

### 7-9. Trenes de engranajes planetarios.

La característica de un tren de engranajes planetarios consiste en que alguno o algunos de los ejes de las ruedas cambian sus posiciones respecto a los otros.

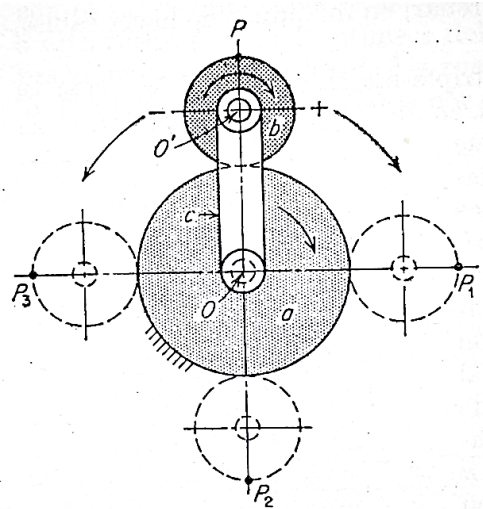


FIG. 7-10

Por ejemplo, en la Fig. 7-10, **b** rueda sobre la rueda estacionaria **a**, mientras el brazo **c** gira. Por consiguiente, el eje de la rueda **b** cambia de posición.

El movimiento de los planetas alrededor del sol es un movimiento planetario. Así es, también, el movimiento de las ruedas planetarias (tales como **b**) alrededor de las ruedas solares (tales como **a**).

#### 1. Tren de engranajes planetarios simple (epicicloidal).

Sean, en la Fig. 7.10, **a** y **b** dos ruedas montadas sobre el brazo **c** de modo que, si **c** está fijo, **a** y **b** constituirán un tren de engranajes ordinario. Supongamos ahora que **a** es el órgano fijo del tren; entonces, **c** puede girar alrededor de O arrastrando a **b**, girando esta última rueda alrededor de su propio eje O'. Se desea hallar el número de vueltas que dará **b**, con respecto al órgano fijo **a**, por cada vuelta de **c** alrededor de O.

En primer lugar, supongamos a **a** desconectada del bastidor de modo que **a**, **b** y **c** pueden dar una vuelta juntas, como una sola pieza, en el sentido marcado por la flecha, alrededor de O.

Que **b** dará una vuelta, puede verse por las posiciones de cualquiera de sus líneas, como la **PO'**, durante las diferentes fases del ciclo.

Se fija ahora el brazo **c**, y la rueda **a** se gira en sentido contrario una vuelta completa, con lo que vuelve a su posición original y su movimiento resultante es nulo.

Al mismo tiempo, **b** estará obligada a dar  $a/b$  vueltas con el sentido de giro inicial.

Por consiguiente, el número total de vueltas de **b** por cada revolución de **c** alrededor de O (sin giro de **a**) es  $1 + a/b$  y su sentido de giro es el mismo que el de **c**.

Es evidente que **c** puede girar con cualquier sentido, siendo válidas, en cualquier caso, estas conclusiones.

Este método de análisis puede establecerse así: Tómese el giro **a** derechas como positivo (+) y a izquierdas como negativo (-).

Considerando el mecanismo bloqueado y dando una vuelta alrededor de **O** en sentido positivo, cada pieza dará **+1 vuelta**. Supóngase ahora que el brazo **c** queda fijo (con lo cual se reduce el mecanismo a un simple engranaje) y que **a** gira una vuelta completa en sentido negativo; los movimientos son ahora: **-1** vuelta para **a**; **+ab** vueltas para **b**; y cero vueltas para **c**. La siguiente tabla resume todo esto.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Movimientos con el brazo <i>c</i> .....	+ 1	+ 1	+ 1
Movimientos relativos al brazo <i>c</i> .....	- 1	$+\frac{a}{b}$	+ 0
Movimientos totales.....	0	$1 + \frac{a}{b}$	+ 1

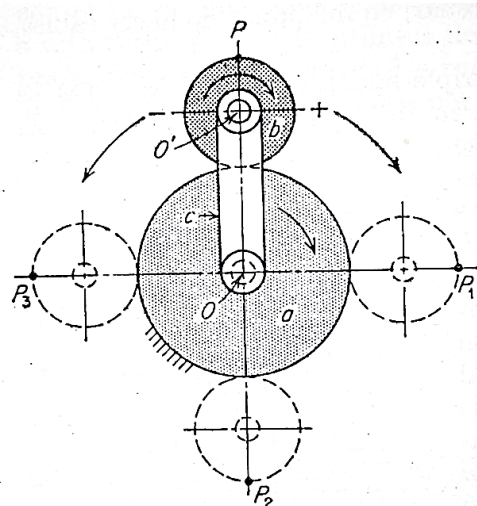


FIG. 7-10

**La idea básica es siguiente:** el movimiento angular total de cualquier rueda es igual al movimiento angular del **brazo c** más el movimiento de la rueda relativo al brazo. En la tabla se han denominado como *movimientos con el brazo c* y *movimientos relativos al brazo c*.

Es importante señalar que el mencionado brazo es siempre el órgano portador del eje de la *rueda móvil*. Nótese que el procedimiento empleado es un análisis de los movimientos en un *tren planetario* y que cada etapa del procedimiento no encierra ninguna acción planetaria.

De la tabla, se puede deducir la relación de velocidades angulares entre la rueda **b** y el brazo **c**.

$$\frac{n_b}{n_c} = \frac{1 + a/b}{1}$$

donde los signos indican que ambos órganos giran en el mismo sentido.

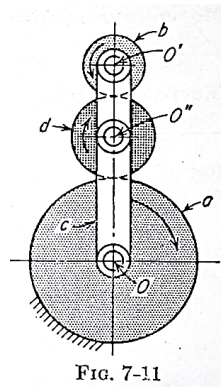


FIG. 7-11

Si se coloca una rueda loca entre **a** y **b**, como en la Fig. 7-11, o si **a** es de dentado interior (Fig. 7-12), el sentido del movimiento de **b** se invierte. Las figuras 7-10, 7-11 y 7-12 no son montajes prácticos, tal como aparecen dibujados, pero se presentan como el objeto de ofrecer ejemplos simples de la aplicación del método de análisis y de los tipos de movimiento en los trenes de engranajes planetarios. En los párrafos y artículos siguientes se presentarán, entre otras cosas, ejemplos de trenes planetarios prácticos.

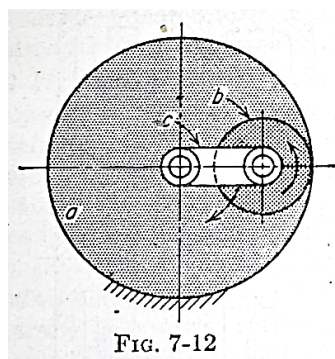


FIG. 7-12

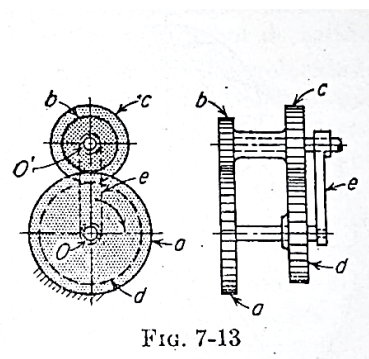


FIG. 7-13

**2. Tren de engranajes planetarios compuesto.** Se puede seguir el mismo procedimiento anterior si se añaden otras ruedas, como las **c** y **d** de la Fig. 7-13, formando un tren compuesto. Si **b** se hace solidaria de **c** y **d** va loca sobre el árbol de **a**, los movimientos son los que muestra la siguiente tabla. Se deduce que

$$\frac{n_d}{n_e} = \frac{1 - ac/bd}{1} \quad \text{o} \quad \frac{n_e}{n_d} = \frac{1}{1 - ac/bd}$$

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
Movimientos con <i>e</i> .....	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
Movimientos relativos a <i>e</i> .....	— 1	+ $\frac{a}{b}$	+ $\frac{a}{b}$	— $\frac{a}{b} \frac{c}{d}$	0
Movimientos totales.....	0	$1 + \frac{a}{b}$	$1 + \frac{a}{b}$	$1 - \frac{ac}{bd}$	+ 1

Esta forma de tren planetario se usa mucho para obtener grandes relaciones de velocidades entre el brazo *e* y la última rueda *d*.

**Como último ejemplo:** Sean las ruedas *a*, *b*, *c* y *d* de 99, 100, 101 y 100 dientes, respectivamente Será

$$\frac{n_e}{n_d} = \frac{1}{1 - ac/bd} = \frac{1}{[1 - (99 \times 101)/(100 \times 100)]} = \frac{10.000}{1}$$

Puesto que estas ruedas van montadas sobre árboles paralelos, la distancia entre centros debe ser la misma para cada pareja. Teóricamente,

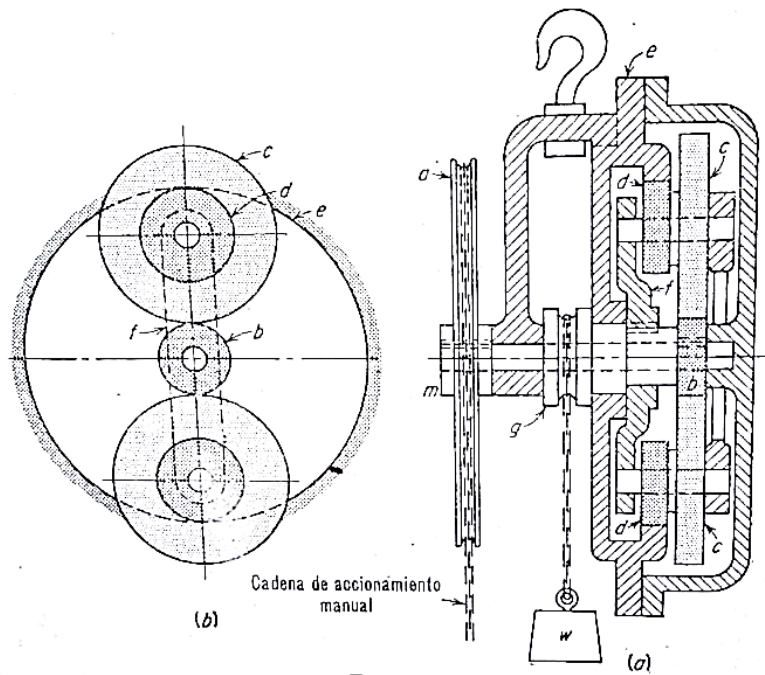


FIG. 7-14

*la suma de los números de dientes de cada pareja de ruedas engranadas debe ser la misma.* Como, en nuestro ejemplo, esto no se cumple, será preciso separarse ligeramente de la distancia teóricamente correcta, haciendo los ajustes adecuados, como juego, etc. Con ruedas de evolvente esto no afectaría a la relación de velocidades.

La aplicación de los engranajes planetarios a los mecanismos elevadores es obvia después de lo expuesto. Se usan también en mecanismos de alimentación de los grandes árboles de barrenar, máquinas de hacer cables, en reductores de velocidad, etc.

#### Bibliografía:

HAM, M.E.; CRANE, M.E.; ROGERS, W.L.; MECÁNICA DE MÁQUINAS, 1964, Ed. Mc GRAW-HILL; Cuarta edición.