

Nombre y apellido:.....  
Legajo y carrera.....:  
Situación aplicada elegida.....:

Examen Final: Alumno Libre  
Análisis Matemático I-FI-UNCUYO  
17 de Junio de 2025

**Instrucciones. Desarrolle detalladamente los ejercicios** para obtener el puntaje completo. Puede trabajar con lápiz. Tiene 2 horas para desarrollar el examen.

**Nota final= 0.5 x (Puntaje total examen escrito) + 0.5 x (Puntaje total examen oral)**

- (1) (a) **(5 pts.)** Enuncie el Teorema Fundamental del Cálculo, parte 2.  
(b) **(10 pts.)** Demuestre el Teorema Fundamental del Cálculo, parte 2.  
(2) **(10 pts.)** Determine, aplicando algún criterio, si la siguiente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

- (3) **(10 pts.)** Determine un desarrollo en serie de Taylor centrado en  $x = 0$  de la función:

$$f(x) = \frac{2}{1 + 2x^2}.$$

Encuentre el intervalo de convergencia justificando adecuadamente.

- (4) **(10 pts.)** Resuelva:

$$\int x \cdot \text{sen}(x) dx =$$

- (5) **(10 pts.)** Calcule:

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

- (6) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4$$

determine:

- (a) **(10 pts.)** intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ ;  
(b) **(3 pts.)** extremos locales;  
(c) **(10 pts.)** intervalos de concavidad;  
(d) **(2 pts.)** puntos de inflexión.  
(7) **(10 pts.)** Determine las dimensiones de un cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en una esfera de radio 1 m.  
(8) **(10 pts.)** Obtenga la linealización de la función  $g(x) = x^3 - x$  en  $x = 1$  y utilícela para aproximar el valor de  $g$  en  $x = 1.01$ .