



# CUERPOS RÍGIDOS VINCULADOS

Sistemas planos



# Tipos de vínculos

---

---

1. Vínculos externos.

1.1 Bielas

1.2 Apoyo simple

1.3 Apoyo doble

1.4 Aclaraciones

1.5 Empotramiento y Empotramiento guiado

2. Vínculos internos

2.1 Articulación entre dos chapas

2.2 Articulación con más de dos chapas

2.3 Biela

2.4 Bielas paralelas

2.5 Bielas no paralelas

3. Ejemplo

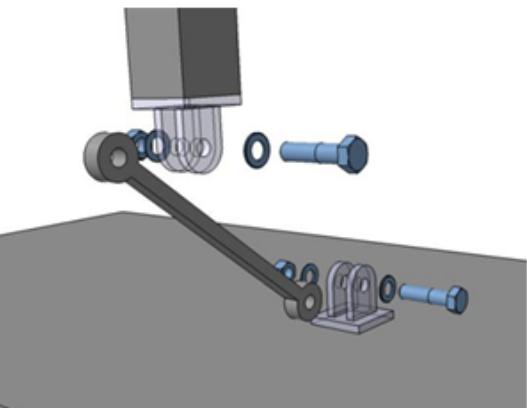
4. Resumen

# 1. Vínculos externos

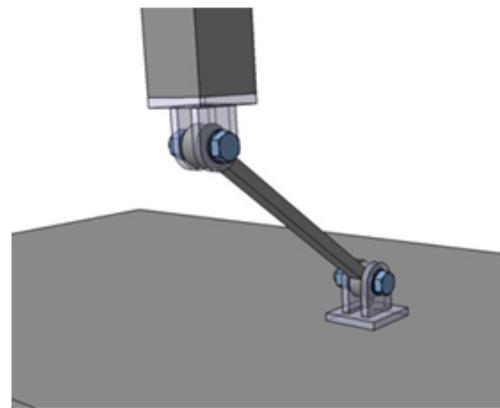
---

## 1.1 Biela

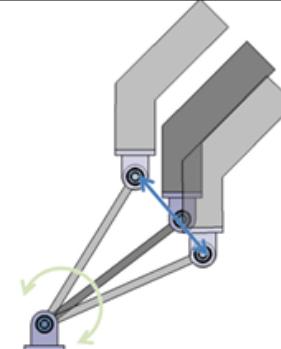
**Biela (chapa articulada-articulada sin carga transversal aplicada)**



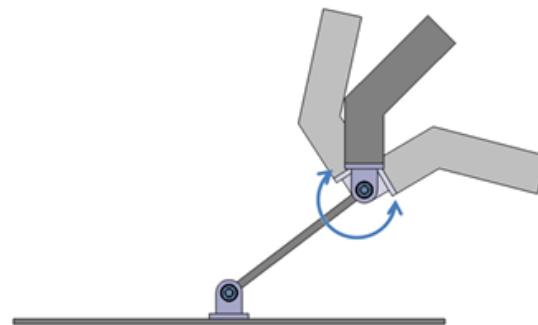
**Biela, componentes.**



**Biela, conjunto.**



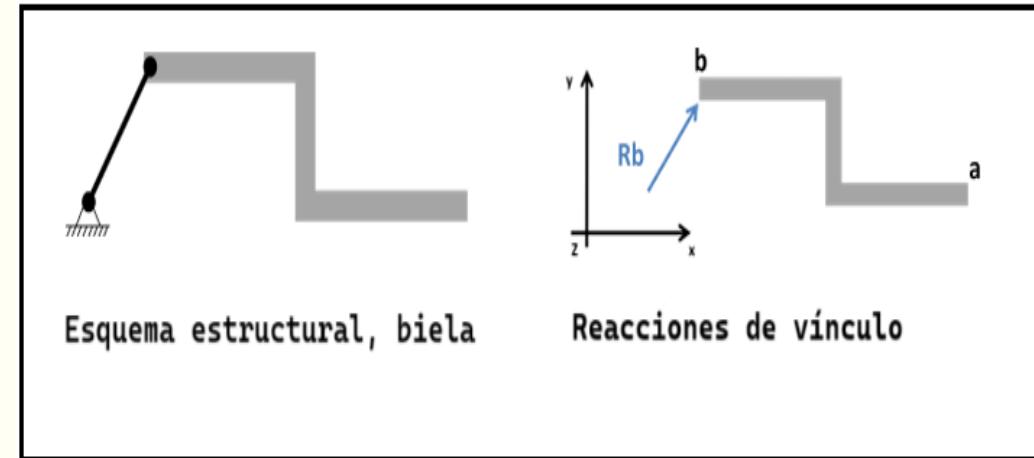
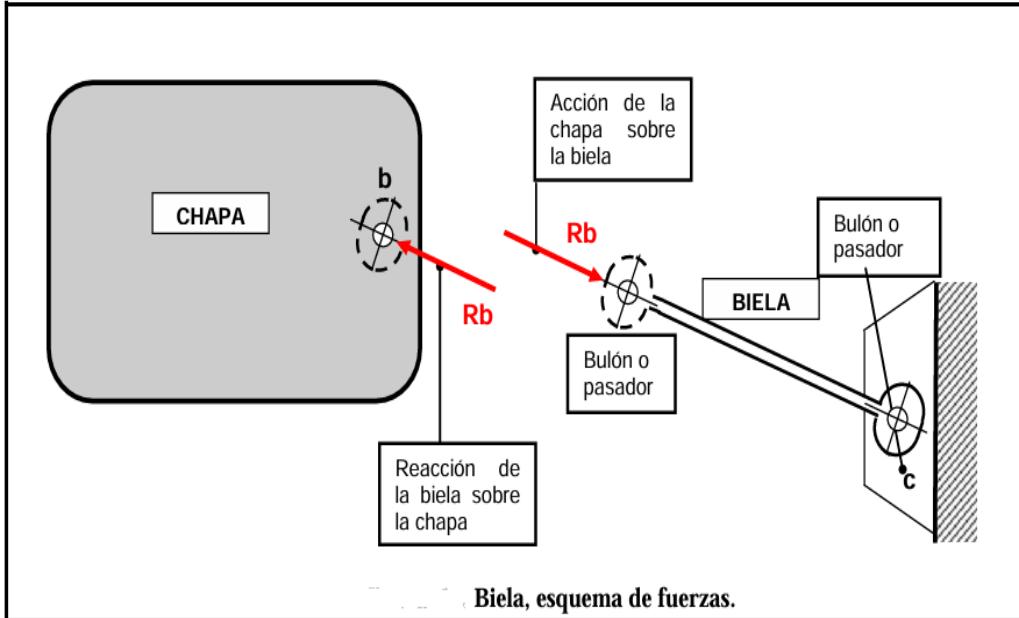
**Biela, mov. permitido (1).**



**Biela, mov. permitido (2).**

# 1. Vínculos externos

---

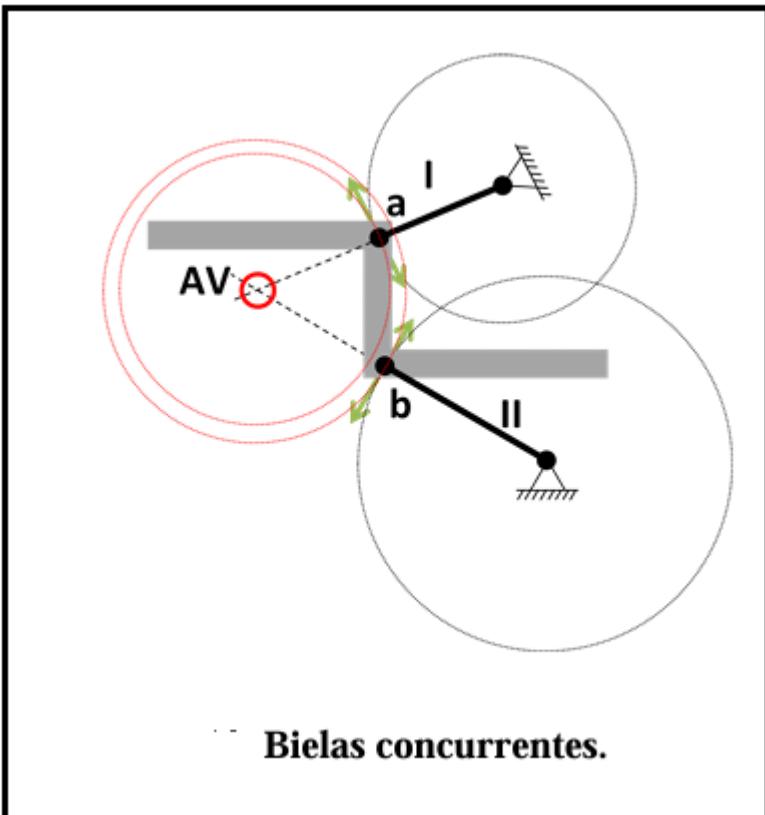


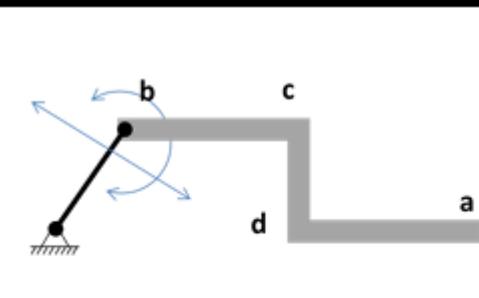
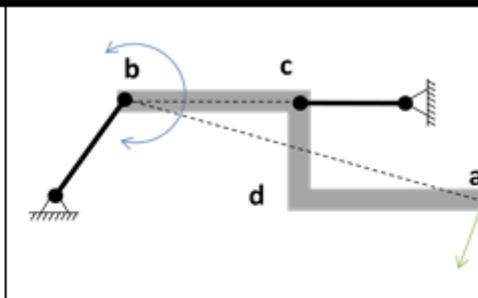
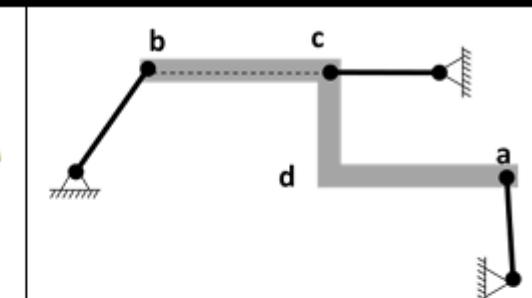
*"Desde un punto de vista cinemático una biela restringe únicamente 1 grado de libertad que corresponde con el desplazamiento en la dirección de su eje longitudinal"*

# 1. Vínculos externos

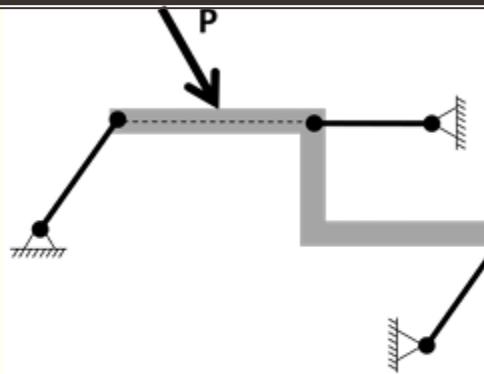
---

---

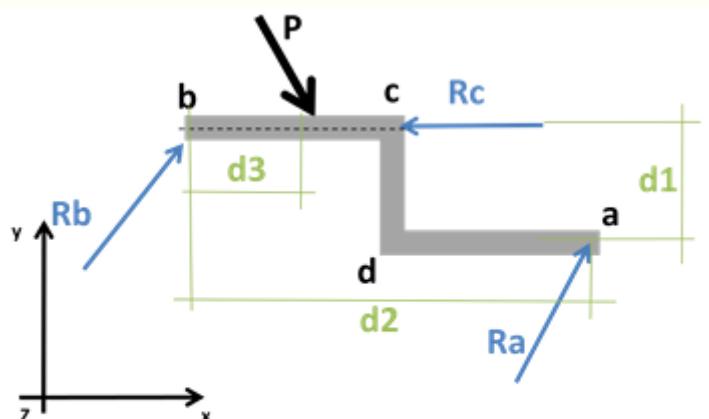


	<p>1) -La biela vinculada a una chapa en el punto "b" deja libres 2GL. -El único sistema de fuerzas activas que permite el equilibrio del sistema es una fuerza que <b>actúe sobre el punto "b"</b> en la <b>dirección de la biela</b>.</p>		<p>2) -Agregando una biela que concurra también al punto b se genera una articulación virtual en "b" que permite, por ejemplo que el punto "a" se desplace en la dirección de la <b>tangente al radio a-b</b> (1 GL). -La única fuerza resultante que permite el equilibrio del sistema es una fuerza que <b>pase por el punto "b"</b> y que <b>tenga cualquier dirección</b>.</p>		<p>3) -Agregando una biela en el punto "a" tal que su dirección no permita el desplazamiento de "a" (<b>es decir, que no concorra a "b"</b>), el sistema queda impedido de moverse (0GL). -Por ser un sistema isostático resiste permitir generar el equilibrio ante la aplicación de <b>cualquier sistema de cargas activo</b>.</p>
--	---	---	--	---	--

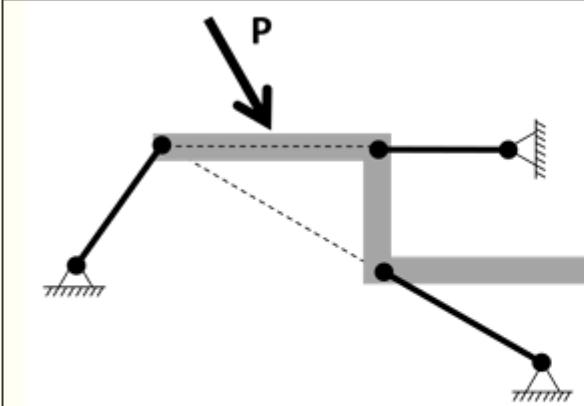
# 1. Vínculos externos



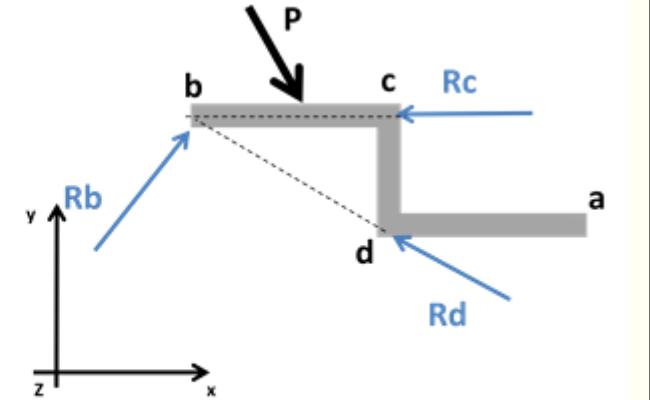
Sistema isostático, vínculos externos



Sistema isostático, fuerzas reactivas



Sistema Aparente, vínculos externos



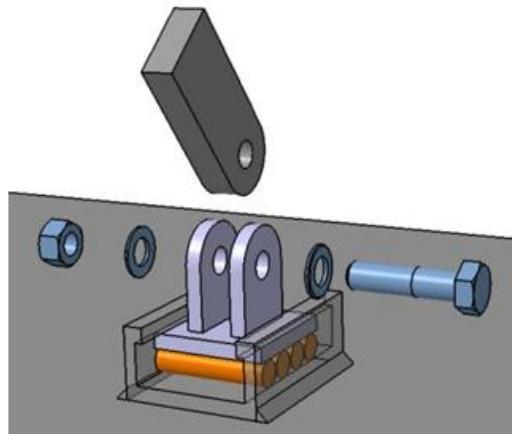
Sistema aparente, fuerzas reactivas

*"Un sistema con la cantidad de vínculos necesaria para ser isostático pero MAL DISPUESTOS, se transforma en un sistema con VINCULACIÓN APARENTE".*

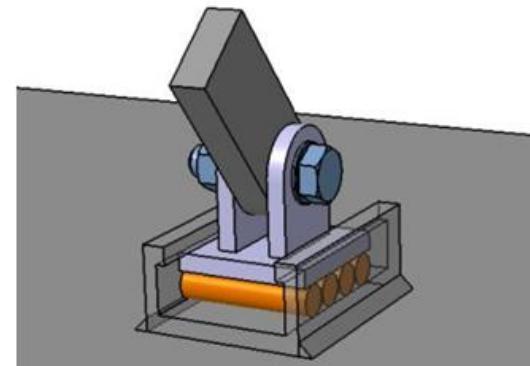
# 1. Vínculos externos

## 1.2 Apoyo simple

Vínculo simple (Unión con bulón pasante deslizante)

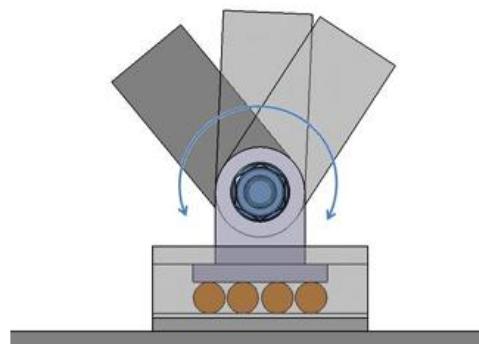


V. Simple, componentes.

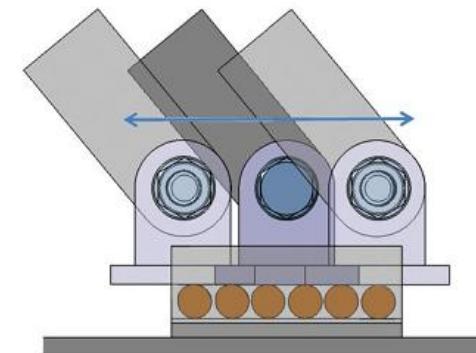


V. Simple, conjunto.

"El vínculo simple restringe únicamente 1 grado de libertad que se corresponde con impedir el desplazamiento en la dirección perpendicular al movimiento que permiten los rodillos"



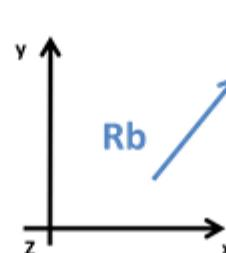
V. Simple, mov. permitido (1).



V. Simple, mov. permitido (1).



Esquema estructural, V. Simple

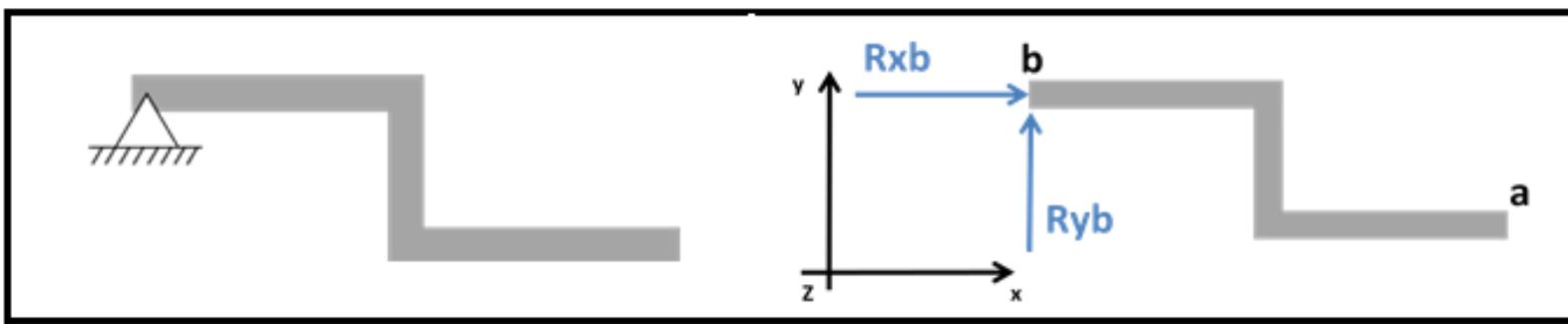
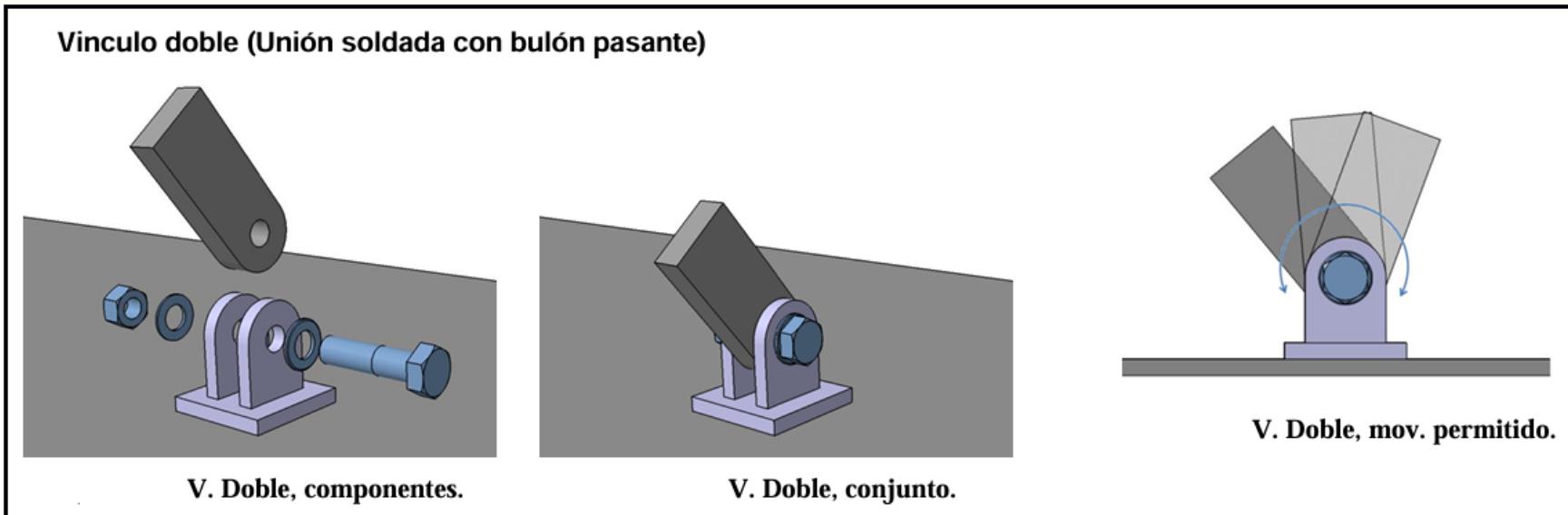


Reacciones de vínculo, V. Simple

# 1. Vínculos externos

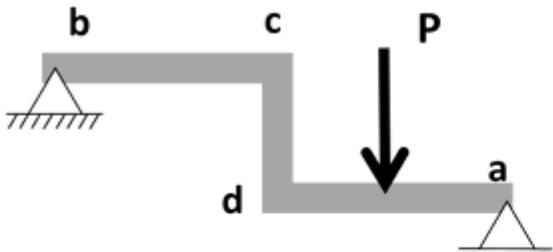
---

## 1.3 Apoyo doble

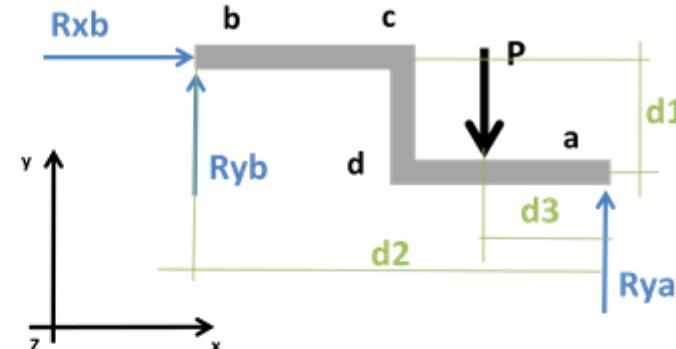


# 1. Vínculos externos

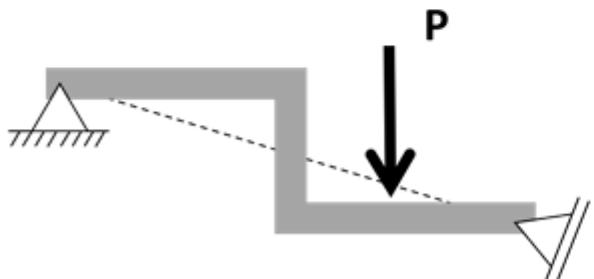
---



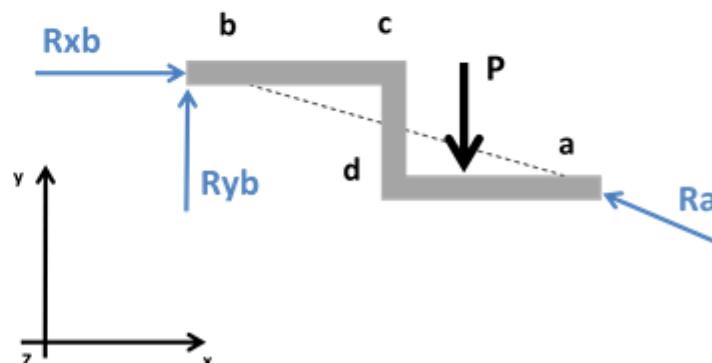
Sistema isostático, vínculos externos (0GL).



Cuerpo libre Sistema isostático, Fzas. activas y reactivas



Sistema Aparente, vínculos externos (1GL).



Cuerpo libre - Sistema aparente, fuerzas activas y reactivas

# 1. Vínculos externos

---

## 1.4 Aclaraciones



Esquema estructural, biela-V. simple, cálculo de reacciones (1).



Esquema estructural, biela-V. simple, cálculo de reacciones (2).

*"Sólo para el cálculo de reacciones la biela se podrá reemplazar por un vínculo simple"*



Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (1).

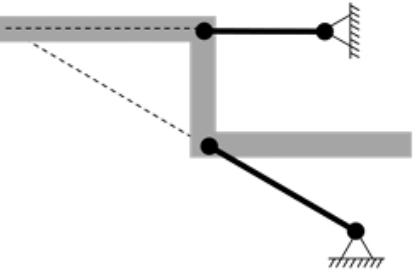


Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (2).

# 1. Vínculos externos

---

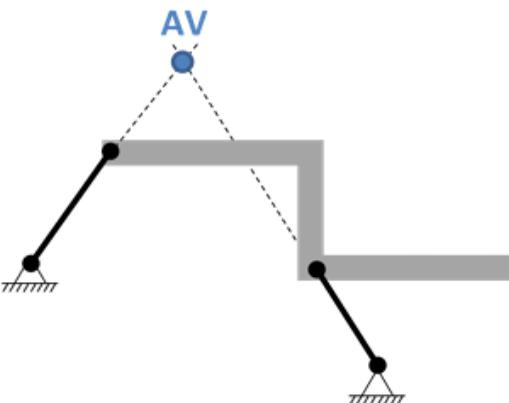
## 1.4 Aclaraciones



Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (3).



Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (4).



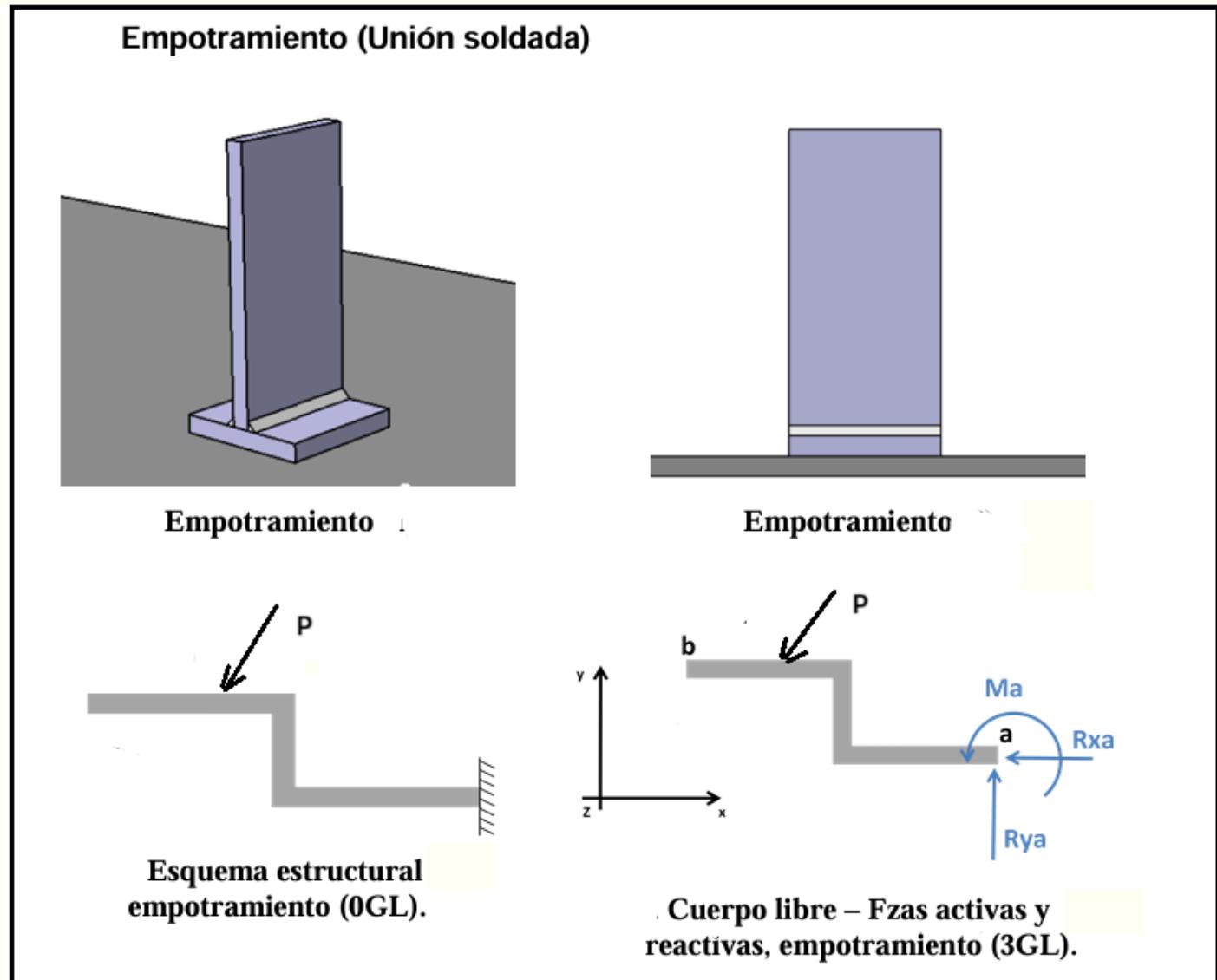
Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (2).

*"Considerar el punto de cruce de las bielas o vínculos simples facilita el cálculo de reacciones en algunos casos"*

# 1. Vínculos externos

---

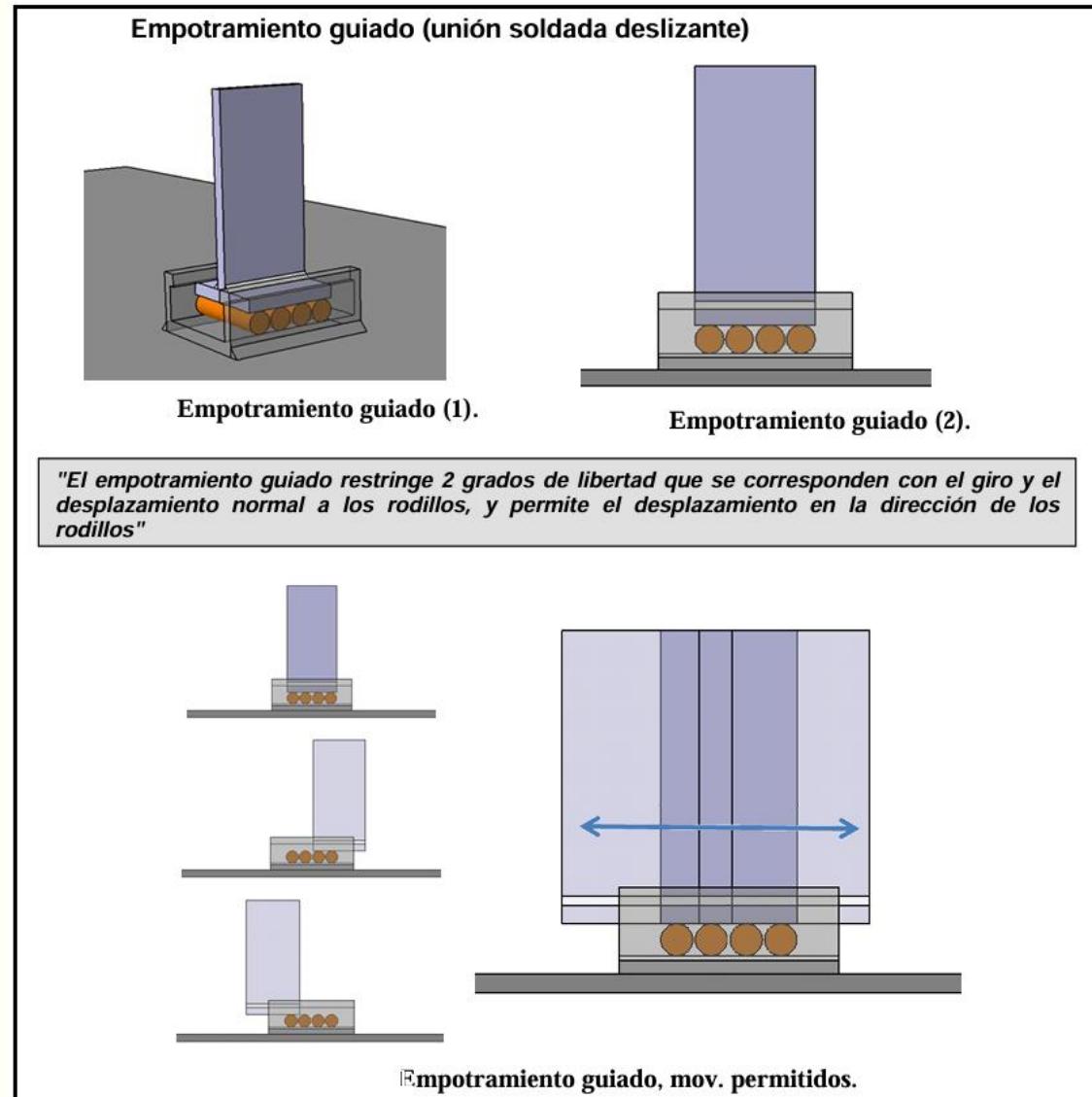
## 1.5 Empotramiento



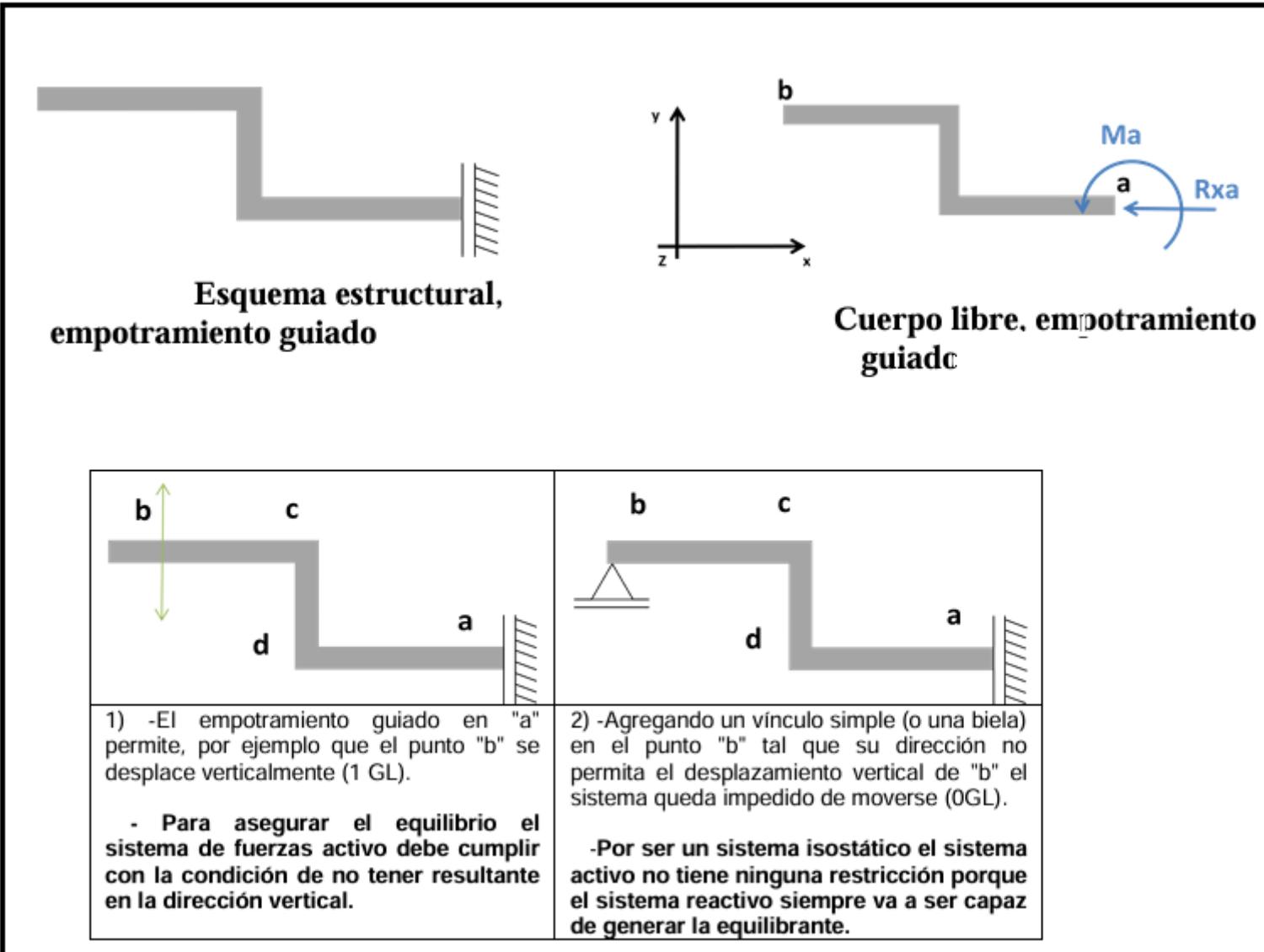
# 1. Vínculos externos

---

## 1.5 Empotramiento guiado



# 1. Vínculos externos

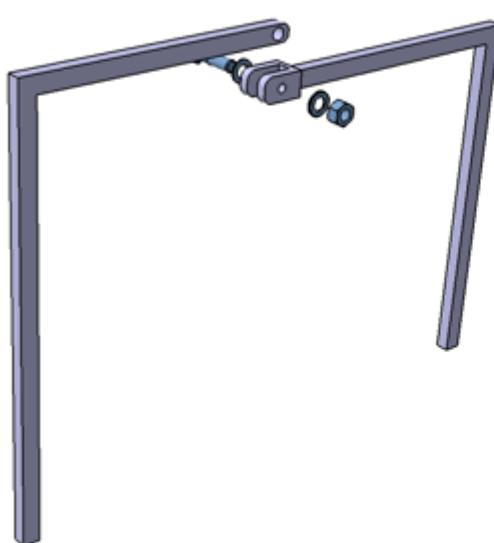


## 2. Vínculos internos

---

### 2.1 Articulación de 2 chapas

Articulación 2 chapas (unión con bulón pasante)



Articulación, componentes.



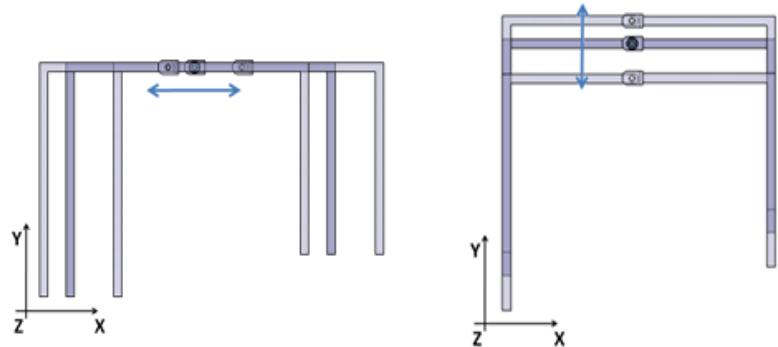
Articulación, conjunto.

*"Dos chapas que no están vinculadas entre sí poseen  $2 \times 3 = 6$  Grados de libertad correspondientes a los movimientos de cuerpo libre independiente una de la otra"*

## 2. Vínculos internos

### 2.1 Articulación de 2 chapas

Movimientos como cuerpo rígido (3GL)

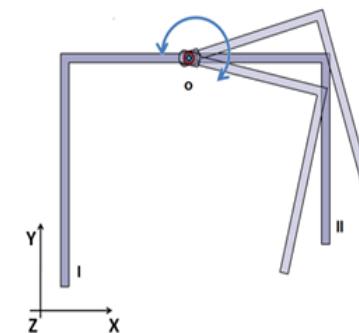


Mov. de cuerpo libre, Traslación en "x".

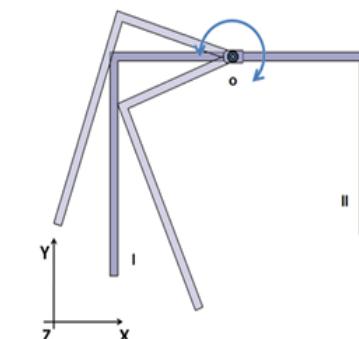
Mov. de cuerpo libre, Traslación en "y".

Mov. de cuerpo libre, rotación en "z".

Movimiento relativo (1GL)



Movimiento relativo, chapa I fija.



Movimiento relativo, chapa II fija.

"Una articulación relativa entre dos chapas restringe 2 Grados de Libertad"

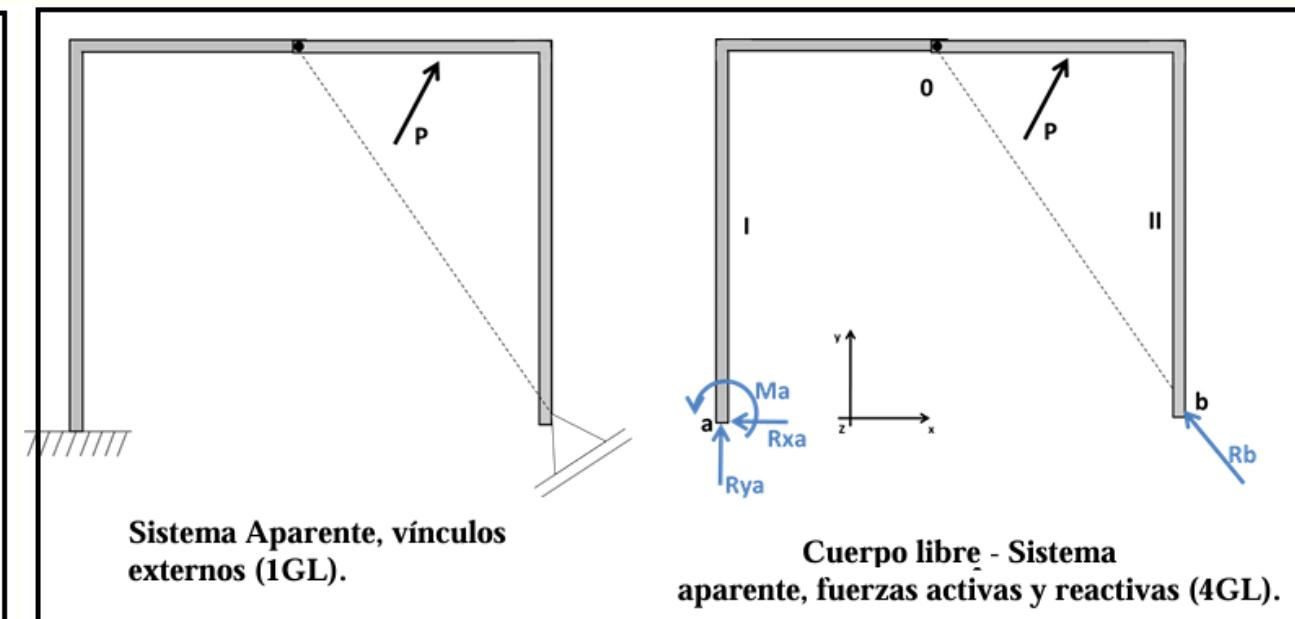
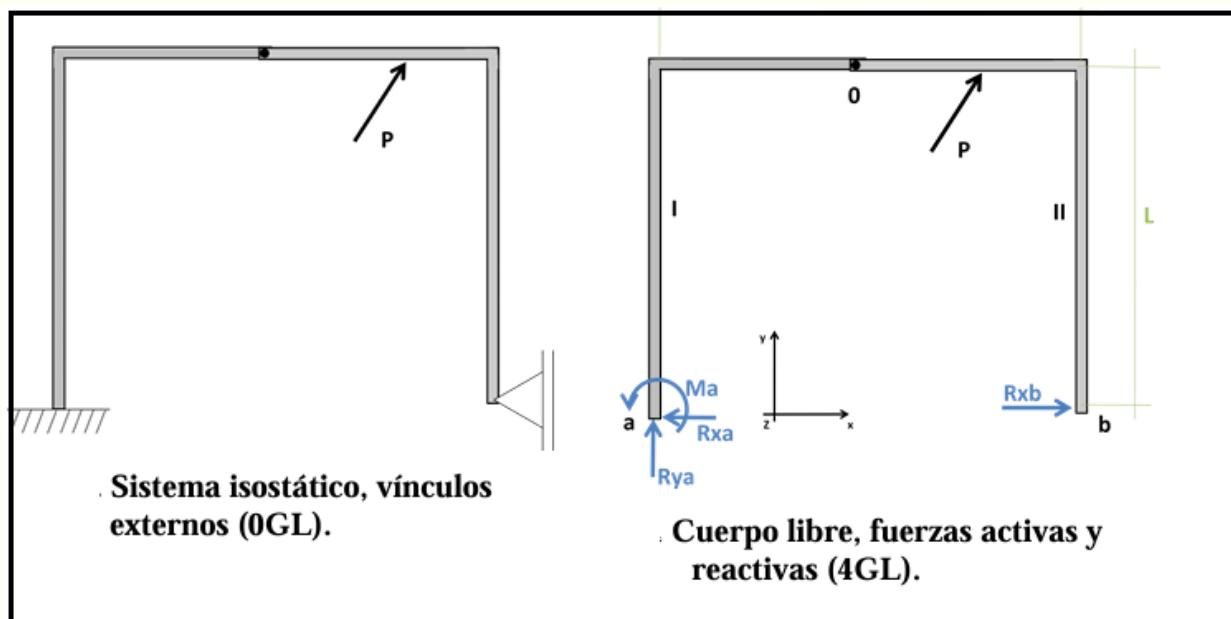
*"El conjunto de dos chapas unidas por una articulación posee 4GL, 3GL corresponden al movimiento del conjunto como cuerpo rígido libre y 1GL corresponde al movimiento relativo no restringido entre las chapas"*

## 2. Vínculos internos

---

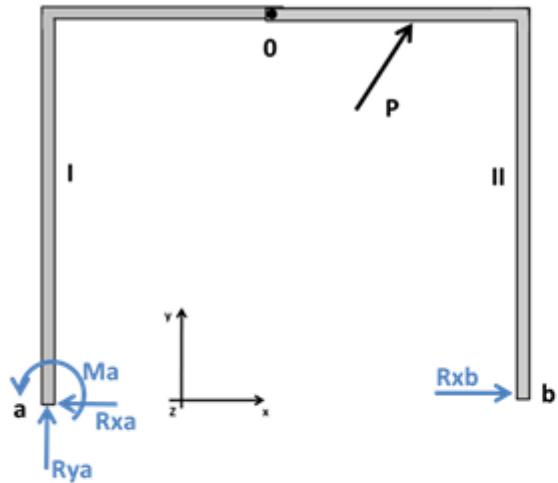
---

- Caso de chapa isostática- chapa apoyada

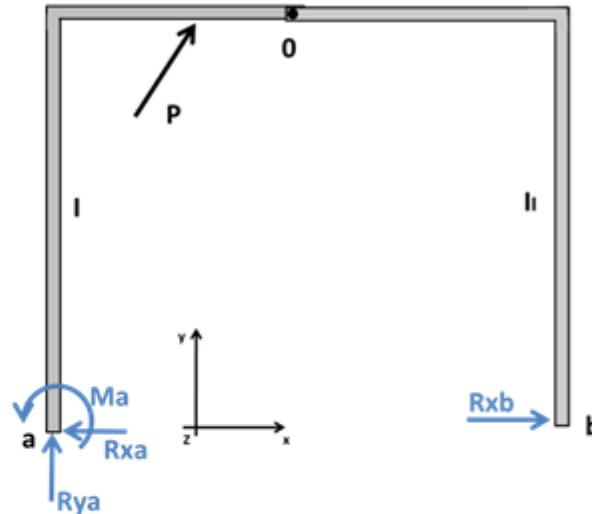


## 2. Vínculos internos

Camino de las cargas



Camino de cargas. Chapa II  
(no isostática) cargada.

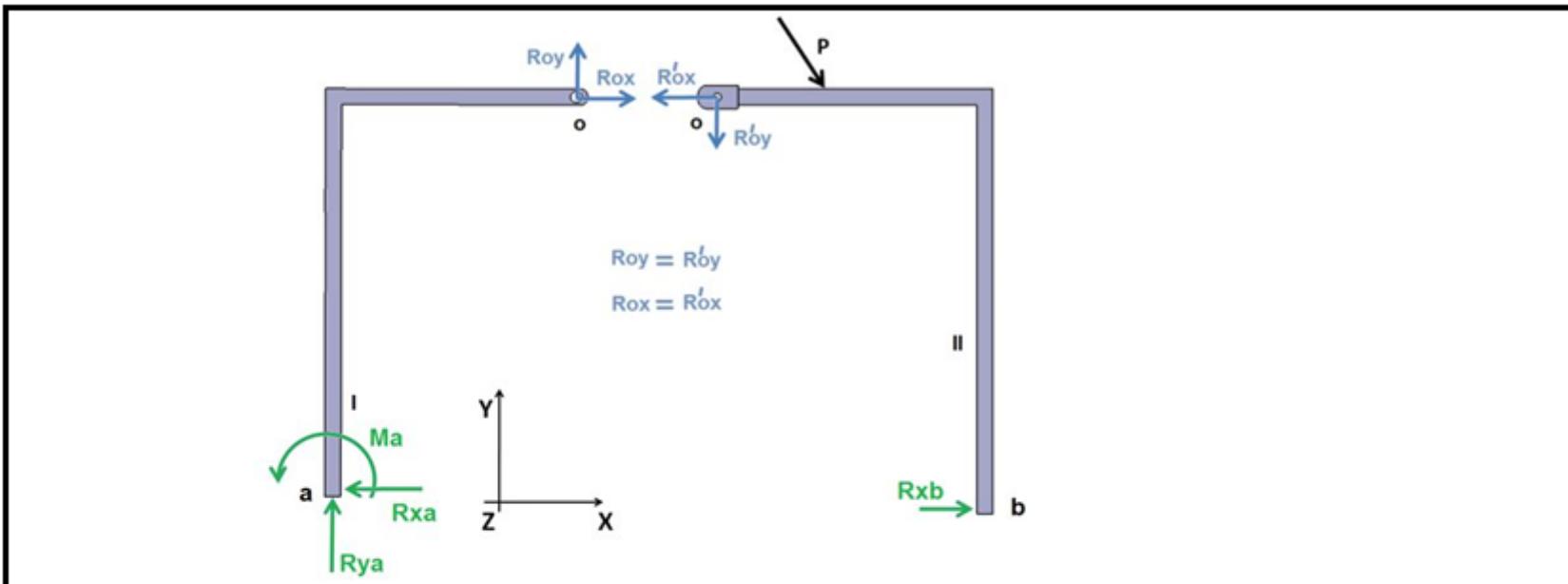


Camino de cargas. Chapa I  
(isostática) cargada.

"Las cargas viajan a través de la estructura desde el punto de aplicación hacia los vínculos. Si una de las chapas del sistema es isostática por sí misma, el resto de las chapas se apoyan en ésta, por lo tanto, las cargas que actúen en estas últimas generaran reacciones sobre la primera y en consecuencia en todos los vínculos externos. En el caso de las cargas que actúen en la chapa isostática no transmitirán reacciones a las restantes y no generaran reacciones sobre los vínculos externos de las mismas"

## 2. Vínculos internos

### Reacciones de vínculo internas



Reacciones de vínculo internas.

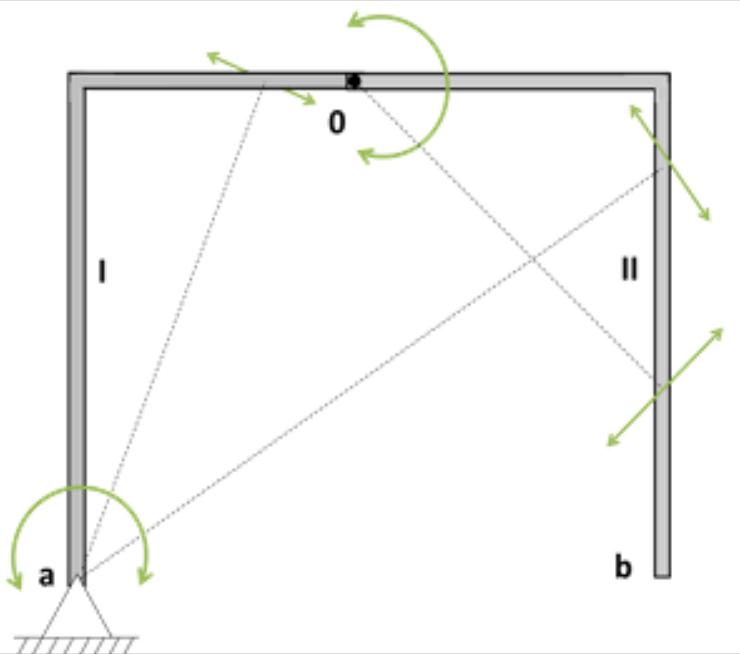
"Una vez resueltas las reacciones de los vínculos externos, separando ambas chapas por su vínculo interno, y teniendo en cuenta que en este ejemplo es una articulación, se colocamos las reacciones que pasan de una chapa a la otra por ese vínculo, y planteando sólo dos ecuaciones de equilibrio para cualquiera de las chapas podemos establecer el valor de dichas reacciones, también llamadas acciones mutuas"

## 2. Vínculos internos

---

---

### Chapa apoyada – chapa apoyada

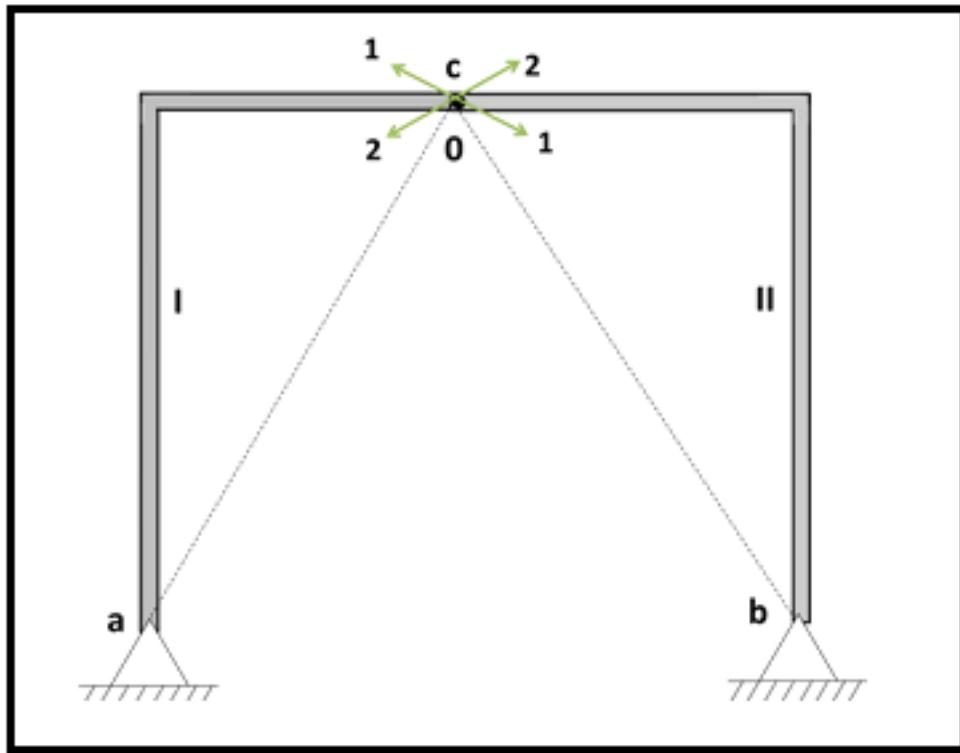


Cualquier punto de la chapa II puede rotar relativamente alrededor de o y también alrededor de a (**movimiento de cuerpo rígido del sistema**).

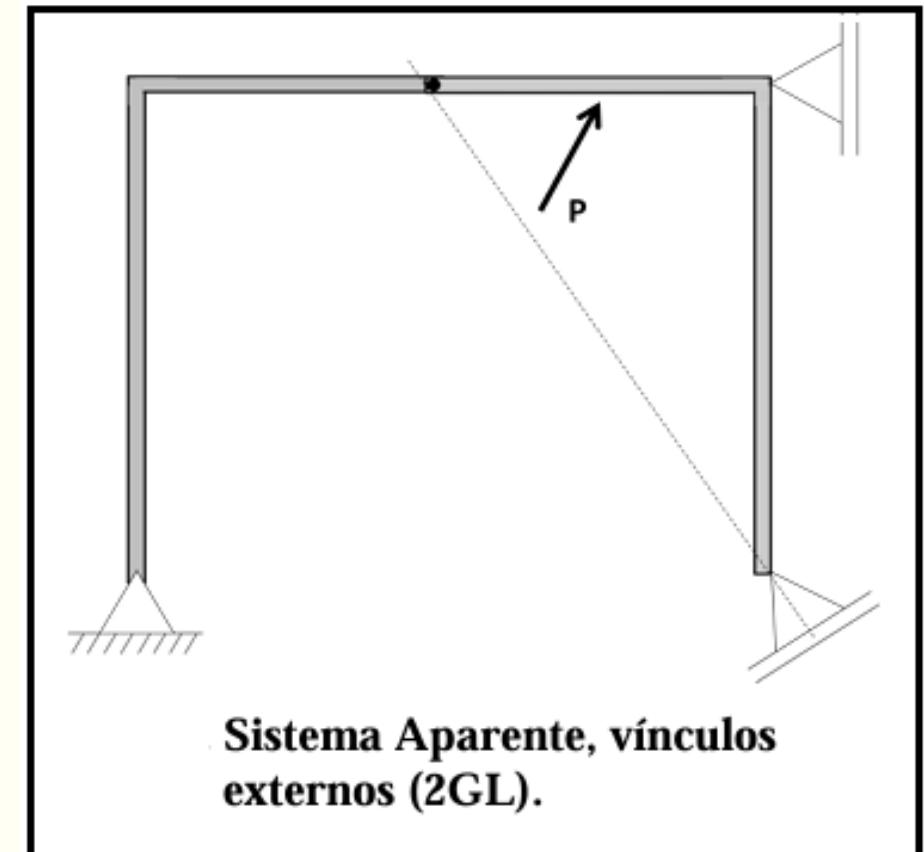
## 2. Vínculos internos

---

---



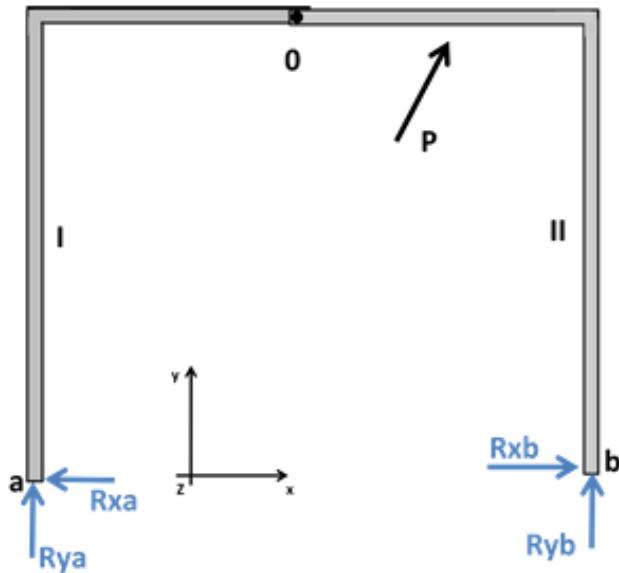
Sistema isostático – cinemáticamente estable



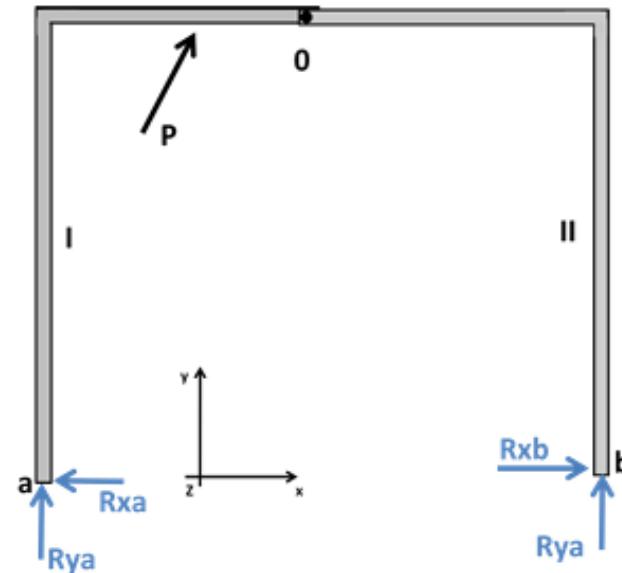
## 2. Vínculos internos

---

Camino de las cargas



Camino de cargas. Chapa I  
cargada.

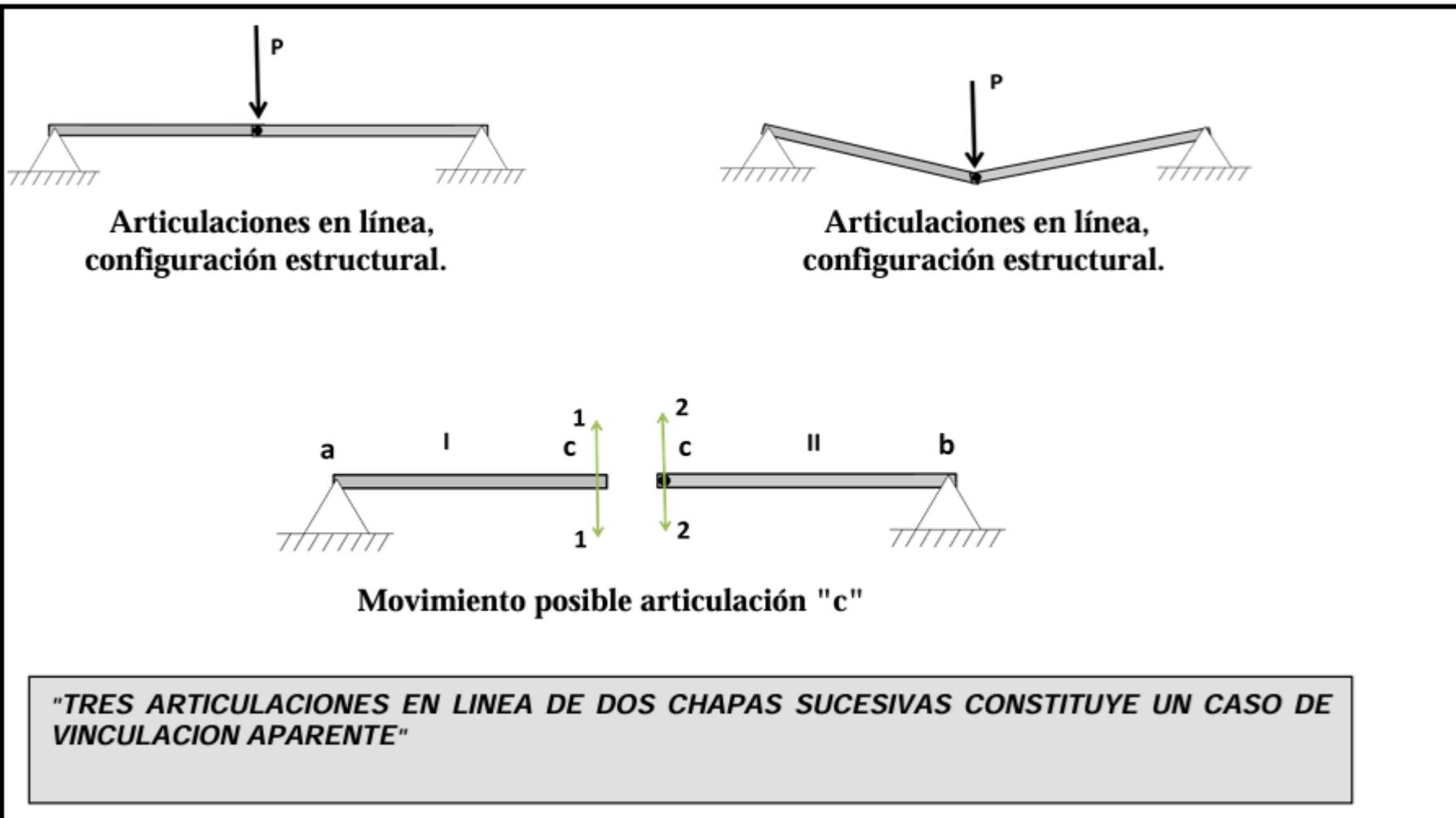


Camino de cargas. Chapa I  
cargada.

*"Las cargas viajan a través de la estructura desde el punto de aplicación hacia los vínculos, si ninguna chapa es isostática por sí misma, aunque sólo exista carga en una chapa la otra tendrá reacciones no nulas"*

## 2. Vínculos internos

### Articulaciones alineadas



## 2. Vínculos internos

---

### 2.2 Articulación con más de 2 chapas



Articulación de "n" chapas.  
Componentes.



Articulación de "n" chapas.  
Conjunto.

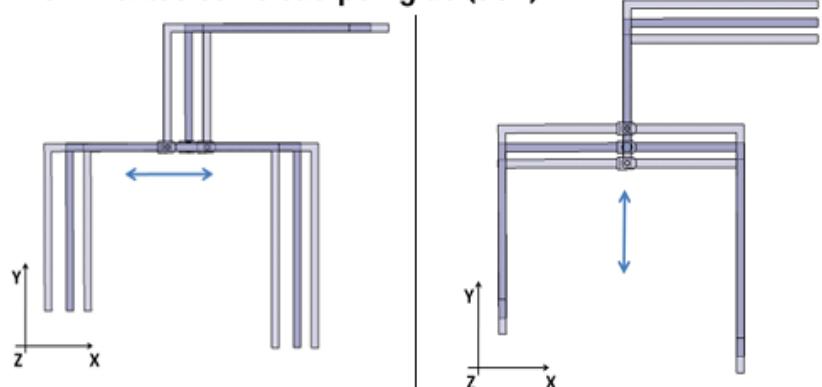
*"Tres chapas que no están vinculadas entre sí poseen 9 Grados de libertad"*

*EN GENERAL: "n chapas que no están vinculadas entre sí poseen 3n grados de libertad"*

## 2. Vínculos internos

---

Movimientos como cuerpo rígido (3GL)

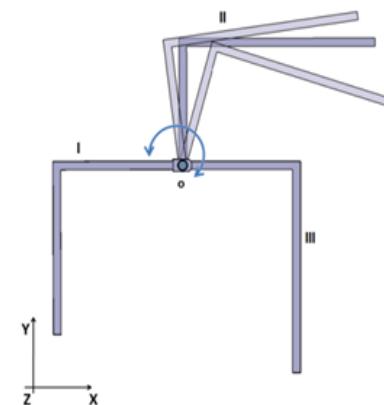


Mov. de cuerpo libre, Traslación en "x"

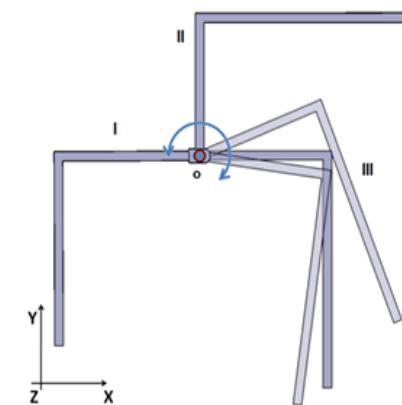
Mov. de cuerpo libre, Traslación en "y"

Mov. de cuerpo libre, rotación en "z".

Movimiento relativo (2GL)



Movimiento relativo de la chapa II, chapa I fija.



Movimiento relativo de la chapa III, chapa I fija.

**"Una articulación entre tres chapas restringe 4 Grados de Libertad, a dos de las chapas le restringe 2GL a c/u respecto de la tercera que se considera fija"**

**GENERAL: "Una articulación entre n chapas restringe 2(n-1) Grados de Libertad"**

## 2. Vínculos internos

---

### 2.2 Bielas



· Biela, componentes.



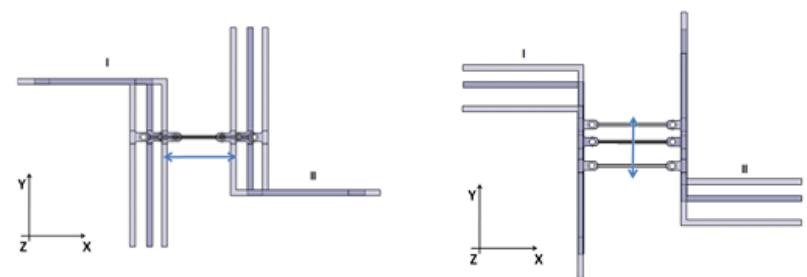
· Biela, conjunto.

*"Dos chapas que no están vinculadas entre sí poseen 6 Grados de libertad"*

## 2. Vínculos internos

---

Movimientos como cuerpo rígido (3GL)

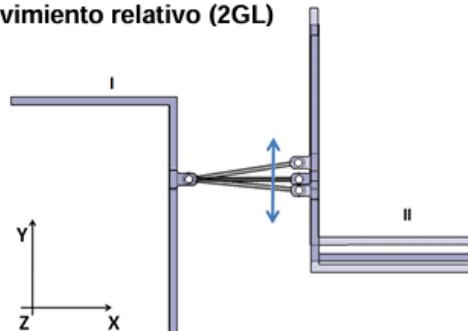


Mov. de cuerpo libre, Traslación en "x".

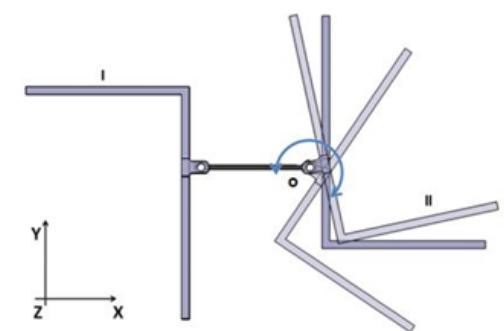
Mov. de cuerpo libre, Traslación en "y".

Mov. de cuerpo libre, rotación en "z".

Movimiento relativo (2GL)



Movimiento relativo, chapa I fija (1).



Movimiento relativo, chapa I fija (2).

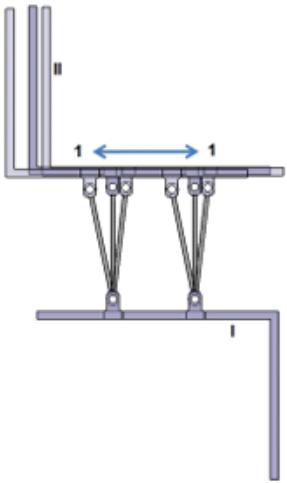
"El conjunto de dos chapas unidas por una biela posee 5GL, 3GL corresponden al movimiento del conjunto como cuerpo rígido libre y 2GL corresponde a un movimiento relativo entre las chapas"

"Una biela entre dos chapas restringe 1 Grado de Libertad, que se corresponde al movimiento en su dirección longitudinal"

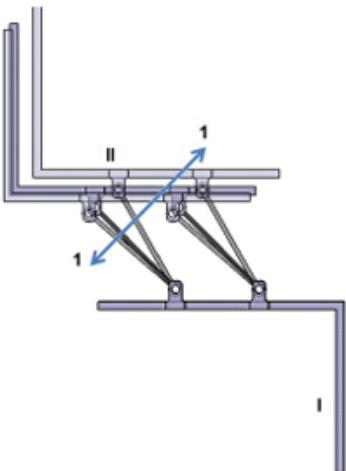
## 2. Vínculos internos

---

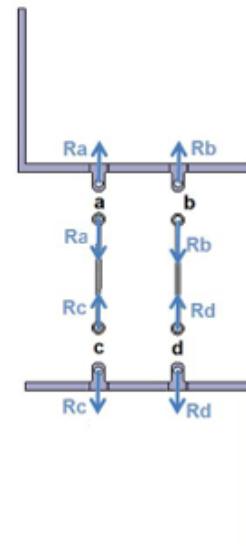
### 2.3 Bielas paralelas



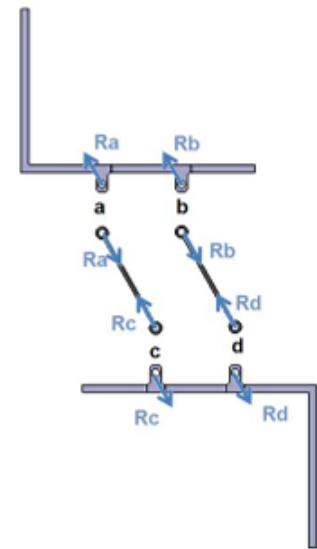
Bielas paralelas,  
configuración 1.



Bielas paralelas,  
configuración 2.



Reacciones de vínculo  
internas, configuración 1.

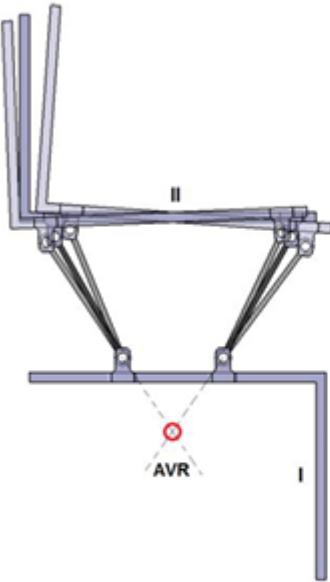


Reacciones de vínculo  
internas, configuración 2.

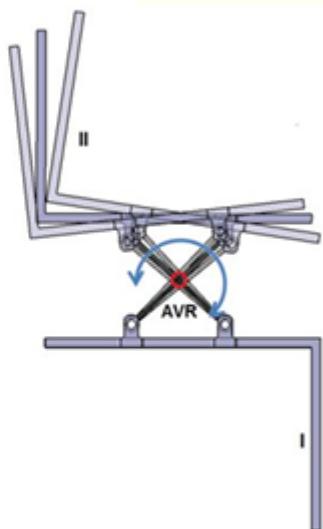
"Dos bielas paralelas entre dos chapas restringen 2 Grados de Libertad que se corresponde con permitir el desplazamiento relativo en la dirección perpendicular a la de ambas bielas. La ecuación que define dicho movimiento es la que define el equilibrio de fuerzas relativo en dicha dirección".

## 2. Vínculos internos

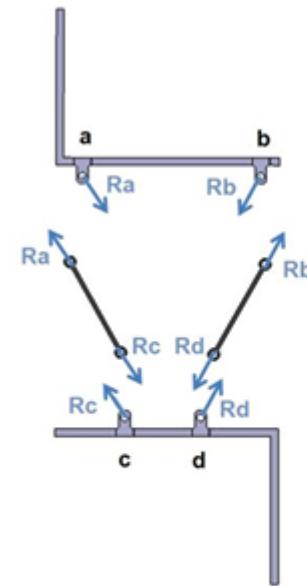
### 2.4 Bielas no paralelas



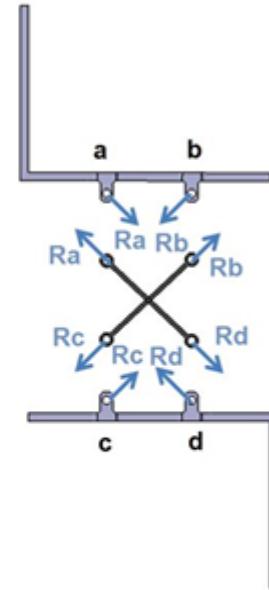
Bielas cruzadas,  
configuración 1.



Bielas cruzadas,  
configuración 1.



Reacciones de vínculo  
internas, configuración 1.



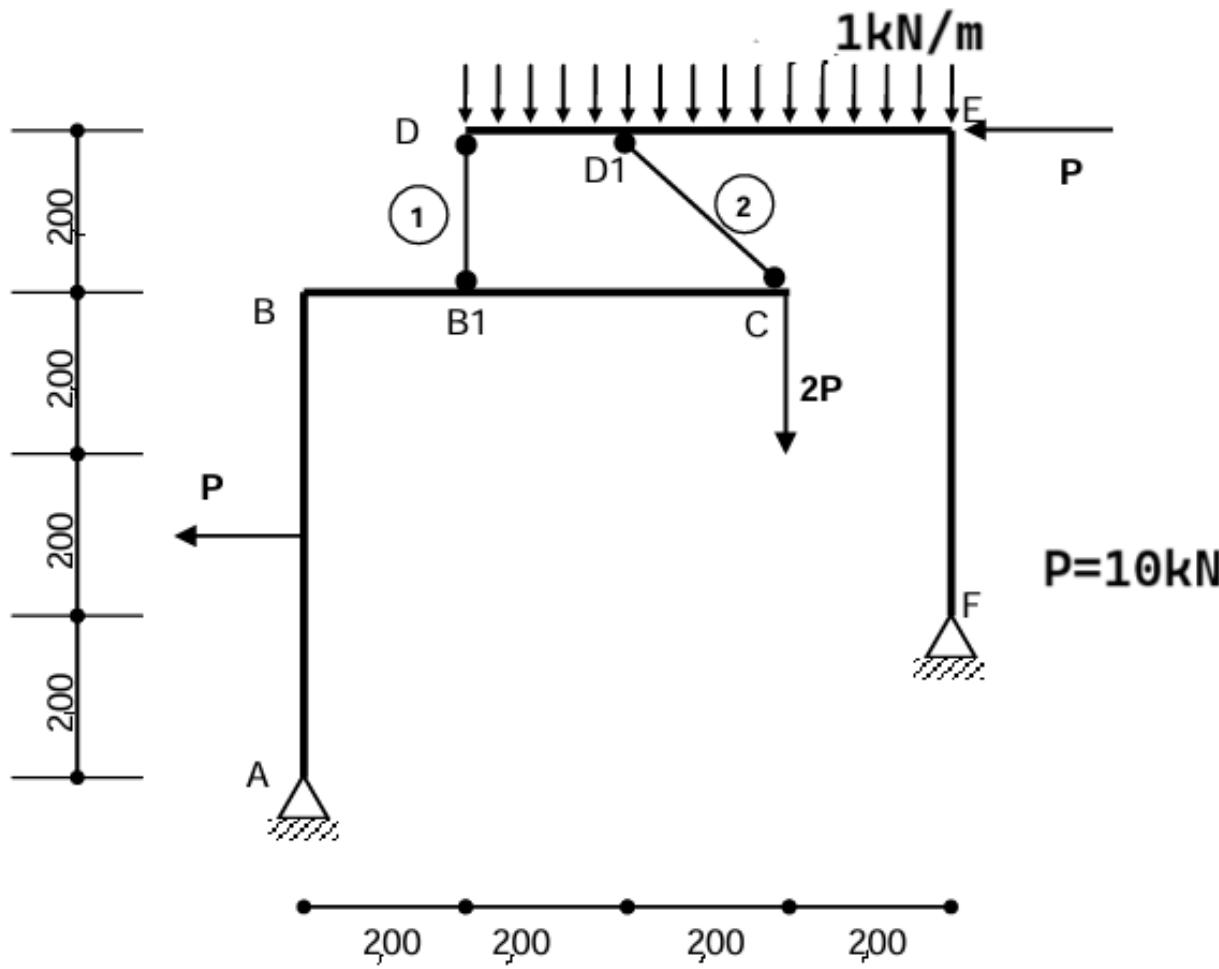
Reacciones de vínculo  
internas, configuración 2.

"*Dos bielas cruzadas entre dos chapas restringen 2 Grados de Libertad que se corresponden con permitir el giro relativo respecto al punto de cruce de ambas bielas. La ecuación que define dicho movimiento es la que define el equilibrio de momento relativo respecto a ese punto*".



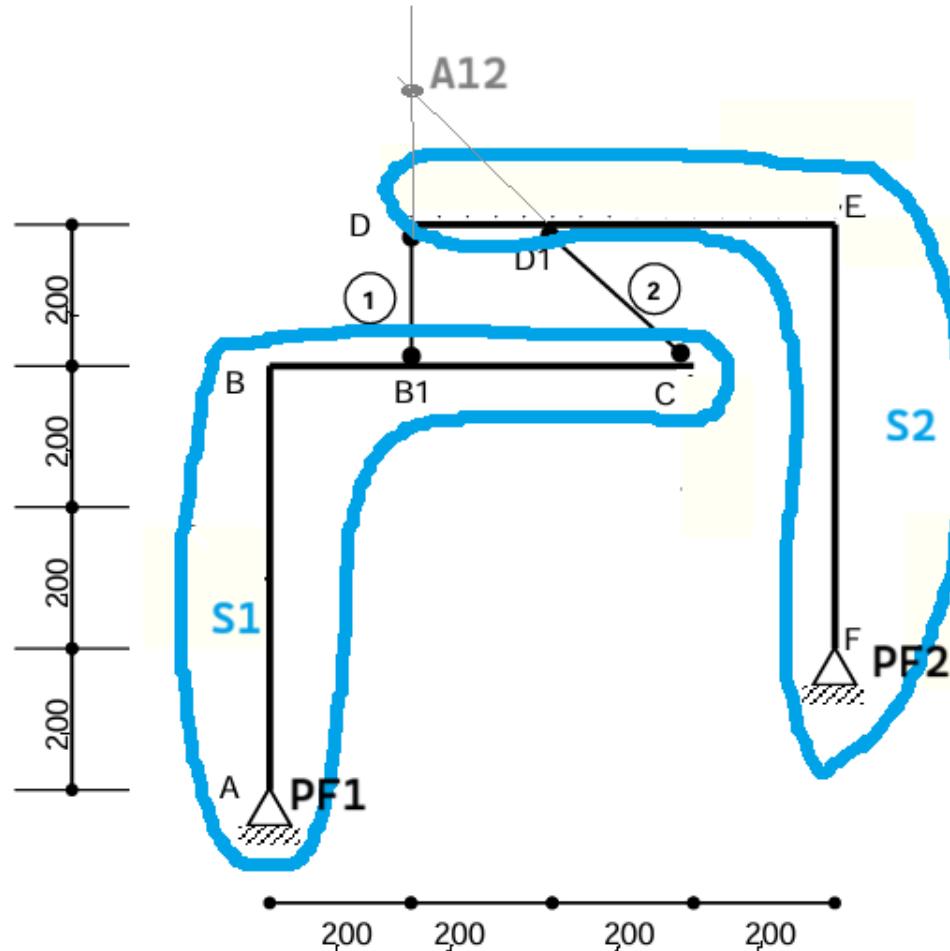
# EJEMPLO 1

Pórtico con bielas no paralelas



# Análisis Cinemático

---



Arco triarticulado

# Ecuaciones de equilibrio

---

---

GRADO DE LIBERTAD	
CUERPO RÍGIDO	(1) Desplazamiento en "X"
	$\sum F_x = -10kN - 10kN + H_F + H_A = 0$
	(2) Desplazamiento en "Y"
MOVIMIENTO RELATIVO	(3) Rotación del conjunto
	$\sum M_A = 10kN \cdot 3m - 20kN \cdot 6m + 10kN \cdot 8m - 6kN \cdot 5m + V_F \cdot 8m - H_F \cdot 2m = 0$
MOVIMIENTO RELATIVO	(4) Rotación relativa de la chapa "II" respecto de la chapa "I"
	$\sum M_A = 10kN \cdot 3m - 20kN \cdot 6m + 10kN \cdot 8m - 6kN \cdot 5m + V_F \cdot 8m - H_F \cdot 2m = 0$

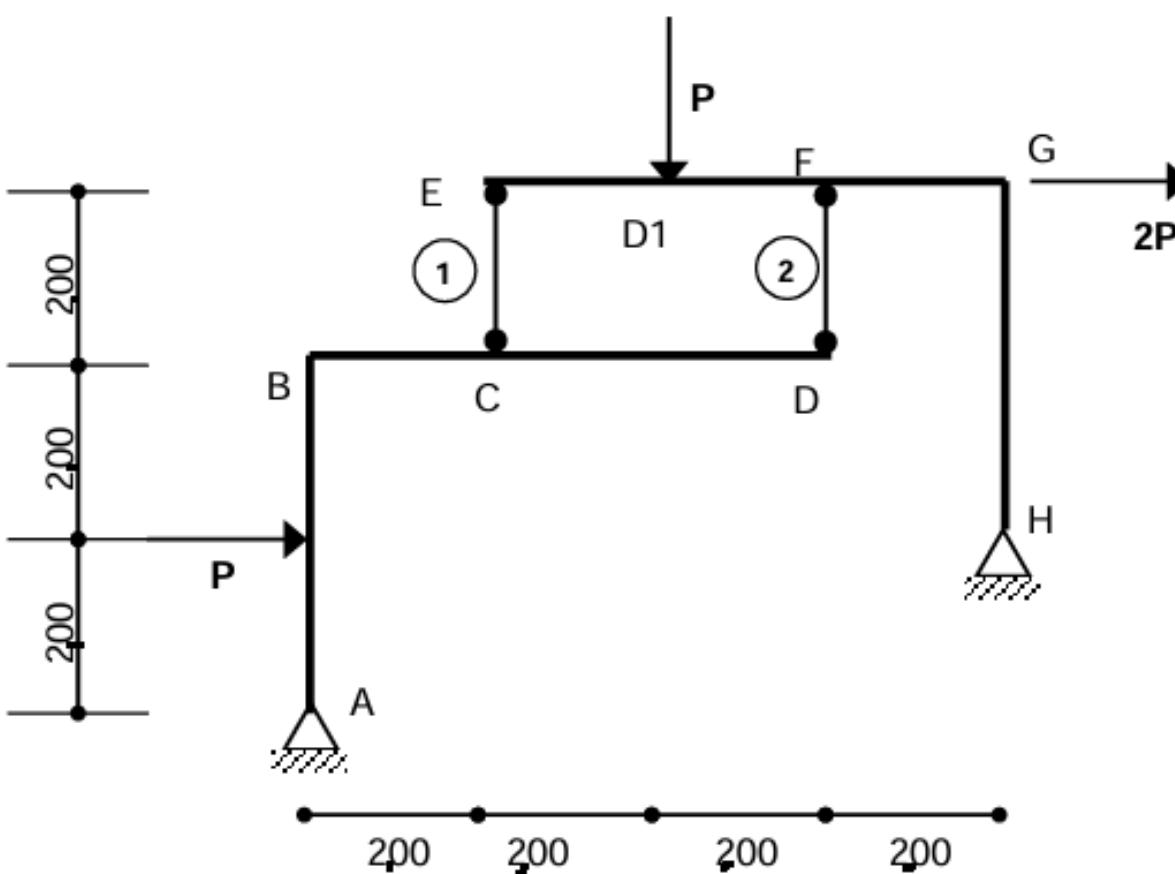


## EJEMPLO 2

Pórtico con bielas paralelas

# Pórtico con bielas paralelas

---



### 3. Resumen

---

---

#### Procedimiento para determinar reacciones de vínculo

1. Analizar la isostaticidad y estabilidad cinemática.
  - a. Número de chapas
  - b. Grados de libertad totales
  - c. Vínculos internos y sus restricciones
  - d. Grados de libertad de cada chapa
  - e. Vínculos externos y su disposición
2. Diagrama de cuerpo libre (Se eliminan los vínculos y se pone en evidencia las reacciones.
3. Plantear las condiciones de equilibrio según los grados de libertad del sistema