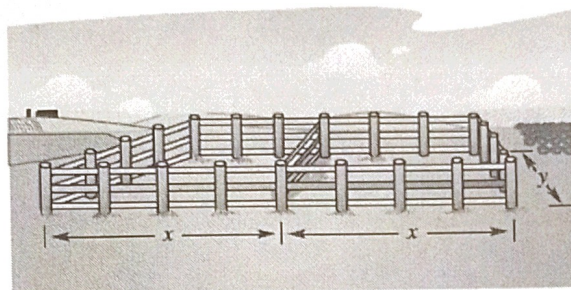


Nombre y apellido:.....
Legajo o DNI y carrera:.....

Segundo Examen Parcial-TEMA 4
Análisis Matemático I-FI-UNCUYO-2 de Junio de 2025

Instrucciones. Desarrolle detalladamente los ejercicios para obtener el puntaje completo. Puede trabajar con lápiz. Para aprobar, debe obtener un mínimo de 60 puntos.

- (1) (10 pts.) Enuncie la definición de linealización de f en a , explicitando la o las condiciones en f . Realice un gráfico para interpretar dicho concepto.
- (2) (15 pts.) Un ganadero tiene 400 metros de cercado con los cuales delimita dos corrales rectangulares adyacentes (ver la figura). ¿Qué dimensiones deben utilizarse de manera que el área delimitada será máxima?



- (3) (15 pts.) Calcule:

$$\int x \ln(x) dx =$$

- (4) (10 pts.) Determine la derivada de $y = \operatorname{sen}^{-1}(x)$, $x \in (-1, 1)$, utilizando la fórmula de la derivada de funciones inversas.

- (5) (15 pts.) Encuentre el siguiente límite, primero escribiéndolo en forma de cociente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{sen}(x)} - \frac{1}{x} \right) =$$

- (6) (20 pts.) Calcule

$$\int_0^{\infty} 2xe^{-x^2} dx =$$

- (7) (15 pts.) Determine la longitud de la curva

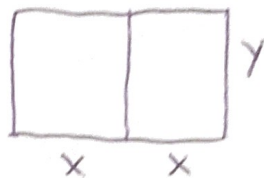
$$y = x^{3/2}$$

para $x \in [1, 2]$.

Tema 4

1) Teoría

2) Perímetro $P = 4x + 3y = 400$



Despejamos una variable

$$y = \frac{400}{3} - \frac{4}{3}x$$

Función a maximizar

$$A = x \cdot y$$

$$A(x) = x \cdot \left(\frac{400}{3} - \frac{4}{3}x \right)$$

$$= \frac{400}{3}x - \frac{4}{3}x^2$$

Puntos críticos

$$A'(x) = \frac{400}{3} - \frac{8}{3}x = 0$$

$$x = 50 \text{ m}$$

Derivada segunda

$$A''(x) = -\frac{8}{3} < 0$$

$$A''(50) < 0 \Rightarrow A \text{ tiene máx. en } x = 50 \text{ m}$$



Luego

$$y = \frac{400}{3} - \frac{4}{3} \cdot 50 = \frac{250}{3} \text{ m.}$$

3)

$$\int x \cdot \ln x \, dx$$

Observar que es una integral de un producto y que no hay composición. Así, resolvemos por partes:

$$u = \ln x, \quad du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = x, \quad v = \frac{x^2}{2}$$

Luego

$$\int x \cdot \ln x \, dx = \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx$$

simplificar

$$= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \int x \, dx$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} + C$$

$$= \ln x \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{1}{4} x^2 + C.$$

4) Derivadas de funciones inversas:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

$$f(x) = \operatorname{sen} x$$

$$f'(x) = \operatorname{cos} x$$

Usamos

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$= \frac{1}{\operatorname{cos}(\operatorname{sen}^{-1}(x))}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2(\operatorname{sen}^{-1}(x))}}$$

Usamos

$$\operatorname{sen}(\operatorname{sen}^{-1}(x)) = x$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$\sqrt{1 - x^2}$$

5)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin x \cdot x} \xrightarrow{0} \text{indeterminación}$$

$$\begin{array}{l} \text{Por vez de} \\ \text{L'Hopital} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\cos x \cdot x + \sin x} \xrightarrow{0}$$

$$\begin{array}{l} \text{L'Hopital} \\ \text{de nuevo} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{+\sin x}{-\sin x \cdot x + \cos x + \cos x}$$

$$= \frac{0}{2} = 0.$$

6)

$$\int_0^{\infty} 2x e^{-x^2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b 2x e^{-x^2} dx \quad \left. \begin{array}{l} \text{hay una} \\ \text{composición,} \\ \text{usamos} \\ \text{sustitución} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} u = -x^2 \\ du = -2x dx \\ -du = 2x dx \end{array}$$

$$= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^{-b^2} -e^u du$$

$$= - \lim_{b \rightarrow \infty} e^u \Big|_0^{-b^2}$$

$$= - \lim_{b \rightarrow \infty} (e^{-b^2} - 1) = 1$$

7)

$$L = \int_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{2}x^{1/2}\right)^2} dx = \int_1^2 \sqrt{1 + \frac{9}{4}x} dx = \frac{4}{9} \int_{\frac{13}{4}}^{\frac{11}{2}} \sqrt{u} du = \dots$$

$$u = 1 + \frac{9}{4}x$$

$$du = \frac{9}{4}dx$$