

## Trabajo Práctico 3.0: ESPACIOS VECTORIALES

1. Indique en cada caso si los conjuntos dados son subespacios vectoriales del espacio indicado o no.

- a) El conjunto de las matrices de orden  $3 \times 2$  que tienen  $-6$  en la posición  $23$ , subespacio del espacio de matrices de orden  $3 \times 2$ .
- b) El conjunto  $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & c+b+c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$  subespacio del espacio de matrices de orden  $2 \times 5$ .
- c) El conjunto  $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ x+y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$  subespacio de  $\mathbb{R}^3$ .
- d) El conjunto  $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x, y, \in \mathbb{R} \right\}$  subespacio de  $\mathbb{R}^2$ .

2. Determine si los siguientes conjuntos son o no una base para los espacios vectoriales indicados.

- a)  $B = \left\{ \left( \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right), (0, 5) \right\}$  para el espacio vectorial  $\mathbb{R}^2$ .
- b)  $B = \{(2, -3, 3), (0, -4, 5), (2, 1, -2)\}$  para el espacio vectorial  $\mathbb{R}^3$ .
- c)  $B = \{1 + x, 2 - x^2, x\}$  para el espacio vectorial  $P_2$  (polinomios de coeficientes reales hasta grado 2).
- d)  $B = \left\{ \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \right\}$  para el espacio vectorial  $\mathcal{M}_{3 \times 3}$ .

3. En la lista del ejercicio anterior, si un conjunto  $B$  no genera el espacio indicado, determine qué subespacio de él genera.

4. Determine las coordenadas de  $x$

- a)  $B = \{(2, -1), (0, 1)\}$ ,  $[x]_B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$
- b)  $B = \{(-1, 4), (4, -1)\}$ ,  $[x]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$
- c)  $B = \{(1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$ ,  $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
- d)  $B = \{1, x, x^2\}$ ,  $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
- e)  $B = \{3, 1 + x, 2 + x - x^2\}$ ,  $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

5. Determine el vector de coordenadas  $v$  en la base  $B$ .

- a)  $B = \{(4, 0), (0, 4)\}$ ,  $v = (12, 5)$
- b)  $B = \{(-6, 7), (4, -3)\}$ ,  $v = (-26, 32)$
- c)  $B = \{(8, 11, 0), (7, 0, 10), (1, 4, 6)\}$ ,  $v = (3, 19, 2)$
- d)  $B = \{1, x, x^2\}$ ,  $v = 2x - x^2$
- e)  $B = \{3, 1 + x, 2 + x - x^2\}$ ,  $v = 1 + 6x - x^2$