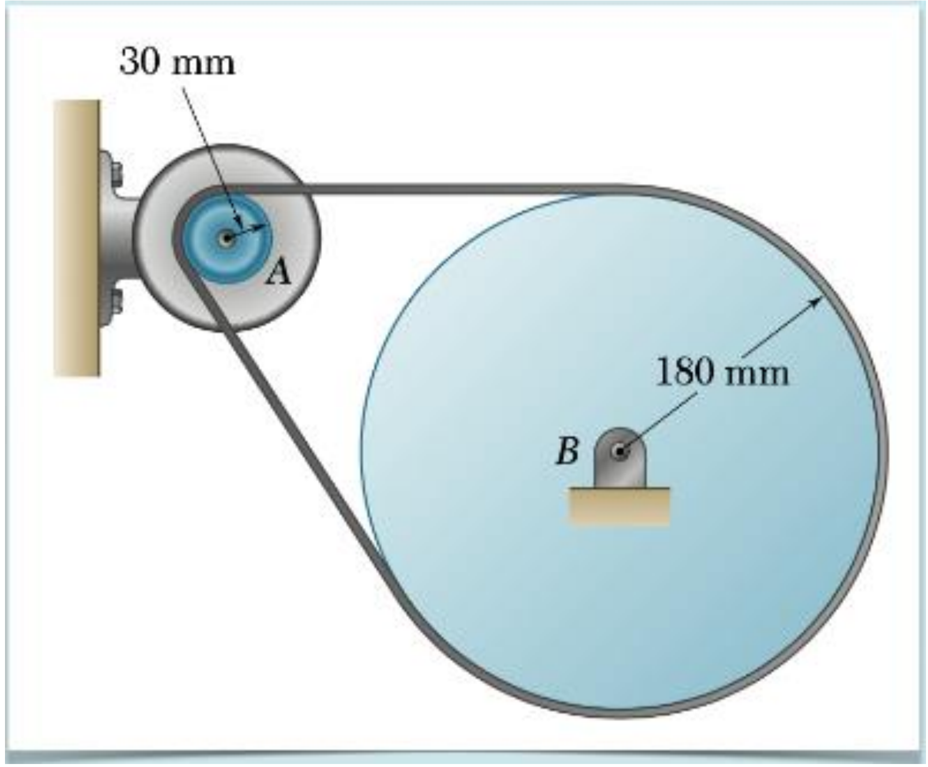
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

# Problema N°4

El motor mostrado en la figura gira a una velocidad de 1350 rpm y opera una máquina unida al árbol en B. El motor tiene una potencia de 3 kW.




a) Determinar el **Torque** aplicado en el árbol del motor.

b) Determinar el **Torque** aplicado en el árbol de la polea.

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

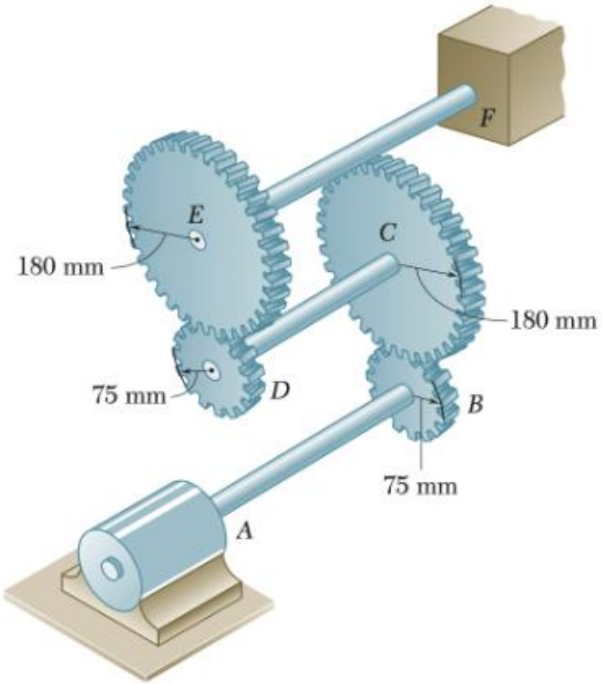
FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA

MECÁNICA Y MECANISMOS

# Problema N°5

Tres árboles y cuatro engranes se usan para formar un tren de engranes que transmitirá 7,5 kW del motor A a una máquina herramienta ubicada en F. (Los cojinetes para las flechas se omiten en la figura) La velocidad del motor es de 1800 rpm.




a) Determinar el **Torque** aplicado en el arbol del motor (AB)

b) Determinar el **Torque** aplicado en el arbol intermedio (CD)

c) Determinar el **Torque** aplicado en el arbol de la máquina (EF)

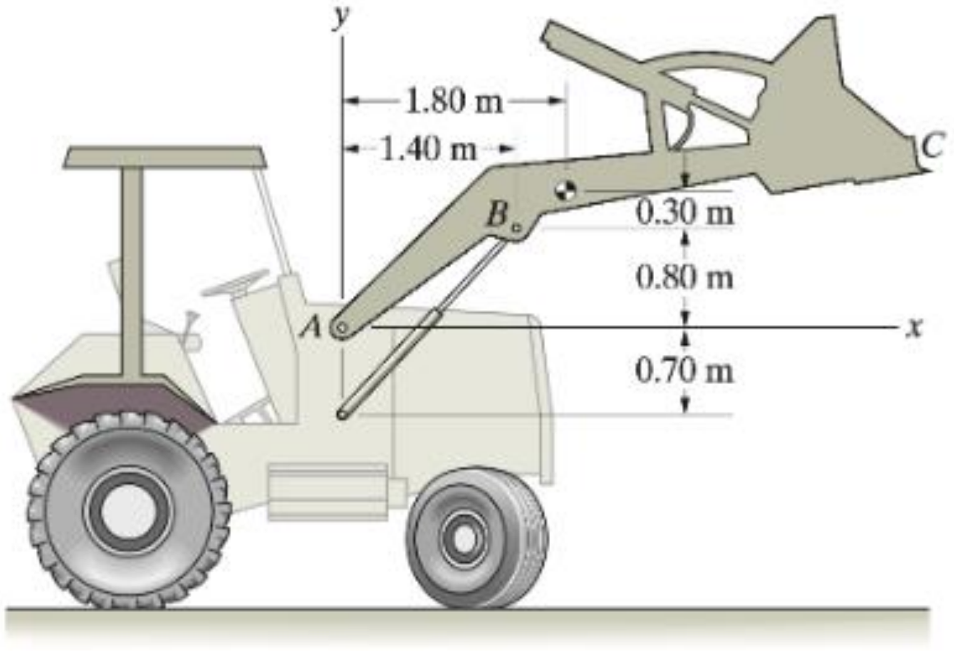
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# Problema N°6

Modele el brazo ABC mostrado como un solo cuerpo rígido. Su masa es de 300 kg y el momento de inercia respecto a su centro de masa es I = 360 kg.m2. Partiendo desde el reposo con su centro de masa 2 m arriba del suelo (posición 1), los cilindros hidráulicos empujan el brazo ABC hacia arriba. Cuando está en la posición mostrada (posición 2), su velocidad angular es de 1.4 rad/s en sentido contrario al de las manecillas del reloj.




a) Determinar el trabajo que realizan los dos cilindros (total) para mover el brazo desde la posición 1 hasta la posición 2.

Ing. Carlos Barrera

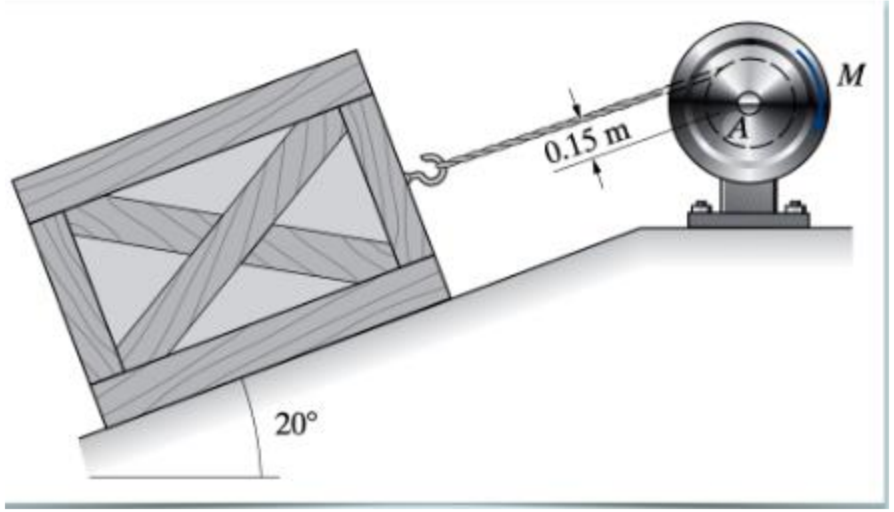
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# Problema N°7

La caja de 45 kg es traccionada hacia arriba por el malacate sobre el plano inclinado. El coeficiente de fricción cinético entre la caja y la superficie es $\mu k = 0.4$. El momento de inercia de masa del tambor en que está enrollado el cable, es IA = 4 kg.m2. La caja parte desde el reposo y el motor ejerce un par constante M = 50 N.m sobre el tambor.




a) Usando el principio del trabajo y la energía, determinar la velocidad de **la caja** luego que ésta se ha desplazado 1 m sobre el plano inclinado.

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

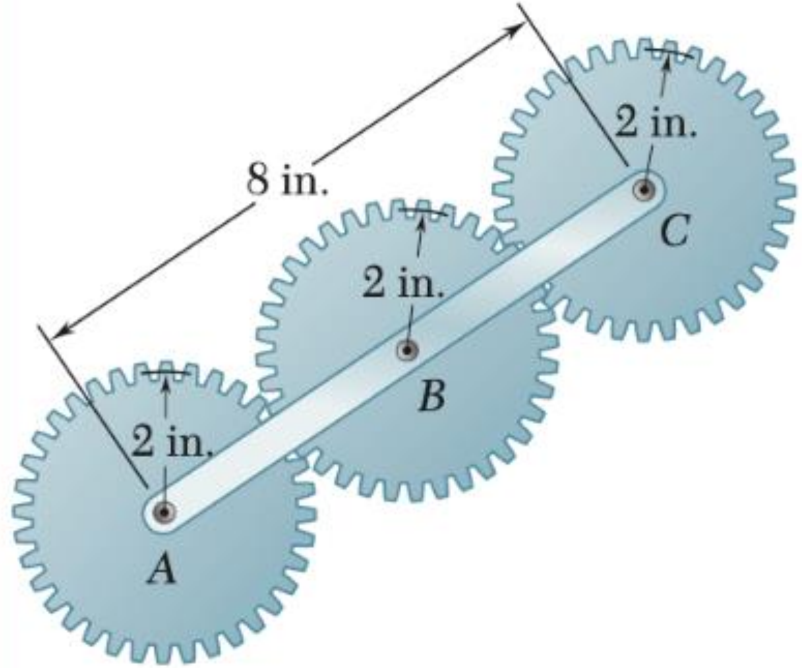
# EJERCICIOS DE PLATAFORMA SEGUNDA PARTE

## 8B_4_TP_MR_CUERPORIGIDO_IMPULSO_Y_CANT_DE_MOVIMIENTO_2025

Ing. Carlos Barrera

# Problema N°1

En el arreglo de engranes mostrado, los engranes A y C están unidos a la varilla ABC, la cual puede girar libremente alrededor de B, mientras que el engrane interior B está fijo. El sistema se encuentra en reposo. Los engranes A y C pesan 2,5 lb cada uno y pueden considerarse como discos con radio de 2 in; la varilla ABC pesa 4 lb.




a) Determinar la magnitud del par M que debe aplicarse a la varilla ABC sabiendo que **2,5 s** después la velocidad angular de la varilla debe ser de **240 rpm** en sentido horario.

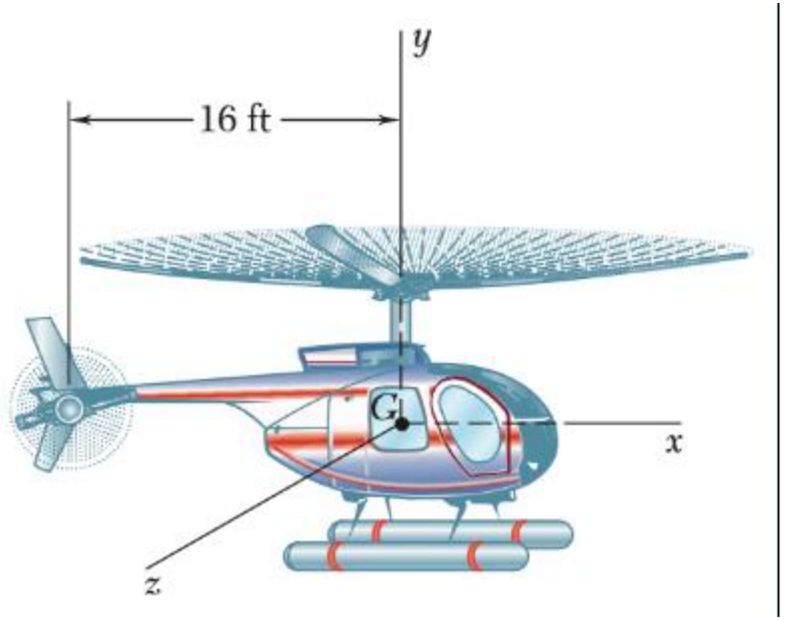
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# Problema N°2

En el helicóptero que se muestra se usa una hélice vertical (eje horizontal) de cola para evitar la rotación de la cabina cuando varía la velocidad de la hélice principale. La velocidad de la hélice principal se mide con respecto a la cabina, y esta última tiene un momento de inercia centroidal de 650 lb.ft.s2. Se supone que cada una de las cuatro hélices principales es una barra esbelta de 14 ft con un peso de 55 lb.




a) Si el rotor de cola no está en operación, determine la velocidad angular final de la cabina después de que la velocidad de las hélices principales ha cambiado de 180 a 240 rpm

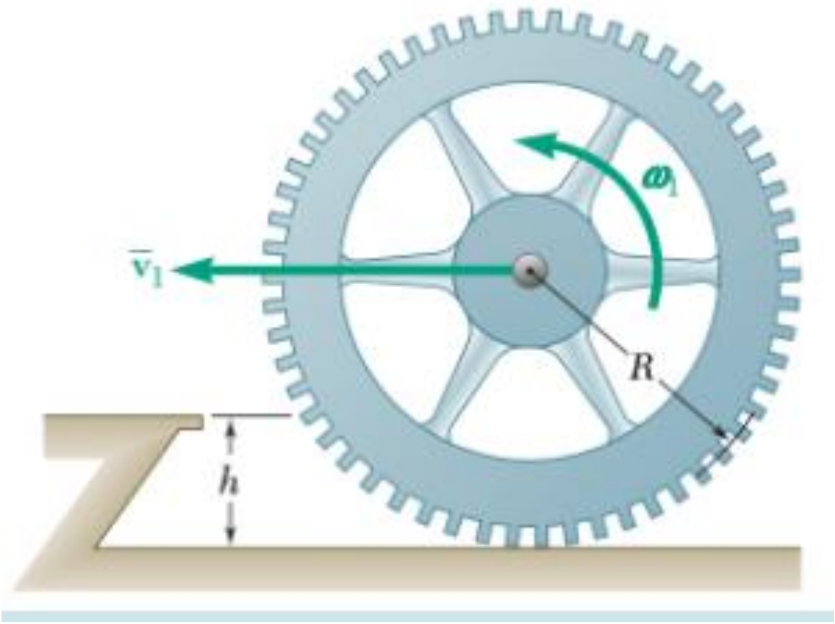
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**
**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# Problema N°3

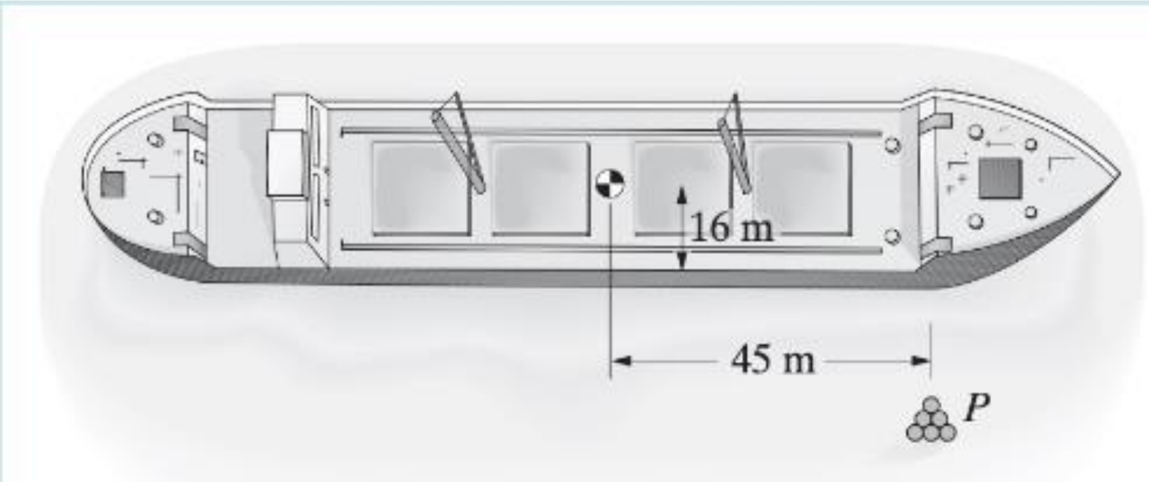
El engrane mostrado tiene un radio R=150 mm y un radio de giro k=125 mm. El engrane rueda sin deslizarse con una velocidad $v_1$ de 3 m/s en magnitud cuando golpea un escalón de altura h=75 mm. Debido a que el borde del escalón se ensambla en los dientes del engrane, no ocurre deslizamiento entre el engrane y el escalón.




a) Suponiendo un impacto perfectamente plástico, determinar la velocidad angular del engrane inmediatamente después del impacto.

# Problema N°4

La masa del barco mostrado es de 544000 kg y el momento de inercia del navío con respecto a su centro de masa es de 4x108 kg.m2. El viento ocasiona que el barco se mueva lateralmente a 0,1 m/s y golpee el muelle fijo en P. El coeficiente de restitución del impacto es e = 0.2.




a) Determinar la velocidad angular del barco después del impacto.

b) Si la duración del impacto del barco con el muelle es de **10 s,** determinar la magnitud de la fuerza promedio ejercida por el impacto sobre el barco.

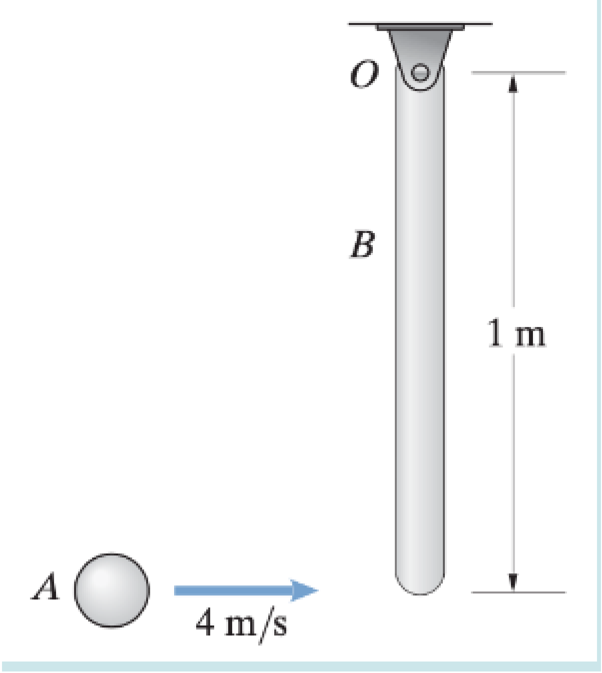
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

# Problema N°5

La esfera A de 2 kg mostrada se mueve hacia la derecha a 4 m/s cuando golpea el extremo de la barra delgada B de 5 kg.




a) Determinar la velocidad angular de la barra después del impacto, si luego del impacto la esfera se queda adherida a la barra.

b) Determinar la velocidad angular de la barra después del impacto, si el coeficiente de restitución es e=0,8.Si la duración del impacto del barco con el muelle es de **10 s,** determinar la magnitud de la fuerza promedio ejercida por el impacto sobre el barco.

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Cátedra:**
**MECÁNICA APLICADA**

**MECÁNICA Y MECANISMOS**

# *GRACIAS POR SU ATENCIÓN*

Ing. Carlos Barrera