

Nombre y apellido:.....
Legajo y carrera:.....
Situación aplicada elegida:.....

Examen Final: Alumno Libre
Análisis Matemático I-FI-UNCUYO
17 de Junio de 2025

Instrucciones. Desarrolle detalladamente los ejercicios para obtener el puntaje completo. Puede trabajar con lápiz. Tiene 2 horas para desarrollar el examen.

Nota final= 0.5 x (Puntaje total examen escrito) + 0.5 x (Puntaje total examen oral)

- (1) (a) (5 pts.) Enuncie el Teorema Fundamental del Cálculo, parte 2.
(b) (10 pts.) Demuestre el Teorema Fundamental del Cálculo, parte 2.
- (2) (10 pts.) Determine, aplicando algún criterio, si la siguiente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

- (3) (10 pts.) Determine un desarrollo en serie de Taylor centrado en $x = 0$ de la función:

$$f(x) = \frac{2}{1 + 2x^2}.$$

Encuentre el intervalo de convergencia justificando adecuadamente.

- (4) (10 pts.) Resuelva:

$$\int x \cdot \operatorname{sen}(x) dx =$$

- (5) (10 pts.) Calcule:

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

- (6) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4$$

determine:

- (a) (10 pts.) intervalos de crecimiento y decrecimiento de f ;
- (b) (3 pts.) extremos locales;
- (c) (10 pts.) intervalos de concavidad;
- (d) (2 pts.) puntos de inflexión.
- (7) (10 pts.) Determine las dimensiones de un cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en una esfera de radio 1 m.
- (8) (10 pts.) Obtenga la linealización de la función $g(x) = x^3 - x$ en $x = 1$ y utilícela para aproximar el valor de g en $x = 1.01$.