3.2 Matriz Asociada A Una Transformacion Lineal

INGENIERÍA Y LCC

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

RECORRIDO

- **Matriz asociada a una Transformación Lineal**
- **Representación matricial de una TL**
- **Transformaciones geométricas del plano**
- **Matriz de cambio de base**
- **Matrices semejantes**

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Coordenadas de un vector en una Base

Definición

Sea V un espacio vectorial y sea $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ una base (ordenada) de V, entonces cada vector $u \in V$ se puede expresar de modo único como CL de los vectores de B.

Esto es, existen escalares **únicos** $c_1, c_2, \dots, c_n$, tales que:

$$\boldsymbol{u} = c_1 v_1 + c_2 v_2 + \cdots + c_n v_n$$

A los escalares $c_1, c_2, \dots, c_n$ se los llama ***coordenadas del vector en la base B*** y se indican:

$$[u]_B = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Coordenadas de un vector en una Base

Ejemplo

El vector de coordenadas de u = $\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ en la base $B_C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ (base canónica), es $[u]_{B_C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ puesto que

$$(0,7) = 0.\ (1,0) + 7.\ (0,1)$$

Interpreta geométricamente.

Es importante tener en cuenta que, **en la base canónica, las coordenadas de un vector coinciden con las componentes del vector.**

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Coordenadas de un vector en una Base

Ejemplo

El mismo vector $[u]_{B_C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$, en la base $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ resulta $[u]_{B_1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, ya que (0,7) = 2. (1,2) + 1. (-2,3). Es decir, las coordenadas del vector u en la base B_1, $[u]_{B1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Completa la interpretación geométrica realizada anteriormente.

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Recordemos que a una transformación lineal la podemos encontrar expresada mediante su “esquema funcional” o definida a través de una matriz que multiplica al vector X del dominio.

Observemos las siguientes representaciones de la misma transformación lineal T:

$T: IR^2 \to IR^3$ tal que

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x+2y \\ x-y \\ y \end{pmatrix}$$

y

$T: IR^2 \to IR^3$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Resulta muy importante y de mucha utilidad formar una matriz A que represente a una transformación lineal, escribiendo como columnas de A a las coordenadas de los transformados de los vectores de una base del dominio expresados en una base del codominio de la misma. A continuación se define la matriz A.

Definición de matriz asociada a una transformación lineal

DEFINICIÓN: Sea la función T definida del espacio vectorial V en W una transformación lineal. Sean V y W espacios vectoriales de dimensión finita y sean $B=\{v_1, v_2, v_3 \dots, v_n\}$ una base ordenada de V y $B'=\{w_1, w_2, w_3 \dots, w_m\}$ una base ordenada de W. Entonces se define la **MATRIZ ASOCIADA** a la transformación lineal T como la matriz A_{mxn}, tal que:

$$A_T = \left[[T(v_1)]_{B'} \quad [T(v_2)]_{B'} \quad \dots \quad [T(v_n)]_{B'} \right]$$

Ejemplo

Ejemplo

Dada la transformación lineal $T: IR^2 \to IR^2$ tal que $T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$.

Halle la matriz asociada a T, respecto de las bases indicadas

y escriba su representación matricial:

a) Canónicas en el dominio y codominio.

b) $B = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ en el dominio y la canónica en el codominio.

c) Canónica en el dominio y $B' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ en el codominio.

d) $B = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ en el dominio y $B' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ en el codominio.

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Representación matricial de una transformación lineal

Representación matricial de una transformación lineal

Teorema

Sea T una transformación lineal definida del espacio V en el espacio W y sea A la matriz asociada a T respecto de las bases B y B´ del dominio y codominio, respectivamente.

Entonces $(\forall X \in V): A \cdot [X]_B = [T(X)]_{B'}$

Esta última expresión, también puede escribirse:

T: V $\rightarrow$ W tal que $[T(X)]_{B'} = A \cdot [X]_B$

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Representación matricial de una transformación lineal

Ejemplo

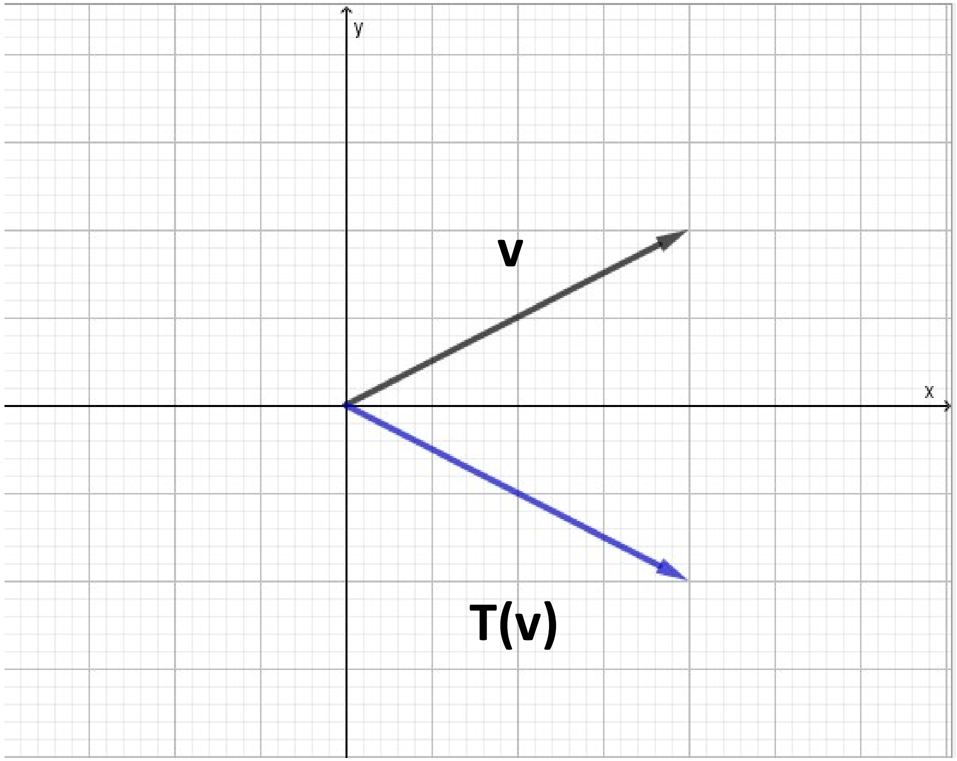
Expresión matricial de una TL si se consideran las bases canónicas en el dominio y codominio de la función respectivamente.

Sea T: $R^2 \rightarrow R^3$ tal que $T(x_1;x_2) = (x_2\,;\,x_1\,;\,x_1+x_2)$ se puede escribir como:

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix} \qquad \text{o como matrices } \mathrm{T}\begin{pmatrix} \mathrm{x}_1 \\ \mathrm{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Transformación lineal – Representación matricial

Observa el efecto que la función lineal le produce al vector v ¿qué nombre darías a la transformación lineal según lo observado?



$$T : IR^2 \to IR^2$$

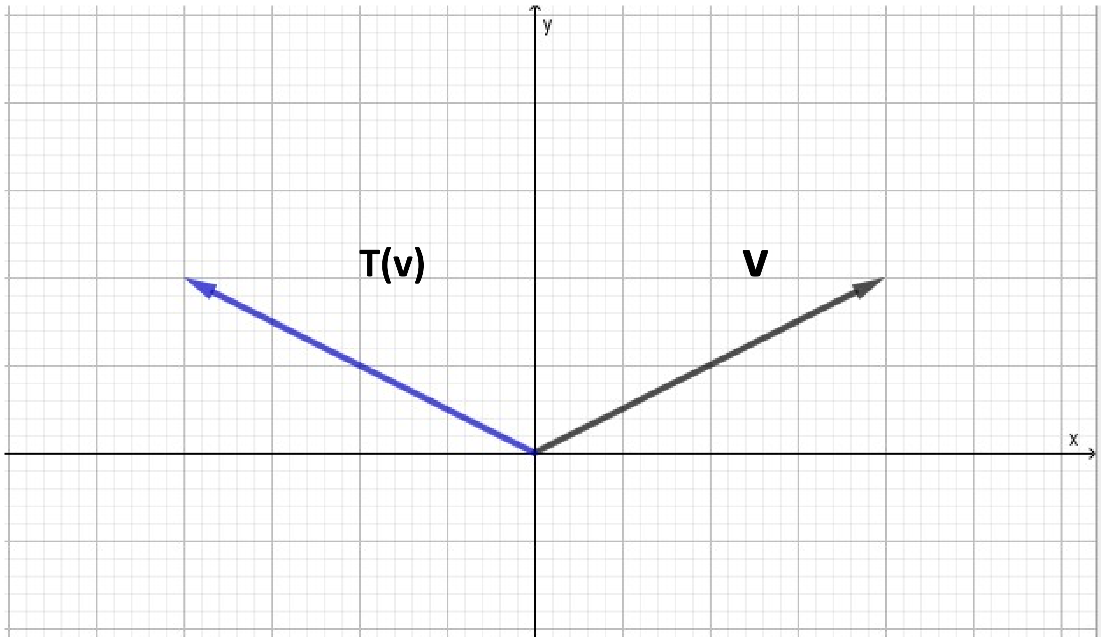
$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal – Representación matricial

Observa el efecto que la función lineal le produce al vector v ¿qué nombre darías a la transformación lineal según lo observado?



$$T : IR^2 \rightarrow IR^2$$

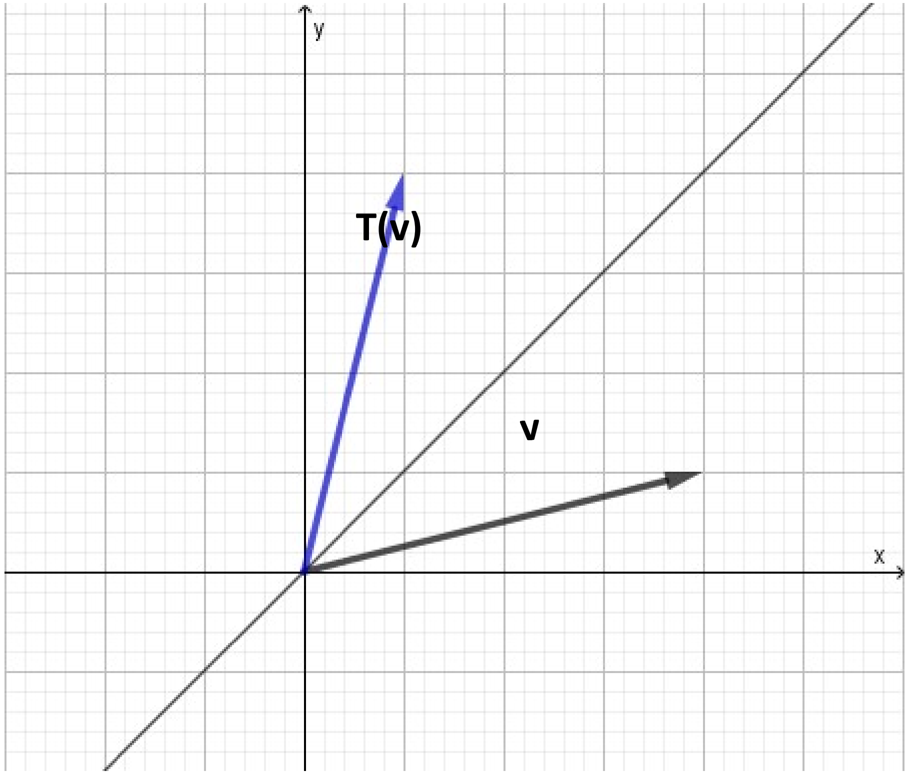
$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal – Representación matricial

Observa el efecto que la transformación lineal le produce al vector *v*. ¿Qué nombre le darías a la transformación lineal según lo observado?



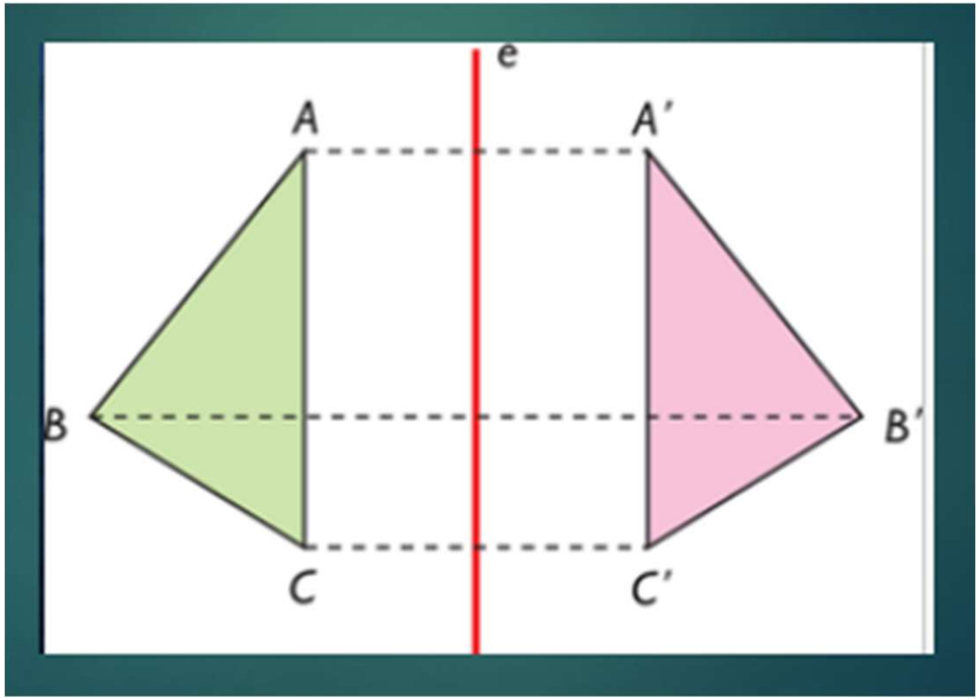
$$T : IR^2 \to IR^2$$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

TRANFORMACIONES LINEALES GEOMETRICAS DEL PLANO

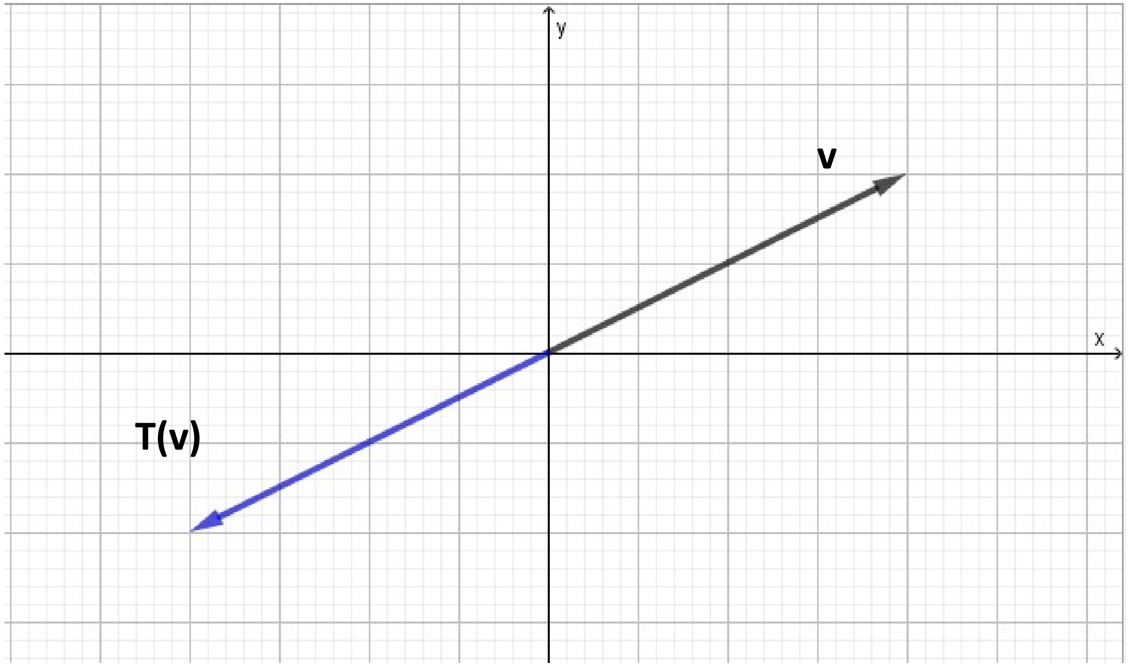
Simetría axial



TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal – Representación matricial

Observa el efecto que la transformación lineal le produce al vector *v*. ¿Qué nombre le darías a la transformación lineal según lo observado?



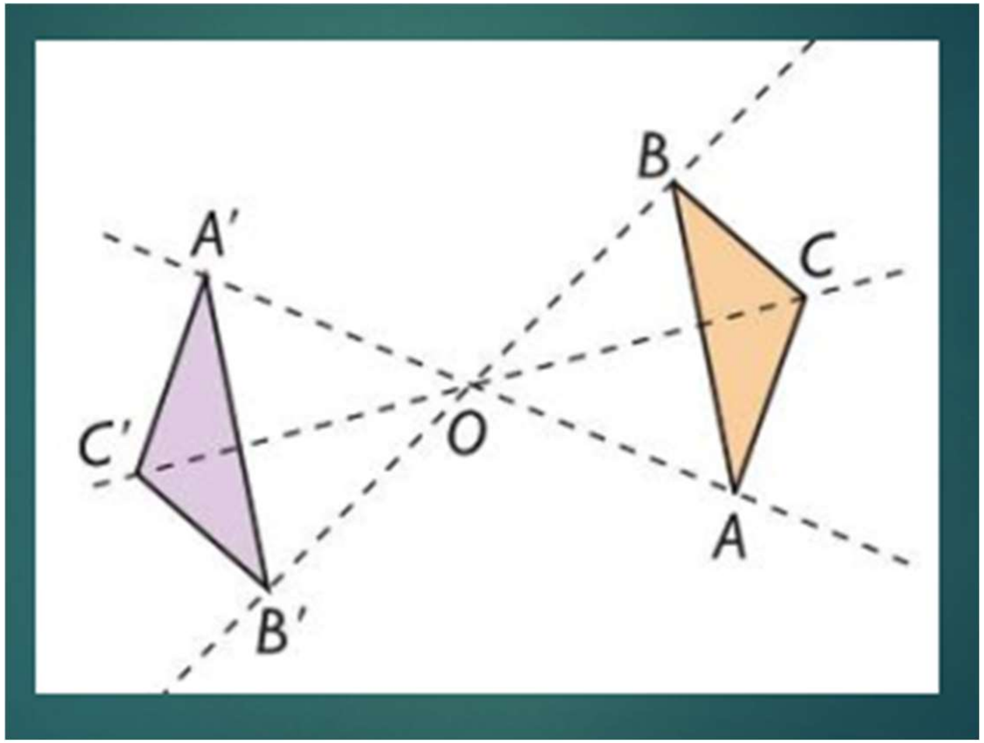
$$T : IR^2 \to IR^2$$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

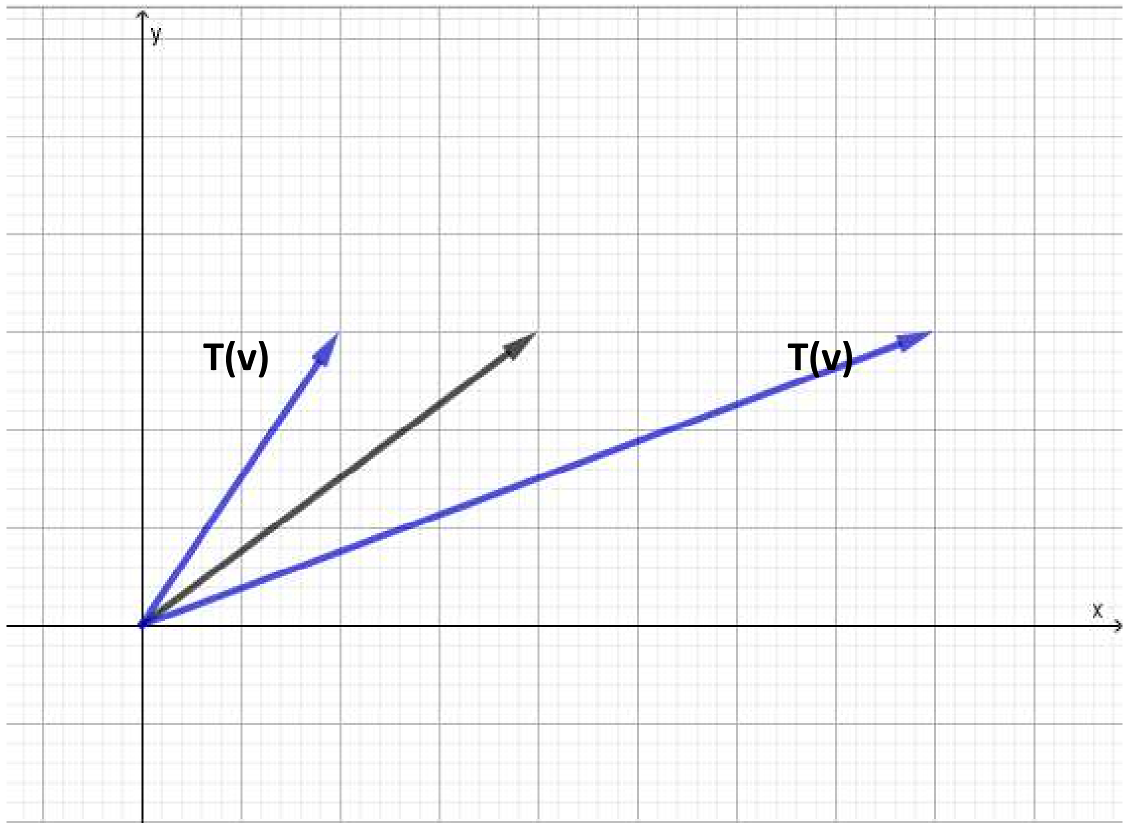
TRANFORMACIONES LINEALES GEOMETRICAS DEL PLANO

Simetría radial



TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal dilatación o contracción en la dirección del eje x



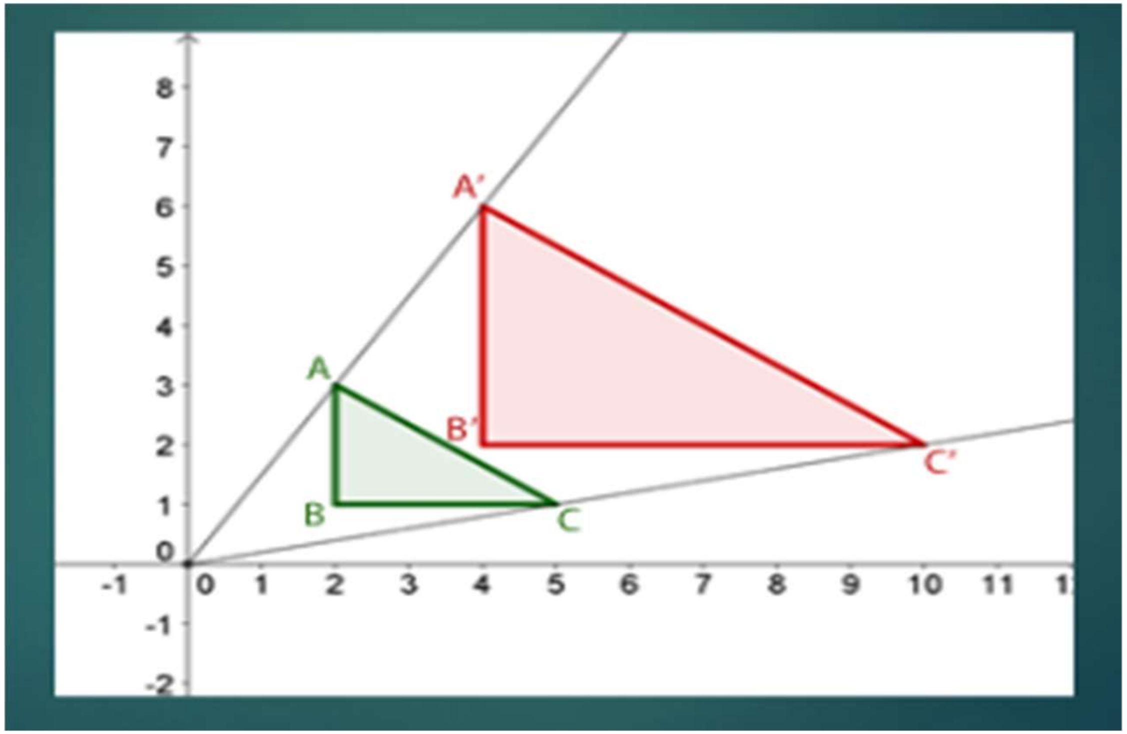
$$T : IR^2 \rightarrow IR^2 \quad , \quad k \in IR^+ \text{ y } k \neq 1$$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} kx \\ y \end{pmatrix}$$

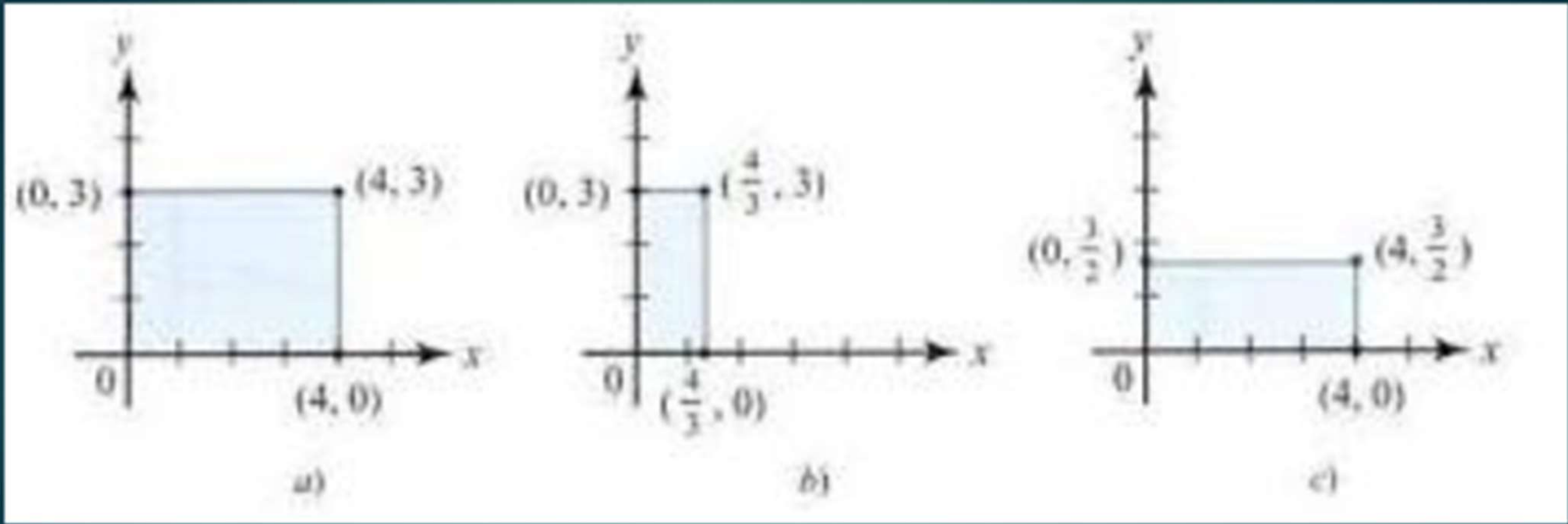
$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

TRANFORMACIONES LINEALES GEOMETRICAS DEL PLANO

Homotecias

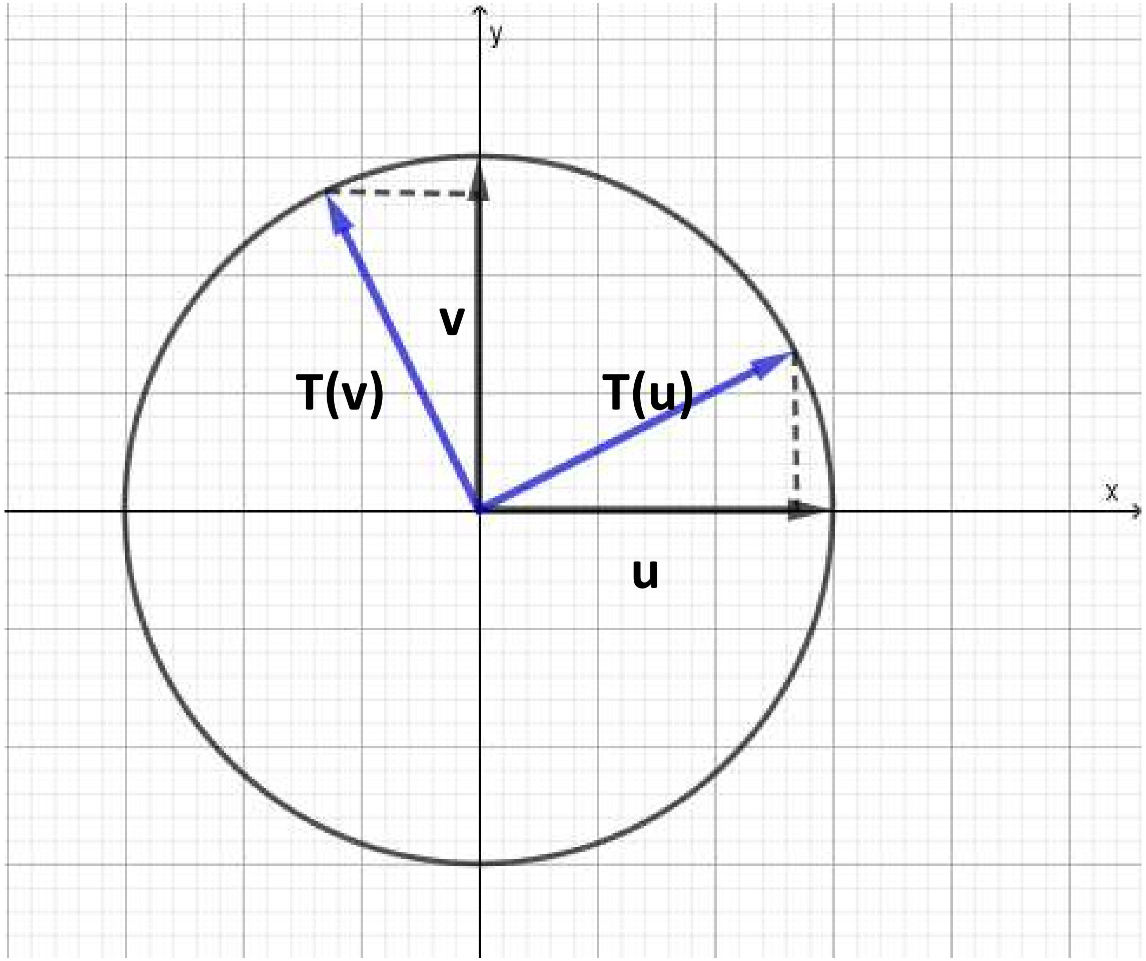


Contracciones



TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal de rotación



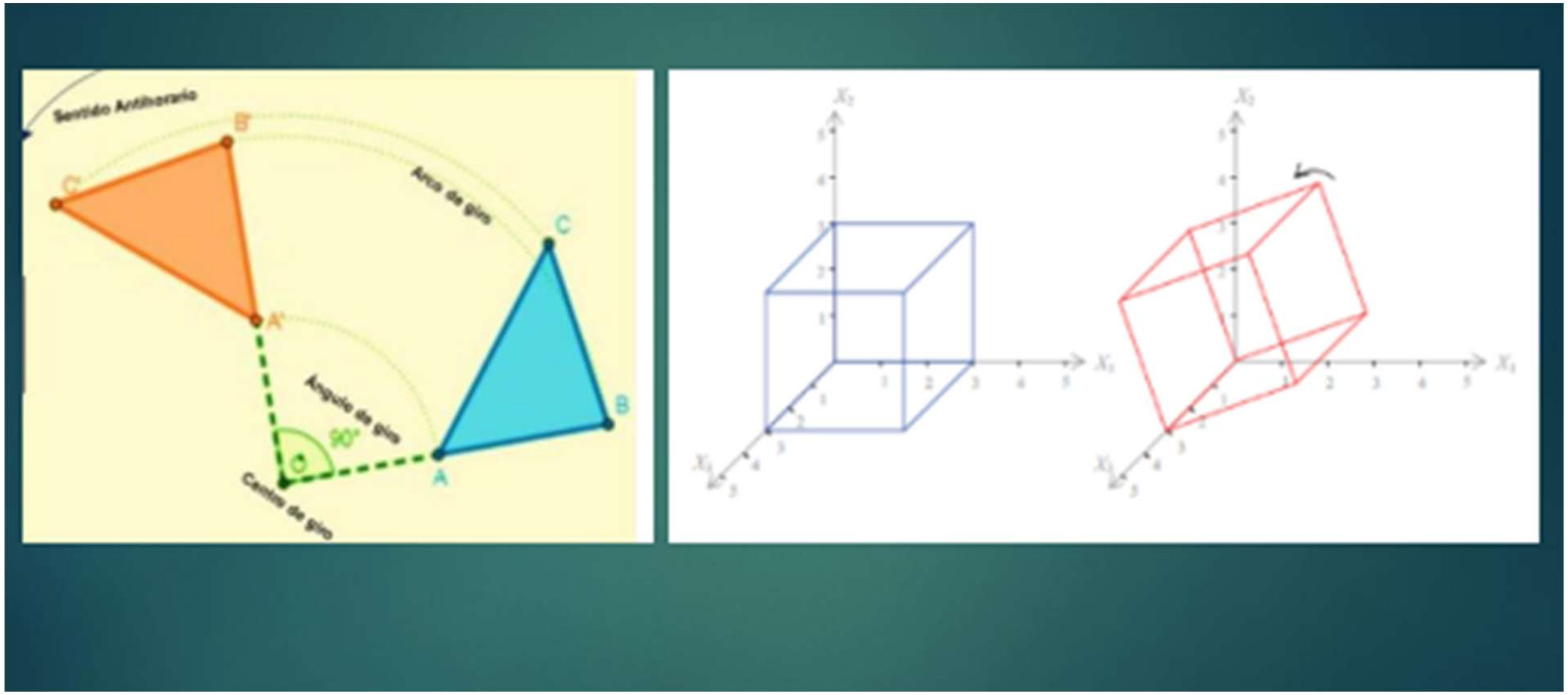
$$T: IR^2 \to IR^2$$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x\cos\theta - y\,sen\theta \\ x\,sen\theta + y\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sen\theta \\ sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

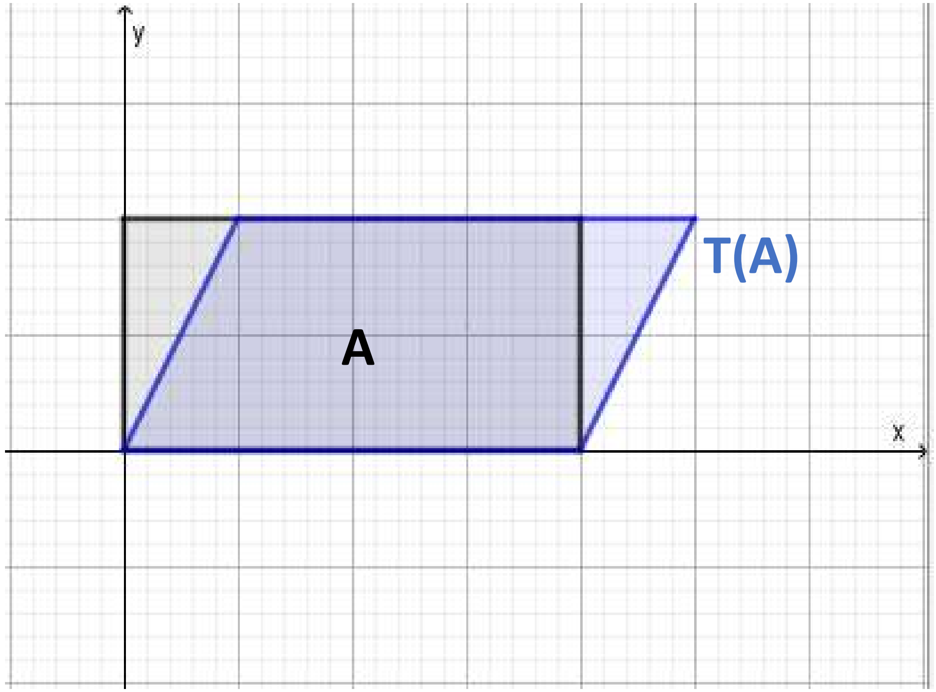
TRANFORMACIONES LINEALES GEOMETRICAS DEL PLANO

Rotaciones



TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal de corte o cizalladura horizontal



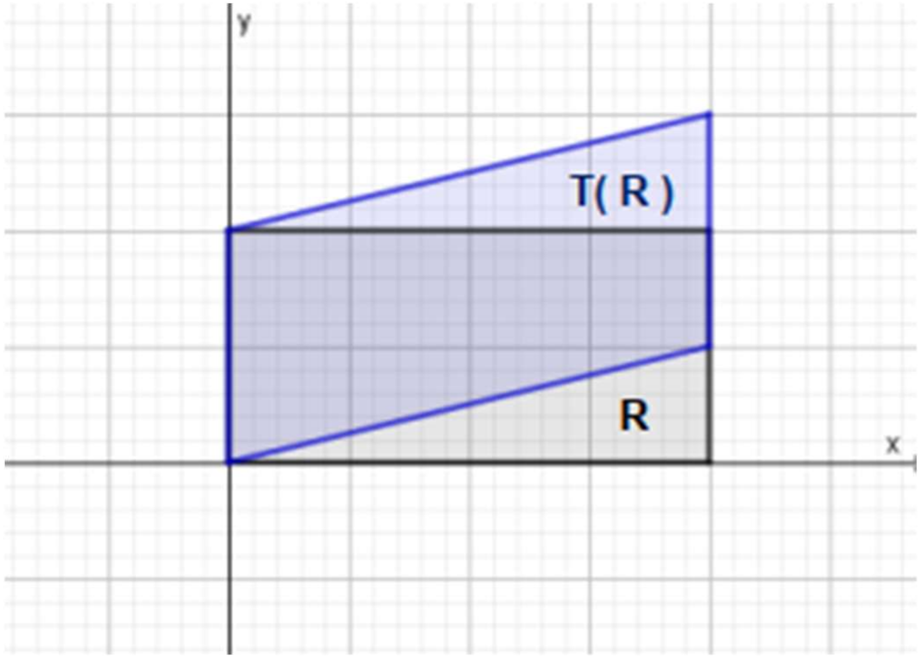
$$T : IR^2 \to IR^2 \quad k \in \text{IR y } k \neq 0$$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x+ky \\ y \end{pmatrix},$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal de corte o cizalladura vertical



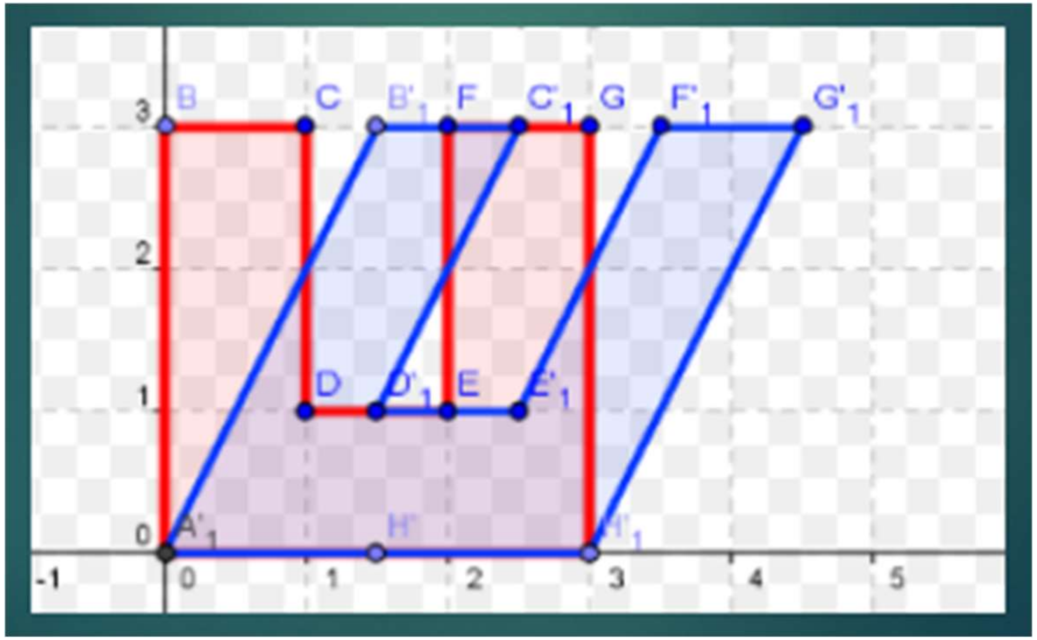
$T: IR^2 \to IR^2$, $k \in IR$ y $k \neq 0$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ y + kx \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

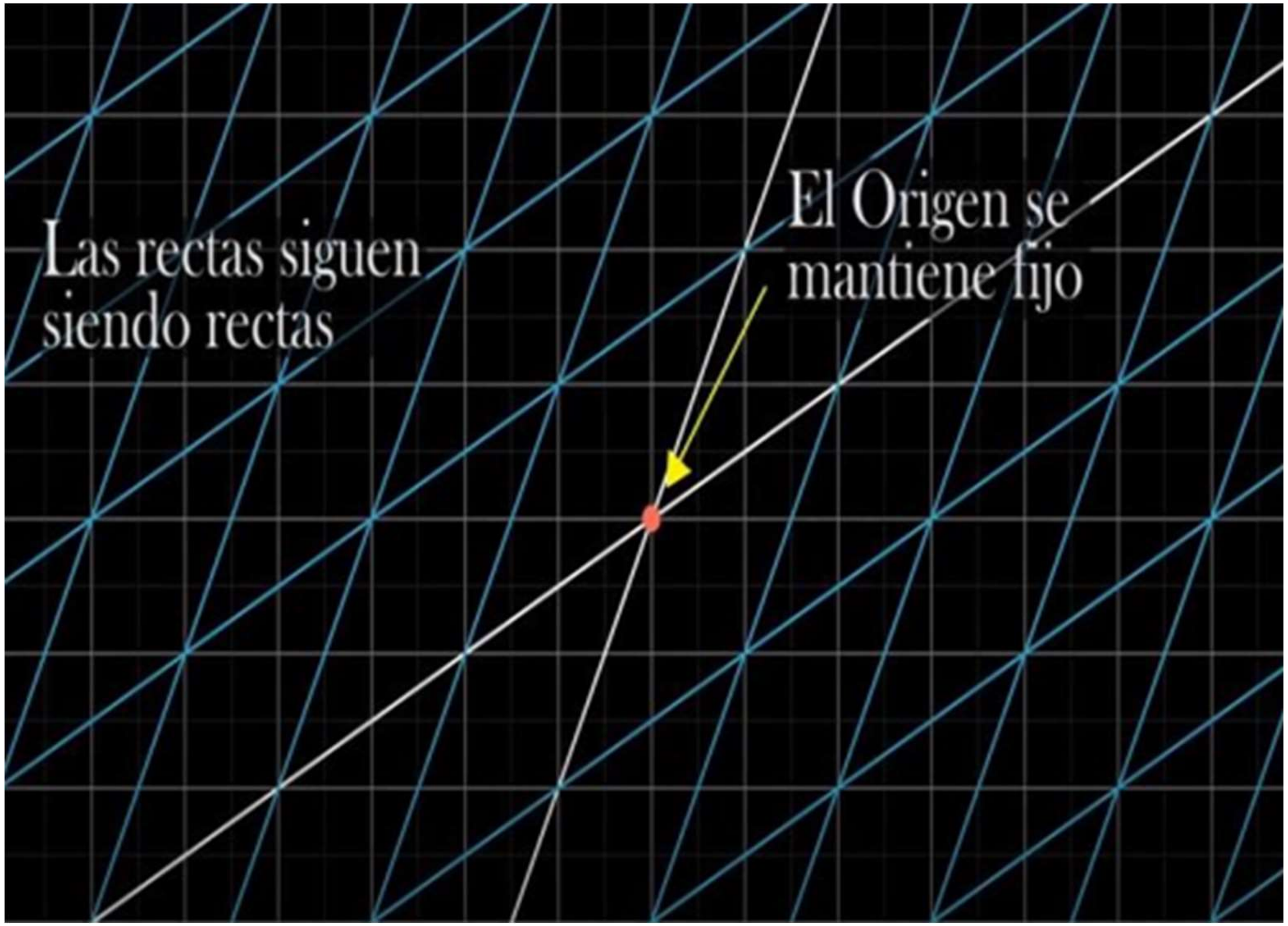
TRANFORMACIONES LINEALES GEOMETRICAS DEL PLANO

Cizalladura



TRANFORMACIONES LINEALES GEOMETRICAS DEL PLANO

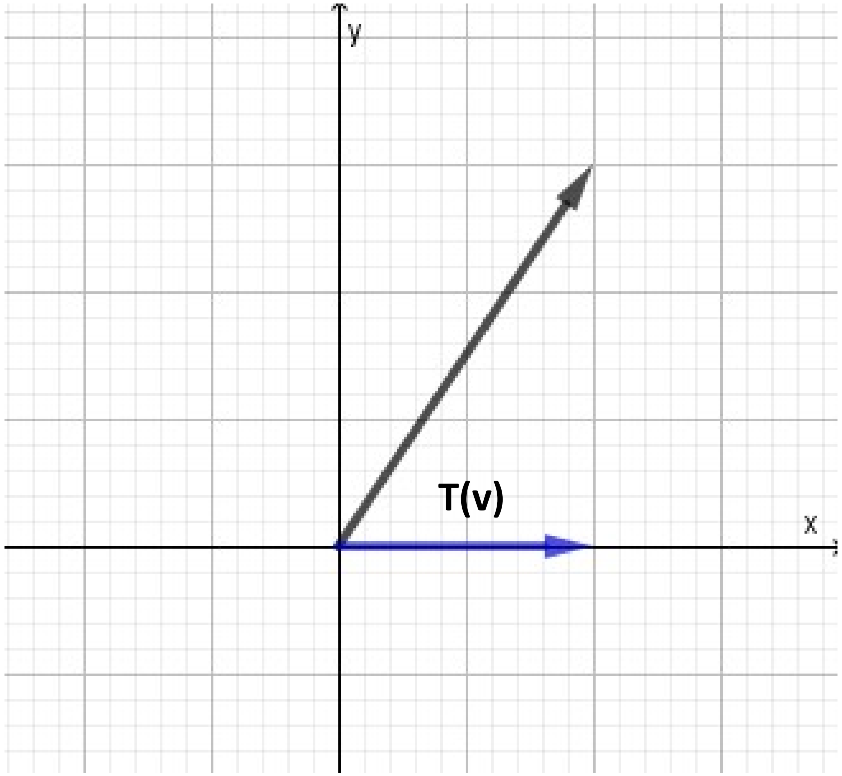
Efecto de las transformaciones lineales



TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal – Representación matricial

Observa el efecto que la transformación lineal le produce al vector *v*. ¿Qué nombre le darías a la transformación lineal según lo observado?



$$T : IR^2 \to IR^2$$

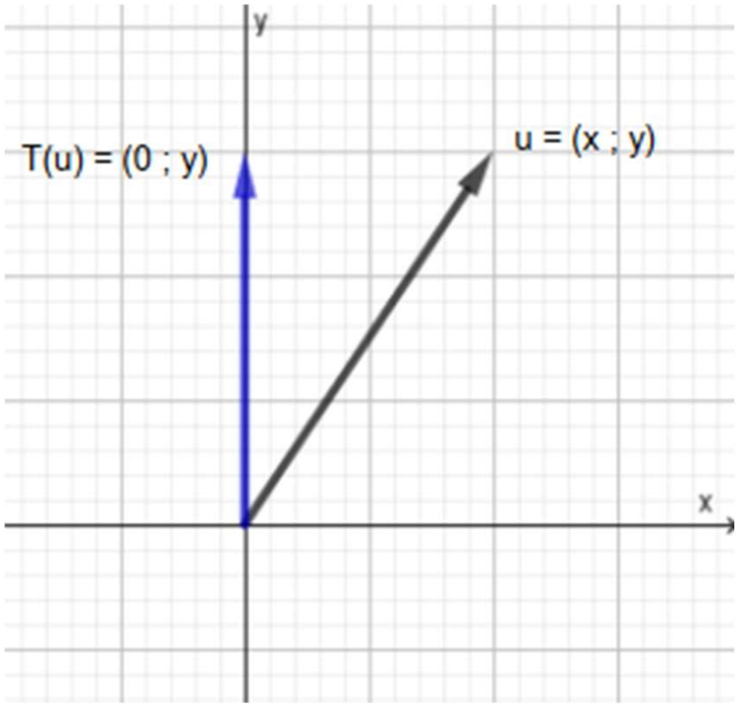
$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

TRANFORMACIONES GEOMETRICAS DEL PLANO

Transformación lineal – Representación matricial

Observa el efecto que la transformación lineal le produce al vector *v*. ¿Qué nombre le darías a la transformación lineal según lo observado?



$$T : IR^2 \to IR^2$$

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

MATRIZ ASOCIADA A UNA TRANSFORMACION LINEAL

Ejemplo

Ejemplo: Dada $T : IR^2 \rightarrow IR^2$ tal que $T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 12x + 10y \\ -15x - 13y \end{pmatrix}$, halle:

a) la matriz A asociada a la transformación dada, respecto de las bases canónicas en el dominio y en el codominio.

b) la matriz M asociada a la misma transformación, en este caso, respecto de la base $B' = \left\{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}\right\}$ en el dominio y en el codominio.

(ejercicio pág. 486-487, Grossman, 6º edición)

La matriz de un operador lineal $T:V \rightarrow V$ depende de la base elegida para V. Uno de los problemas fundamentales del álgebra lineal es elegir una base para V que simplifique la matriz para T; por ejemplo, diagonal o triangular. En esta sección se estudiará este problema.

Extraído del libro de Howard Anton

MATRIZ DE CAMBIO DE BASE O MATRIZ DE TRANSICIÓN

Para pensar: ¿Existirá alguna relación entre las matrices *A* y *M* encontradas?

Para responder esto se introduce el concepto de matriz de cambio de base, que permite cambiar las coordenadas de un vector dadas en una base por las del mismo vector pero en otra base :

Definición

Sea *V* espacio vectorial de dimensión finita *n* e *Id* la TL identidad de *V* en *V*.

Llamamos **matriz de cambio de base** de la base *B* a la *B'* a la matriz asociada a la transformación identidad respecto de la base *B* en el dominio y la base *B'* en el codominio:

$$Id: V \to V \quad tal\ que \quad Id(X) = X$$

Si *P* es la matriz asociada a dicha transformación, la representación matricial queda:

$$[Id([X]_B)]_{B'} = P[X]_B \quad \text{o sea} \quad [X]_{B'} = P[X]_B$$

MATRIZ DE CAMBIO DE BASE O MATRIZ DE TRANSICIÓN

$$[Id([X]_B)]_{B'} = P[X]_B \quad \text{o sea} \quad [X]_{B'} = P[X]_B \qquad (1)$$

Así, con la matriz *P* y las coordenadas de *X* en la base *B*, se puede obtener las coordenadas de *X* en la base *B´*.

De modo análogo se puede encontrar la matriz *Q*, que sea la matriz de cambio de base *B´* a la base *B*.

$$[Id([X]_{B'})]_B = Q[X]_{B'} \quad \text{o sea} \quad [X]_B = Q[X]_{B'} \qquad (2)$$

Reemplazando (2) en (1): $[X]_{B'} = P[X]_B = P\,(Q[X]_{B'})$

$$= (P\,Q)\,[X]_{B'} \Rightarrow [X]_{B'} = (P\,Q)\,[X]_{B'}$$

Luego, *P Q* = I_n y claramente $Q = P^{-1}$.

La matriz *P* de pasaje o de transición de la base *B* a *B'* y la matriz *Q* de transición de la base *B'* a *B*, son matrices inversas entre sí.

MATRIZ DE CAMBIO DE BASE O MATRIZ DE TRANSICIÓN

Teorema

Si *P* de orden *n*, es la matriz de transición de la base *B* a la base *B´*, entonces:

a) ***P* es inversible.**

b) **P^{-1} es la matriz de transición de *B'* a la base *B*.**

Ejemplo

Encontrar la matriz de cambio de base:

a) de la base $B' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$ a la base $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

b) de la base $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ a la base $B' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$.

c) mostrar que las matrices obtenidas en los ítems a) y b) son inversas entre sí.

MATRICES SEMEJANTES

Consideremos ahora las matrices asociadas a un operador lineal T definido en el espacio vectorial V de dimensión finita, respecto de una misma base en el dominio y codominio. Como ya dijimos anteriormente, las matrices asociadas a una transformación lineal, dependen de la base elegida en V.

Sea $T : V \to V$ un operador lineal y sean: A y M dos matrices asociadas a dicho operador.

A: matriz asociada a T respecto de la base *B* y

M: matriz asociada a T respecto de la base B'.

Si además indicamos con P a la matriz de transición de la base B’ a la base B. Por lo visto anteriormente, P^{-1} será la matriz de transición de la base B a la base B’.

MATRICES SEMEJANTES

La figura describe gráficamente cómo están relacionadas las matrices *A* y *M* asociadas a un mismo operador lineal T en V:

$$
\begin{tikzcd}
{[X]_B} \arrow[r, "A"] & {[T(X)]_B} \arrow[d, "P^{-1}"] \\
{[X]_{B'}} \arrow[u, "P"] \arrow[r, "M"'] & {[T(X)]_{B'}}
\end{tikzcd}
$$

MATRICES SEMEJANTES

Dado que *A* es la matriz asociada a T respecto de la base *B* y *M* la matriz asociada a T respecto a *B'*, las siguientes relaciones son válidas para todo X en V:

La ecuación $A \cdot [X]_B = [T(X)]_B$, que en el gráfico está representado por:

$$[X]_B \xrightarrow{A} [T(X)]_B$$

La ecuación $M \cdot [X]_{B'} = [T(X)]_{B'}$, que en el gráfico está representado por:

$$[X]_{B'} \xrightarrow{M} [T(X)]_{B'}$$

MATRICES SEMEJANTES

Volviendo a la figura, podemos ver que hay dos caminos para ir de la matriz de coordenadas X a la matriz de coordenadas $T(X)$.

Un camino directo es el que estaría representado en la parte inferior de la figura y que nos permite llegar a $[T(X)]_{B'}$ partiendo de las coordenadas $[x]_{B'}$, mediante la premultiplicación de dichas coordenadas por la matriz M, es decir:

$$M \cdot [X]_{B'} = [T(X)]_{B'} \qquad [1]$$

MATRICES SEMEJANTES

Un **camino indirecto**, que consta de tres pasos

1°) partir de las coordenadas de *X* en la base *B´* y aplicarle la transformación *Id* que tiene como matriz asociada a *P*, obteniendo las coordenadas de *X* en la base *B*:

$$P[X]_{B'} = [X]_B$$

2°) a las coordenadas de *X* en la base *B* aplicarle la transformación *T* que tiene como matriz asociada a *A*:

$$A[X]_B = [T(X)]_B$$

3°) finalmente, a las coordenadas de *T*(*X*) en la base *B* aplicarle la transformación *Id* que tiene como matriz asociada a P^{-1}: para encontrar las coordenadas de la imagen de *T*(*X*) en la base *B´* :

$$P^{-1} \cdot [T(X)]_B = [T(X)]_{B'}$$

$$P^{-1} \cdot A \cdot P \cdot [X]_{B'} = [T(X)]_{B'} = M \cdot [X]_{B'} \quad \text{de donde} \quad P^{-1} \cdot A \cdot P = M$$

MATRICES SEMEJANTES

$$
\begin{tikzcd}
{[X]_B} \arrow[r, "A"] & {[T(X)]_B} \arrow[d, "P^{-1}"] \\
{[X]_{B'}} \arrow[u, "P"] \arrow[r, "M"'] & {[T(X)]_{B'}}
\end{tikzcd}
$$

camino directo

camino indirecto

MATRICES SEMEJANTES

Teorema

Sea T: V $\rightarrow$ V un operador lineal sobre el espacio vectorial V de dimensión finita. Si A es la matriz asociada a T respecto de la base B en el dominio y codominio y M es la matriz asociada a T respecto de la base B’ en el dominio y codominio, entonces

$$M = P^{-1}.\ A.\ P$$

donde P es la matriz de transición de la base B’ a la base B.

Definición

Sean A y B dos matrices cuadradas de orden n, se dice que B es semejante a A, si existe una matriz inversible P de orden n, tal que $B = P^{-1}.A.P$

MATRICES SEMEJANTES

Ejemplo

Determine si las matrices A y M obtenidas en el ejemplo son matrices semejantes

Siendo $A = \begin{bmatrix} 12 & 10 \\ -15 & -13 \end{bmatrix}$ y $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ las dos matrices asociadas a la transformación lineal T, obtenidas en el ejemplo 4 (pág. 14 de ese apunte), la primera de ellas A, referida a la base canónica en dominio y codominio y la segunda M, referida a la base B en dominio y codominio.

Diapositiva 28

$$B' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$$

MATRICES SEMEJANTES

IMPORTANTE:

1. La ecuación $B = P^{-1} A P$, puede escribirse también como $A = (P^{-1})^{-1} B P^{-1}$. Por lo tanto, escribiendo $P^{-1} = Q$, resulta: $A = Q^{-1} B Q$, lo cual indica que A es semejante a B. En conclusión, se dice que *A y B son semejantes* entre sí.

2. Todas las matrices asociadas a un mismo operador lineal respecto de la misma base en el dominio y codominio son MATRICES SEMEJANTES entre sí.

3. Si T es una función de M_{nxn} en M_{nxn} tal que $T(A) = P^{-1} A P$, siendo P una matriz fija, entonces T recibe el nombre de *transformación lineal de semejanza.*

PROPIEDADES DE LAS MATRICES SEMEJANTES

Propiedad

Si A y B son matrices semejantes de orden n, entonces

- $\det(A) = \det(B)$.
- $tr(A) = tr(B)$.
- A^2 es semejante a B^2
- A^T es semejante a B^T
- A^{-1} es semejante a B^{-1}

Demostrar