FACULTAD
DE INGENIERÍA

LEVAS:
PRÁCTICA

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Ing. Carlos Barrera-2025

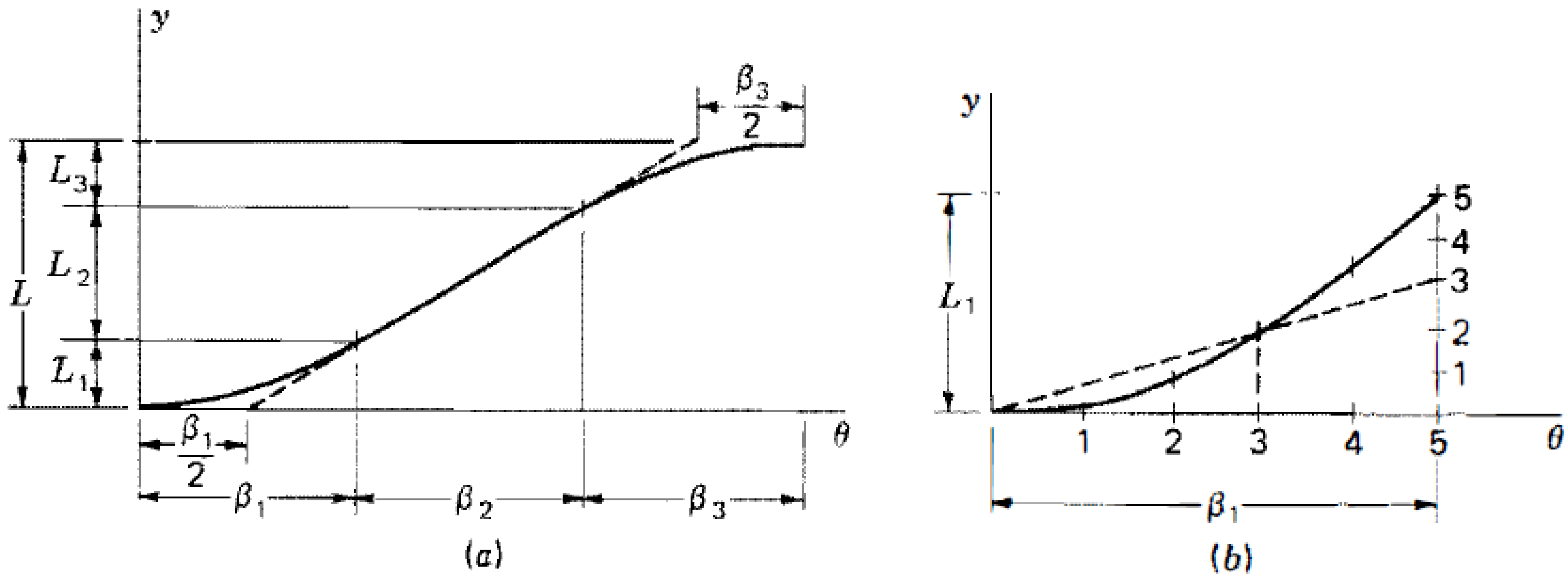

8 Cames d'admission
Arbre à cames d'admission
Moteur 4 cylindres en L
Arbre à cames d'échappement


Came
Tucho
Válvula

Diseñar una leva de tipo parabólico con ángulo de reposo inferior 70º, ángulo de reposo superior 30º, ángulo de elevación 100º, ángulo de descenso 160º. La alzada h del seguidor es de 22 mm.

La velocidad de giro del eje de la leva es de 390 rpm.

Trazar las curvas de desplazamiento, velocidad, aceleración y Jerk.



Movimiento parabólico: *a*) entrecaras con movimiento uniforme y *b*) construcción gráfica del diagrama de desplazamientos.

Diagrama de desplazamientos para un movimiento uniforme modificado. La porción central del diagrama, subtendida por el ángulo de leva β2 y la elevación L2 es un movimiento uniforme. A los extremos, a saber, los ángulos β 1 y β 3 y las elevaciones correspondientes L1 y L3 se les da una forma tal corno para conferir al seguidor un movimiento parabólico.
Esto produce una aceleración constante.

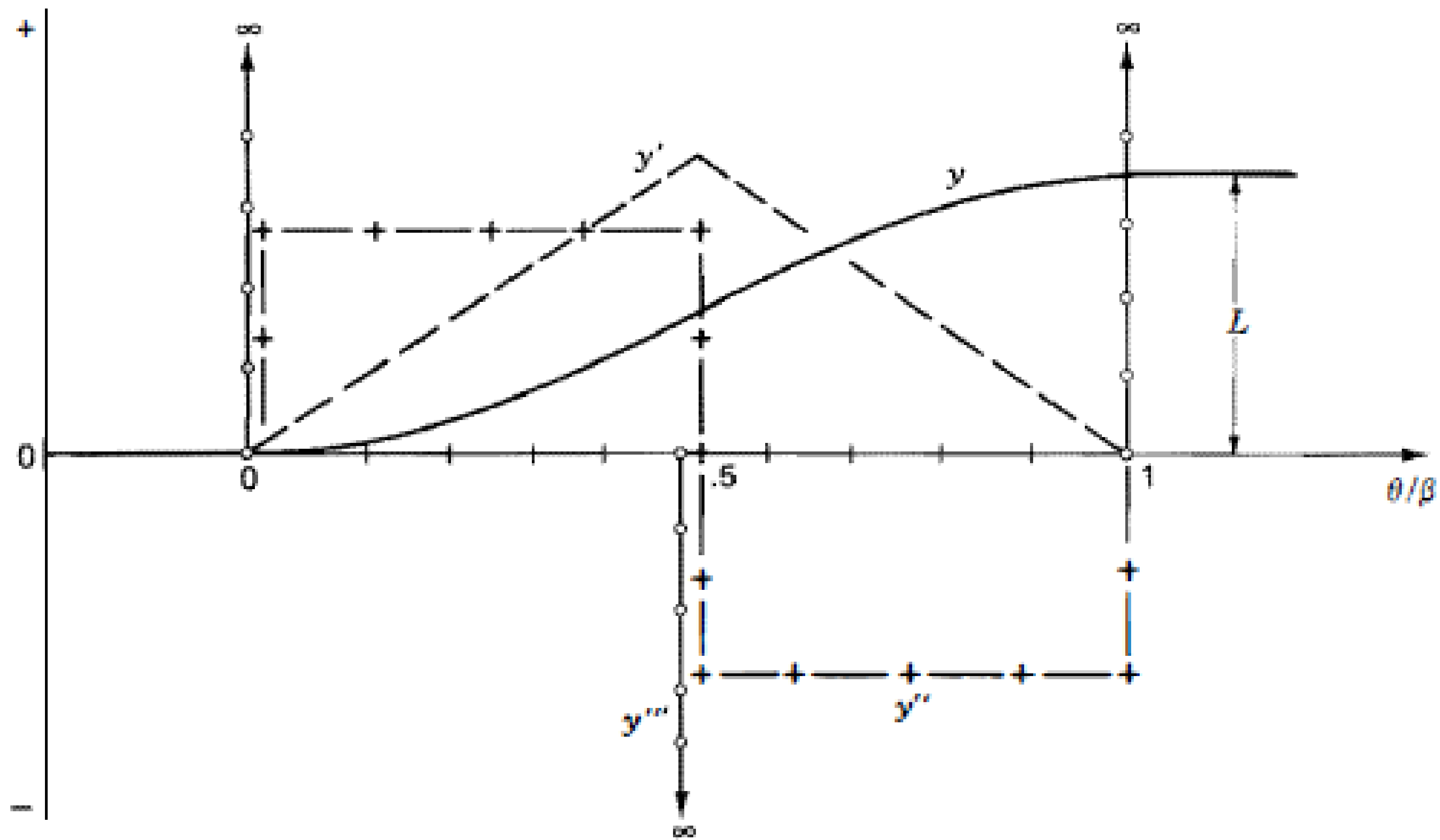
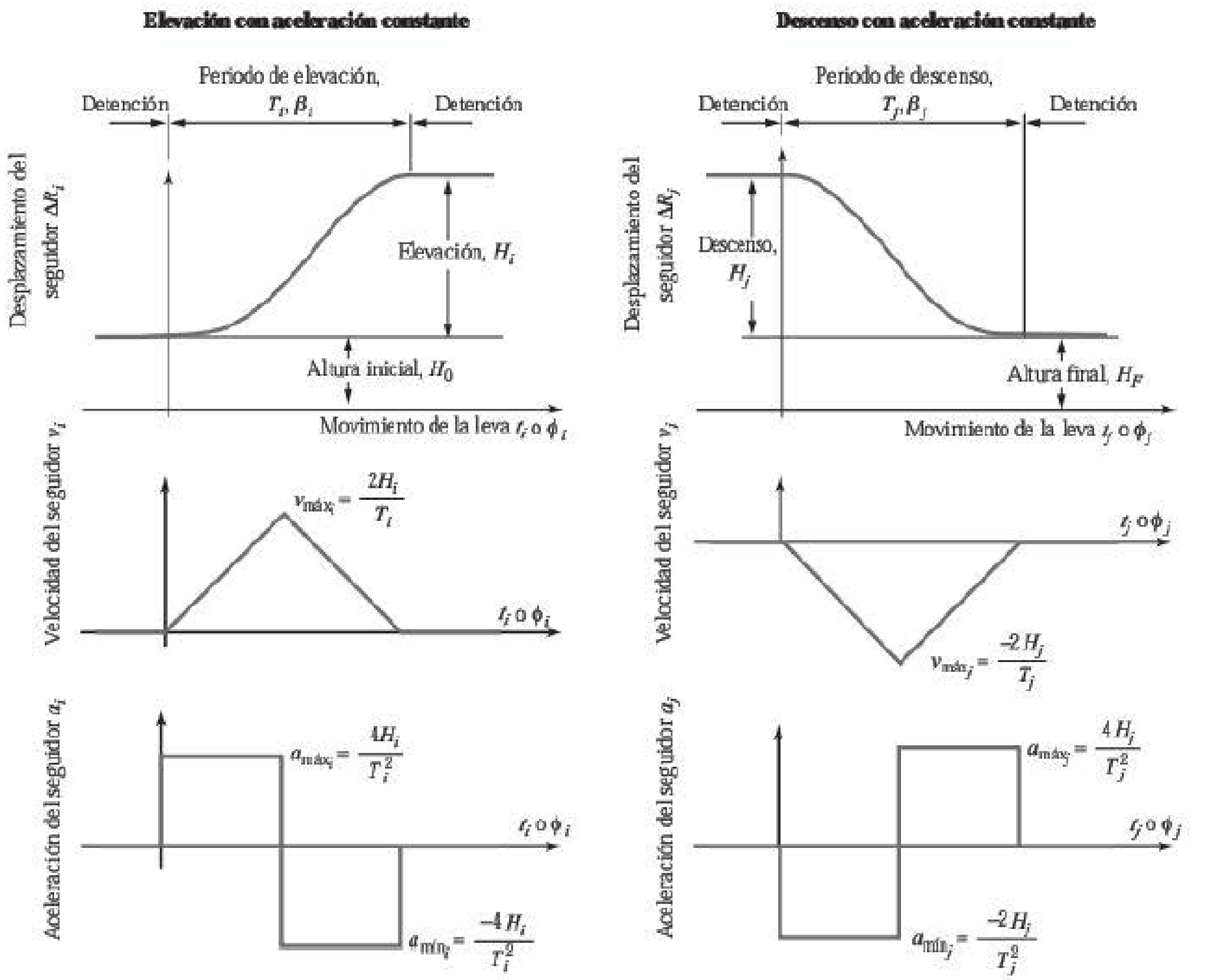


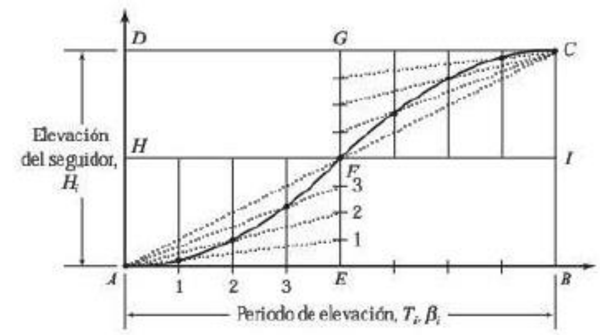
Diagrama de desplazamientos y derivadas para el movimiento parabólico.

TABLA 9.2 Cinemática del seguidor de la leva para movimiento con aceleración constante

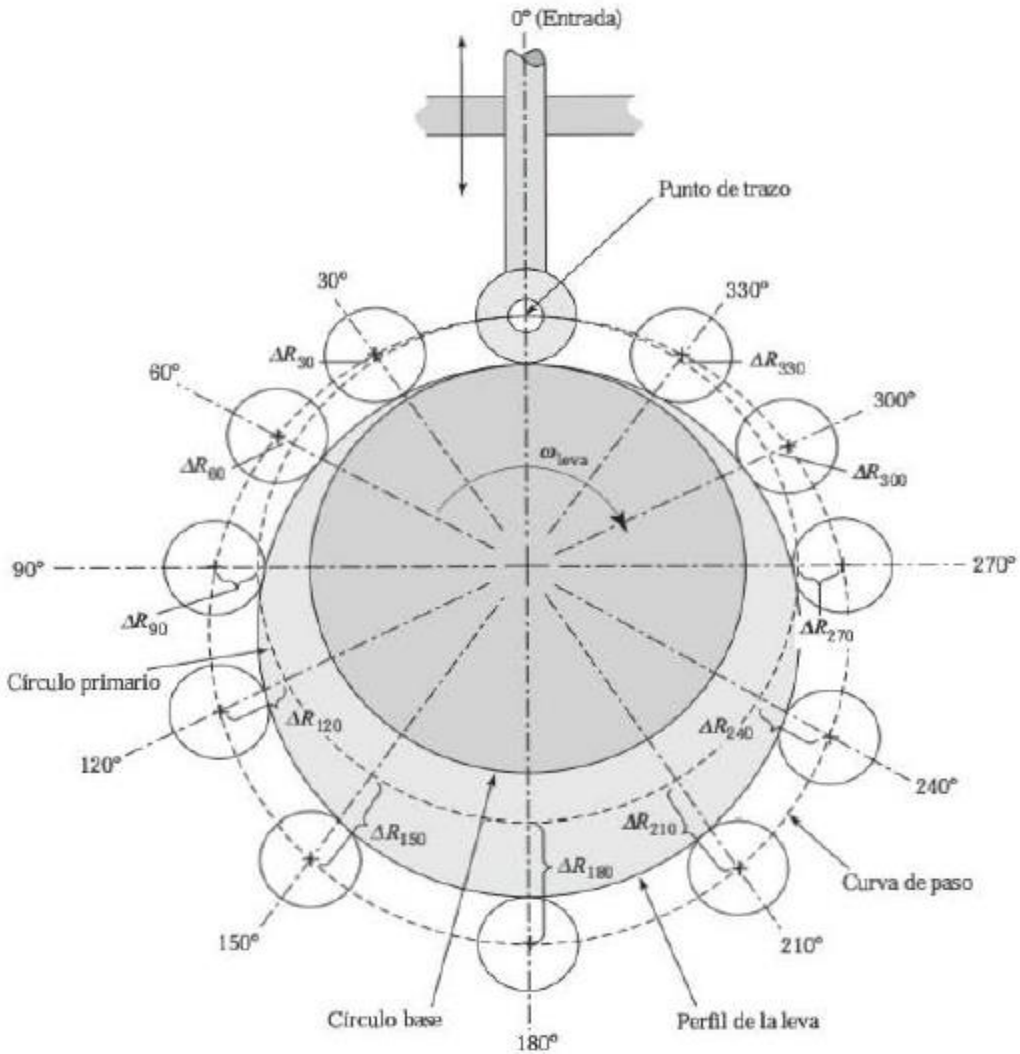
	Elevación	Descenso
Para $0 < t < 0.5\,T\,(0 < \phi < 0.5\,\beta)$:		
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + 2H_i\left(\frac{t_i}{T_i}\right)^2 = H_0 + 2H_i\left(\frac{\phi_i}{\beta_i}\right)^2$	$\Delta R_j = H_F + H_j - 2H_j\left(\frac{t_j}{T_j}\right)^2 = H_F + H_j - 2H_j\left(\frac{\phi_j}{\beta_j}\right)^2$
Velocidad:	$v_i = \frac{4H_i t_i}{T_i^2} = \frac{4H_i\omega\phi_i}{\beta_i^2}$	$v_j = \frac{-4H_j t_j}{T_j^2} = \frac{-4H_j\omega\phi_j}{\beta_j^2}$
Aceleración:	$a_i = \frac{4H_i}{T_i^2} = \frac{4H_i\omega^2}{\beta_i^2}$	$a_j = \frac{-4H_j}{T_j^2} = \frac{-4H_j\omega^2}{\beta_j^2}$
Para $0.5\,T < t < T\,(0.5\,\beta < \phi < \beta)$:		
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + H_i - 2H_i\left(1 - \frac{t_i}{T_i}\right)^2 = H_0 + H_i + 2H_i\left(1 - \frac{\phi_i}{\beta_i}\right)^2$	$\Delta R_j = H_F + 2H_j\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right)^2 = H_F + 2H_j\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)^2$
Velocidad:	$v_i = \frac{4H_i}{T_i}\left(1 - \frac{t_i}{T_i}\right) = \frac{4H_i\omega}{\beta_i}\left(1 - \frac{\phi_i}{\beta_i}\right)$	$v_j = \frac{-4H_j}{T_j}\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right) = \frac{-4H_j\omega}{\beta_j}\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)$
Aceleración:	$a_i = \frac{-4H_i}{T_i^2} = \frac{-4H_i\omega^2}{\beta_i^2}$	$a_j = \frac{4H_j}{T_j^2} = \frac{4H_j\omega^2}{\beta_j^2}$



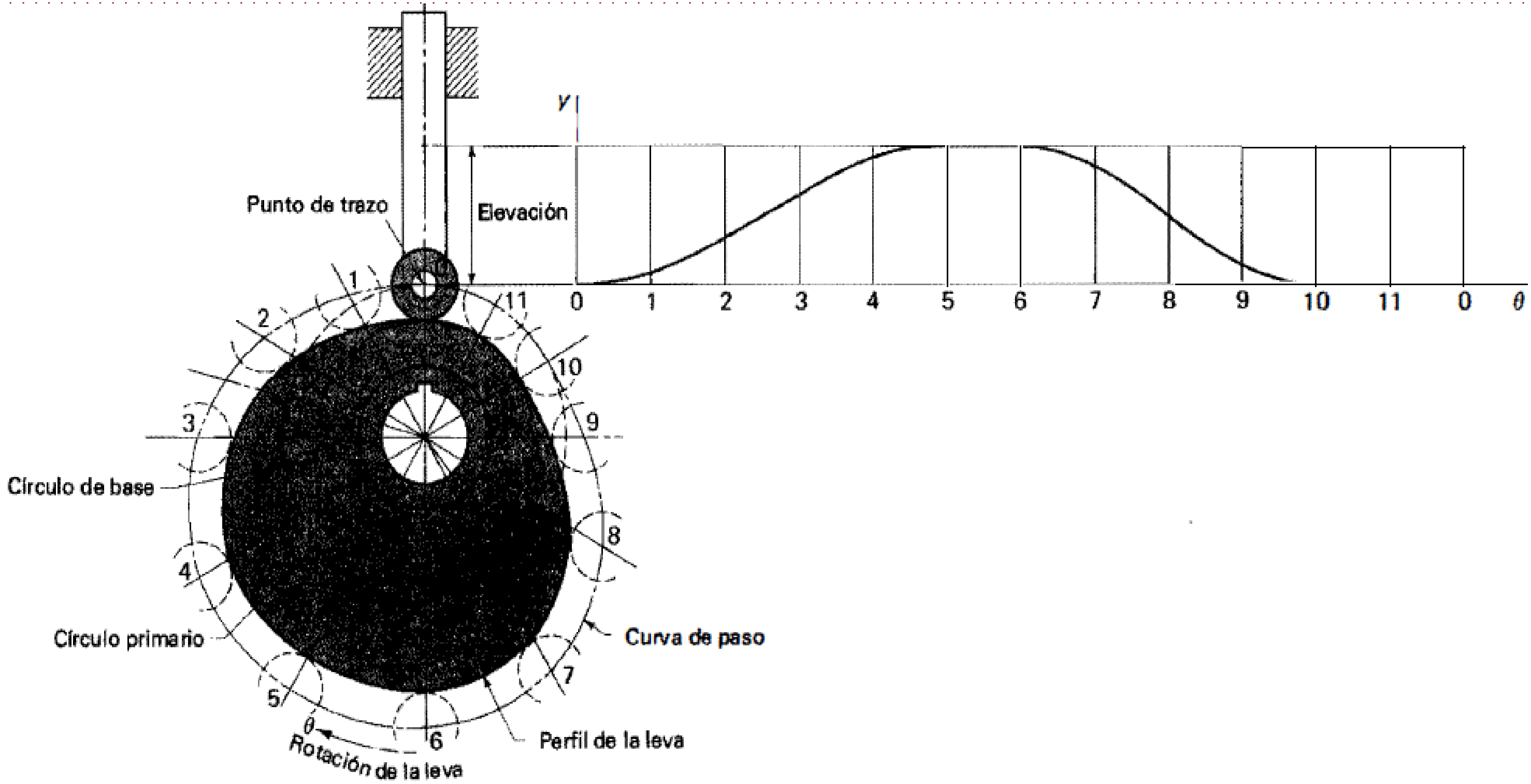
Curvas de movimiento con aceleración constante.



Construcción de un diagrama de desplazamiento con aceleración constante.



Diseño del perfil de una leva: seguidor de rodillo en línea.



Nomenclatura de las levas. Superficie de la leva desarrollada manteniéndola estacionaria y haciendo girar al seguidor desde la estación 0 y pasando por las estaciones 1, 2, 3, etc.

Para caída libre

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$y_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2$$

Ө=шt

$$y = \frac{1}{2} a \frac{\theta^2}{\omega^2}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2} a \frac{\theta^2}{\omega^2}}$$

Cuando $\Theta = \theta_{\frac{1}{2}}$

y= h/2

$$\boxed{\frac{h}{2} = \frac{1}{2} a \frac{\theta_1^2}{4\omega^2}}$$

$$\boxed{a = \frac{4h\,\omega^2}{\theta_1^2} = \text{cte}}$$

Ley parabólica: si le damos valores a Ѳ, vamos obteniendo los distintos valores de y

$$y = \frac{1}{2} \frac{4h\omega^2}{\theta_1^2} \frac{\theta^2}{\omega^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{y = 2h\left(\frac{\theta}{\theta_1}\right)^2}}$$

Derivando obtenemos velocidad, aceleración y Jerk

$$\boxed{y = 2h\left(\frac{\theta}{\theta_1}\right)^2}$$

$$\boxed{v = \frac{4h}{\theta_1^2}\theta}$$

$$\boxed{a = \frac{4h}{\theta_1^2}\omega^2}$$

$$\boxed{J=0}$$

$$\boldsymbol{\theta_{1/2} \leq \theta \leq \theta_1}$$

En este caso se le resta a los valores de cada ángulo 70°

$$y = h\left[\frac{1}{2} - 2\left(1 - \frac{\theta - 70}{\theta_1 - 70}\right)^2\right]$$

$$v = \frac{4h\omega}{\theta_1 - 70}\left(1 - \frac{\theta - 70}{\theta_1 - 70}\right)$$

$$a = -\frac{4h\omega^2}{(\theta_1 - 70)^2}$$

Diseñar una leva de tipo parabólico con:

ángulo de reposo inferior 70º
ángulo de reposo superior 30º
ángulo de elevación 100º
ángulo de descenso 160º

Intervalos de reposo $0° \leq \theta \leq 70°$

$y = 0 \quad v = 0 \quad a = 0$

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi.390}{30} = 40,84\, {}^{rad}/_{s}$$

Respetando el signo de cada término y trabajando con la ecuación de desplazamiento obtenida en $70° \leq \theta \leq 120°$

$$y = h + 2h\left(1 - \frac{\theta - 120}{\theta_2 - 120}\right)^2$$

$$v = 4h\omega\left(\frac{\theta - 120}{\theta_2 - 120}\right)$$

$$a = \frac{4h\omega^2}{(\theta_2 - 120)^2}$$

Elevación

Para $0 < t < 0.5\,T\,(0 < \phi < 0.5\,\beta)$:

Desplazamiento:

$$\Delta R_i = H_0 + 2H_i\left(\frac{t_i}{T_i}\right)^2 = H_0 + 2H_i\left(\frac{\phi_i}{\beta_i}\right)^2$$

Velocidad:

$$v_i = \frac{4H_i t_i}{T_i^2} = \frac{4H_i\omega\phi_i}{\beta_i^2}$$

Aceleración:

$$a_i = \frac{4H_i}{T_i^2} = \frac{4H_i\omega^2}{\beta_i^2}$$

Diseñar una leva de tipo parabólico con ángulo de reposo inferior 70º, ángulo de reposo superior 30º, ángulo de elevación 100º, ángulo de descenso 160º. La alzada h del seguidor es de 22 mm.

Respetando el signo de cada término y trabajando con la ecuación de desplazamiento obtenida en $120° \leq \theta \leq 170°$

$$y = h + \frac{h}{2} + 2h\left(1 - \frac{\theta - 120}{\theta_2 - 120}\right)^2$$

$$v = -\frac{4h\omega}{(\theta_2 - 120)}\left(1 - \frac{\theta - 120}{\theta_2 - 120}\right)$$

$$a = \frac{-4h\omega^2}{(\theta_2 - 120)^2}$$

Para $0.5\,T < t < T$ $(0.5\,\beta < \phi < \beta)$:

Desplazamiento:

$$\Delta R_i = H_0 + H_i - 2H_i\left(1 - \frac{t_i}{T_i}\right)^2$$
$$= H_0 + H_i + 2H_i\left(1 - \frac{\phi_i}{\beta_i}\right)^2$$

Velocidad:

$$\gamma_i = \frac{4H_i}{T_i}\left(1 - \frac{t_i}{T_i}\right) = \frac{4H_i\omega}{\beta_i}\left(1 - \frac{\phi_i}{\beta_i}\right)$$

Aceleración:

$$a_i = \frac{-4H_i}{T_i^2} = \frac{-4H_i\omega^2}{\beta_i^2}$$

Diseñar una leva de tipo parabólico con ángulo de reposo inferior 70º, ángulo de reposo superior 30º, ángulo de elevación 100º, ángulo de descenso 160º. La alzada h del seguidor es de 22 mm.

$$170^\circ \leq \theta \leq 200^\circ$$

y= h= 22 mm

Diseñar una leva de tipo parabólico con: ángulo de reposo inferior 70º, *ángulo de reposo superior 30º,* ángulo de elevación 100º y ángulo de descenso 160º

BAJADA

$$200^\circ \leq \theta \leq 280^\circ$$

Diseñar una leva de tipo parabólico con: ángulo de reposo inferior 70º, ángulo de reposo superior 30º ángulo de elevación 100º y *ángulo de descenso 160º*

Se considera a partir de aquí como si el movimiento comenzara, por lo que a los valores de cada ángulo se le resta 200°. Además se toma como altura inicial el valor de la alzada y a partir de éste el valor de y disminuye.

$$y = h - 2h\left(\frac{\theta - 200}{\theta_2 - 200}\right)^2$$

$$\boxed{y = h\left[1 - 2\left(\frac{\theta - 200}{\theta_2 - 200}\right)^2\right]}$$

Donde $\theta_2 = 360°$

$$\boxed{v = -4h\omega\frac{\theta - 200}{(\theta_2 - 200)^2}}$$

$$\boxed{a = -\frac{4h\omega^2}{(\theta_2 - 200)^2}}$$

$280° \leq \theta \leq 360°$ Igual que en el caso anterior

$$y = h - v_i t - \frac{1}{2}at^2$$

Respetando el signo de cada término y trabajando con la ecuación de desplazamiento obtenida en $280° \leq \theta \leq 360°$

$$y = h + 2h\left(1 - \frac{\theta - 280}{\theta_2 - 280}\right)^2$$

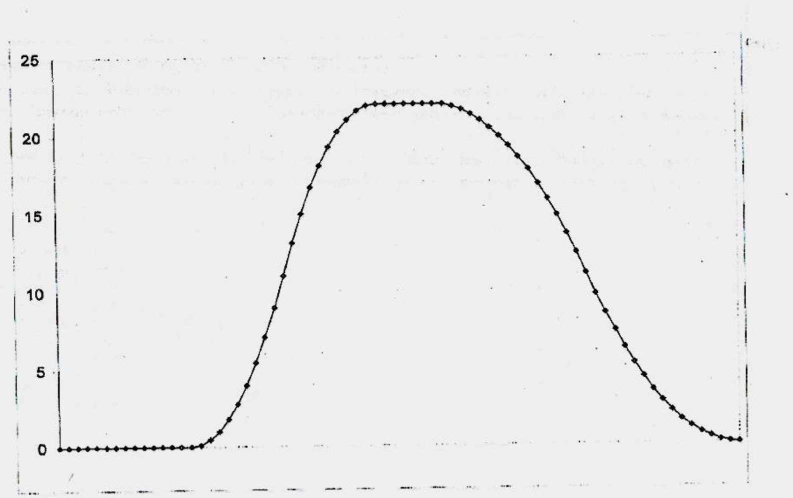
$$v = -\frac{4h\omega}{(\theta_2 - 280)}\left(1 - \frac{\theta - 280}{\theta_2 - 280}\right)$$

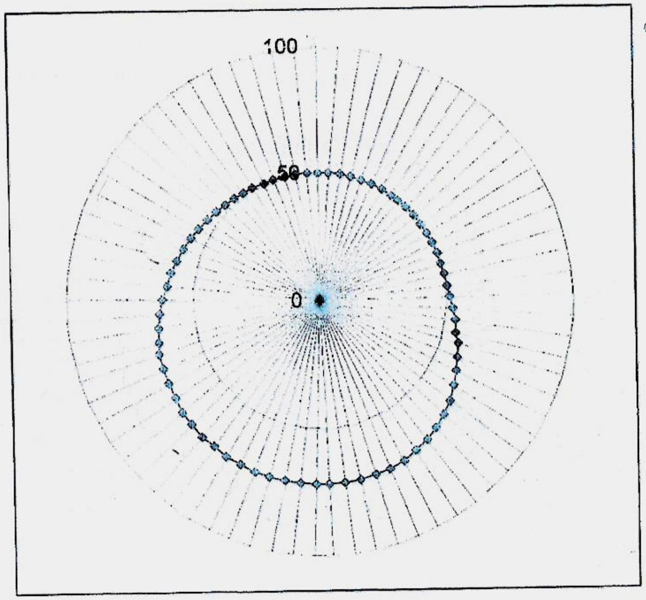
$$a = \frac{4h\omega^2}{(\theta_2 - 280)^2}$$

$$\Delta R_j = H_F + 2H_j\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right)^2 = H_F + 2H_j\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)^2$$

$$v_j = \frac{-4H_j}{T_j}\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right) = \frac{-4H_j\omega}{\beta_j}\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)$$

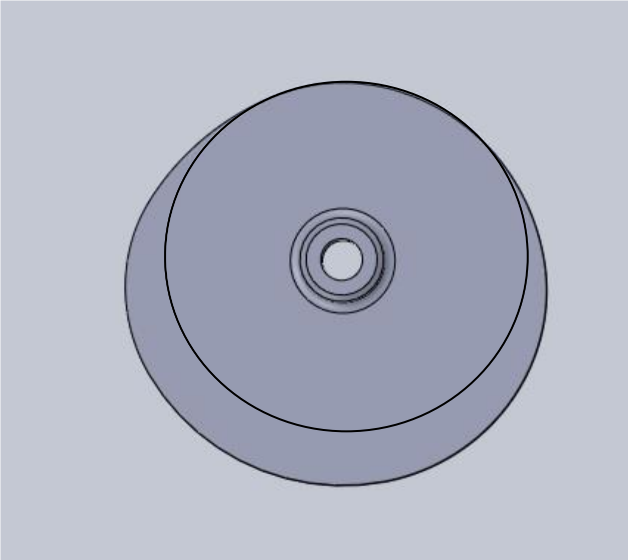
$$a_j = \frac{4H_j}{T_j^2} = \frac{4H_j\omega^2}{\beta_j^2}$$

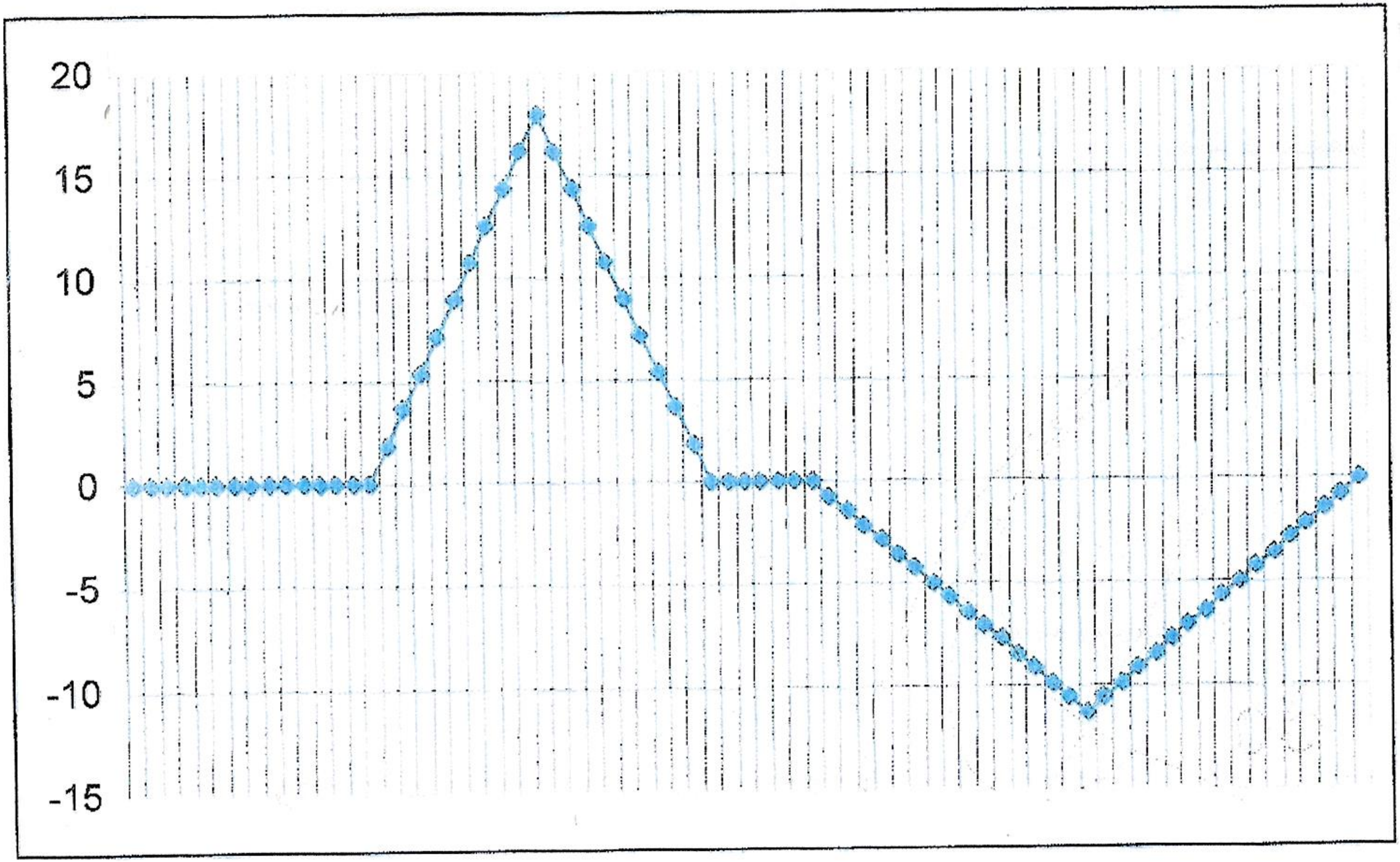


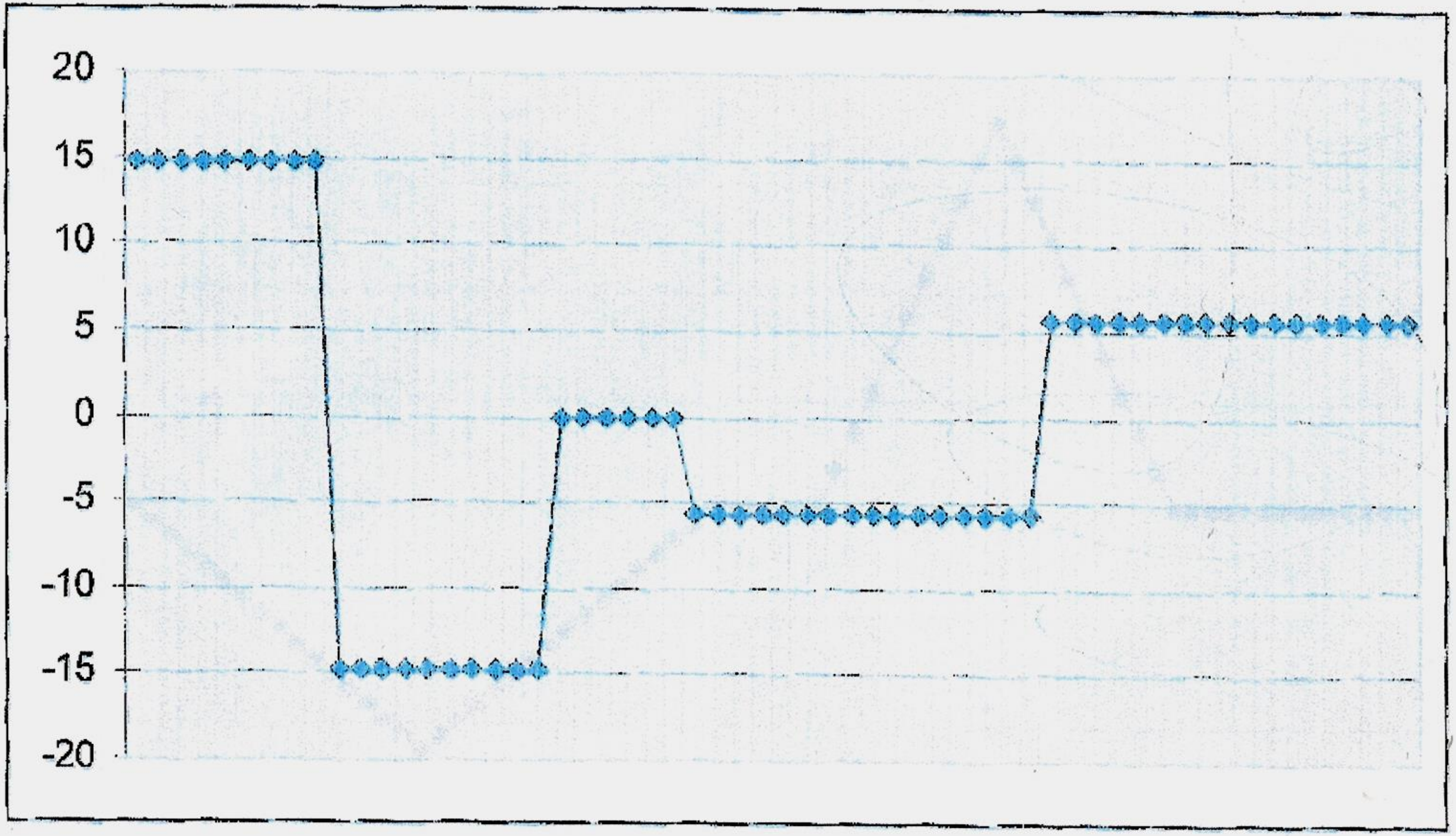


La leva con seguidor a rodillo tiene la ventaja de la rodadura pero por acción reciproca con la leva da lugar a empujes importantes sobre las guías del seguidor.

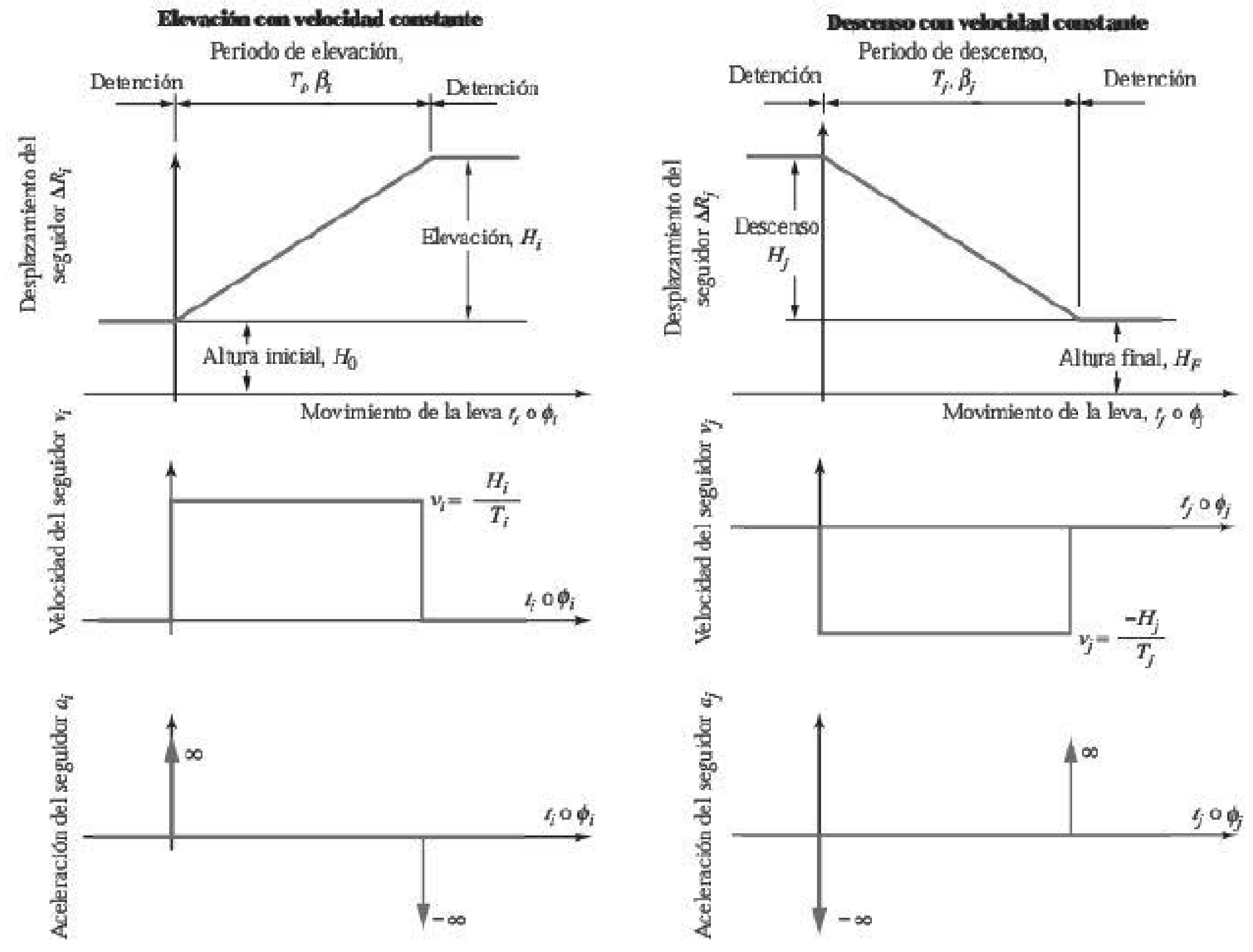
La leva parabólica da el valor máximo más reducido posible de la aceleración pero tiene la propiedad de producir cambios repentinos del valor al principio, la mitad y al final de la elevación.




20
15
10
5
0
-5
-10
-15


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20

ANEXOS



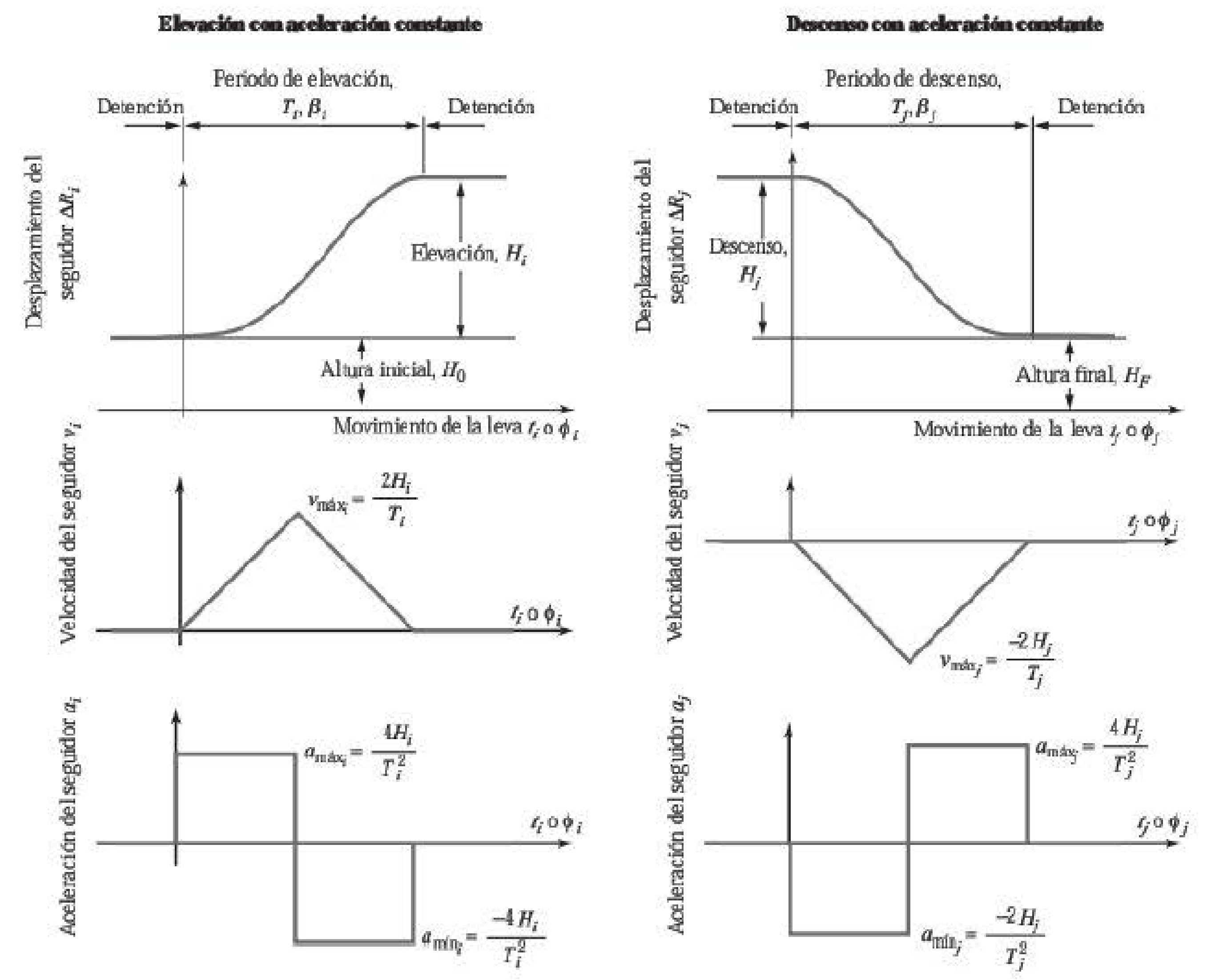
Curvas de movimiento con velocidad constante.

VELOCIDAD CONSTANTE

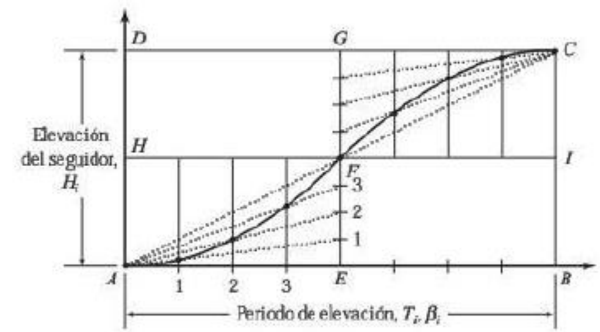
TABLA 9.1 Cinemática del seguidor de la leva para movimiento con velocidad constante

	Elevación	Descenso
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + \frac{H_i t_i}{T_i} = H_0 + \frac{H_i \phi_i}{\beta_i}$	$\Delta R_j = H_F + H_j\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right) = H_F + H_j\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)$
Velocidad:	$v_i = \frac{H_i}{T_i} = \frac{H_i \omega}{\beta_i}$	$v_j = \frac{-H_j}{T_j} = \frac{-H_j \omega}{\beta_j}$
Aceleración:	$a = 0$ (∞ en las transiciones)	$a = 0$ (∞ en las transiciones)

ACELERACIÓN CONSTANTE



Curvas de movimiento con aceleración constante.

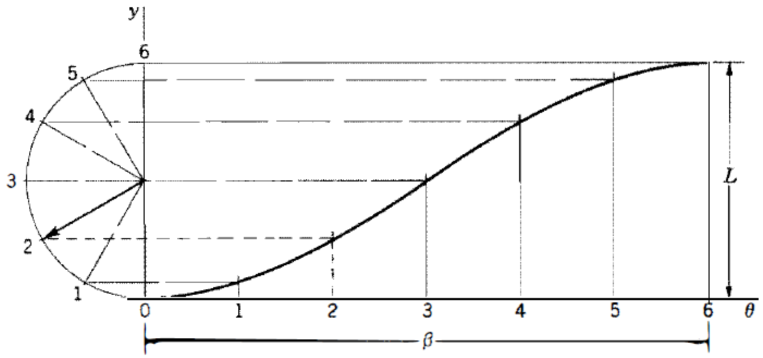


Construcción de un diagrama de desplazamiento con aceleración constante.

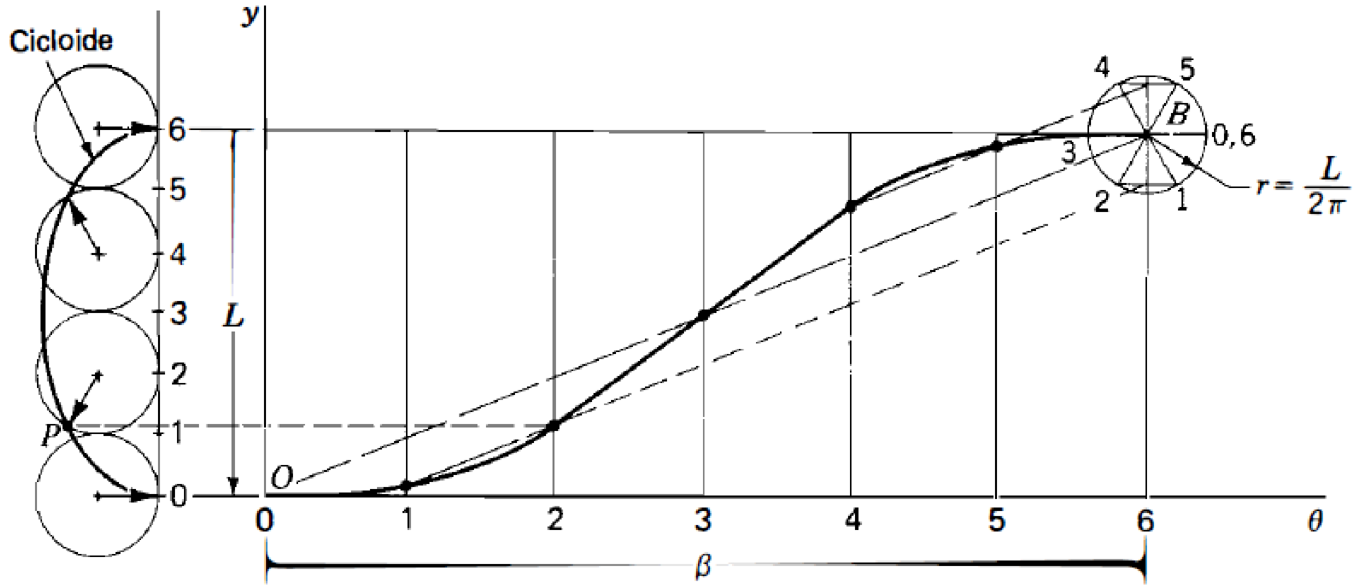
TABLA 9.2 Cinemática del seguidor de la leva para movimiento con aceleración constante

	Elevación	Descenso
Para $0 < t < 0.5\,T\,(0 < \phi < 0.5\,\beta)$:		
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + 2H_i\left(\frac{t_i}{T_i}\right)^2 = H_0 + 2H_i\left(\frac{\phi_i}{\beta_i}\right)^2$	$\Delta R_j = H_F + H_j - 2H_j\left(\frac{t_j}{T_j}\right)^2 = H_F + H_j - 2H_j\left(\frac{\phi_j}{\beta_j}\right)^2$
Velocidad:	$v_i = \frac{4H_i t_i}{T_i^2} = \frac{4H_i\omega\phi_i}{\beta_i^2}$	$v_j = \frac{-4H_j t_j}{T_j^2} = \frac{-4H_j\omega\phi_j}{\beta_j^2}$
Aceleración:	$a_i = \frac{4H_i}{T_i^2} = \frac{4H_i\omega^2}{\beta_i^2}$	$a_j = \frac{-4H_j}{T_j^2} = \frac{-4H_j\omega^2}{\beta_j^2}$
Para $0.5\,T < t < T\,(0.5\,\beta < \phi < \beta)$:		
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + H_i - 2H_i\left(1 - \frac{t_i}{T_i}\right)^2 = H_0 + H_i + 2H_i\left(1 - \frac{\phi_i}{\beta_i}\right)^2$	$\Delta R_j = H_F + 2H_j\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right)^2 = H_F + 2H_j\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)^2$
Velocidad:	$v_i = \frac{4H_i}{T_i}\left(1 - \frac{t_i}{T_i}\right) = \frac{4H_i\omega}{\beta_i}\left(1 - \frac{\phi_i}{\beta_i}\right)$	$v_i = \frac{-4H_j}{T_j}\left(1 - \frac{t_j}{T_j}\right) = \frac{-4H_j\omega}{\beta_j}\left(1 - \frac{\phi_j}{\beta_j}\right)$
Aceleración:	$a_i = \frac{-4H_i}{T_i^2} = \frac{-4H_i\omega^2}{\beta_i^2}$	$a_j = \frac{4H_j}{T_j^2} = \frac{4H_j\omega^2}{\beta_j^2}$

ACELERACIÓN CONSTANTE
MOVIMIENTO CICLOIDAL

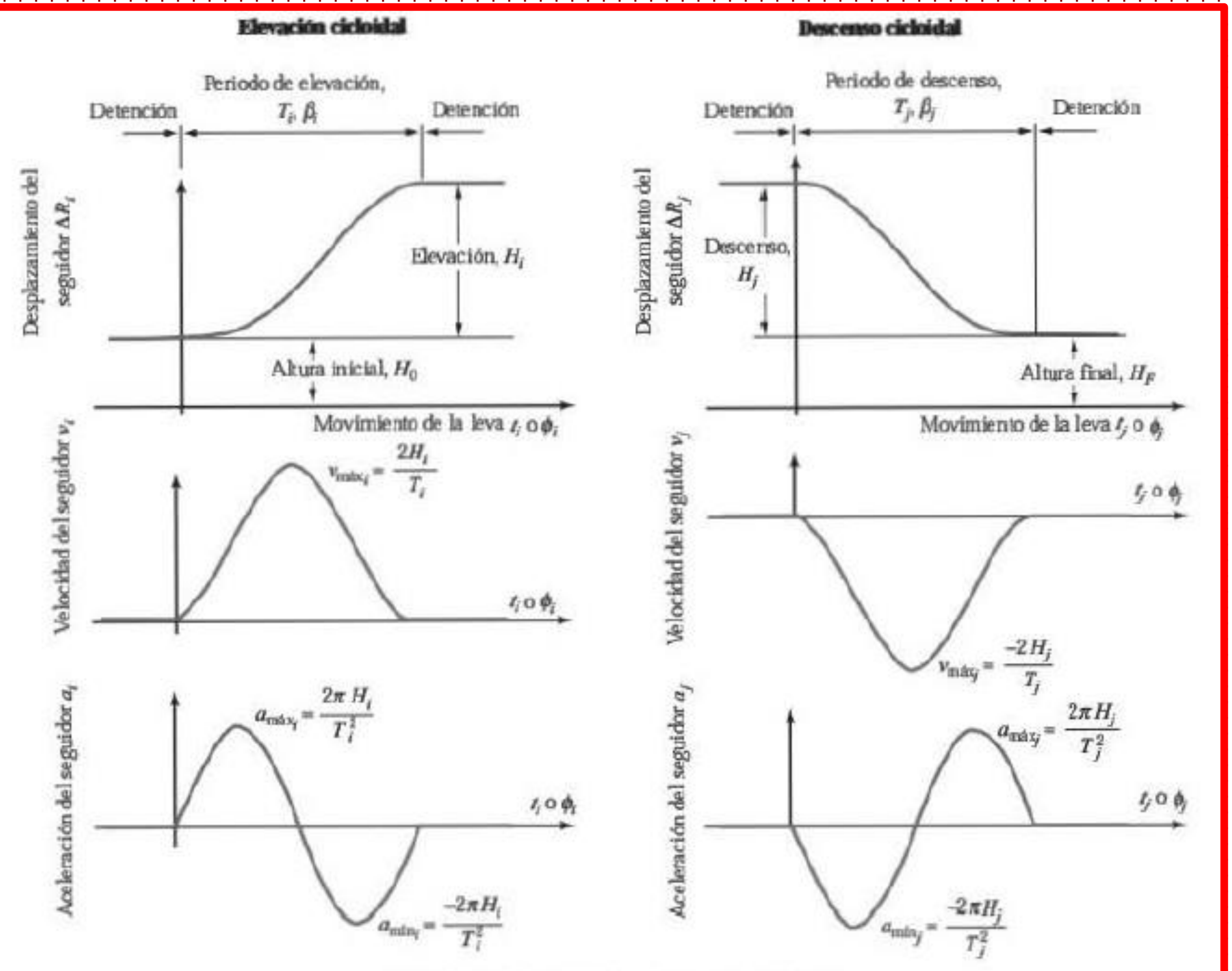


Movimiento armónico simple.

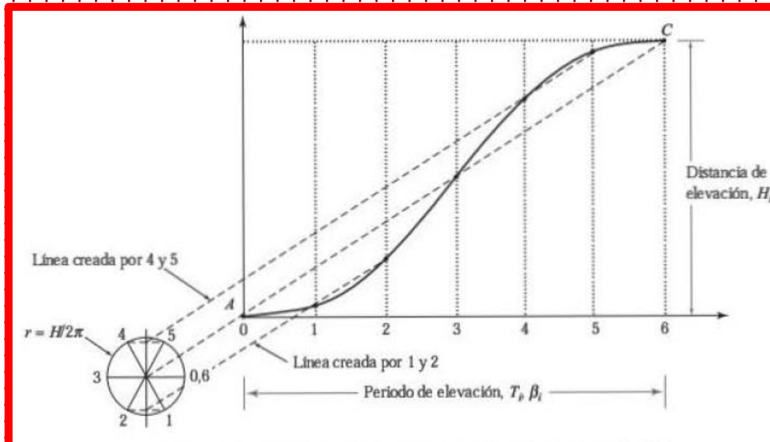


Movimiento cicloidal.

ACELERACIÓN CONSTANTE MOVIMIENTO CICLOIDAL



Curvas de movimiento cicloidal.

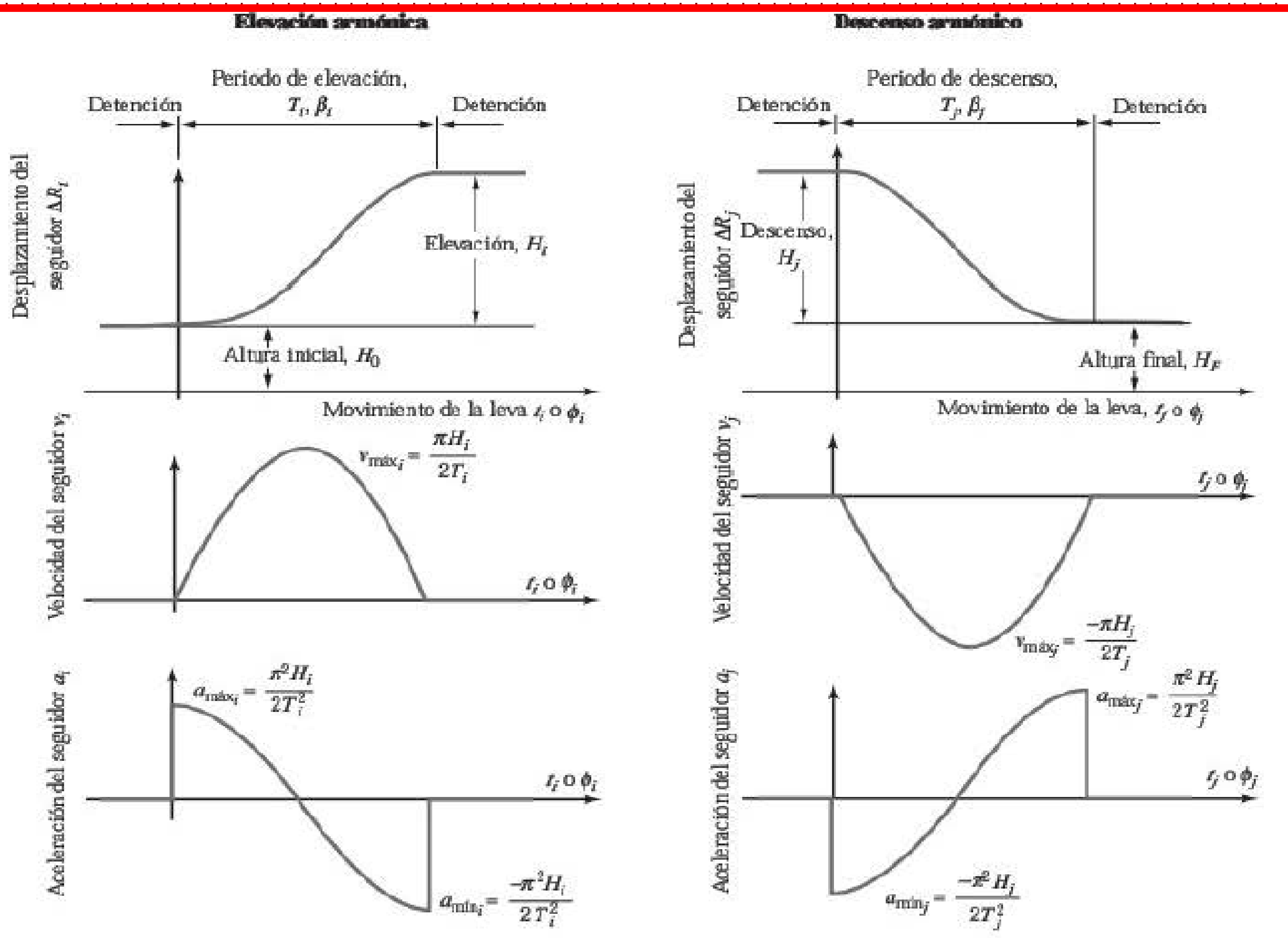


Construcción de un diagrama de desplazamiento cicloidal.

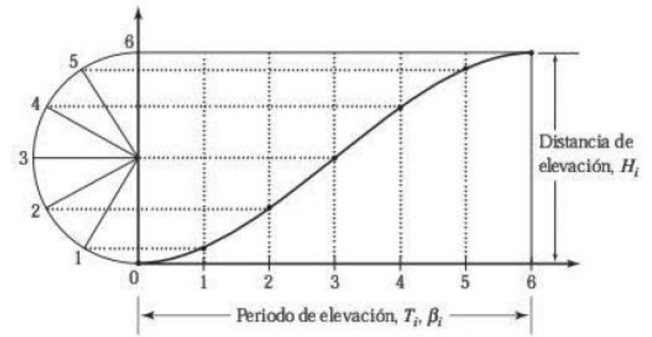
TABLA 9.4 Cinemática del seguidor de una leva con movimiento cicloidal

	Elevación	Descenso
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + H_i\left[\frac{t_i}{T_i} - \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\left(\frac{2\pi t_i}{T_i}\right)\right]$ $= H_0 + H_i\left[\frac{\phi_i}{\beta_i} - \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\left(\frac{2\pi \phi_i}{\beta_i}\right)\right]$	$\Delta R_j = H_F + H_j\left[1 - \frac{t_j}{T_j} + \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\left(\frac{2\pi t_j}{T_j}\right)\right]$ $= H_F + H_j\left[\frac{\phi_j}{\beta_j} - \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\left(\frac{2\pi \phi_j}{\beta_j}\right)\right]$
Velocidad:	$v_i = \frac{H_i}{T_i}\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi t_i}{T_i}\right)\right]$ $= \frac{H_i\omega}{\beta_i}\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi \phi_i}{\beta_i}\right)\right]$	$v_j = \frac{-H_j}{T_j}\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi t_j}{T_j}\right)\right]$ $= \frac{-H_j\omega}{\beta_j}\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi \phi_j}{\beta_j}\right)\right]$
Aceleración:	$a_i = \frac{2\pi H_i}{T_i^2}\left[\text{sen}\left(\frac{2\pi t_i}{T_i}\right)\right]$ $= \frac{2\pi H_i\omega^2}{\beta_i^2}\left[\text{sen}\left(\frac{2\pi \phi_i}{\beta_i}\right)\right]$	$a_j = \frac{-2\pi H_j}{T_j^2}\left[\text{sen}\left(\frac{2\pi t_j}{T_j}\right)\right]$ $= \frac{-2\pi H_j\omega^2}{\beta_j^2}\left[\text{sen}\left(\frac{2\pi \phi_j}{\beta_j}\right)\right]$

ACELERACIÓN CONSTANTE
MOVIMIENTO ARMÓNICO



Curvas de movimiento armónico.



Construcción de un diagrama de desplazamiento armónico.

TABLA 9.3 Cinemática del seguidor de una leva con movimiento armónico

	Elevación	Descenso
Desplazamiento:	$\Delta R_i = H_0 + \frac{H_i}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi t_i}{T_i}\right)\right]$ $= H_0 + \frac{H_i}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi \phi_i}{\beta_i}\right)\right]$	$\Delta R_j = H_F + \frac{H_j}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi t_j}{T_j}\right)\right]$ $= H_F + \frac{H_j}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi \phi_j}{\beta_j}\right)\right]$
Velocidad:	$v_i = \frac{\pi H_i}{2T_i}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi t_i}{T_i}\right)\right]$ $= \frac{\pi H_i \omega}{2\beta_i}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi \phi_i}{\beta_i}\right)\right]$	$v_j = \frac{-\pi H_j}{2T_j}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi t_j}{T_j}\right)\right]$ $= \frac{-\pi H_j \omega}{2\beta_j}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi \phi_j}{\beta_j}\right)\right]$
Aceleración:	$a_i = \frac{\pi^2 H_i}{2T_i^2}\left[\cos\left(\frac{\pi t_i}{T_i}\right)\right]$ $= \frac{\pi^2 H_i \omega^2}{2\beta_i^2}\left[\cos\left(\frac{\pi \phi_i}{\beta_i}\right)\right]$	$a_j = \frac{-\pi^2 H_i}{2T_i^2}\left[\cos\left(\frac{\pi t_j}{T_j}\right)\right]$ $= \frac{-\pi^2 H_j \omega^2}{2\beta_j^2}\left[\cos\left(\frac{\pi \phi_j}{\beta_j}\right)\right]$

GRACIAS POR SU ATENCIÓN