

Nombre y apellido:.....  
 Legajo y carrera:.....  
 Situación aplicada elegida:.....

Examen Final: Alumno Libre  
 Análisis Matemático I-FI-UNCUYO  
 10 de Febrero de 2025

**Instrucciones.** Desarrolle detalladamente los ejercicios para obtener el puntaje completo. Puede trabajar con lápiz. Tiene 2 horas para desarrollar el examen. Si no realiza algún ejercicio, indíquelo en esta hoja.

**Nota final= 0.5 x (Puntaje total examen escrito) + 0.5 x (Puntaje total examen oral)**

- (1) (a) (5 pts.) Enuncie el teorema del valor medio para derivadas e interprete geométricamente la conclusión del mismo.
- (b) (10 pts.) Pruebe que si  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  es continua en  $[a, b]$ , derivable en  $(a, b)$  y  $f'(x) = 0$  para todo  $x \in (a, b)$ , entonces  $f$  es constante en  $[a, b]$ .
- (2) (10 pts.) Determine, aplicando algún criterio, si la siguiente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n!}.$$

- (3) (10 pts.) Determine el desarrollo en serie de Taylor centrado en  $x = 0$  de la función:

$$f(x) = \arctan(x).$$

Encuentre el intervalo de convergencia justificando adecuadamente.

- (4) (10 pts.) Resuelva:

$$\int_1^2 x^2 \ln(x) dx =$$

- (5) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{2x}$$

determine:

- (a) (10 pts.) todas las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas). En caso de que alguna no exista, explique el motivo.
- (b) (2 pts.) Ecuación de la recta tangente en el punto  $(1; -1)$ .
- (c) (10 pts.) intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ ;
- (d) (3 pts.) extremos locales:

- (6) (10 pts.) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{|x - 2|} = .$$

- (7) (10 pts.) Determine la linealización de  $f(x) = \sqrt{2+x}$  en  $x = 0$  y utilícela para aproximar el valor de  $\sqrt{2.01}$ .

- (8) (10 pts.) Calcule:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{3^{\operatorname{sen}(\theta)} - 1}{\theta} =$$