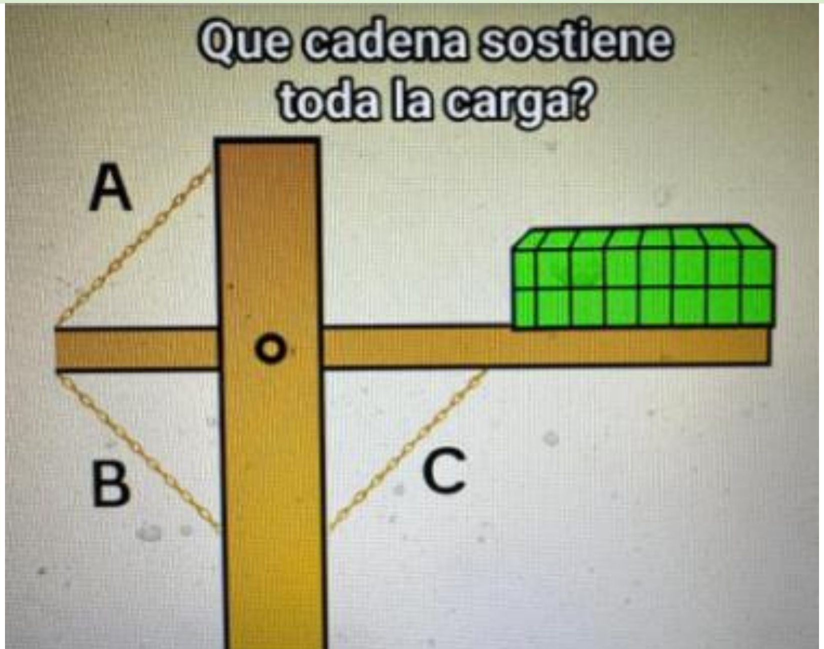
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

Materia:
ESTABILIDAD 1

Desplazamientos Virtuales en cadenas cinemáticas
Cinemática Plana – Principio de los Trabajos Virtuales

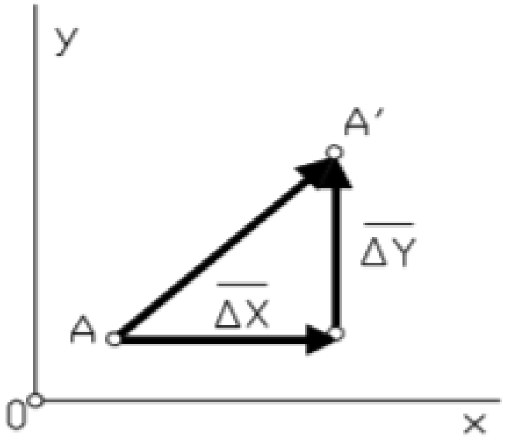


Nota: Ref. y gráficos del libro Estática Aplicada del Ing. Raul Llano

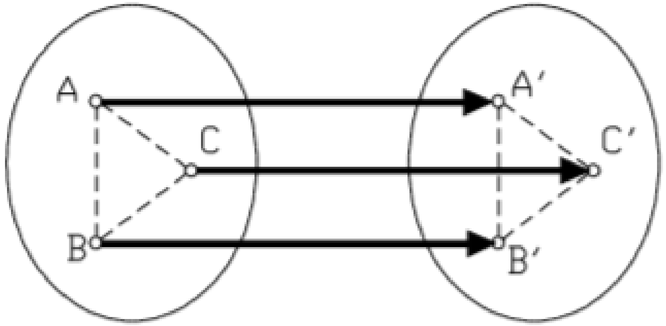
Dra. Marta Amani - Ing. Miguel Valentini - Ing. Martin Sanchis

Cinemática de la chapa rígida en el plano

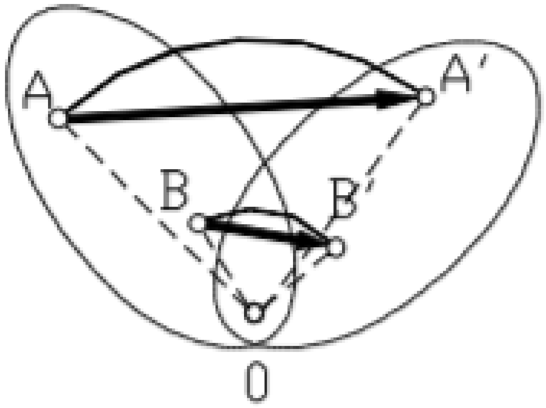
Desplazamiento de un punto "A" en el plano

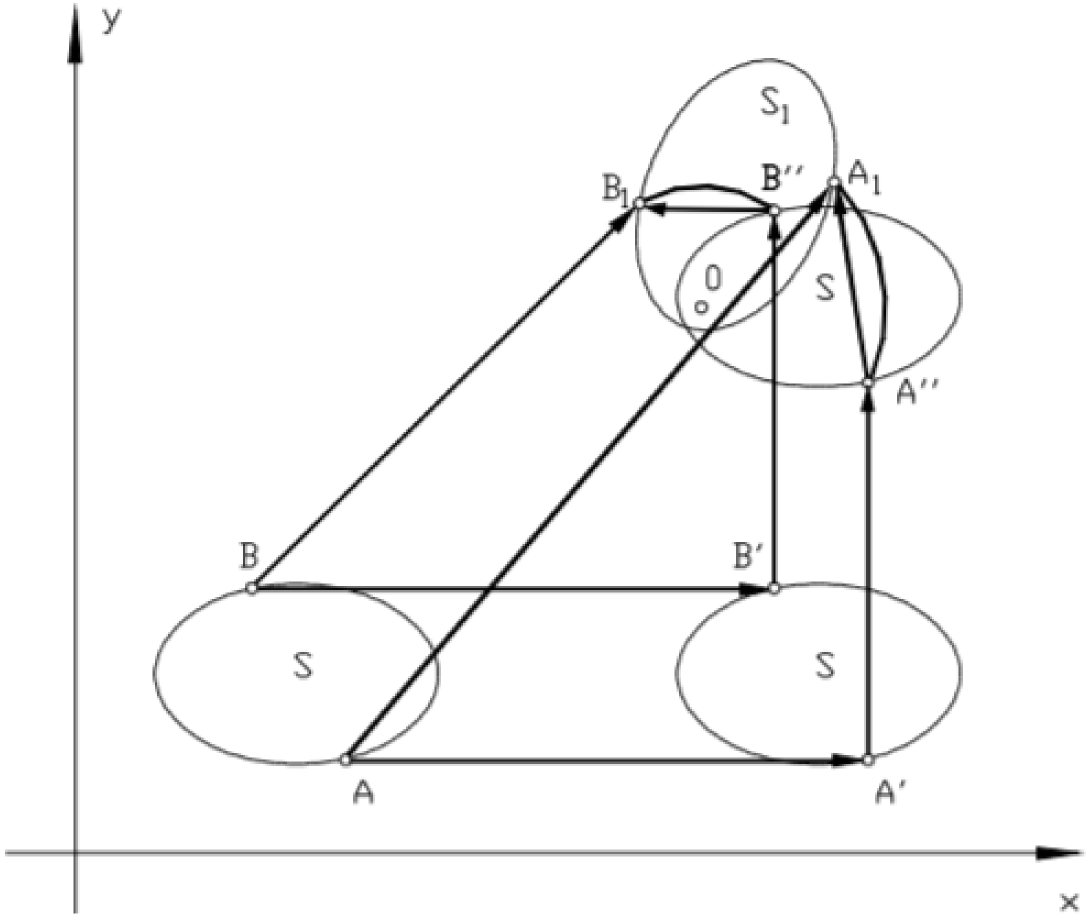


Desplazamiento Horizontal (ver traslación de las ptos. A, B y C y sus correspondientes vectores de desplazamientos)



Rotación de la chapa rígida en su polo "O". (ver desplazamientos de los ptos. A y B y correspondiente vectores desplazamientos





Desplazamientos de chapa rígida en el plano:

Tiene 3 grados de libertad.

Descompuestos en dos traslaciones (en "X" y en "Y" respectivamente) y en una rotación en su polo "O"

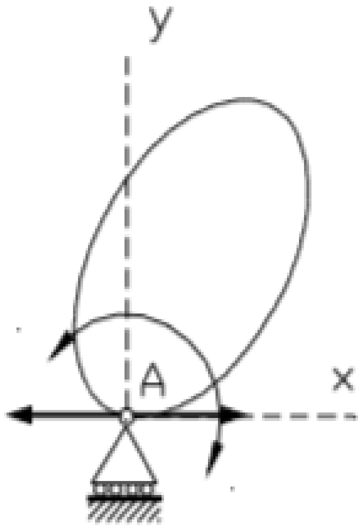
Ver vectores desplazamientos de los ptos. A y B . Los cuales se presentan como la suma vectorial de los respectivos vectores desplazamientos al irse desplazando en X, luego en Y para terminar en su posición final luego de girar en polo O.

UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

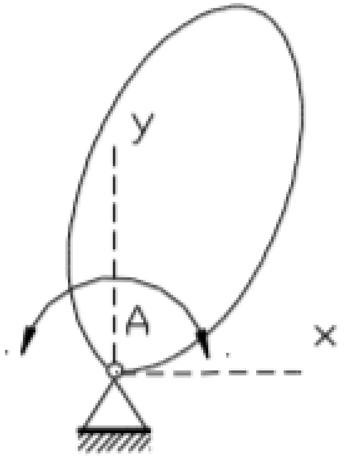
FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

APOYOS

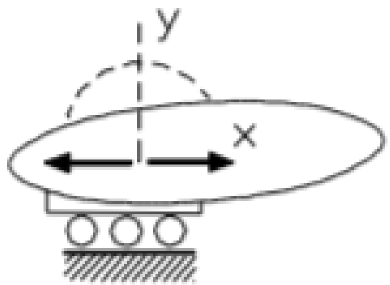
Provocan restricción a los desplazamientos

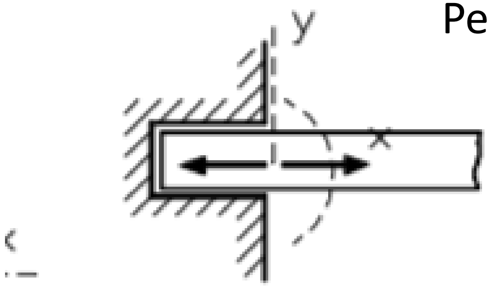


Vínculo de 1er especie restringe desplaz. En “Y” y lo permite en “X” y giro

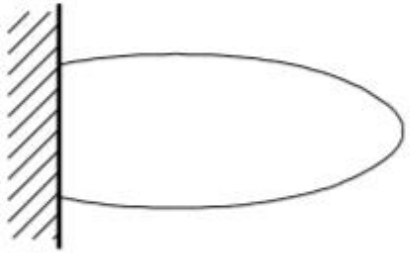


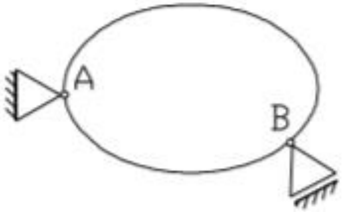
Vínculo de 2da especie restringe desplaz. En “”X” e “Y” y permite giro

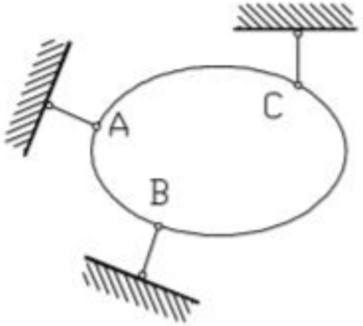




2da especie: Impide despl en Y y el giro. Permite despl. en

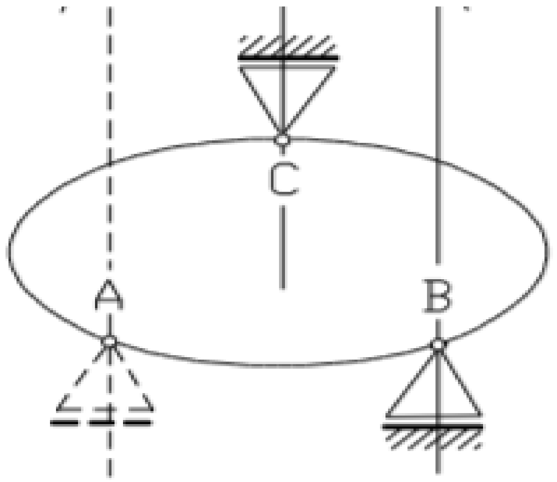




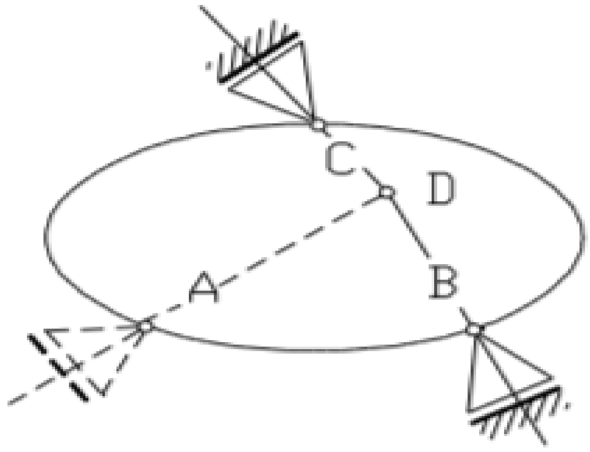


Vínculos de 3er especie: Restringen los 3 grados de libertad en el plano.

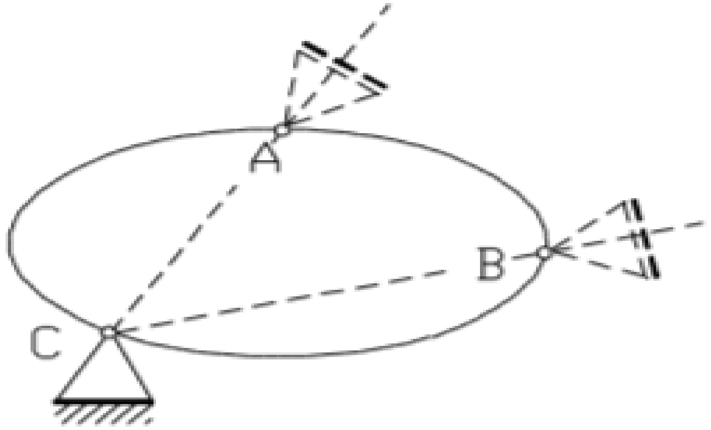
Debe verificarse la Eficiencia en la ubicación de los apoyos para asegurar condición de Isostaticidad.



Apoyo A no sería eficiente porque permite despl. Horizontal

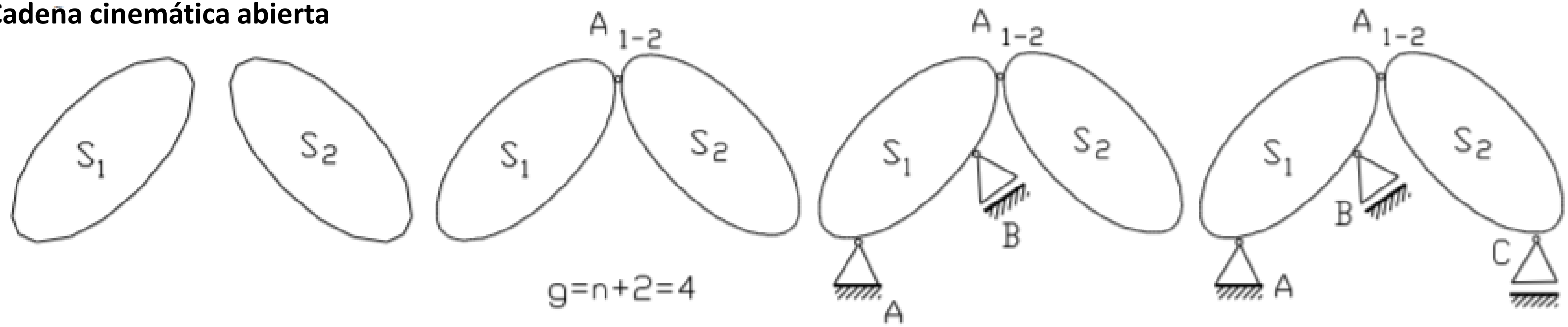


Apoyo A no sería eficiente porque permite giro en D

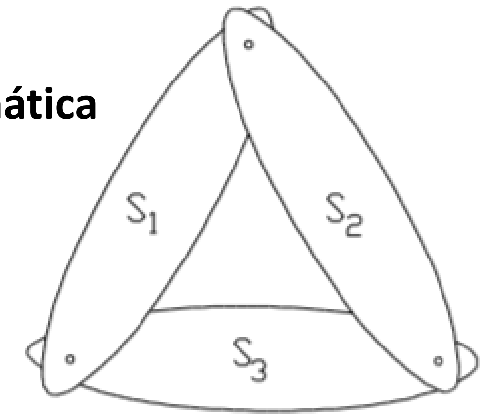


Apoyos A y/o B no serían eficientes porque permiten giro en C

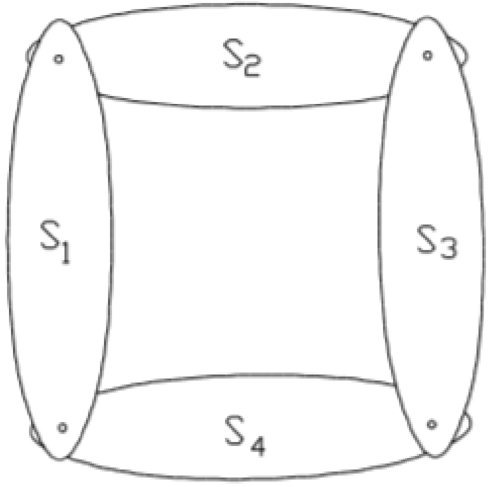
Cadena cinemática abierta



Cadena cinemática cerrada

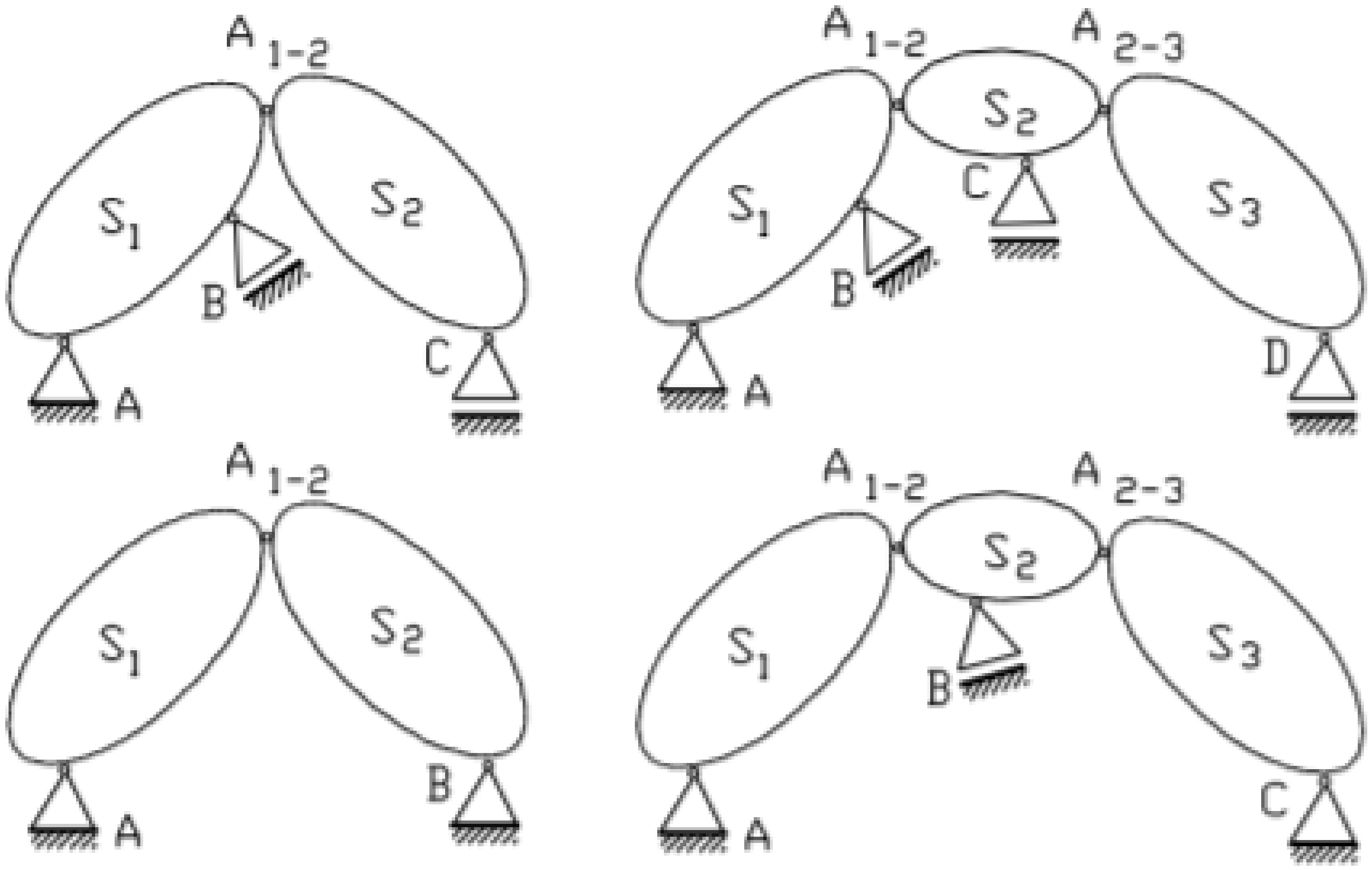


$g=n=3$



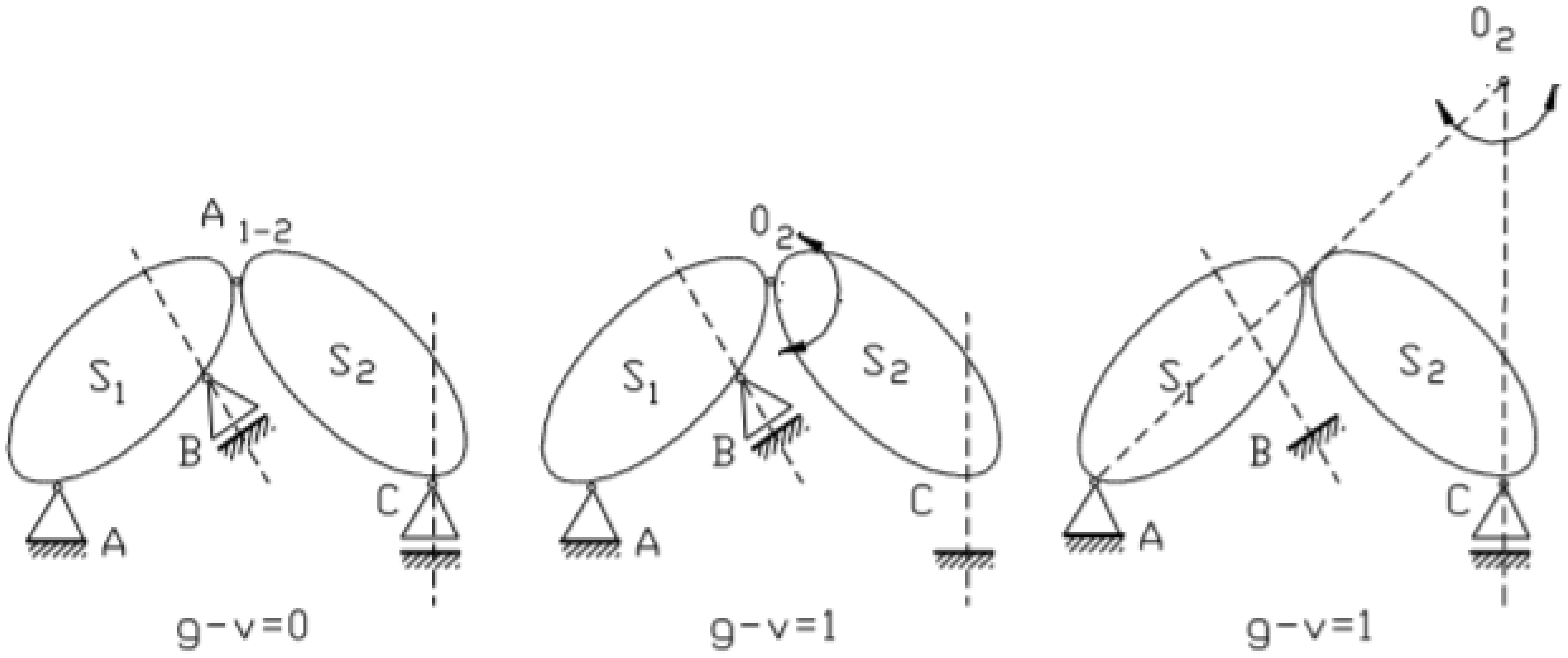
$g=n=4$

En Cadena Cinemática debemos colocar tantos vínculos como grados de libertad posea el sistema para dar Isostaticidad.



$n=2;\ g=4;\ v=4$ $\qquad$ $n=3;\ g=5;\ v=5$

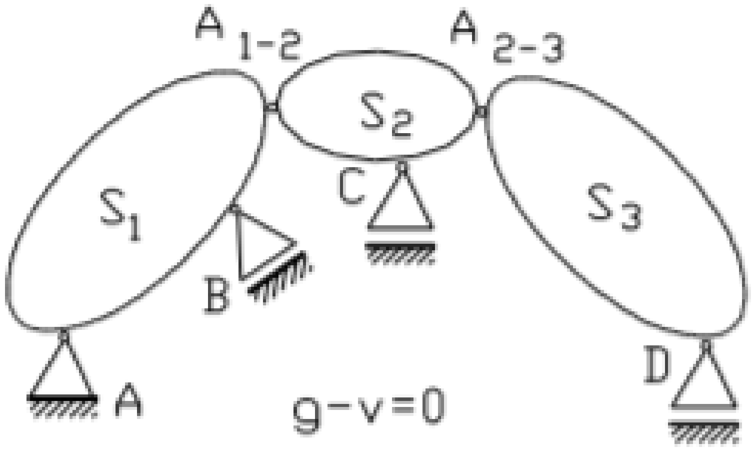
Al sacar cada vínculo voy poniendo en evidencia el desplazamiento que el mismo restringe al conjunto

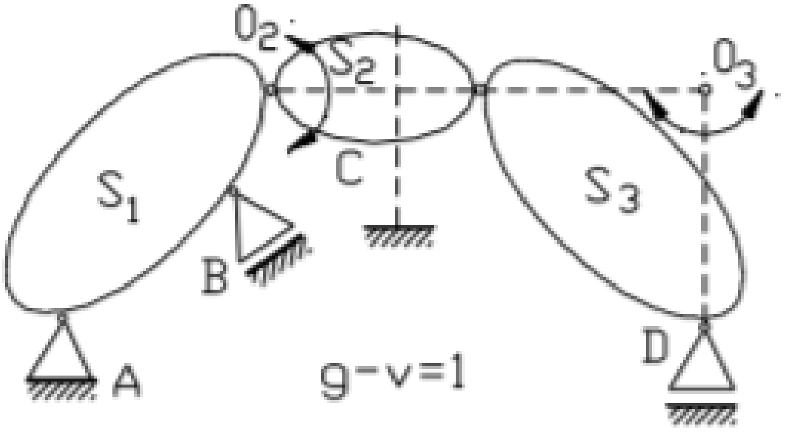


Falta de apoyo C permite giro chapa S2 en O2

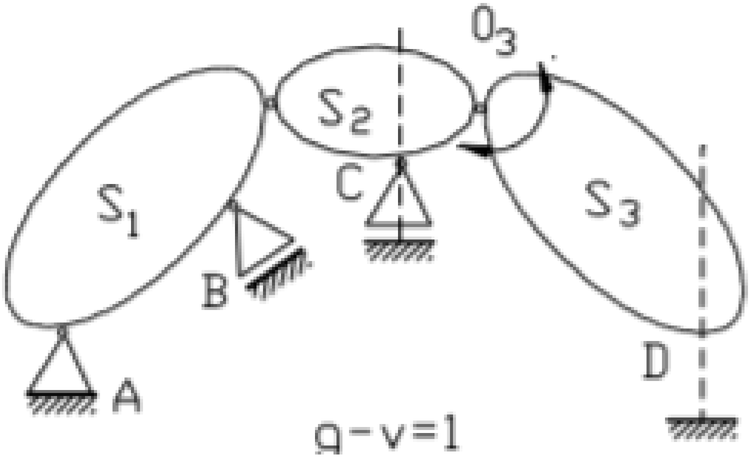
Falta de apoyo B permite giro de chapa S2 respecto de O2

Al sacar cada vínculo voy poniendo en evidencia el desplazamiento que el mismo restringe al conjunto





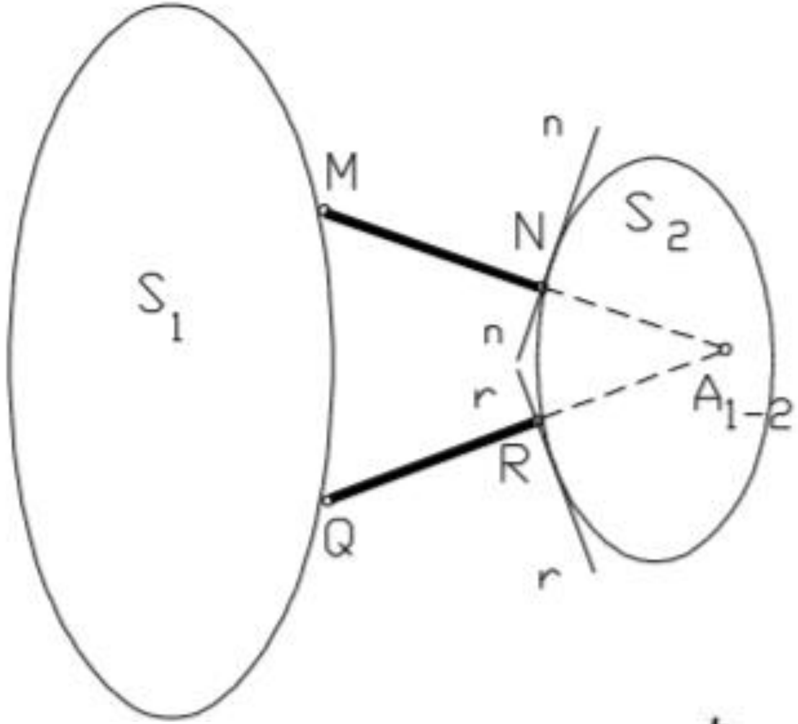
Al sacar C permite girar chapa S2 en O2.
Y además chapa S3 podría girar en O3 al desplazarse horizontalmente en D.

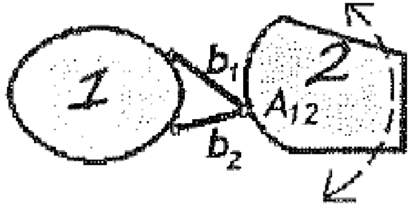


Al sacar D puede girar chapa S3 en O3

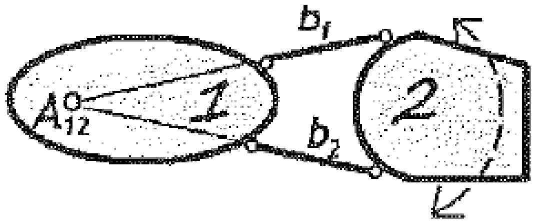
Vinculación entre dos chapas a través de bielas.

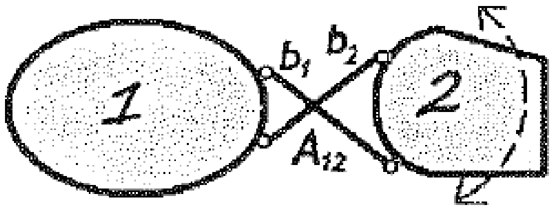
La articulación relativa entre S1 y S2 es ficticia en el punto A1-2 donde se cruza la prolongación de las bielas



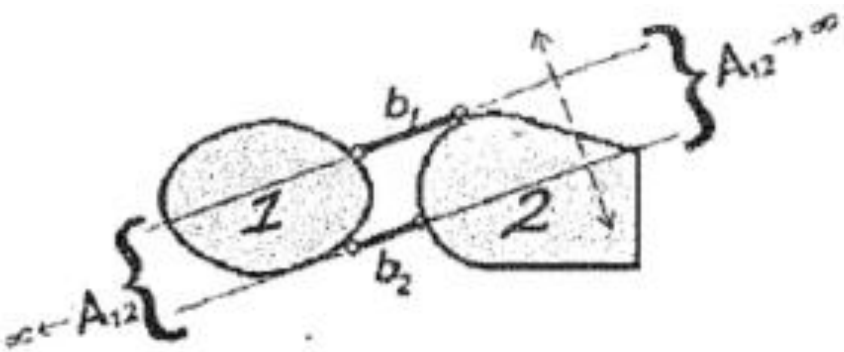


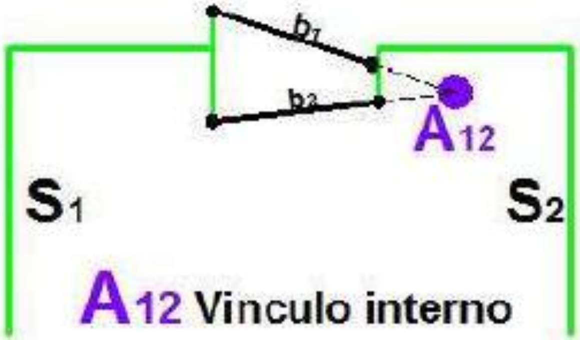
Articulación real

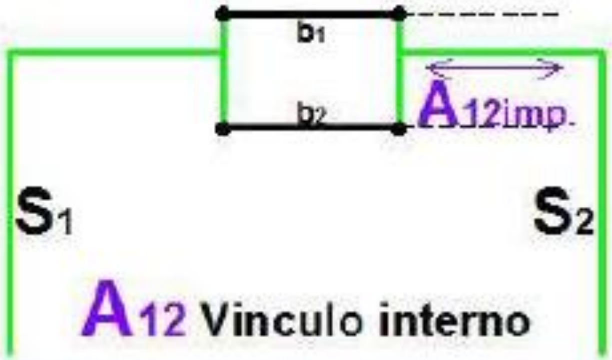




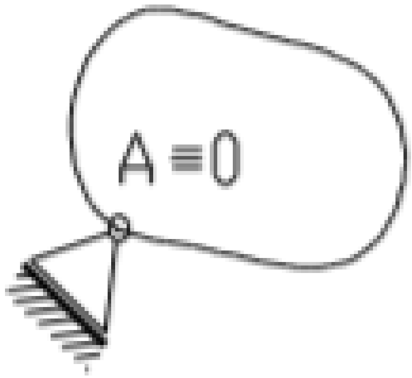
Articulación ficticia

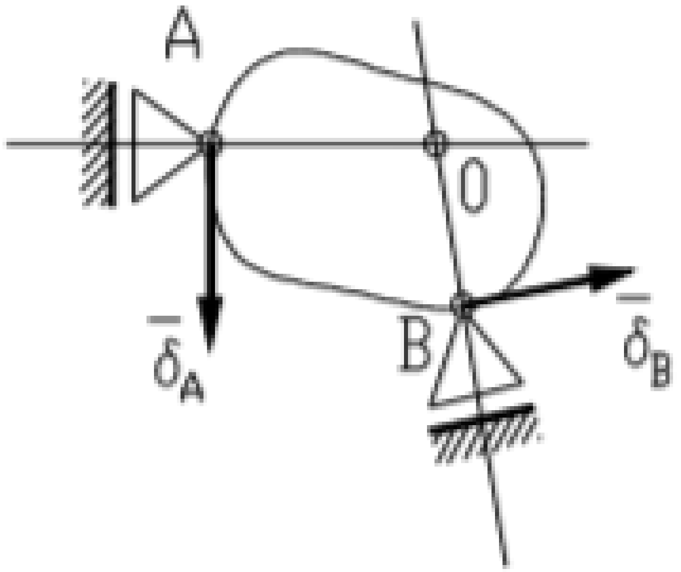


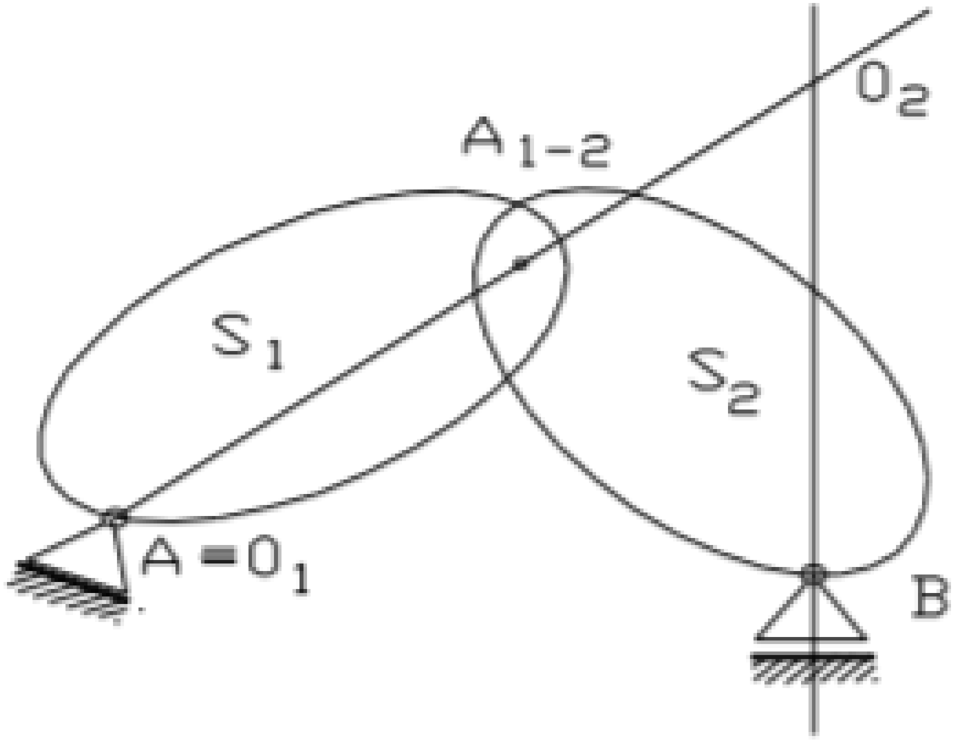


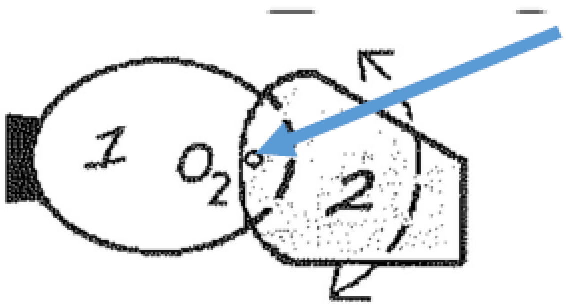


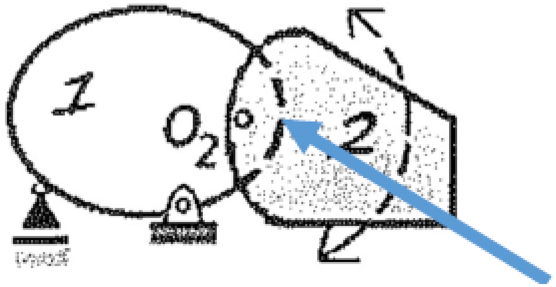
Determinación de Polos en Sistemas de 1 grado de libertad



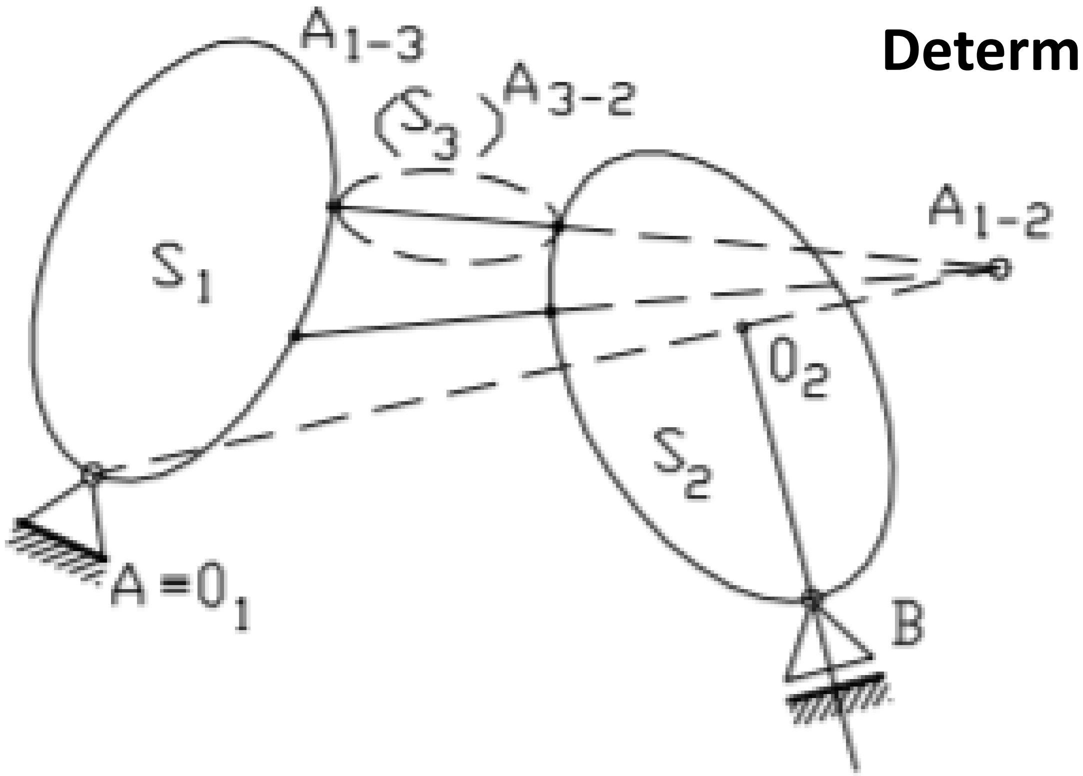


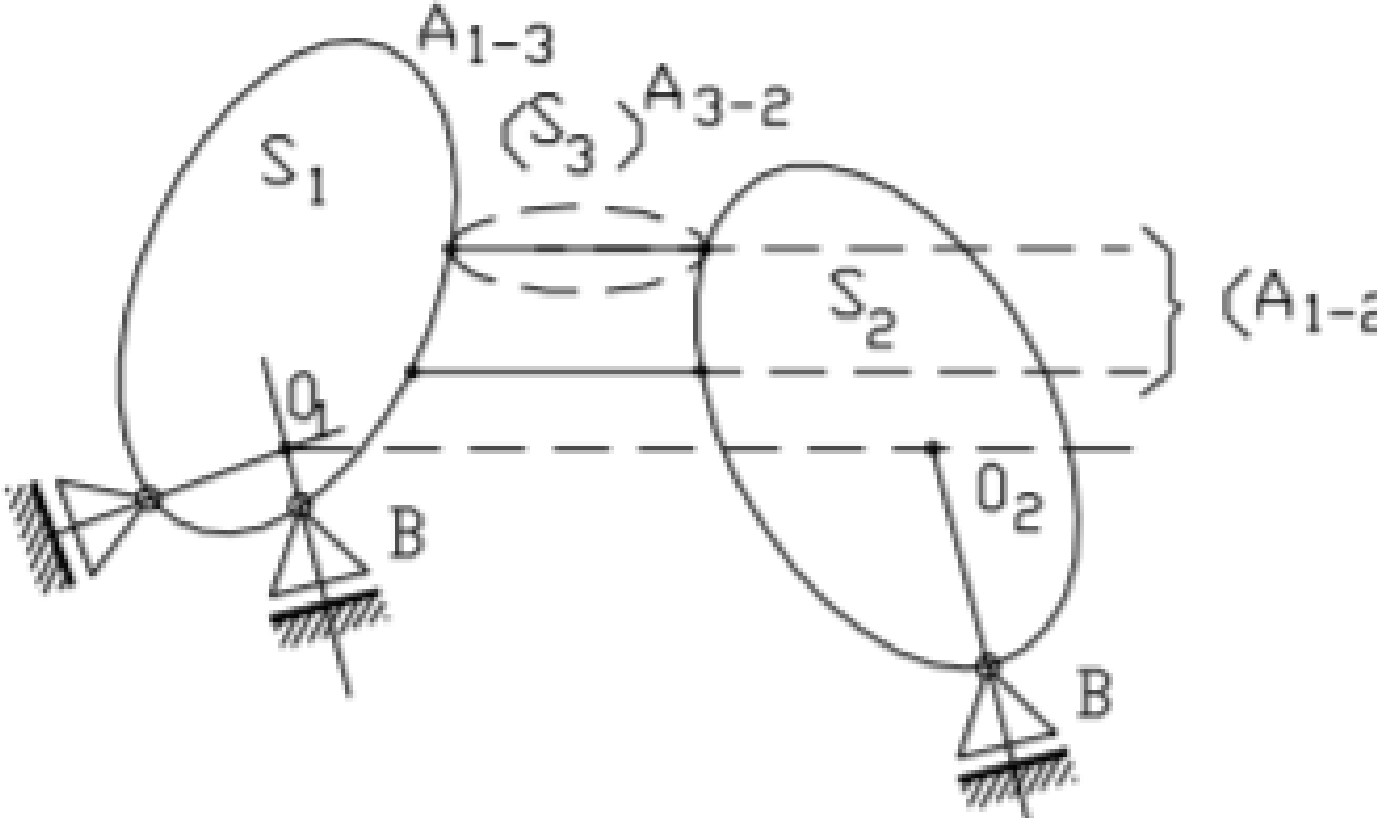






Determinación de Polos en Sistemas de 1 grado de libertad

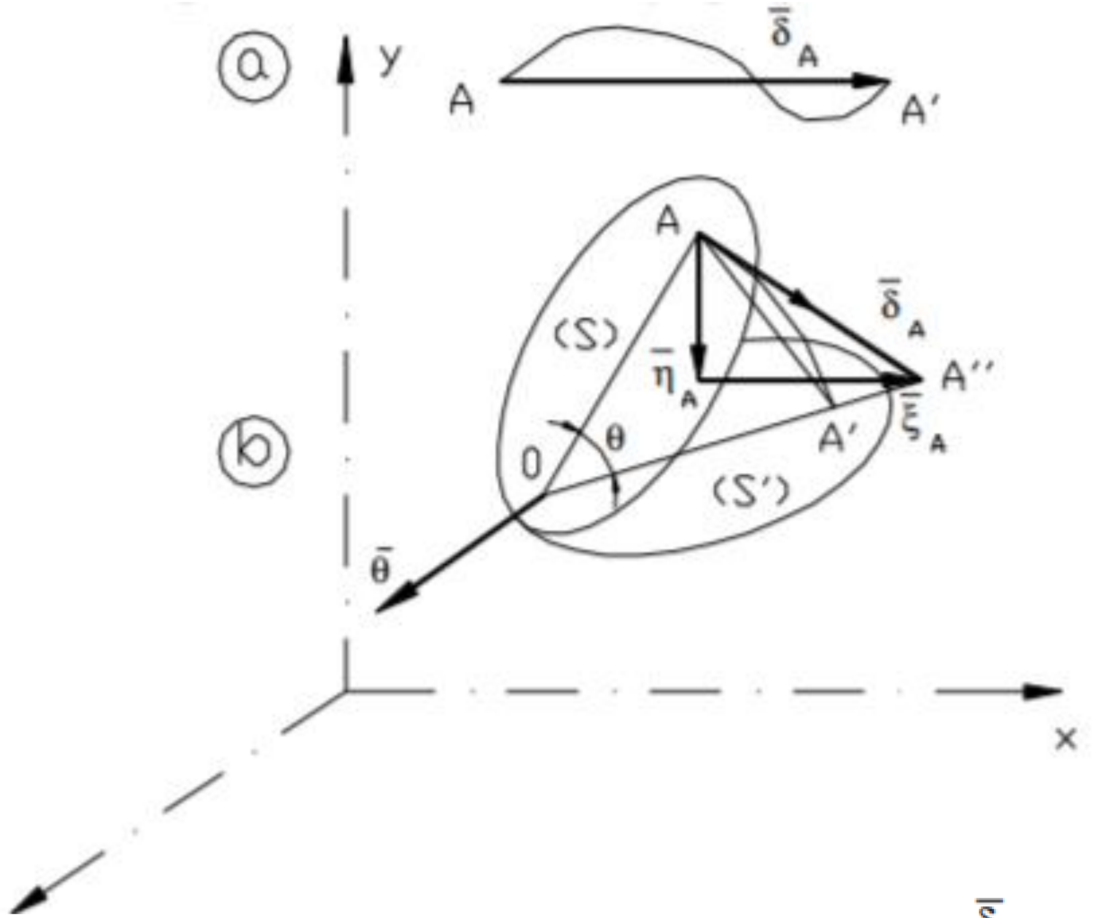




UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERIA en acción continua...

Desplazamiento de la chapa rígida en el plano XY respecto del polo O

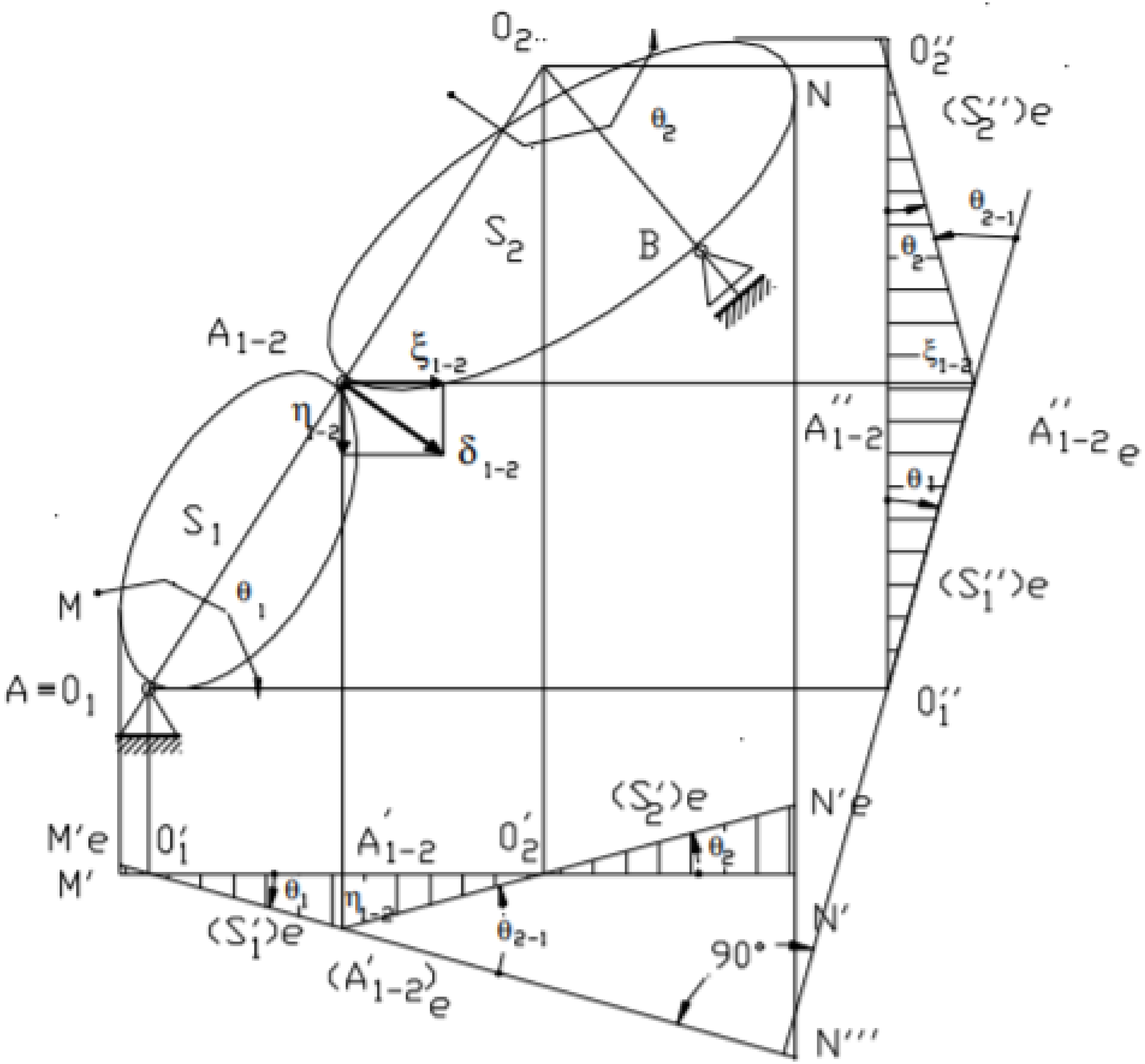


$$\delta_A = AA'' = OA\ .\ \mathrm{tang}\ \theta = OA\ .\ \theta = AO\ .\ \theta$$

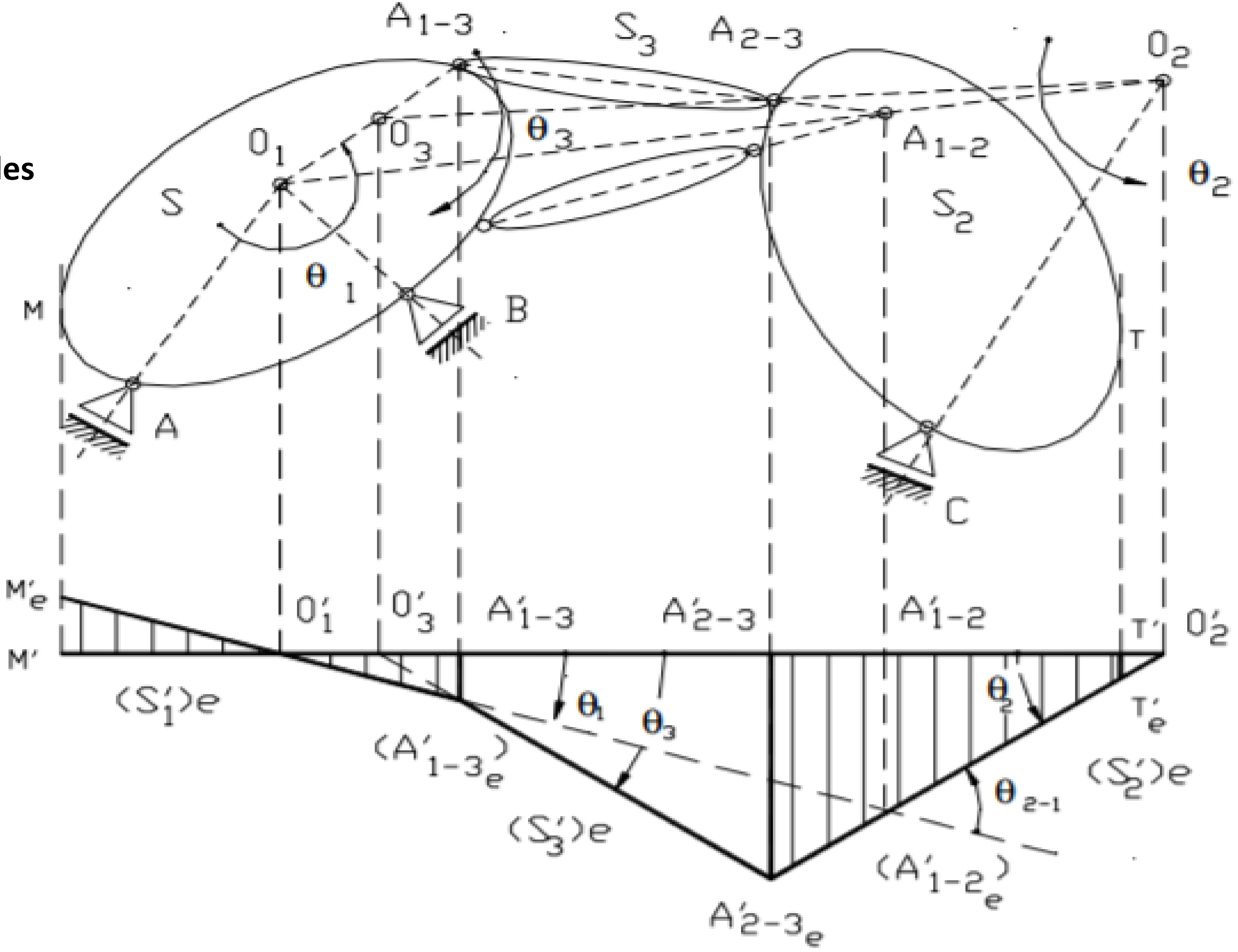
$$\bar{\delta}_A = \overline{AO} \wedge \bar{\theta} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_0 - x_A & y_0 - y_A & 0 \\ 0 & 0 & -\theta \end{vmatrix}$$

$$\bar{\delta}_A = -(y_0 - y_A).\ \theta\ \ \bar{i} + (x_0 - x_A).\ \theta\ \ \bar{j} \quad \text{con:} \quad \begin{cases} \xi_A = -(y_0 - y_A).\theta = (y_A - y_0).\theta \\ \eta_A = (x_0 - x_A).\theta = -(x_A - x_0).\theta \end{cases}$$

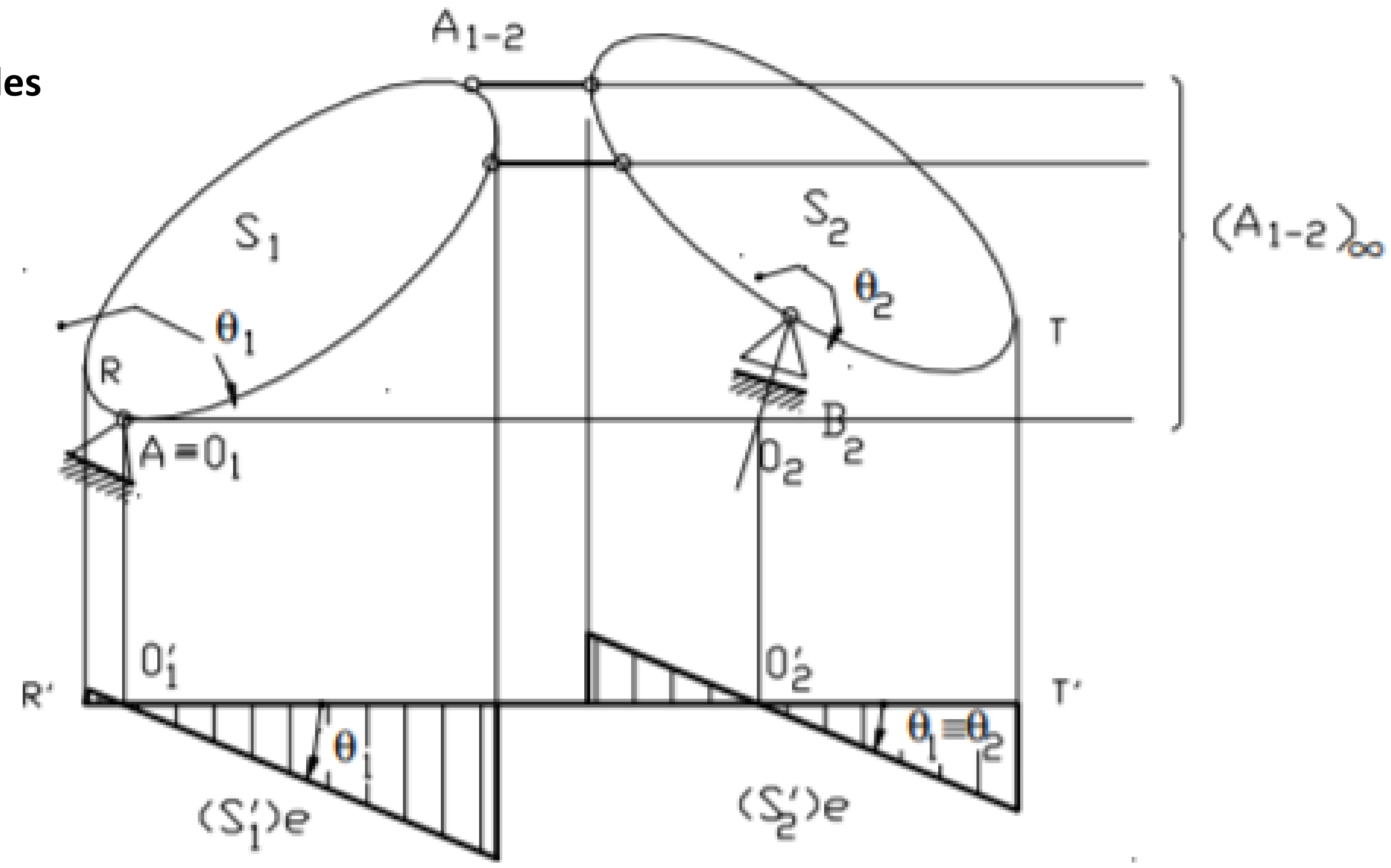
Diagramas de Desplazamientos Virtuales en Cadena Cinemática con 1 grado de libertad



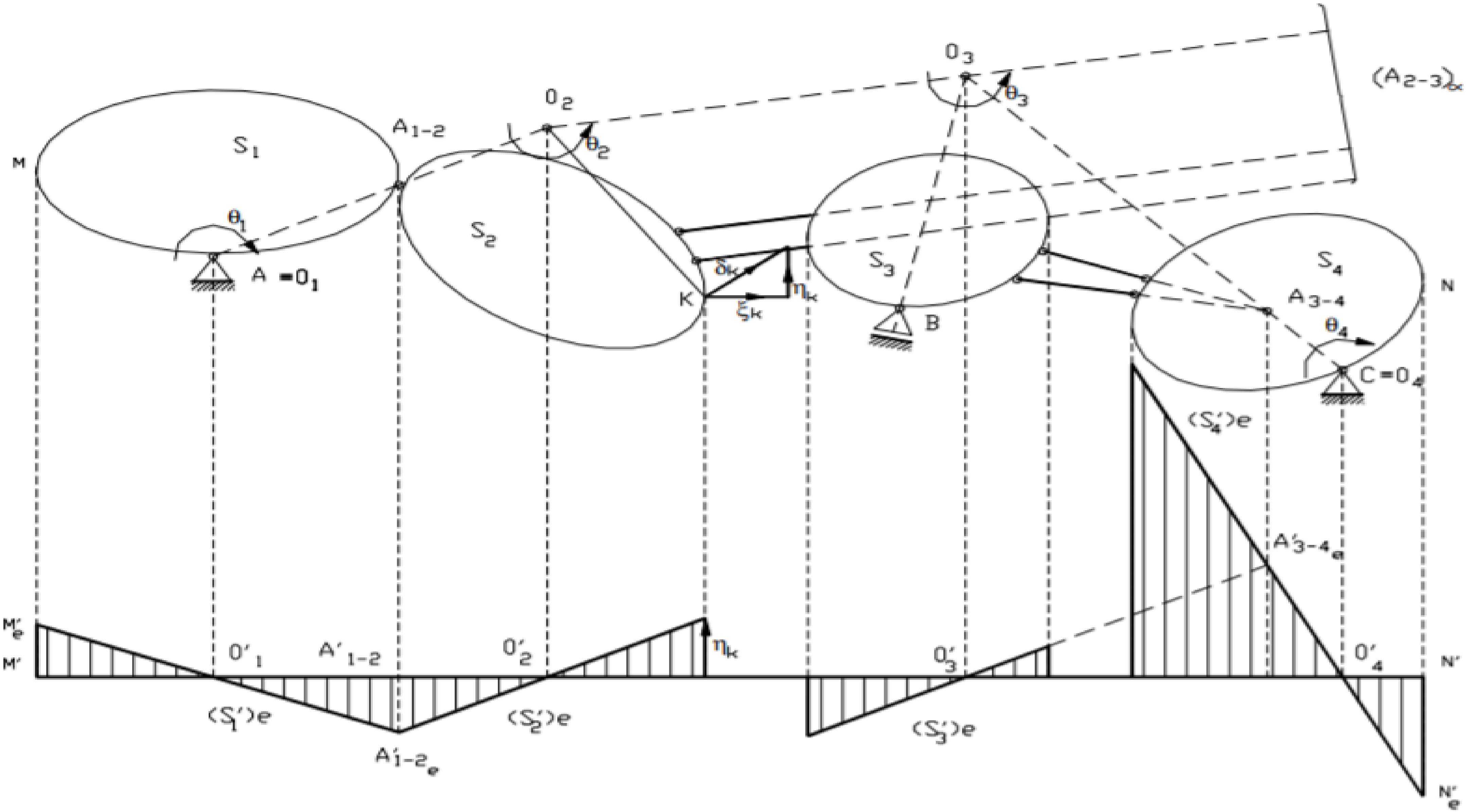
Diagramas de Desplazamientos Virtuales en Cadena Cinemática con 1 grado de libertad



Diagramas de Desplazamientos Virtuales
en Cadena Cinemática
con 1 grado de libertad

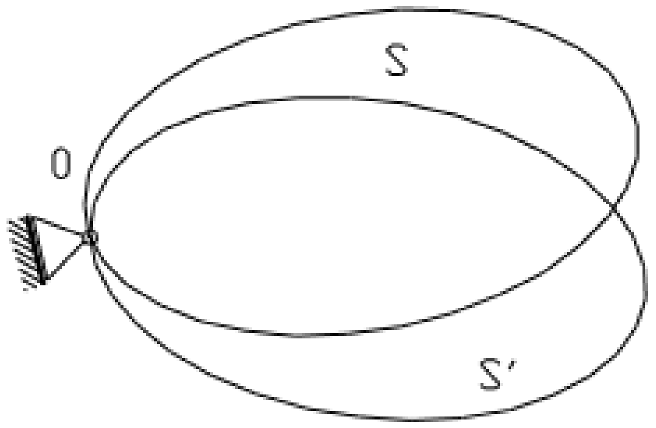


Diagramas de Desplazamientos Virtuales en Cadena Cinemática con 1 grado de libertad

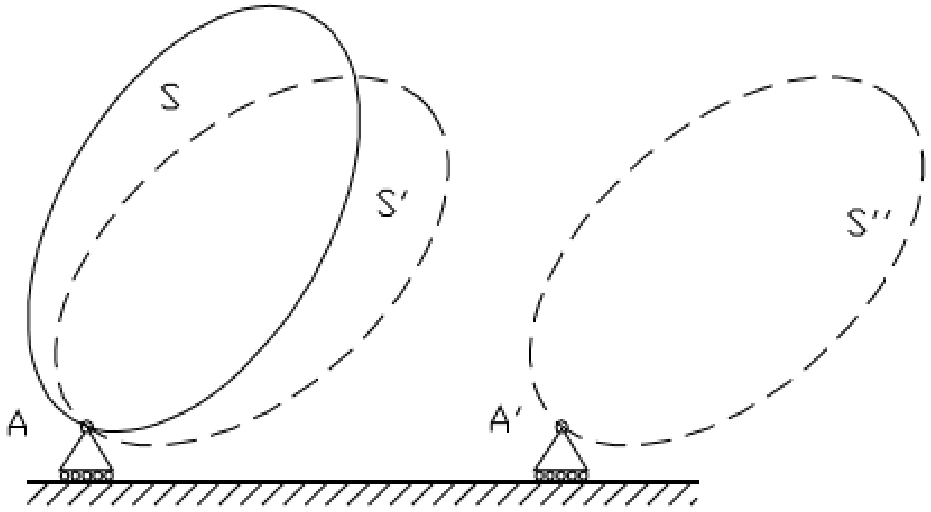


Desplazamiento virtual

Se trata de desplazamientos “infinitésimos” que son compatibles con las condiciones de vínculo que faltan restringir

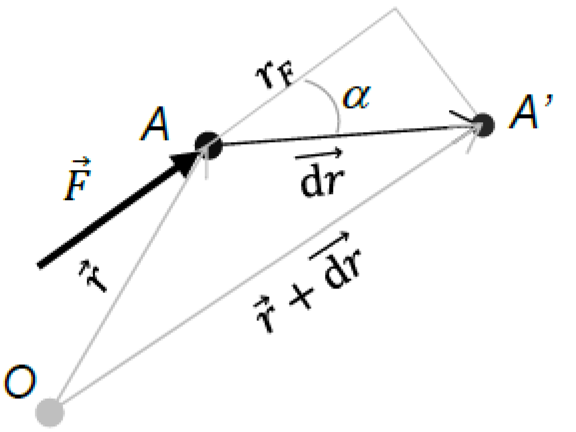


En este caso la chapa gira alrededor del polo O.



En este otro se ha puesto en evidencia el giro en polo “A” y el desplazamiento permitido en sentido horizontal.

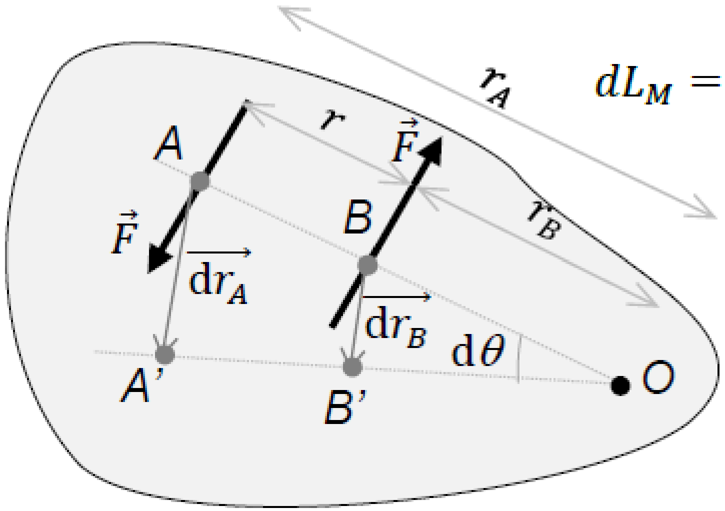
Trabajo de una fuerza



$$dL_F = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dr}$$

$$dL_F = |\vec{F}|\ |\overrightarrow{dr}| \cdot \cos(\alpha) = \mathbf{F} \cdot r_F$$

Trabajo de un momento



$$dL_M = \mathbf{M} \cdot d\theta$$

$$dr_A = r_A \cdot sen(d\theta) \quad ; \quad dr_B = r_B \cdot sen(d\theta)$$

$$dr_A \cong r_A \cdot d\theta \quad ; \quad dr_B \cong r_B \cdot d\theta$$

$$dL_A = \mathbf{F} \cdot dr_A \cdot \cos(d\theta) \quad ; \quad dL_B = -\mathbf{F} \cdot dr_B \cdot \cos(d\theta)$$

$$dL_A \cong \mathbf{F} \cdot dr_A \cong \mathbf{F} \cdot r_A \cdot d\theta$$

$$dL_B \cong -\mathbf{F} \cdot dr_B \cong -\mathbf{F} \cdot r_B \cdot d\theta$$

$$dL_M = dL_A + dL_B = \mathbf{F} \cdot r_A \cdot d\theta - \mathbf{F} \cdot r_B \cdot d\theta$$

$$dL_M = \mathbf{F} \cdot d\theta \cdot (r_A - r_B)$$

$$r = r_A - r_B$$

$$dL_M = \mathbf{F} \cdot d\theta \cdot r$$

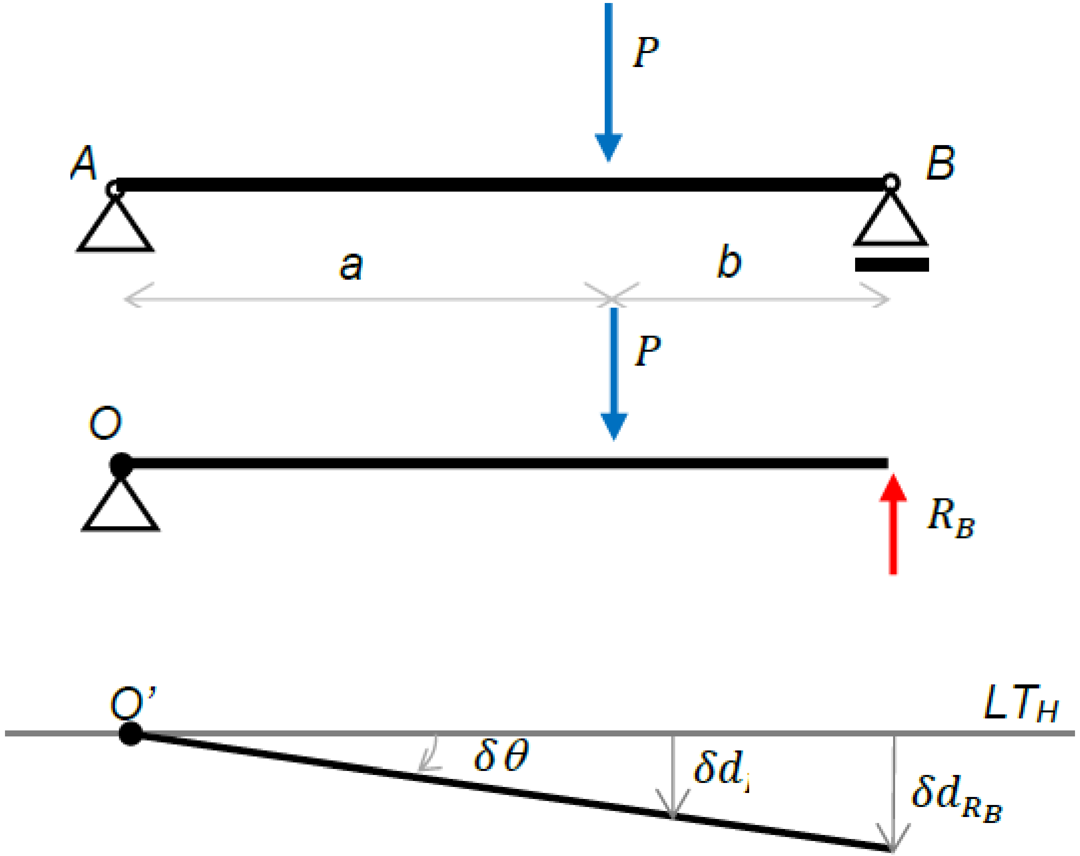
Principio de los Trabajos Virtuales.

El Principio de Trabajos Virtuales establece la igualdad entre trabajo de las cargas o acciones exteriores y el trabajo de las fuerzas internas en barras, aún cuando una de las variables es virtual.

Dado un sistema sometido a un sistema de fuerzas en equilibrio, llamado sistema estático o equilibrado, si se aplica una deformación virtual, el trabajo de las fuerzas exteriores debido a esa deformación virtual es igual al trabajo interno de deformación.

$$\int \delta L_i = \int \delta L_e$$

Aplicación del Principio de los Trabajos



$$\sum L = L_P + L_{R_B} = P \cdot \delta d_P + (-R_B \cdot \delta d_{RB}) = 0$$

$$P \cdot \delta\theta \cdot a - R_B \cdot \delta\theta \cdot (a+b) = 0$$

$$\delta\theta \cdot (P \cdot a - R_B \cdot (a+b)) = 0$$

$$P \cdot a - R_B \cdot (a+b) = 0$$

$$\boxed{R_B = \frac{P \cdot a}{(a+b)}}$$