

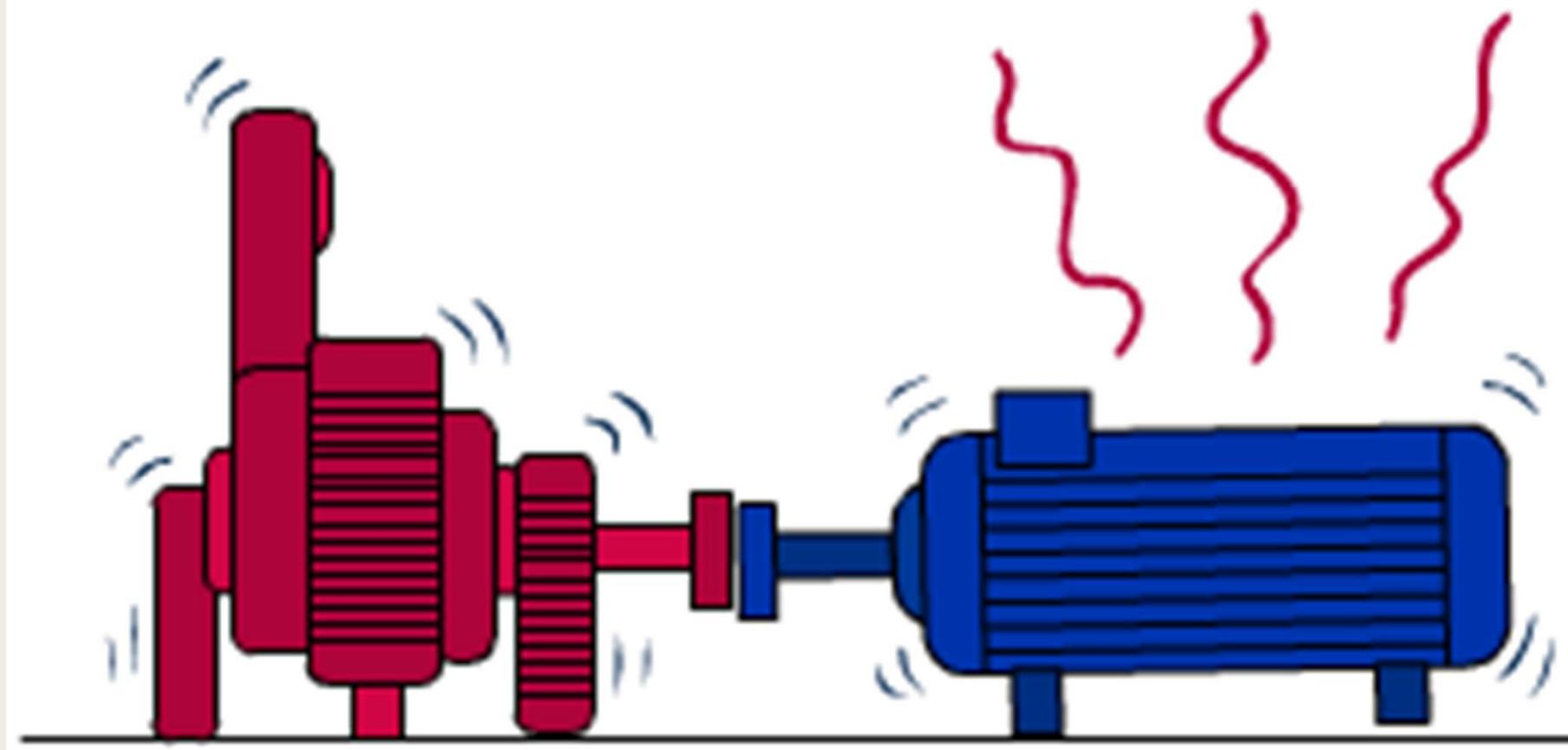


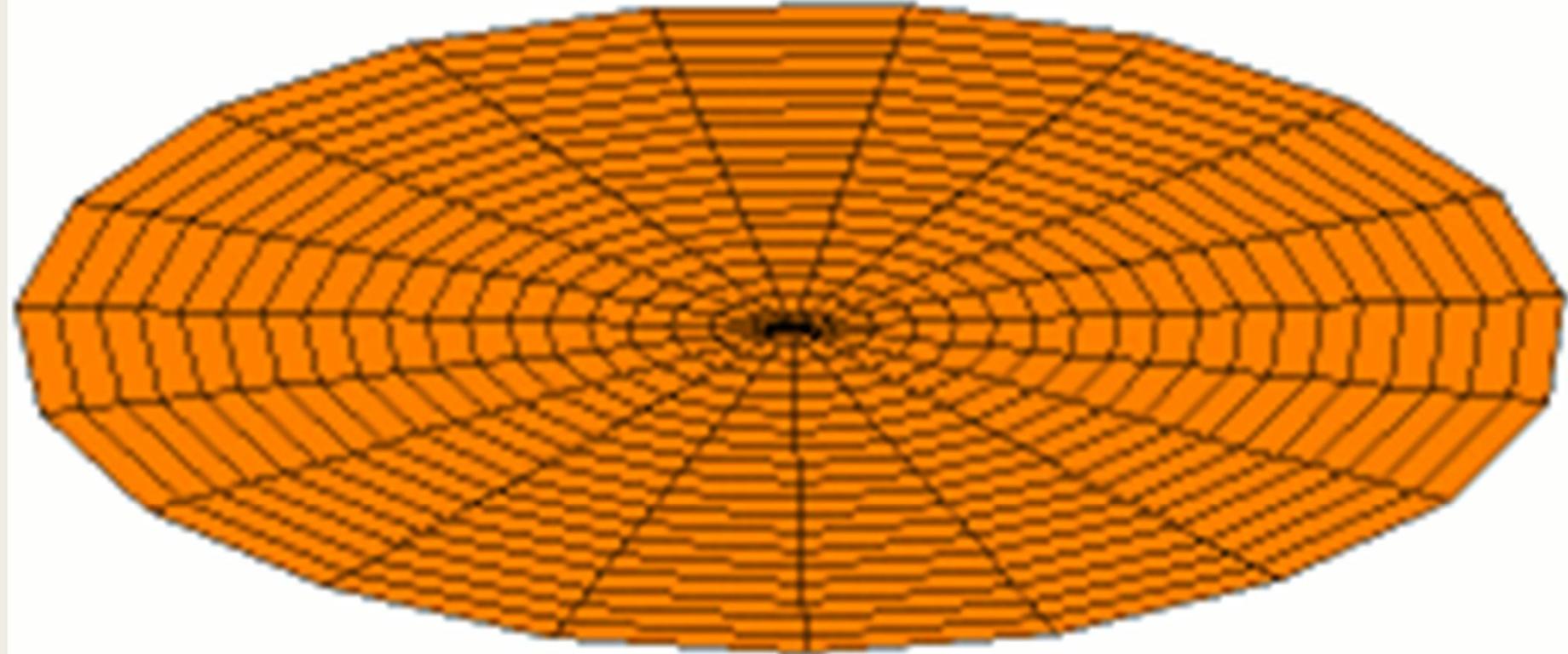
FACULTAD
DE INGENIERÍA

VIBRACIONES

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Ing. Carlos Barrera-2025





Uno de los posibles modos de vibración de un tambor circular

VIBRACIÓN: “**Es una oscilación mecánica alrededor de una posición de referencia**”. Esta oscilación puede ser periódica o no.

También puede definirse como: “La respuesta de un sistema a un estímulo interno o externo que hace que este oscile o pulse”.

La amplitud vibratoria es directamente proporcional a la fuerza dinámica e inversamente proporcional a la Resistencia Dinámica.

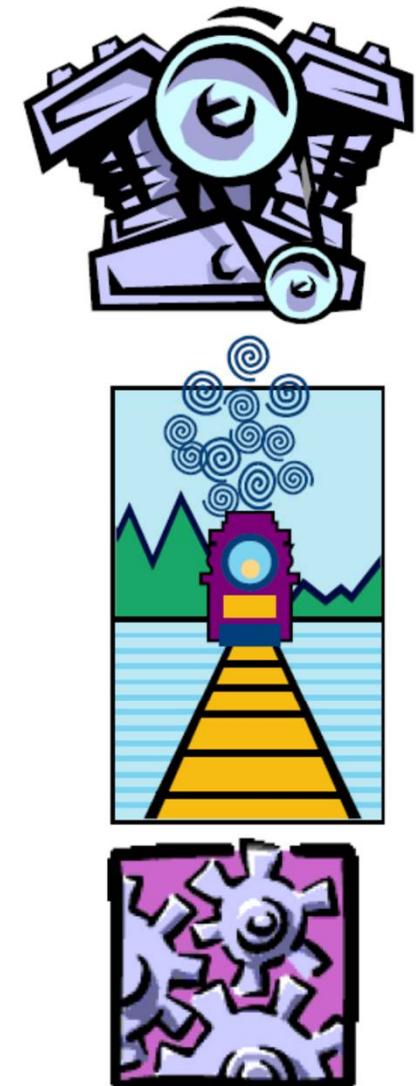
Por ej. Si dos máquinas están sometidas a la misma Fuerza Dinámica, la respuesta de amplitud de la máquina que tiene una Resistencia Dinámica mayor será menor que la de la otra máquina.

La Resistencia Dinámica dentro de una máquina o estructura es proporcional a la rigidez, amortiguación y masa del sistema.

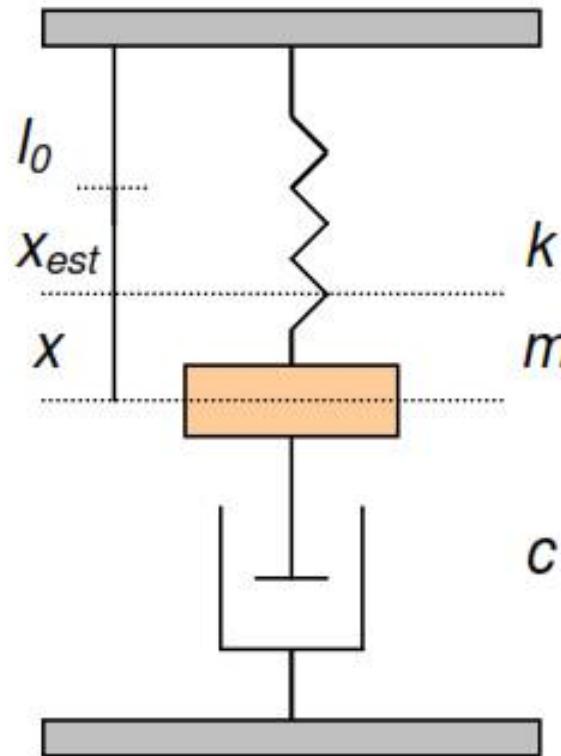
Los sistemas mecánicos al ser sometidos a la acción de fuerzas variables con el tiempo, responden variando sus estados de equilibrio y como consecuencia presentan cambios de configuración que perturban su normal funcionamiento, provocan molestias al personal que los maneja y acortan la vida útil de los mecanismos.

FUENTE DE LAS VIBRACIONES

- Se origina en la oscilación de equipos destinados a transporte, perforación, abrasión, sedimentación.
- Los movimientos rotatorios o alternativos, motores de combustión interna, superficies de rodadura de vehículos.
- Vibración de estructuras.
- Herramientas manuales eléctricas, neumáticas, hidráulicas y en general las asistidas mecánicamente y las que ocasionen golpes.



Supongamos el sistema de la figura, formado por una masa principal m , un elemento recuperador elástico de constante k y un dispositivo amortiguador de constante c .



K: constante de rigidez elástica
m: masa
c: coeficiente de amortiguación
F: resultante de las fuerzas exteriores
 l_0 : Longitud inicial del resorte.
x: desplazamiento

Se consideran las siguientes hipótesis:

La masa está guiada, sin rozamiento, y se permite únicamente desplazamientos verticales. El resorte tiene masa despreciable frente a la masa principal del sistema.

El dispositivo amortiguador tiene sus masas despreciables.
La ecuación de equilibrio dinámico permite determinar la ecuación diferencial del movimiento.

$$mx'' + cx' + kx = F$$

Siendo F la fuerza aplicada al sistema

- mx'' • La fuerza de inercia
- cx' • La fuerza amortiguadora
- kx • La fuerza elástica

CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES

Las vibraciones son **libres** cuando no existen fuerzas o acciones exteriores directamente aplicadas al sistema a lo largo del tiempo.

Las vibraciones son **forzadas** cuando existen acciones o excitaciones directamente aplicadas al sistema a lo largo del tiempo, además de las fuerzas o momentos internos.

Tanto las vibraciones libres como las forzadas pueden subdividirse, dependiendo de la existencia o no de fuerzas resistentes que amortiguan el movimiento vibratorio, en:

Sin Amortiguamiento: No existe resistencia pasiva al movimiento del sistema.

Con Amortiguamiento: Existen resistencias pasivas al movimiento del sistema, es decir, fuerzas o momentos disipativos que amortiguan el movimiento vibracional.

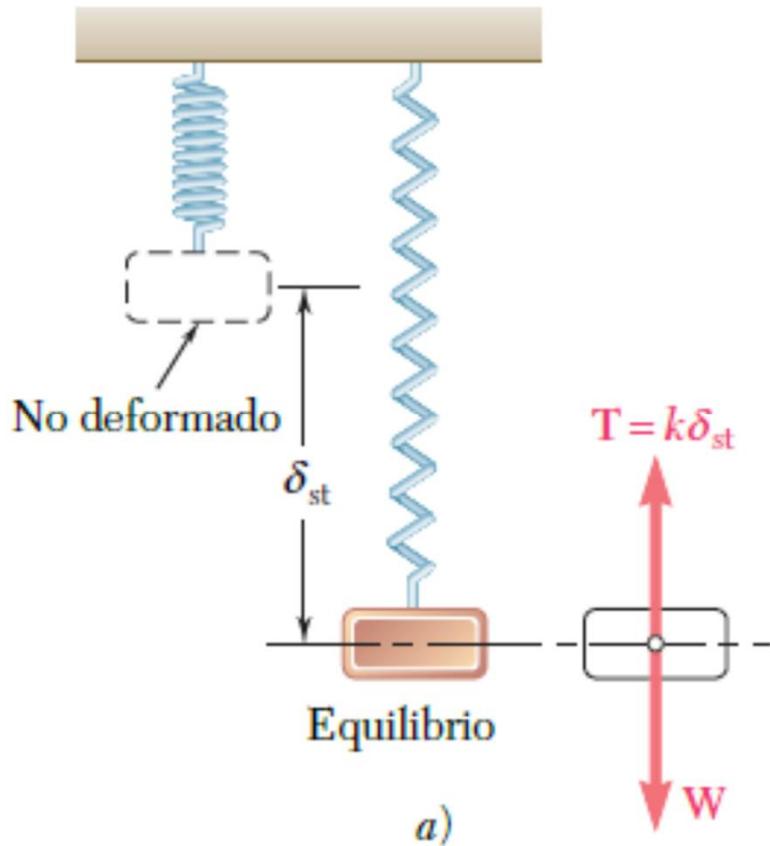
VIBRACIONES SIN AMORTIGUAMIENTO

Supongamos un cuerpo de masa m unido a un resorte de constante k . Cuando el cuerpo está en equilibrio estático, las fuerzas que actúan son su peso W y la fuerza T ejercida por el resorte, de magnitud

$$T = k\delta_{estática}$$

δ_{st} Elongación del resorte

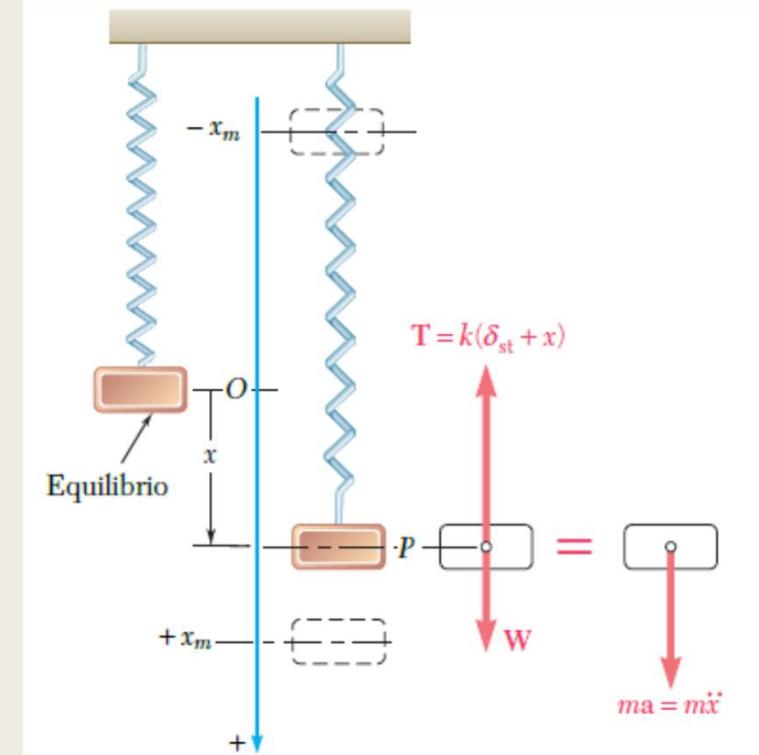
$$W = k\delta_{\text{estática}}$$



Supongamos que el cuerpo se desplaza a una distancia x_m desde su posición de equilibrio y se suelta sin velocidad inicial. Si x_m se ha elegido más pequeña que $\delta_{\text{estática}}$, el cuerpo se moverá alrededor de su posición de equilibrio, se ha generado una vibración de amplitud x_m

Para analizar la vibración, se considerará el cuerpo en una posición P en algún tiempo arbitrario t. Llamando x el desplazamiento OP medido desde la posición de equilibrio O, se ve que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son su peso W y la fuerza T ejercida por el resorte, que tiene una magnitud $T = k(\delta_{\text{estática}} + x)$.

Como $W = k \delta_{\text{st}}$, la magnitud de la resultante F de las dos fuerzas es:



$$F = W - k(\delta_{\text{estática}} + x) = -kx$$

La resultante de las fuerzas ejercidas sobre el cuerpo es proporcional al desplazamiento, medido desde la posición de equilibrio.

Sustituyendo F en la ecuación fundamental $F = m a$ y recordando que a es la segunda derivada de x con respecto a t, tenemos:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

El movimiento definido por la ecuación recibe el nombre de **MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE**

Se puede verificar que cada una de las funciones:

$$x_1 = \sin(\sqrt{k/m}t) \text{ y } x_2 = \cos(\sqrt{k/m}t)$$

Satisfacen la ecuación, y por lo tanto estas funciones constituyen dos soluciones particulares de la ecuación diferencial.

La solución general se expresa como:

$$x = C_1 x_1 + C_2 x_2 = C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

x es una función periódica del tiempo t y representa una vibración de la partícula P.

El coeficiente de t en la expresión se conoce como la **FRECUENCIA NATURAL** de la vibración y se calcula como:

$$\text{Frecuencia circular natural} = \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x = C_1 \sin \omega_n t + C_2 \cos \omega_n t$$

Esta es la solución general de la ecuación diferencial:

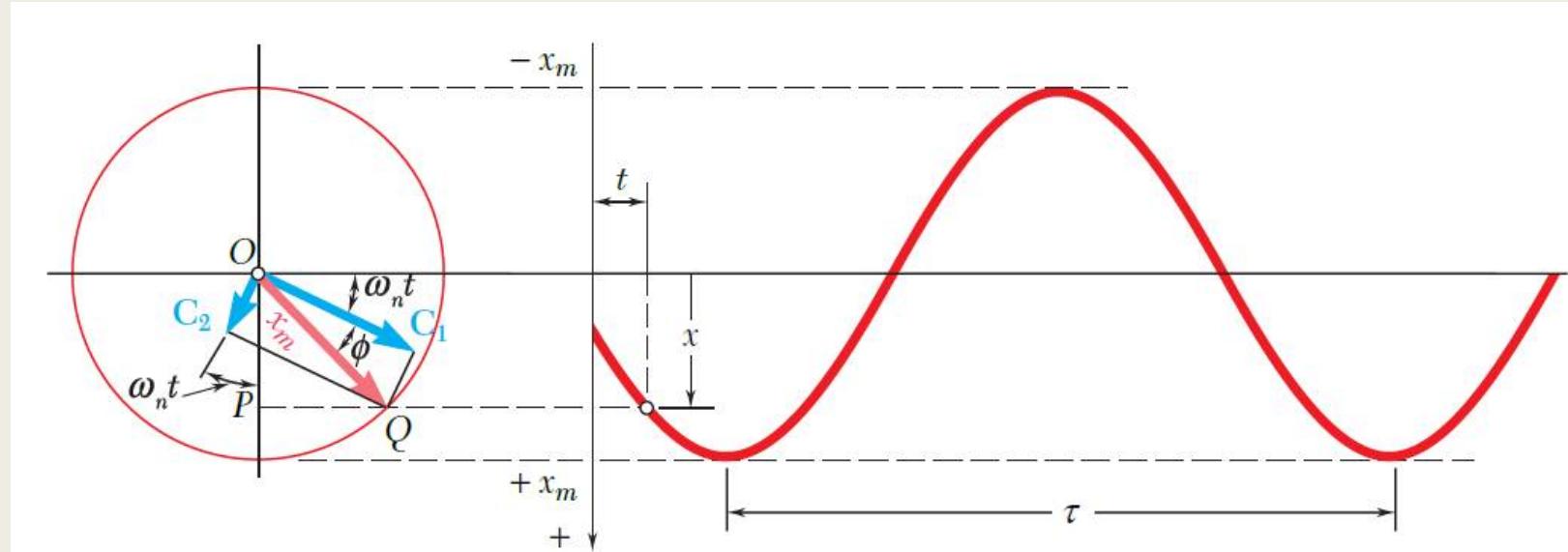
$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

Al diferenciar con respecto a t, obtenemos las expresiones de la velocidad y la aceleración

$$v = \dot{x} = C_1 \omega_n \cos \omega_n t - C_2 \omega_n \sin \omega_n t$$

$$a = \ddot{x} = -C_1 \omega_n^2 \sin \omega_n t - C_2 \omega_n^2 \cos \omega_n t$$

La curva desplazamiento-tiempo se representa de la siguiente manera:



$$\text{Periodo} = \tau_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

$$\text{Frecuencia natural} = f_n = \frac{1}{\tau_n} = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

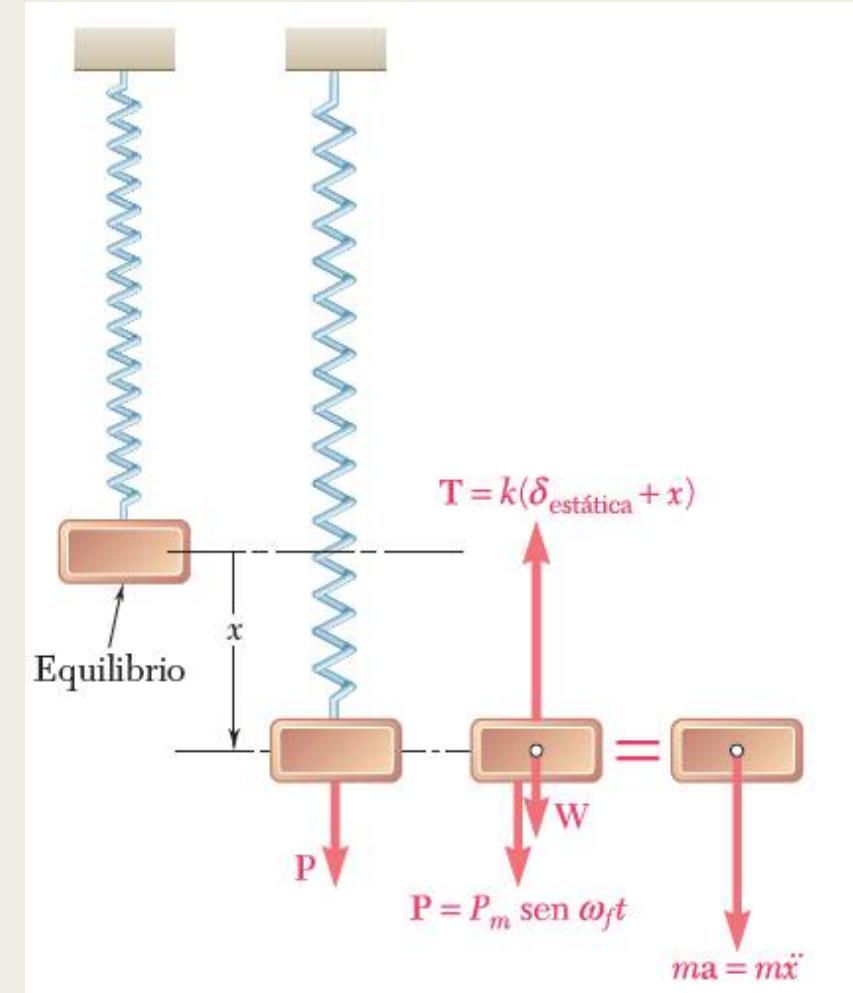
Los valores máximos de la velocidad y la aceleración son:

$$v_m = x_m \omega_n \quad a_m = x_m \omega_n^2$$

VIBRACIONES FORZADAS

Supongamos un cuerpo de masa m suspendido de un resorte y sujeto a una fuerza periódica P de magnitud $P = P_m \operatorname{sen} \omega_f t$ donde ω_f es la frecuencia circular de P y se conoce como **frecuencia circular forzada** del movimiento.

Esta fuerza puede ser una fuerza externa real aplicada al cuerpo o una fuerza centrifuga producida por la rotación de alguna parte desbalanceada del cuerpo. La ecuación de movimiento donde x es el **desplazamiento del cuerpo** medido desde su posición de equilibrio:



$$+\downarrow \sum F = ma: \quad W - k(\delta_{\text{estática}} + x - \delta_m \sin \omega_f t) = m\ddot{x}$$

$$W = k\delta_{\text{estática}}$$

$$m\ddot{x} + kx = k\delta_m \sin \omega_f t$$

Consideremos ahora el caso de un cuerpo de masa m suspendido de un resorte unido a un soporte móvil cuyo desplazamiento es δ . Al medir el desplazamiento x del cuerpo desde la posición de equilibrio estático correspondiente a $\omega_f t = 0$, la elongación total del resorte en el tiempo t es

$$\delta_{\text{estática}} + x - \delta_m \sin \omega_f t.$$

La ecuación de movimiento es:

$$+\downarrow \sum F = ma: \quad W - k(\delta_{\text{st}} + x - \delta_m \sin \omega_f t) = m\ddot{x}$$

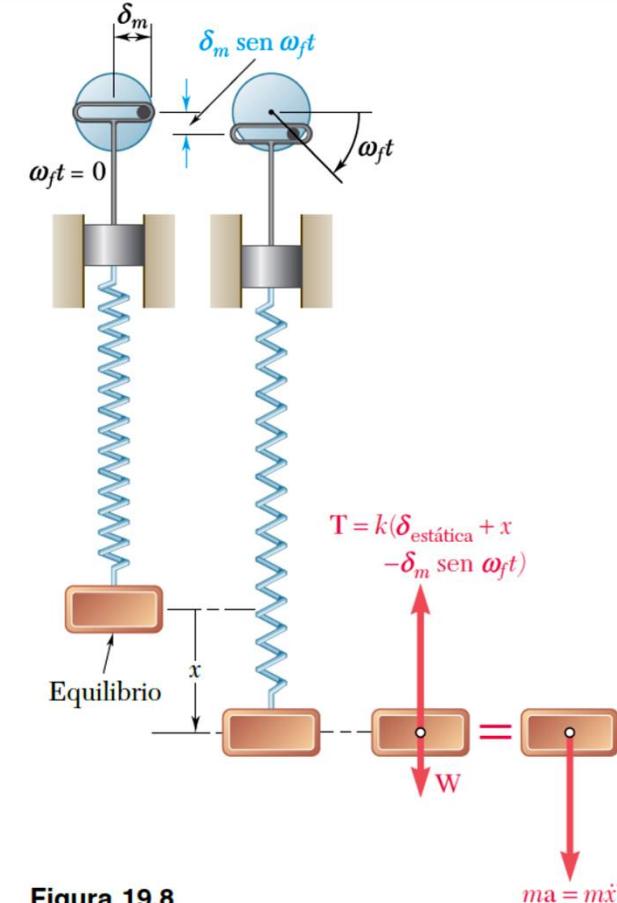


Figura 19.8

$$m\ddot{x} + kx = k\delta_m \operatorname{sen} \omega_f t$$

Una ecuación diferencial que posee un miembro del lado derecho diferente de cero, se dice que es no homogénea. Su solución general se obtiene al sumar una solución particular de la ecuación dada a la solución general de la ecuación homogénea correspondiente.

La solución particular puede obtenerse al tratar una solución de la forma

$$x_{\text{part}} = x_m \operatorname{sen} \omega_f t$$

$$-m\omega_f^2 x_m \operatorname{sen} \omega_f t + kx_m \operatorname{sen} \omega_f t = P_m \operatorname{sen} \omega_f t$$

$$x_m = \frac{P_m}{k - m\omega_f^2}$$

$$x_m = \frac{P_m/k}{1 - (\omega_f/\omega_n)^2}$$

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\omega_f/\omega_n)^2}$$

$$x_{\text{comp}} = C_1 \sin \omega_n t + C_2 \cos \omega_n t$$

La solución general es:

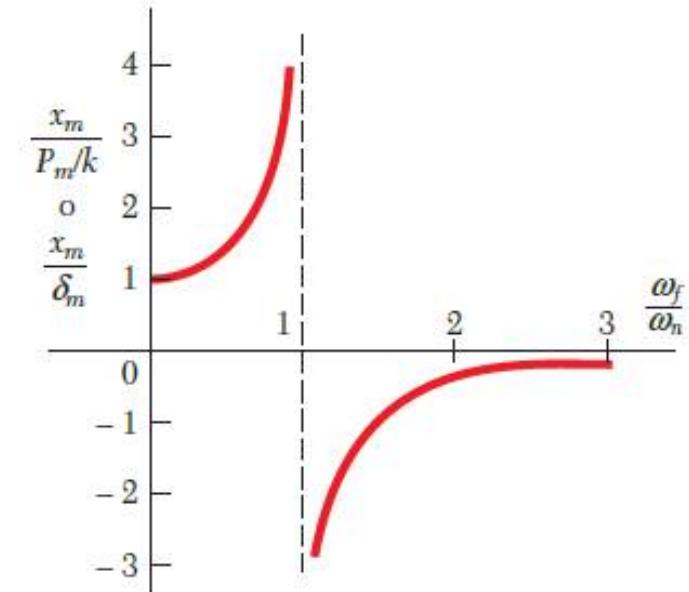
$$x = C_1 \sin \omega_n t + C_2 \cos \omega_n t + x_m \sin \omega_f t$$

Se observa que las vibraciones obtenidas consisten en dos vibraciones superpuestas. Los dos primeros términos representan una vibración libre del sistema. La frecuencia de esta vibración es la frecuencia natural del sistema, la cual depende de la constante k del resorte y la masa m del cuerpo y las constantes C1 y C2 pueden determinarse a partir de las condiciones iniciales. Esta vibración libre se denomina vibración transitoria, ya que en la práctica se ve amortiguada por la fuerza de rozamiento.

El último término representa la vibración de estado estable producida por la fuerza aplicada . Su frecuencia es la frecuencia forzada impuesta por la fuerza y la amplitud depende de la razón de frecuencias.

$$\text{Factor de amplificación} = \frac{x_m}{P_m/k} = \frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{1 - (\omega_f/\omega_n)^2}$$

En la figura se ha graficado el factor de amplificación en función de la razón de frecuencia.



VIBRACIONES AMORTIGUADAS

VIBRACIONES LIBRES

En general, todas las vibraciones se amortiguan gracias a las fuerzas de rozamiento. Estas fuerzas pueden deberse a fricción seca, entre cuerpos rígidos, a fricción fluida cuando un cuerpo rígido se mueve en un fluido o a fricción interna entre las moléculas de un cuerpo.

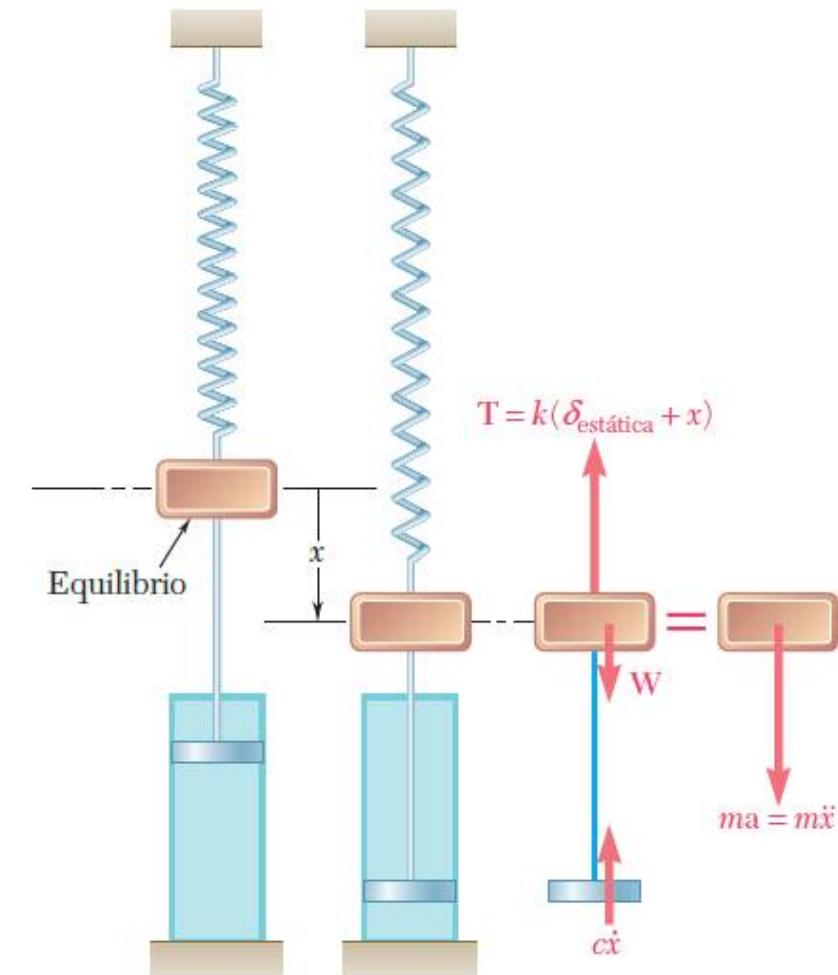
Un tipo de amortiguamiento interesante es el amortiguamiento viscoso ocasionado por el rozamiento de un fluido a velocidades bajas y moderadas.

Consideremos un cuerpo de masa m suspendido de un resorte de constante k , y que el cuerpo está conectado al émbolo de un amortiguador.

La magnitud de la fuerza de rozamiento que ejerce el fluido sobre el émbolo es igual a $c*x$, donde la constante c se conoce como coeficiente de amortiguamiento viscoso.

La ecuación de movimiento es:

$$+\downarrow \sum F = ma: W - k(\delta_{st} + x) - cx = m\ddot{x}$$



$$W = k\delta_{st}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

$$x = e^{\lambda t}$$

La ecuación característica:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0$$

Las raíces:

$$\lambda = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

Al definir el coeficiente de amortiguamiento crítico, como el valor de c que hace que el radical se iguale a cero, tenemos

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0$$

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n$$

Se pueden distinguir tres casos diferentes de amortiguamiento, dependiendo del valor del coeficiente c :

Sobreamortiguamiento o amortiguamiento fuerte: $c > c_c$. Las raíces de la ecuación característica son reales y distintas y la solución general de la ecuación diferencial es:

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

Esta solución corresponde a un movimiento no vibratorio. El sistema vuelve a su posición de equilibrio después de un tiempo finito.

Amortiguamiento crítico:

La ecuación característica tiene una doble raíz $\lambda = -c_c/2m = -\omega_n$

La solución general es

$$x = (C_1 + C_2 t) e^{-\omega_n t}$$

El movimiento que se obtiene es no vibratorio. Estos sistemas vuelven a su posición de equilibrio en el tiempo más corto posible sin oscilación.

Subamortiguamiento o amortiguamiento débil $c < c_c$. Las raíces de la ecuación son complejas y conjugadas y la solución general es de la forma:

$$x = e^{-(c/2m)t} (C_1 \sin \omega_d t + C_2 \cos \omega_d t)$$

$$\omega_d^2 = \frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m} \right)^2$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c} \right)^2}$$

Donde la constante c/c_c se conoce como el factor de amortiguamiento.

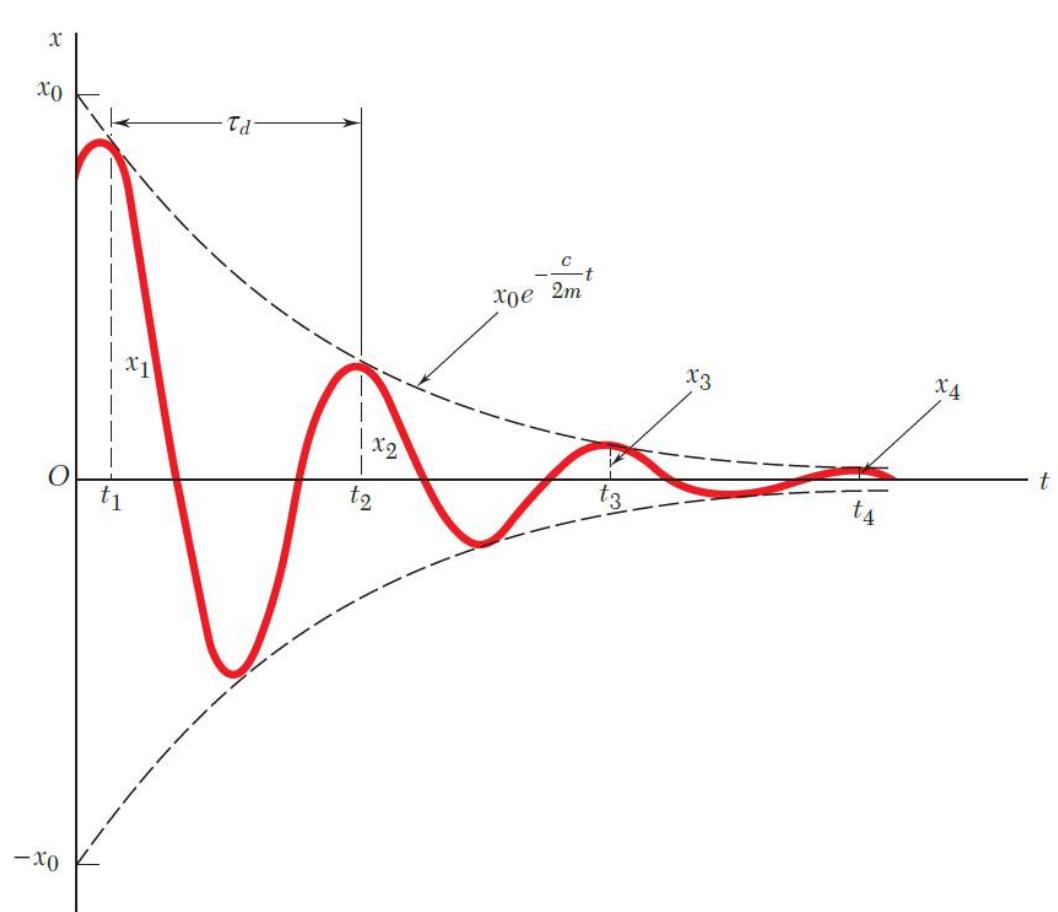
La solución general de la ecuación

$$x = x_0 e^{-(c/2m)t} \sin (\omega_d t + \phi)$$

El movimiento definido por la ecuación es vibratorio con amplitud decreciente. El intervalo de tiempo

$$\tau_d = 2\pi/\omega_d$$

que separa dos puntos sucesivos donde la curva definida por la ecuación toca una de las curvas límite que se muestra en la figura se conoce como el período de vibración amortiguada.



VIBRACIONES FORZADAS

Si el sistema está sujeto a una fuerza periódica P de magnitud $P = P_m \operatorname{sen} \omega_f t$, la ecuación de movimiento se convierte en:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_m \operatorname{sen} \omega_f t$$

La solución general se obtiene al sumar una solución particular a la solución general de la ecuación homogénea.

La solución particular está dada por:

$$x_{\text{part}} = x_m \operatorname{sen} (\omega_f t - \varphi)$$

$$\begin{aligned} -m\omega_f^2 x_m \operatorname{sen} (\omega_f t - \varphi) + c\omega_f x_m \cos (\omega_f t - \varphi) + kx_m \operatorname{sen} (\omega_f t - \varphi) \\ = P_m \operatorname{sen} \omega_f t \end{aligned}$$

$$c\omega_f x_m = P_m \operatorname{sen} \varphi$$

$$(k - m\omega_f^2) x_m = P_m \cos \varphi$$

$$[(k - m\omega_f^2)^2 + (c\omega_f)^2] x_m^2 = P_m^2$$

$$x_m = \frac{P_m}{\sqrt{(k - m\omega_f^2)^2 + (c\omega_f)^2}} \quad \tan \varphi = \frac{c\omega_f}{k - m\omega_f^2}$$

1

$$\frac{x_m}{P_m/k} = \frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega_f/\omega_n)^2]^2 + [2(c/c_c)(\omega_f/\omega_n)]^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{2(c/c_c)(\omega_f/\omega_n)}{1 - (\omega_f/\omega_n)^2}$$

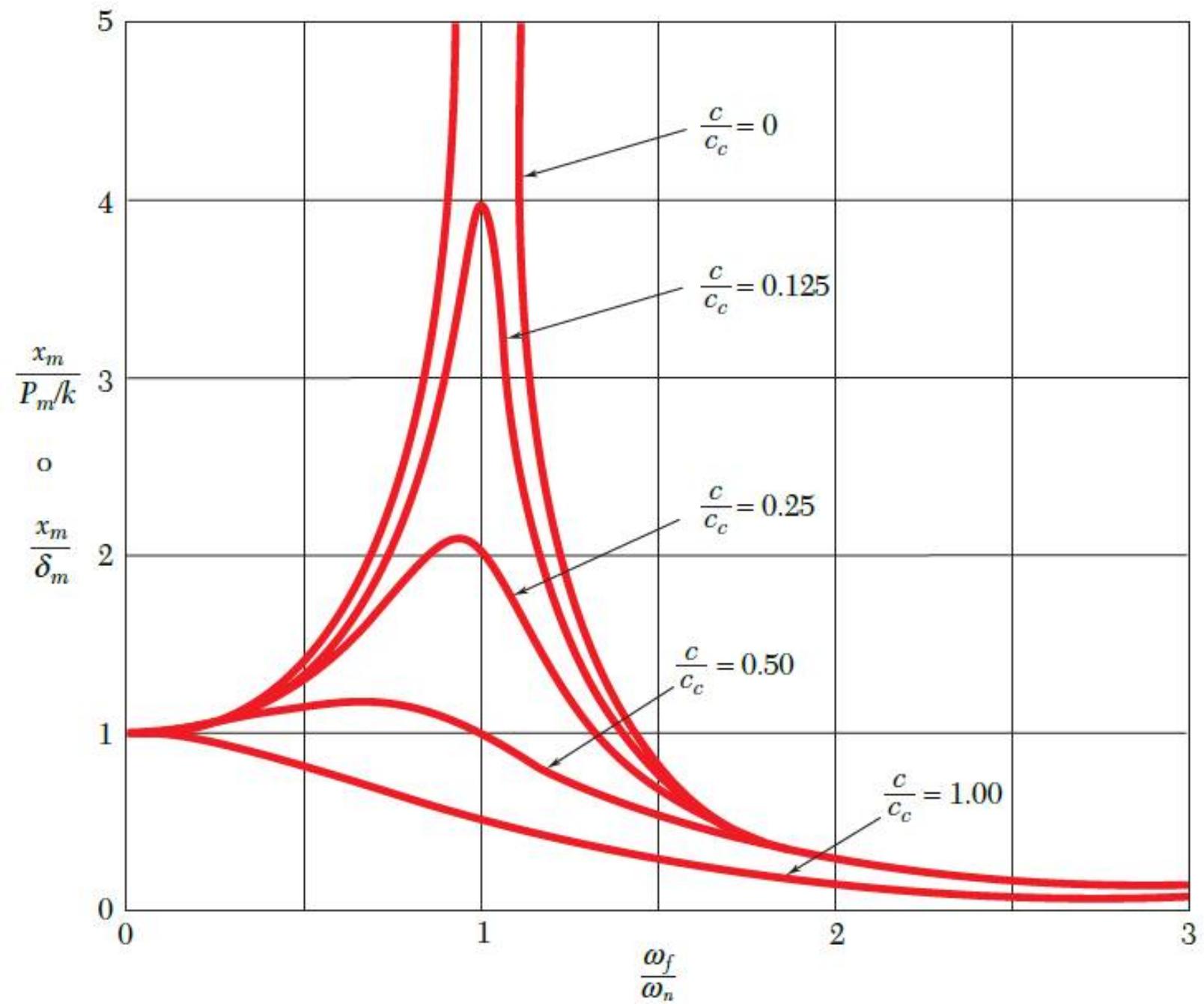
La fórmula 1 expresa el factor de amplificación en función de la razón de frecuencias y del factor de amortiguamiento.

Se usa para determinar la amplitud de la vibración de estado estable producida por una fuerza aplicada de magnitud. $P = P_m \operatorname{sen} \omega_f t$.

La fórmula siguiente define la diferencia de fase entre la fuerza aplicada y la vibración de estado estable resultante del sistema amortiguado.

El factor de amplificación se ha graficado en función de la razón de frecuencias para diferentes valores del factor de amortiguamiento.

Se observa que la amplitud de una vibración forzada puede mantenerse pequeña al elegir un alto coeficiente de amortiguamiento viscoso c o al mantener alejadas las frecuencias natural y forzada.



PORQUE VIBRA UNA MAQUINA?

- **Defectos de diseño:** en el conjunto o sus componentes.
- **Defectos o vicios de fabricación:** calidad de materiales, ensamble incorrecto.
- **Montaje inicial incorrecto:** falta de nivelación, alineación, etc.
- **Mala operación:** desconocimiento, negligencia.
- **Incorrecto, deficiente o nulo mantenimiento.**
- **Daño accidental:** sobretensiones eléctricas, golpes, sobrepresiones, etc.

La Vibración genera:

- *Desgastes*

- *Averías*

- *Ruidos*

Su análisis permite:

- *Daños estructurales*

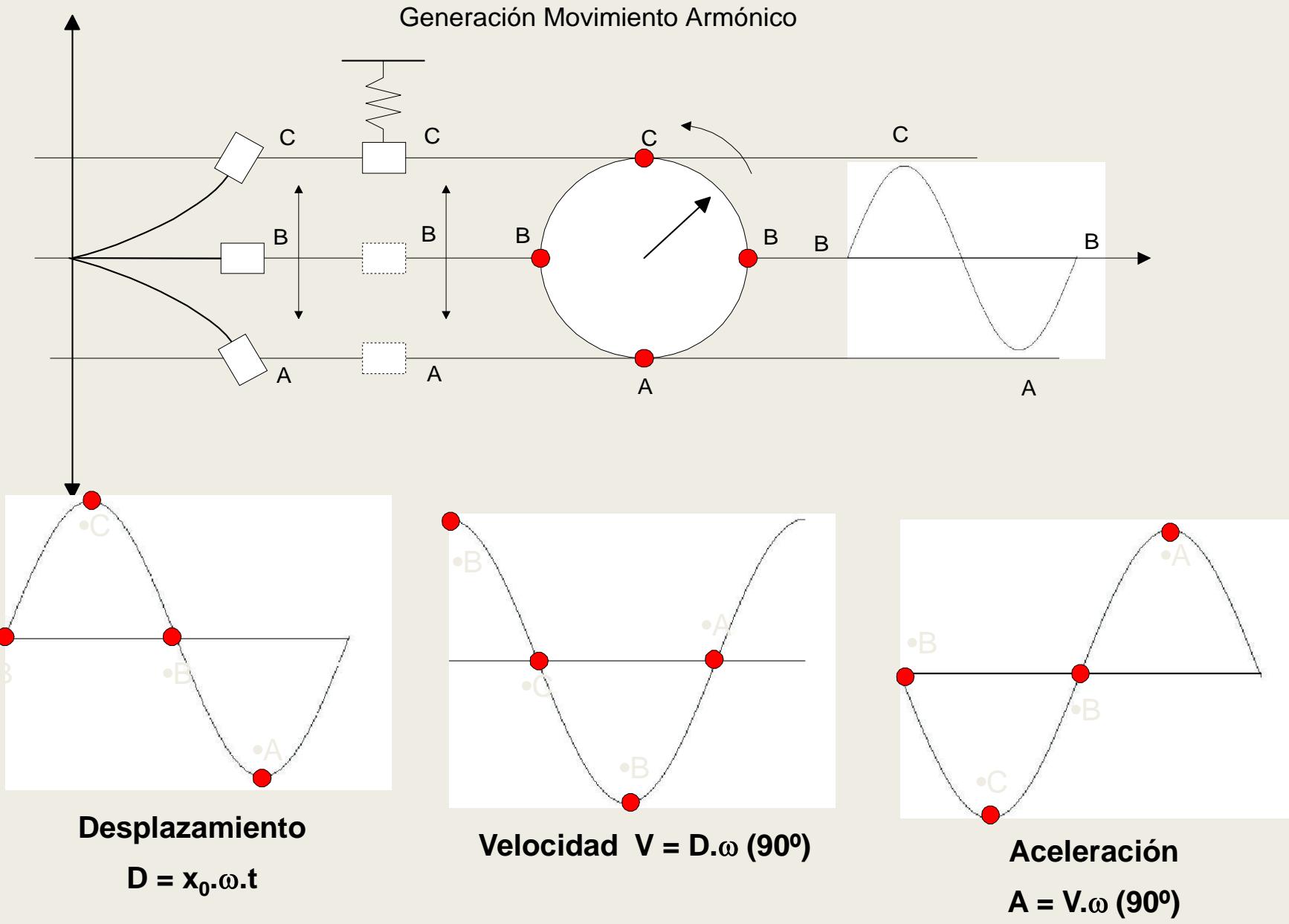
- *Aumento de la vida útil.*

- *Bajar los tiempos de parada de máquina.*

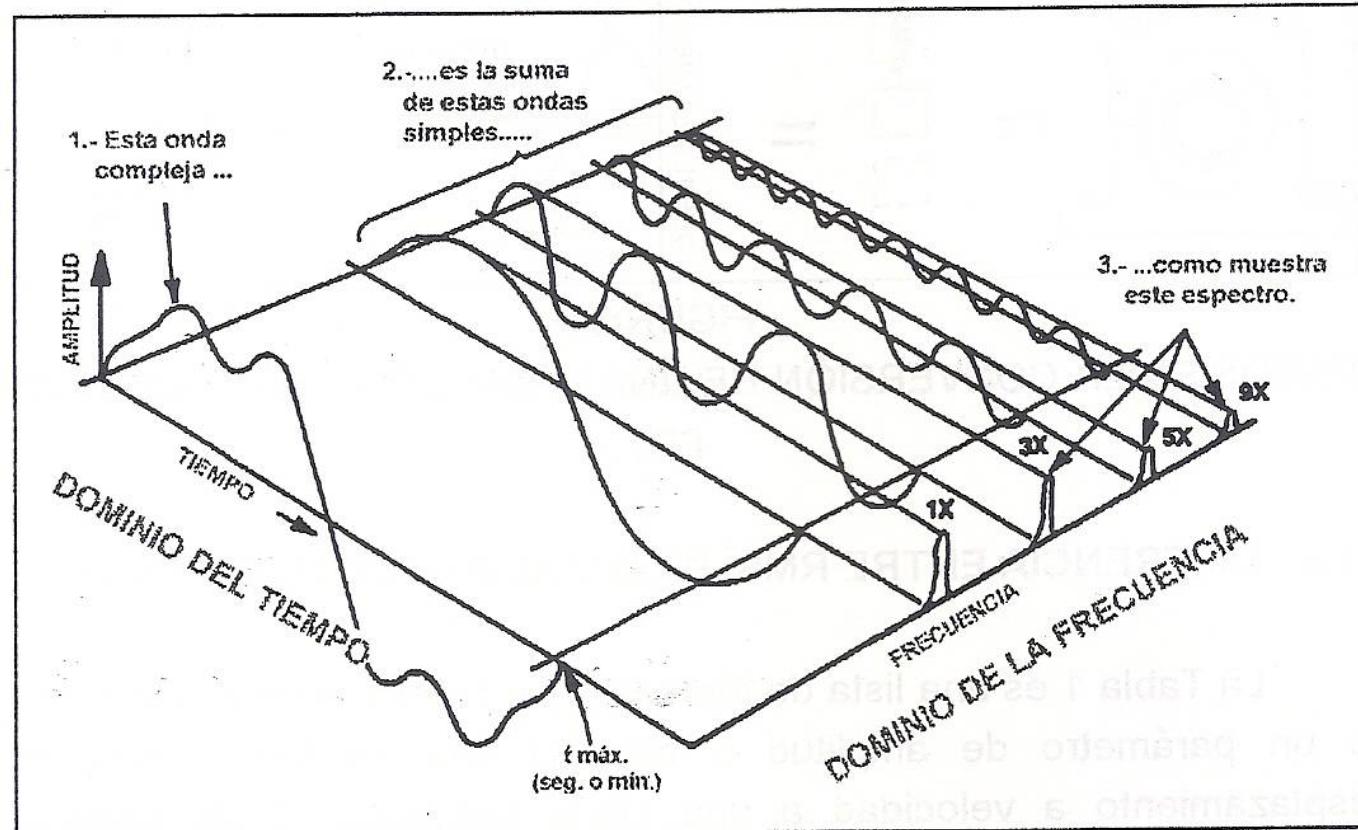
- *Resolución de problemas estructurales, de diseño.*

- *Eliminación de problemas crónicos*

GENERACIÓN DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO



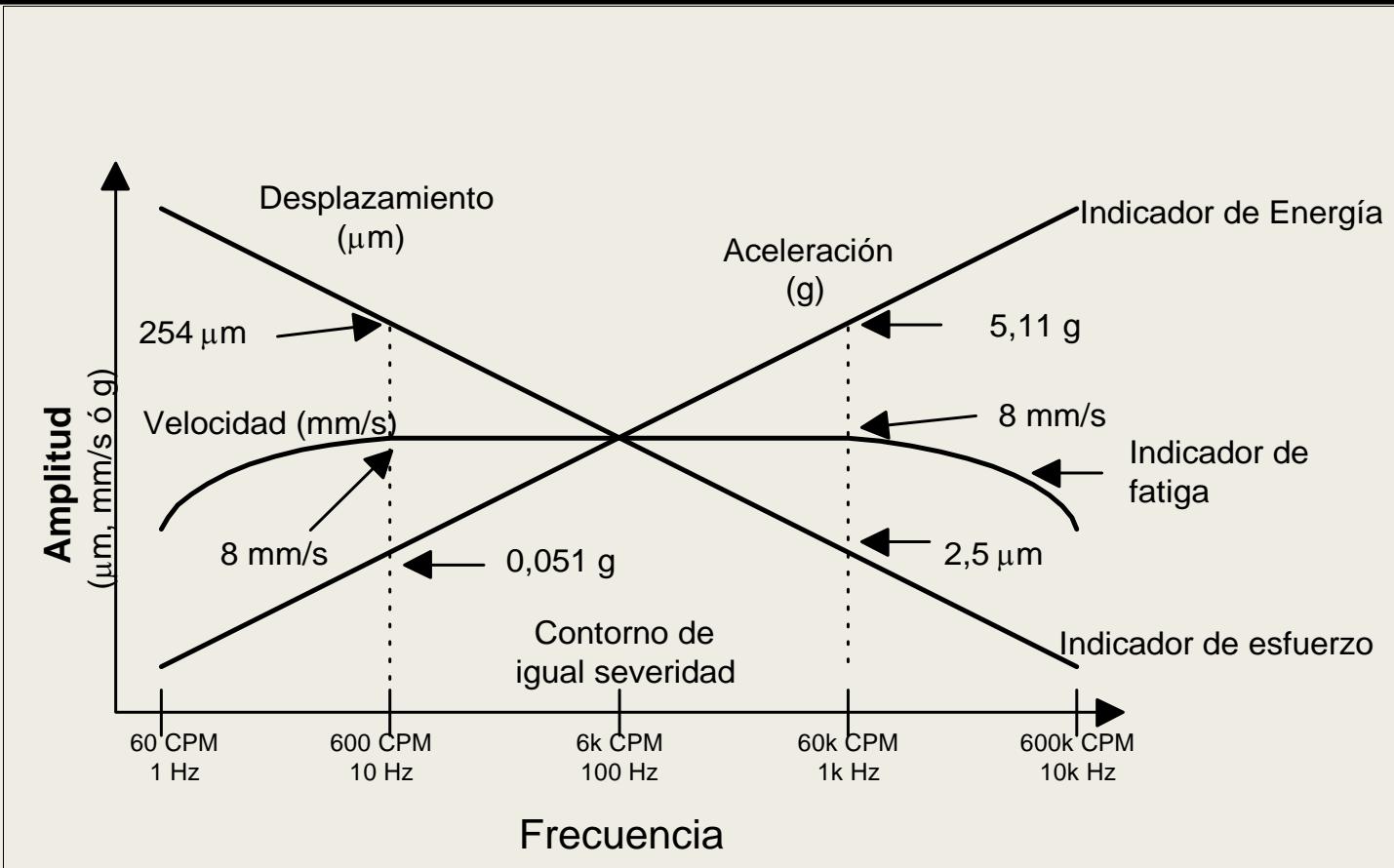
La mayor parte de las vibraciones son combinaciones complejas de diferentes formas de onda. La figura muestra como la onda total está compuesta de una serie de ondas más pequeñas, cada una de ellas correspondiendo a una frecuencia individual (1X rpm, 2X rpm, etc.



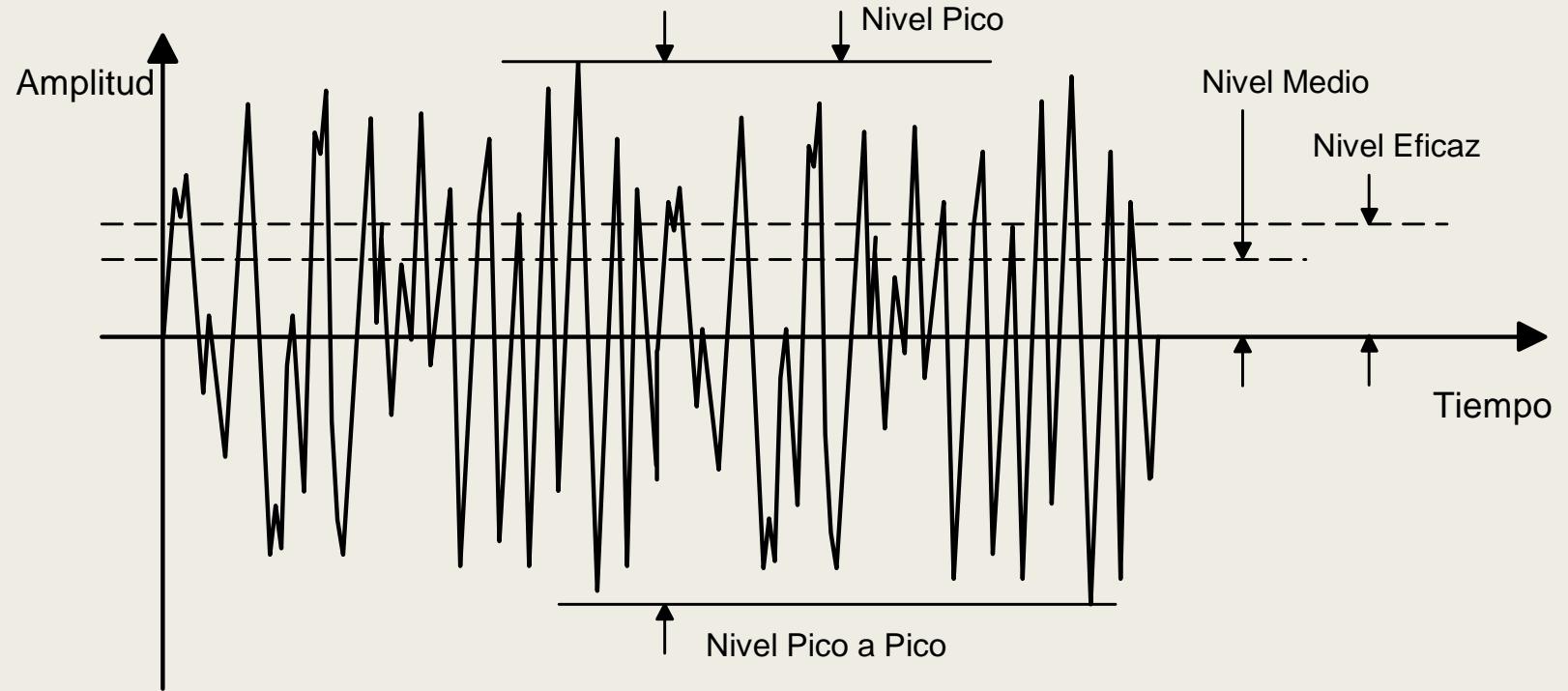
Fourier comprobó que cualquier onda compleja real puede ser separada en componentes de ondas sinusoidales simples.

USO DE PARAMETROS

Unidades	Según ISO 1000	Inglesas
Desplazamiento	m, mm, μm	mils (milesima parte de pulgada)
Velocidad	m/s , mm/s , $(\text{m.s}^{-1}, \text{mm.s}^{-1})$	mils/s (mils.s-1)
Aceleración	m/s^2 (ms^{-2})	g (Nota: $1\text{g} = 9,81 \text{ m/s}^2$)



RELACIONES DE AMPLITUD



$$rms = 0,707 \times \text{pico} = 1,11 \times \text{medio}$$

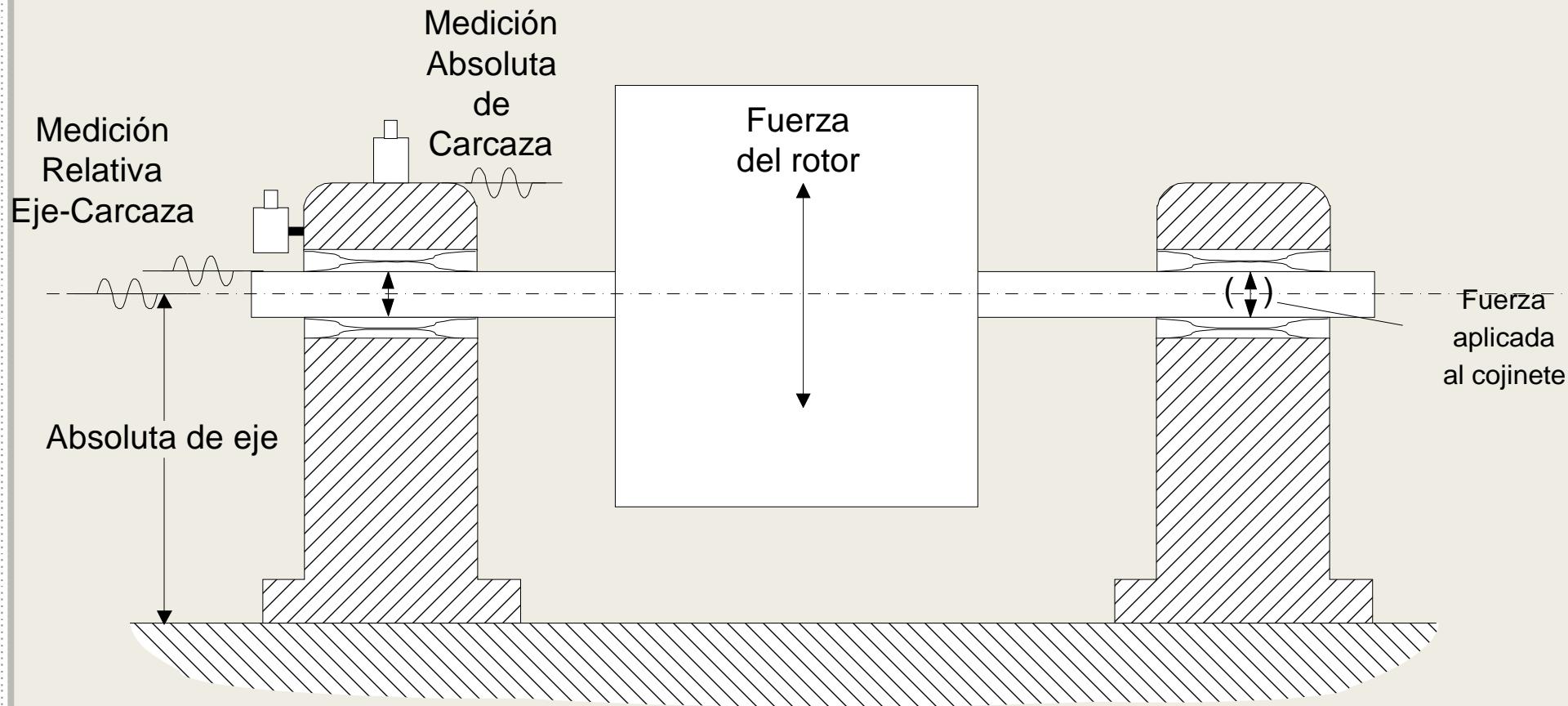
$$\text{pico} = 1,414 \times rms = 1,57 \times \text{medio}$$

$$\text{medio} = 0,637 \times \text{pico} = 0,9 \times rms$$

$$\text{Factor de cresta} = \text{Pico} / rms$$

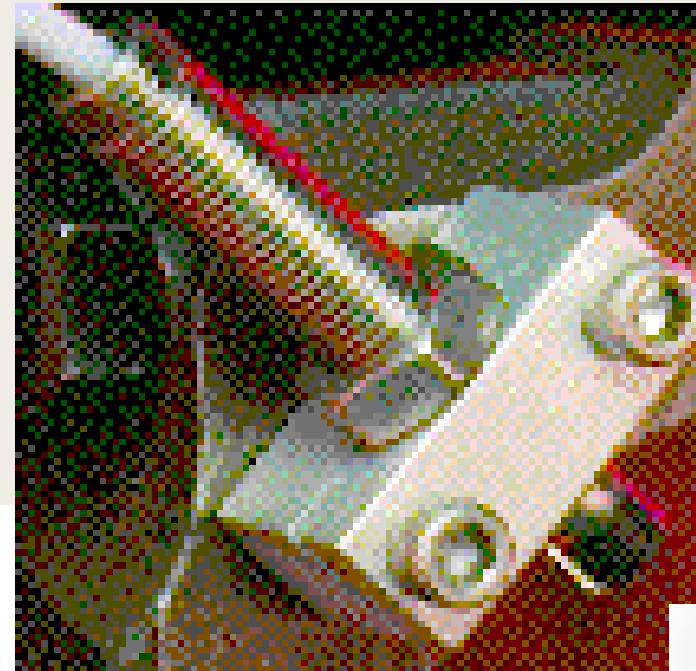
$$\text{Factor de forma} = rms / \text{Medio}$$

MEDICIÓN



Cátedra:
MECÁNICA
APLICADA-
MECÁNICA Y
MECANISMOS

19:43



MEDICIÓN DE LA VIBRACIÓN

La medición de la Vibración se puede definir como el estudio de las oscilaciones mecánicas de un sistema dinámico. Las mediciones de vibración deben ser hechas con la finalidad de producir datos que ayuden a obtener conclusiones del sistema bajo prueba. Estos datos pueden ser usados para minimizar o eliminar la vibración, y por tanto eliminar el ruido.

Un sistema de medición y procesamiento de señales de vibración por computadora, está formado por:

Los transductores de vibraciones son los encargados de transformar las vibraciones en señales eléctricas.

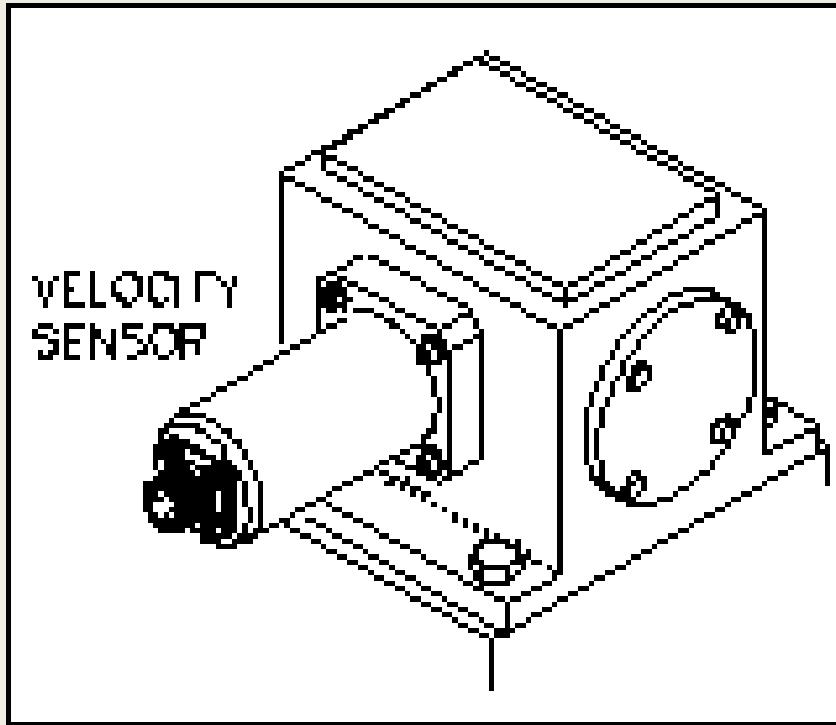
Un sistema de acondicionamiento de señal, el cual se encarga de recoger las diferentes señales, amplificarlas y llevarlas a los niveles de tensión aceptados por el sistema de adquisición de datos.

La tarjeta de adquisición de datos, la cual se encarga de digitalizar la señal, y la introduce a la computadora donde se realiza el procesamiento de la información.

Configuración del sistema de medición.



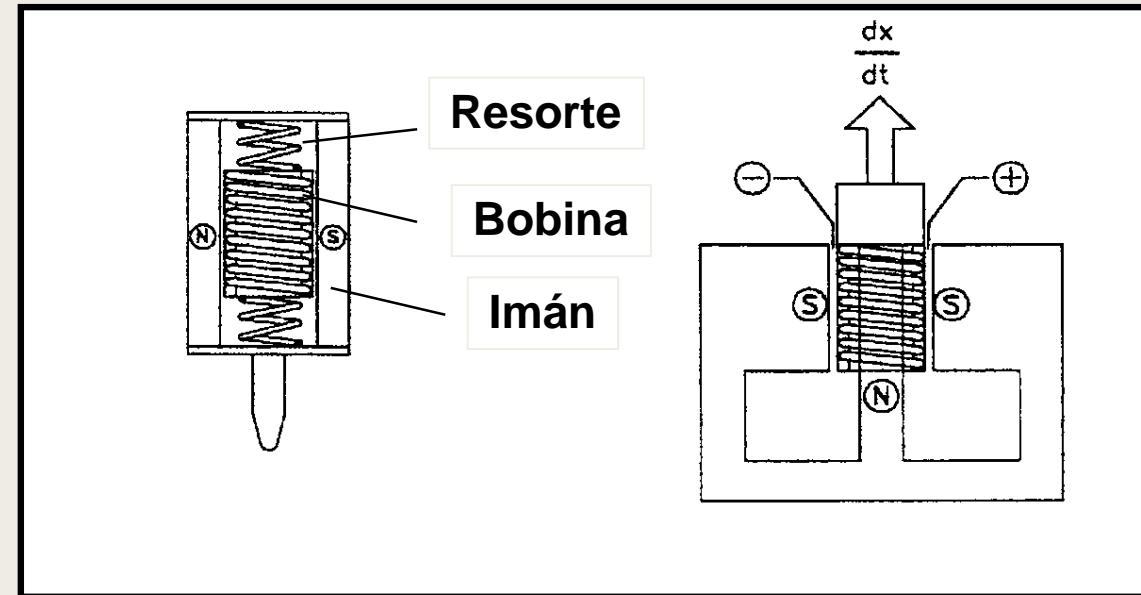
Sensores de velocidad



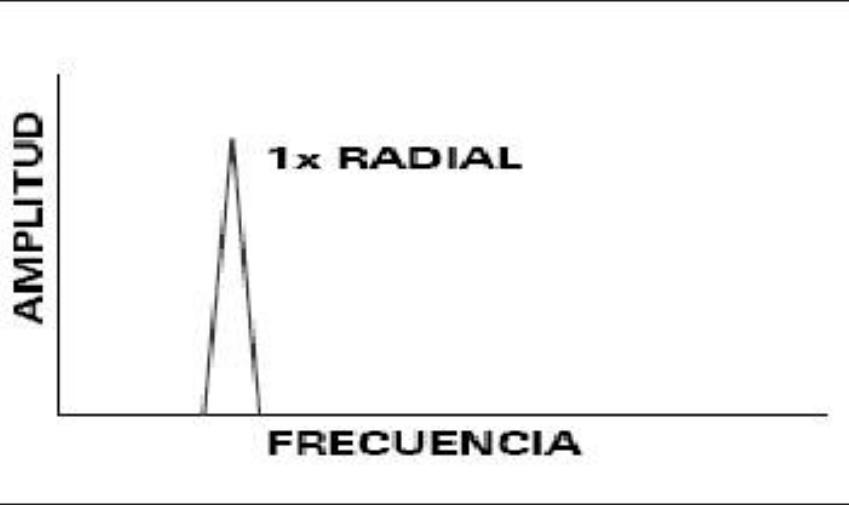
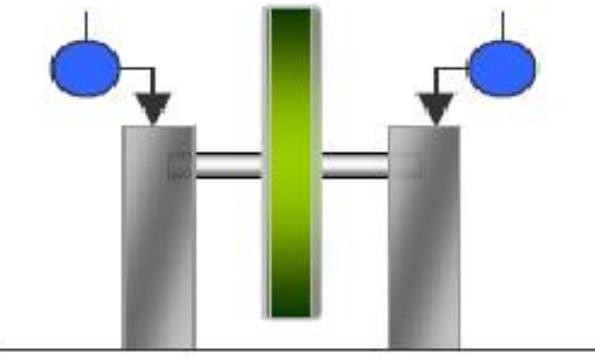
Los sensores de velocidad son utilizados para mediciones baja y media frecuencia. Ellos son útiles para la supervisión de vibración y balanceo, en la operación de maquinas rotantes.

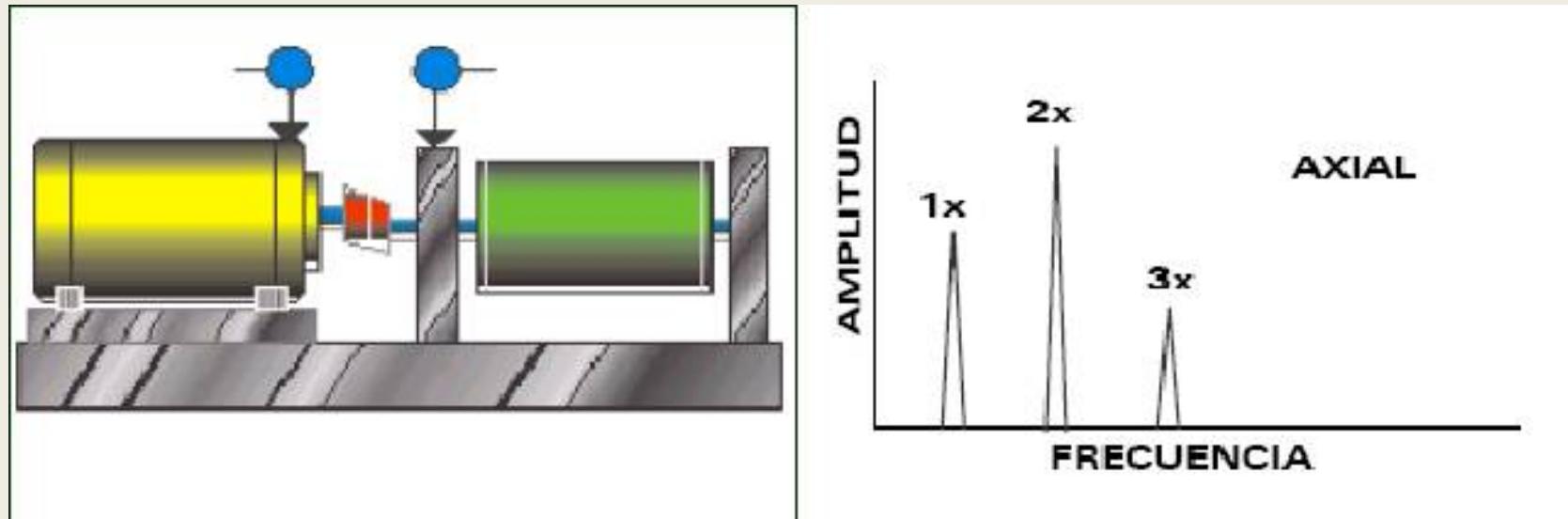
SENSORES

Cuando una bobina se mueve a través de un campo magnético, se induce un voltaje en los extremos de la bobina. Cuando la bobina se mueve a través del campo magnético por el movimiento vibratorio, se produce una señal de voltaje que representa la vibración.

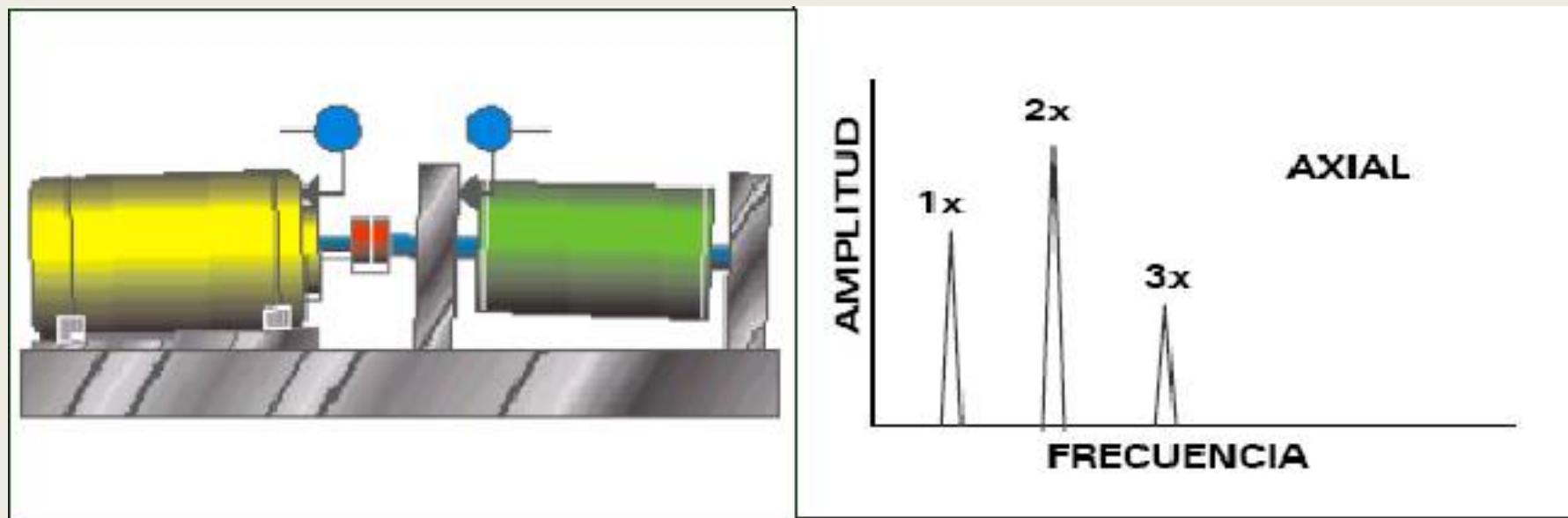


- **ISO 3945**: Mechanical vibration of large rotating machines with speed range from 10 to 200 rev/seg. Basis for specifying evaluation standards.
 - **ISO 3945**: Mechanical vibration of large rotating machines with speed range from 10 to 200 rev/seg. Measurement and evaluation of vibration severity *in situ*.
 - **ISO 2373**: Mechanical vibration of certain rotating electrical machinery with shaft heights between 80 and 400 mm.- Measurement and evaluation of the vibration severity.
-
- **ISO 10816**: Mechanical vibration. – Evaluation of machine vibration by measurement on non-rotating parts.
 - **VDI 2063** : Measurement and evaluation of mechanical vibrations of reciprocating piston engines and piston compressors.
 - **ISO 8579**: Acceptance code for gears – Determination of mechanical vibration of gears units during acceptance testing.

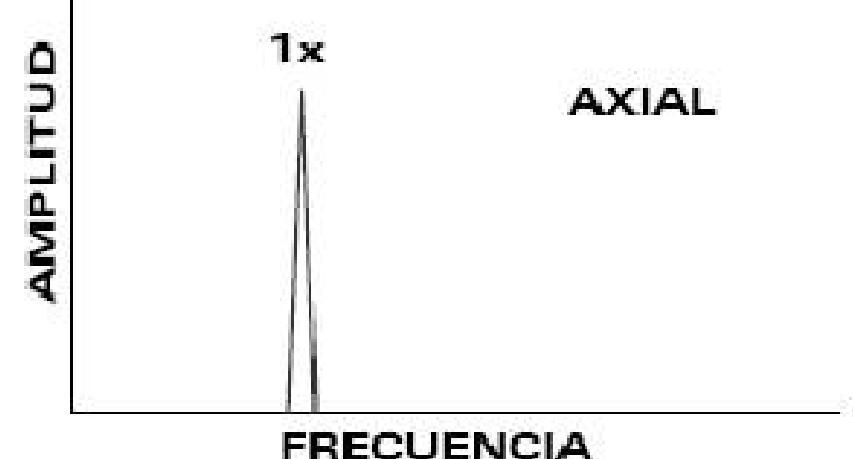
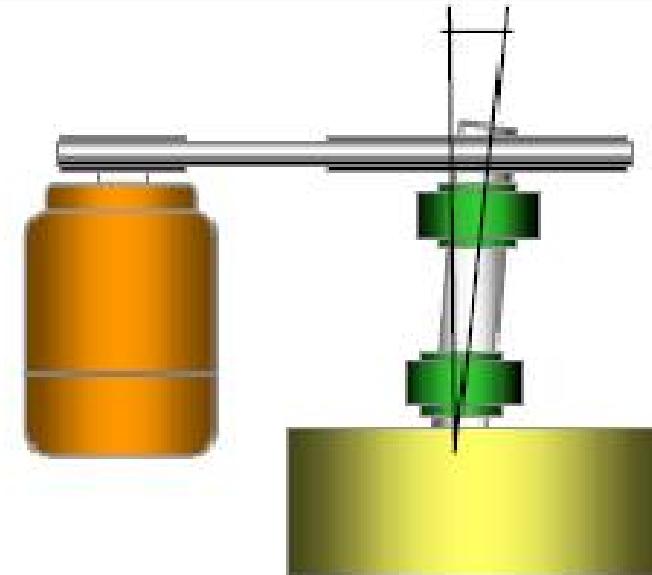
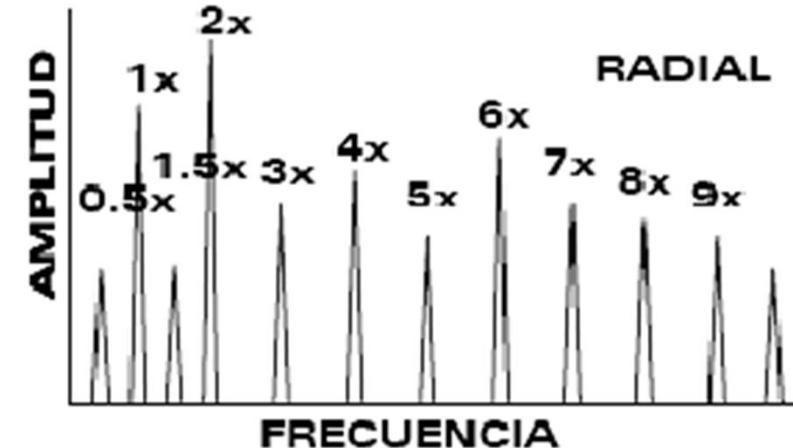
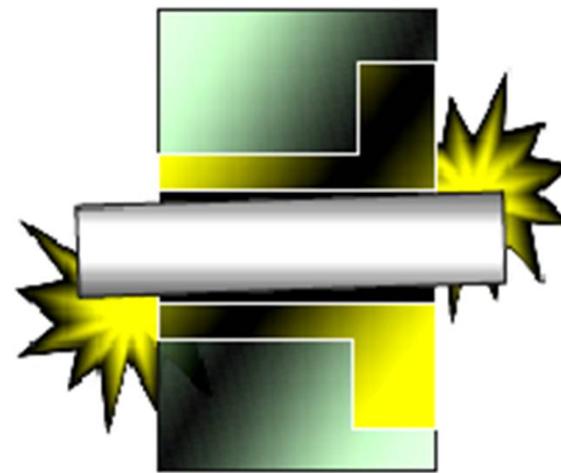


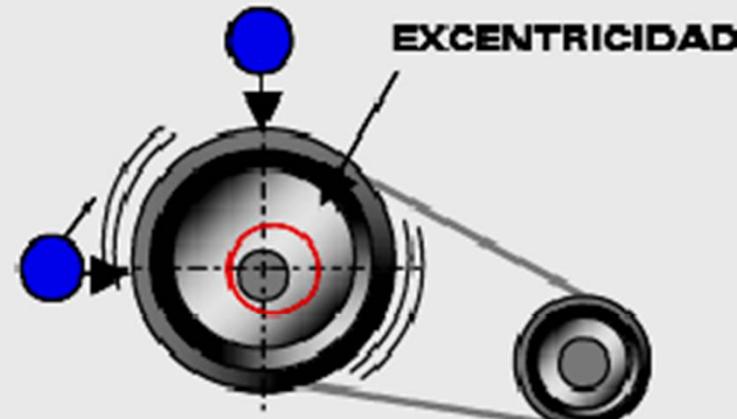


DESALINEACIÓN



HOLGURA MECÁNICA

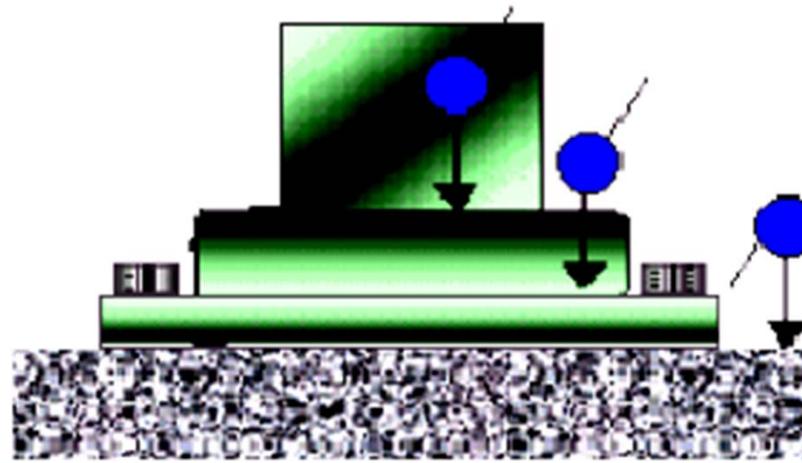




AMPLITUD



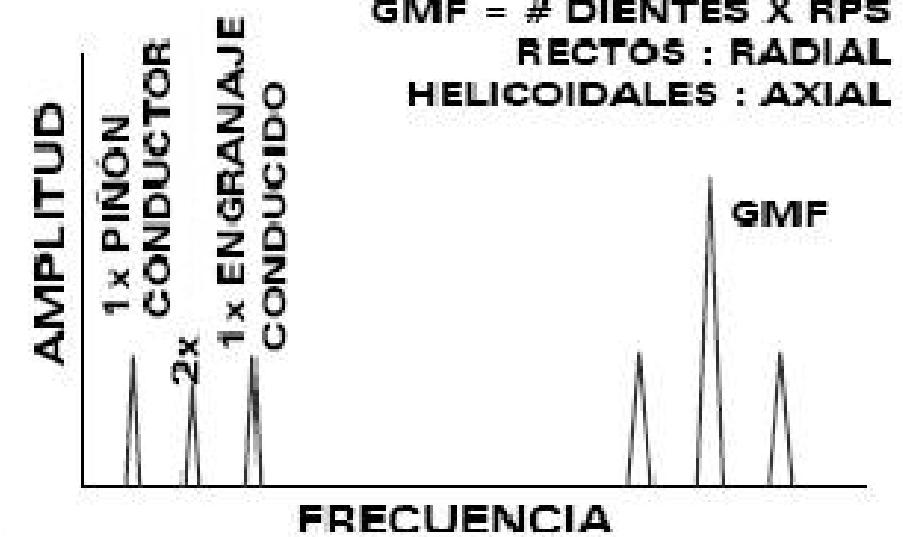
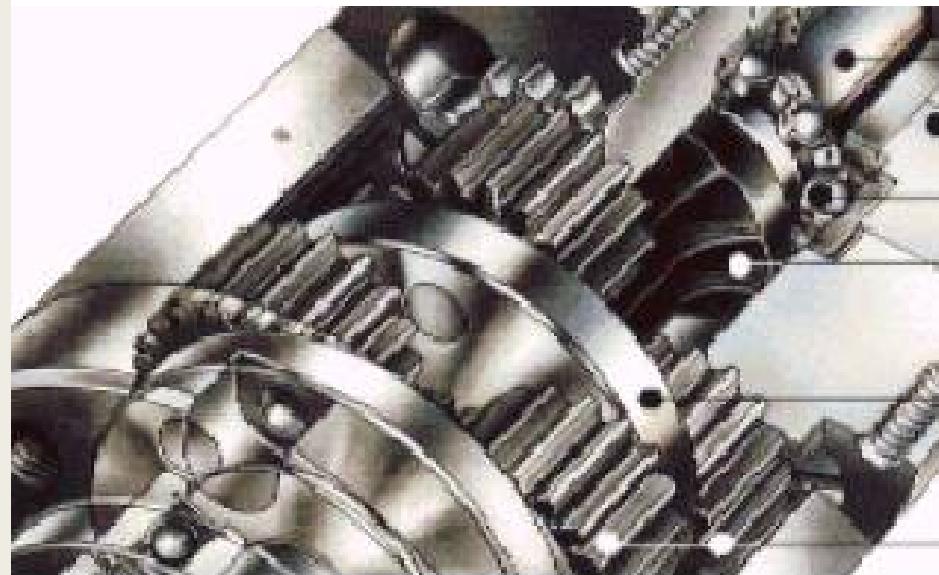
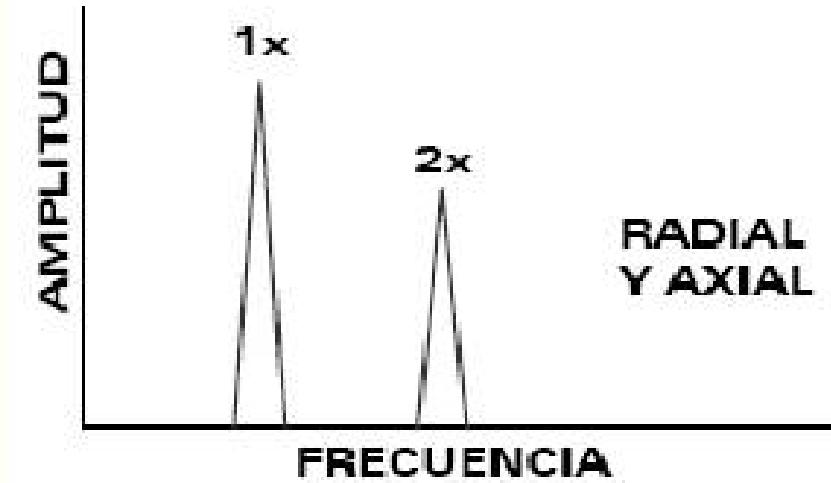
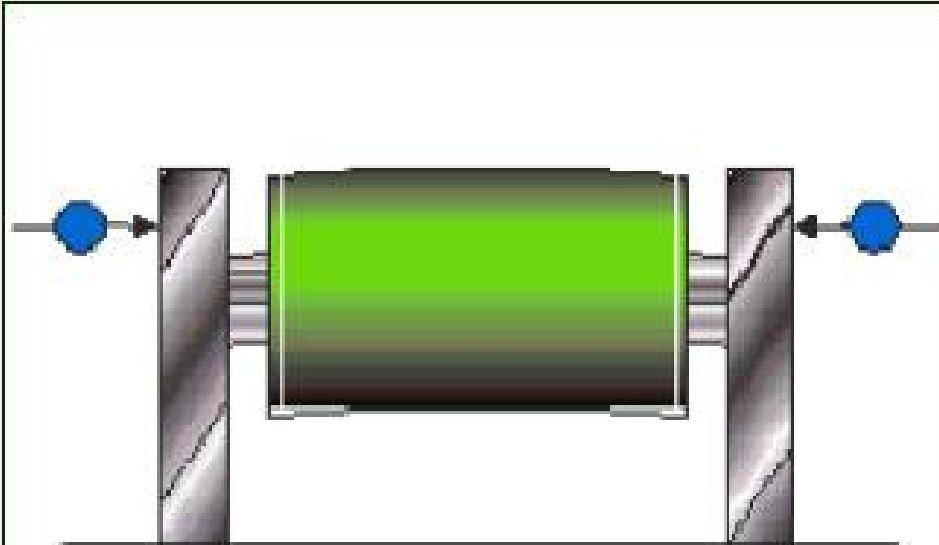
FRECUENCIA

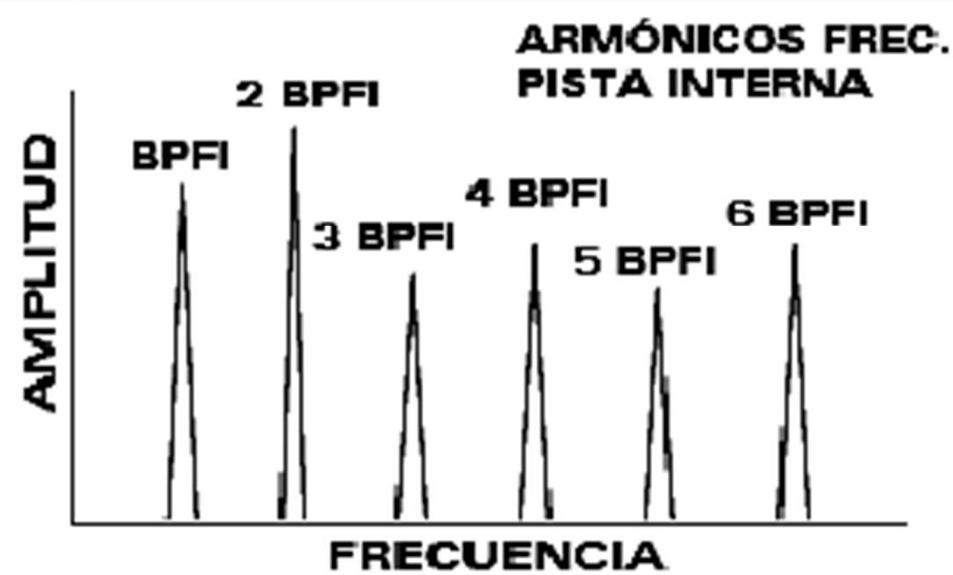
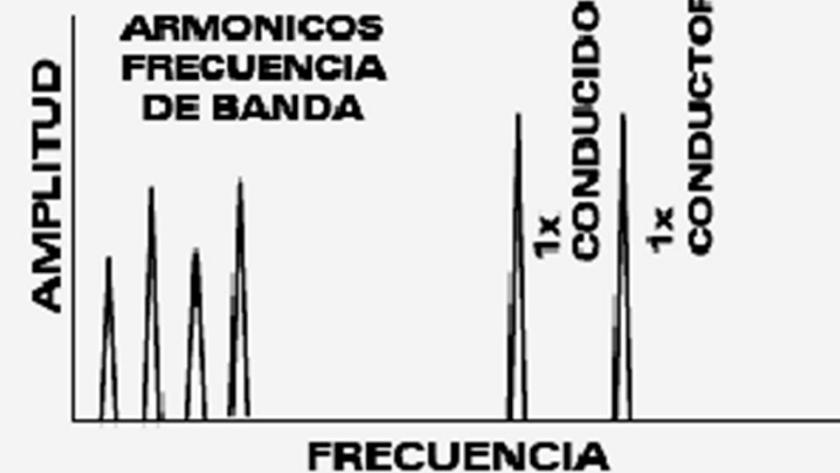
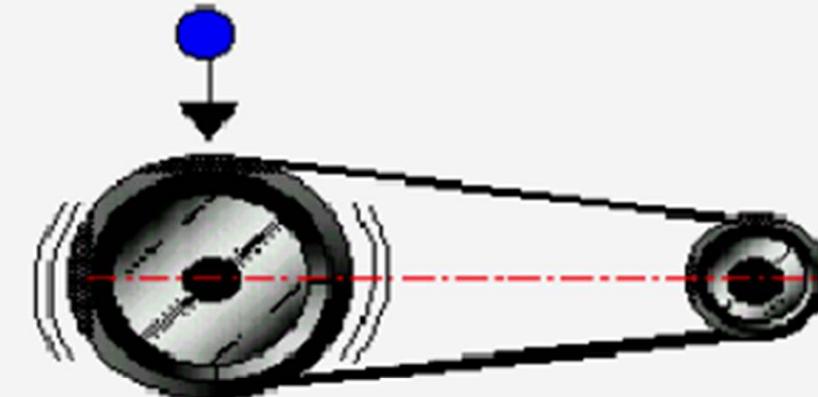


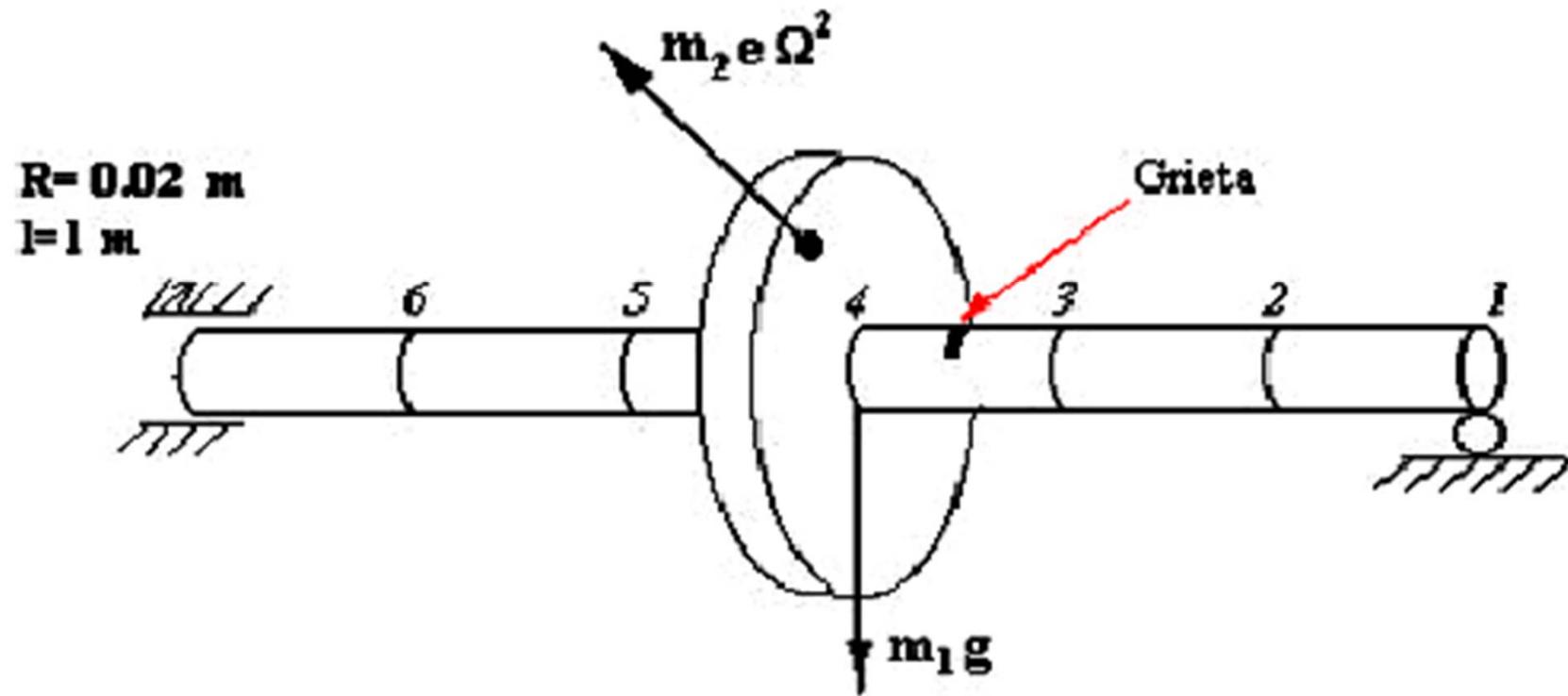
AMPLITUD

1x RADIAL

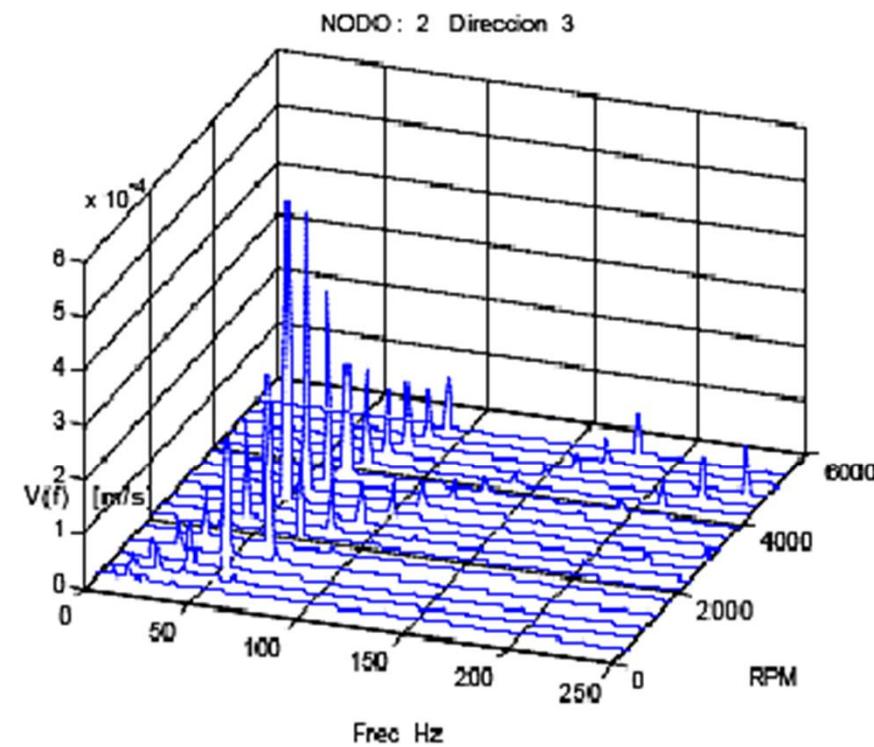
FRECUENCIA



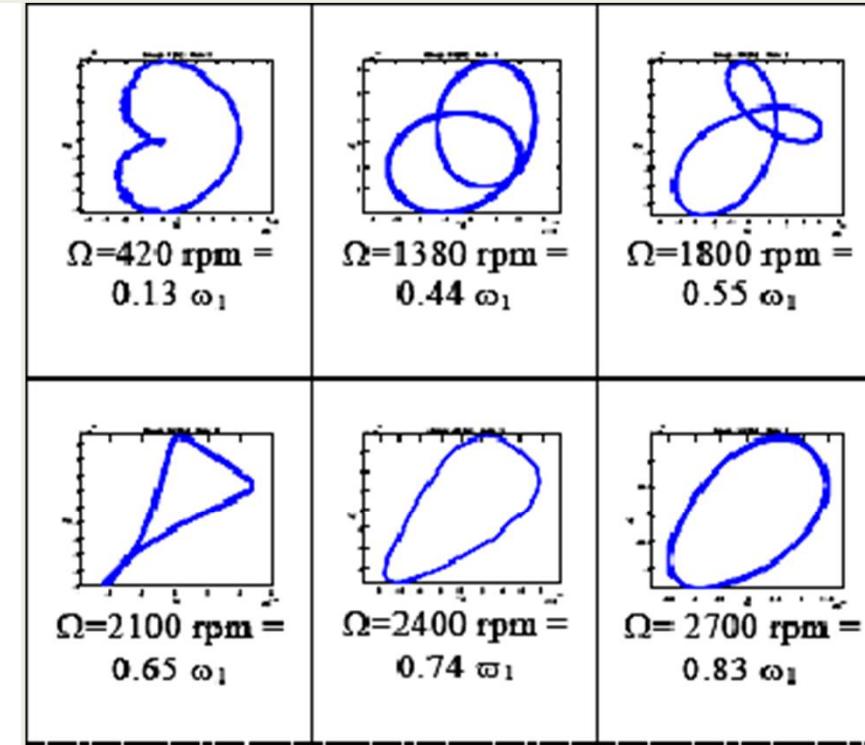




Esquema del Rotor con eje agrietado.



Espectro en cascada del rotor balanceado y con eje agrietado para diferentes velocidades de rotación.



Orbitas descritas por el rotor desbalanceado y con eje agrietado para diferentes velocidades de rotación

CLASIFICACIÓN DE MÁQUINAS

CLASE I : Máquinas pequeñas con potencia menor a 15 KW.

CLASE II : Máquinas de tamaño mediano con potencia entre 15 y 75 KW, o máquinas rígidamente montadas hasta 300 KW.

CLASE III : Máquinas grandes con potencia sobre 300 KW, montadas en soportes rígidos.

CLASE IV : Máquinas grandes con potencia sobre 300 KW, montadas en soportes flexibles.

CLASE V : Máquinas y sistemas conductores con fuerzas de inercia desbalanceadas debido al movimiento reciproco de alguno de sus elementos), montadas en fundaciones las cuales son relativamente rígidas en la dirección de la medición de la vibración.

CLASE VI: Máquinas con fuerzas de inercia desbalanceadas, montadas en fundaciones las cuales son relativamente elásticas en la dirección de la medición de la vibración, tales como hameros vibratorios, máquinas centrífugas, molinos, etc.

RANGO DE SEVERIDAD PARA MÁQUINAS NORMALES

Rango de velocidad Efectiva RMS (mm/s)	Tipos de Máquinas			
	Clase I	Clase II	Clase III	Clase IV
0,18 - 0,28				
0,28 - 0,45	A	A		
0,45 - 0,71			A	
0,71 - 1,12	B			A
1,12 - 1,8		B		
1,8 - 2,8	C		B	
2,8 - 4,5		C		B
4,5 - 7,1			C	
7,1 - 11,2	D			C
11,2 - 18		D	D	
18 - 28				D

A: Buena
 B: Satisfactoria
 C: Insatisfactoria
 D: Inaceptable

BIBLIOGRAFIA

Mécanica Vectorial para Ingenieros
Mantenimiento Preventivo

BEER-JOHNSTON
JAAKKO-POYRY