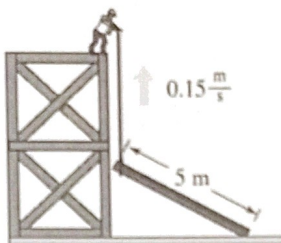


Nombre y apellido:.....
Legajo o DNI y carrera:.....

Segundo Examen Parcial-TEMA 2
Análisis Matemático I-FI-UNCUYO-2 de Junio de 2025

Instrucciones. Desarrolle detalladamente los ejercicios para obtener el puntaje completo. Puede trabajar con lápiz. Para aprobar, debe obtener un mínimo de 60 puntos.

- (1) (10 pts.) Enuncie el teorema fundamental del cálculo, parte 2.
- (2) (15 pts.) Un obrero levanta, con ayuda de una soga, un tablón de 5 metros hasta lo alto de un edificio en construcción (ver la figura). Suponer que el otro extremo del tablón sigue una trayectoria perpendicular a la pared y que el obrero mueve el tablón a razón de 0.15 metros por segundo. ¿A qué ritmo desliza por el suelo el otro extremo cuando está a 2.5 metros de la pared?



- (3) (15 pts.) Calcule:

$$\int_0^1 \frac{x^3}{(x^4 + 2)^2} dx =$$

- (4) (15 pts.) Resuelva:

$$\int_0^3 \frac{1}{(x-3)^2} dx =$$

- (5) (15 pts.) La región entre la curva $y = \sqrt{\tan(x)}$ y el eje x en el intervalo $[\pi/8, \pi/4]$ se hace girar alrededor del eje x . Determine el volumen del sólido.

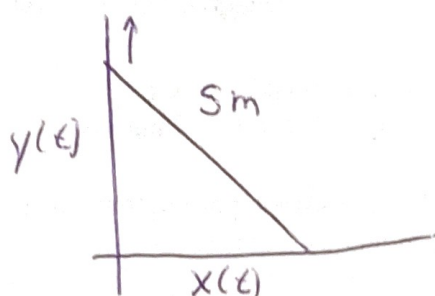
- (6) (10 pts.) Determine la derivada de $y = \ln(\sinh(x))$.

- (7) (20 pts.) Encuentre el área de la región encerrada por $y = x \cdot \cos(x)$ y el eje x para $x \in [\pi/2; 3\pi/2]$.

Tema 2

1) Teoría

2)



Datos

$$y'(t) = 0.15 \text{ m/s}$$

Buscamos $x'(t)$ cuando $x(t) = 2.5 \text{ m}$

Planteamos

$$5^2 = [y(t)]^2 + [x(t)]^2 \quad (1)$$

Derivamos

$$0 = 2y(t) \cdot y'(t) + 2x(t) \cdot x'(t)$$

$$-\frac{y(t) y'(t)}{x(t)} = x'(t)$$

Resto calcular $y(t)$ cuando $x(t) = 2.5$. A partir de (1)

tenemos

$$y(t) = \sqrt{25 - (2.5)^2} = 4.33 \text{ m}$$

Así

$$x'(t) = -\frac{4.33 \cdot 0.15}{2.5} \text{ m/s}$$

3)

$$\int_0^1 \frac{x^3}{(x^4+2)^2} dx = \frac{1}{4} \int_2^3 \frac{du}{u^2} = \frac{1}{4} \int_2^3 u^{-2} du$$

hay una composición,
resolveremos por
sustitución

$$\begin{aligned} u &= x^4 + 2 \\ du &= 4x^3 dx \end{aligned} \quad \left| \quad = \frac{1}{4} \frac{u^{-1}}{-1} \right|_2^3 = \dots$$

4)

$$\int_0^3 \frac{1}{(x-3)^2} dx = \lim_{c \rightarrow 3^-} \int_0^c \frac{1}{(x-3)^2} dx$$

$$u = x-3$$

$$du = dx$$

El integrando
es discontinuo
en $x=3$.

Es integral impropia

$$= \lim_{c \rightarrow 3^-} \int_{-3}^{c-3} \frac{1}{u^2} du$$

$$= \lim_{c \rightarrow 3^-} \left. -\frac{1}{u} \right|_{-3}^{c-3}$$

$$= \lim_{c \rightarrow 3^-} \left(-\frac{1}{c-3} + \frac{1}{-3} \right)$$

$\rightarrow +\infty$

$$= +\infty$$

La integral diverge.

5) Por método de discos,

$$V = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \pi \cdot [\sqrt{\tan(x)}]^2 dx = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \pi \cdot \tan(x) dx$$

$$= \cancel{\pi \cdot \sec(x)} = -\pi \cdot \ln |\cos(x)| \Big|_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} = \dots$$

$$\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = - \int \frac{1}{u} du = -\ln |\cos x| + C$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x dx$$

$$6) y = \ln(\sinh(x))$$

$$y' = \frac{1}{\sinh(x)} \cdot \cosh(x)$$

$$= \coth(x).$$

(recordar que la derivada de $y = \sinh(x)$ es $\cosh(x)$.)

$$7) \text{ observar } x \cdot \cos x \neq 0 \text{ en } \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$$

y

$$x \cdot \cos x = 0$$

~~$x \neq 0$~~

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ en el intervalo}$$

Luego, el área pedida es

$$A = \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} x \cdot \cos x \, dx \right| = \left| x \cdot \sin x \right|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x \, dx$$

Resolvemos por partes

$$u = x \quad du = dx$$

$$dv = \cos x \, dx \quad v = \sin x$$

$$= \left| -\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + \cos x \right|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}$$

$$= \pi.$$