

Nombre y apellido:.....
Legajo y carrera:.....
Situación aplicada elegida:.....

Examen Final: Alumno Libre
Análisis Matemático I-FI-UNCUYO
10 de Febrero de 2025

Instrucciones. Desarrolle detalladamente los ejercicios para obtener el puntaje completo. Puede trabajar con lápiz. Tiene 2 horas para desarrollar el examen. Si no realiza algún ejercicio, indíquelo en esta hoja.

Nota final= 0.5 x (Puntaje total examen escrito) + 0.5 x (Puntaje total examen oral)

- (1) (a) **(5 pts.)** Enuncie el teorema del valor medio para derivadas e interprete geoméricamente la conclusión del mismo.
(b) **(10 pts.)** Pruebe que si $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ es continua en $[a, b]$, derivable en (a, b) y $f'(x) = 0$ para todo $x \in (a, b)$, entonces f es constante en $[a, b]$.
(2) **(10 pts.)** Determine, aplicando algún criterio, si la siguiente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n!}.$$

- (3) **(10 pts.)** Determine el desarrollo en serie de Taylor centrado en $x = 0$ de la función:

$$f(x) = \arctan(x).$$

Encuentre el intervalo de convergencia justificando adecuadamente.

- (4) **(10 pts.)** Resuelva:

$$\int_1^2 x^2 \ln(x) dx =$$

- (5) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{2x}$$

determine:

- (a) **(10 pts.)** todas las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas). En caso de que alguna no exista, explique el motivo.
(b) **(2 pts.)** Ecuación de la recta tangente en el punto $(1; -1)$.
(c) **(10 pts.)** intervalos de crecimiento y decrecimiento de f ;
(d) **(3 pts.)** extremos locales:
(6) **(10 pts.)** Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{|x - 2|} = .$$

- (7) **(10 pts.)** Determine la linealización de $f(x) = \sqrt{2+x}$ en $x = 0$ y utilícela para aproximar el valor de $\sqrt{2.01}$.

- (8) **(10 pts.)** Calcule:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{3^{\sin(\theta)} - 1}{\theta} =$$