

Unidad 5:

Control Discreto de Sistemas Continuos e Híbridos



Control Discreto de Sistemas Continuos e Híbridos

Plan General:

1. **Introducción: Autómatas y Control Discreto**
 - Aplicaciones y Fundamentos. Autómatas / FSM. STATEFLOW. GRAFCET.
2. **Autómatas Programables – IEC61131: Arq. y Lenguajes**
 - PLCs, arquitecturas. Entorno de desarrollo. Configuración. Lenguajes ST / SFC.
3. **Diseño de Sists. Control Secuencial**
 - Métodos clásicos. Métodos sistemáticos. Aplicación.
4. **Comunicaciones Industriales: Redes y Protocolos**
 - Arquitecturas distribuidas. Buses de Campo y Protocolos industriales.
5. **Control Discreto de Sistemas Continuos e Híbridos**
 - Sistemas muestreados. Simulación y Control. Sistemas Híbridos. Aplicación.

Control Discreto de Sistemas Continuos e Híbridos

Plan de la Unidad 5:

A. Control en Tiempo Discreto

- Control Digital Directo (DDC, Control Regulatorio o de Lazo Cerrado en Tiempo Discreto) de Sistemas de Estados Continuos Muestreados.
- Método de Emulación Discreta de Controlador Continuo.
- Implementación. Simulación “Híbrida” (TC-TD, Sistema de Datos Muestreados).

B. Control Híbrido

- Integración con Control Secuencial Supervisor (Control de Estados Discretos activados por Eventos).
- Simulación Híbrida conjunta (Sistema de Datos Muestreados y de Estados Discretos activados por Eventos).

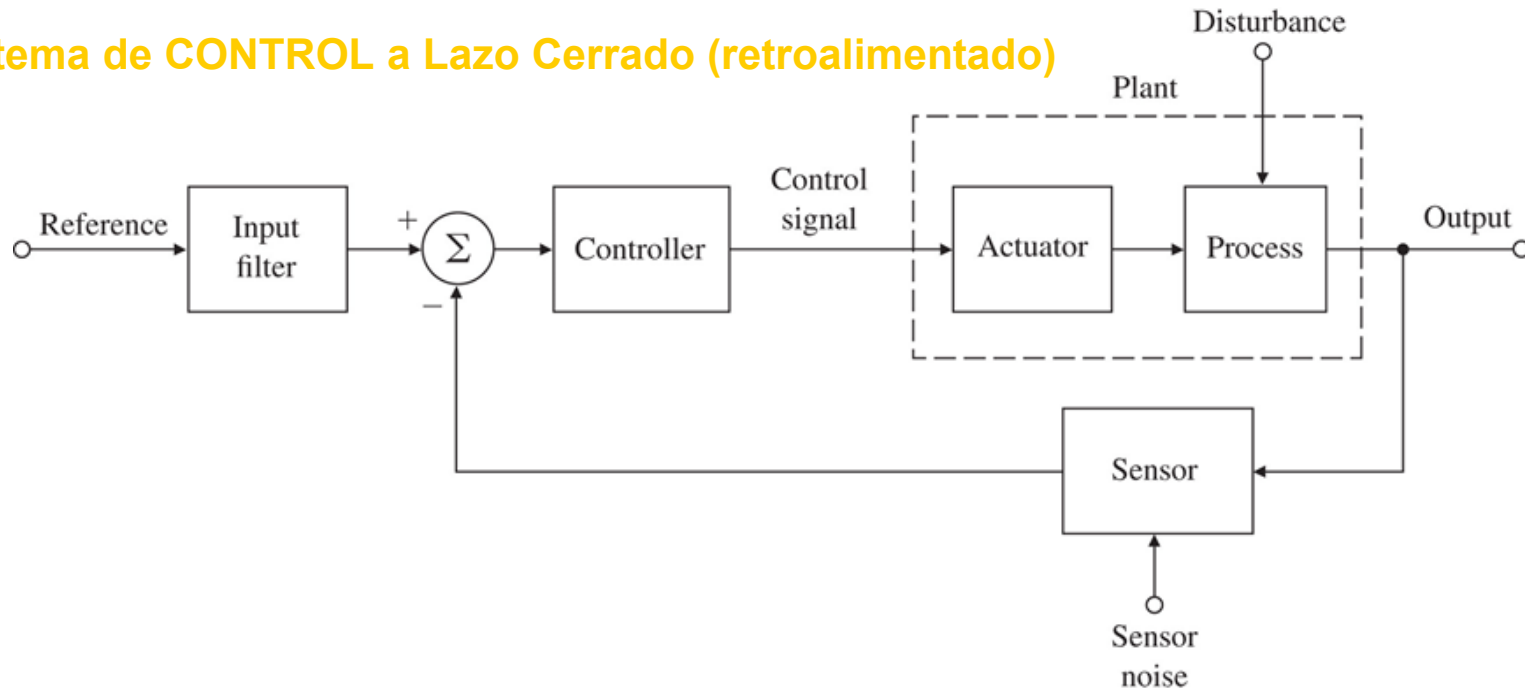
C. Aplicaciones

- Implementación. Aspectos prácticos. Características y aplicaciones.

CONTROL: Objetivos y Especificaciones

1. **ESTABILIDAD** → Seguridad y Disponibilidad para operación.
2. **ROBUSTEZ** frente a Incertidumbre de Modelo o Perturbaciones externas.
3. **DESEMPEÑO (Performance)** → Optimización (índices o especificaciones)
 - Rechazo a Perturbaciones o Cargas.
 - Seguimiento de Consignas o Comandos de Referencia.
 - Esfuerzos o acciones de Control razonables.

Sistema de CONTROL a Lazo Cerrado (retroalimentado)



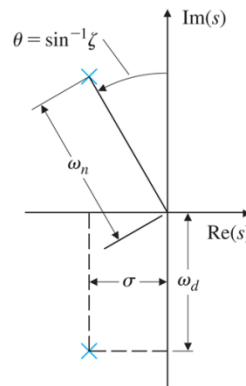
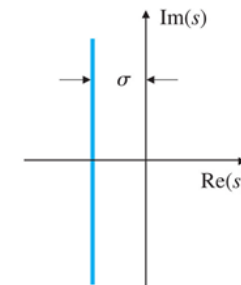
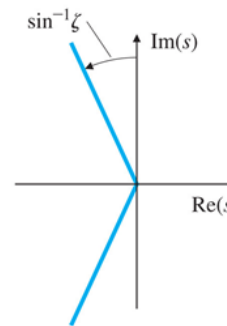
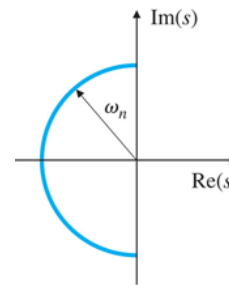
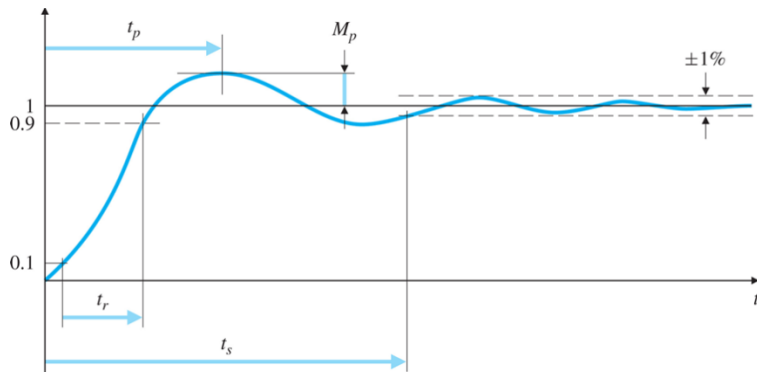
CONTROL: Objetivos y Especificaciones

OBJETIVOS: [cualitativos] del Sistema de CONTROL a Lazo Cerrado (retroalimentado)

1. **ESTABILIDAD**
2. **ROBUSTEZ.**
3. **DESEMPEÑO (Performance) → Optimización (índices o especificaciones)**

ESPECIFICACIONES en DT ↔ Espacio de Estado: [cuantitativos]

DT: Rta. a Escalón de Referencia **UBICACIÓN DE POLOS O VALORES PROPIOS de LAZO CERRADO** (Lugar PERMITIDO en Plano s vs. Restricción)



Rta. Dominante 2° orden sin ceros
(aproximación)

Análisis:

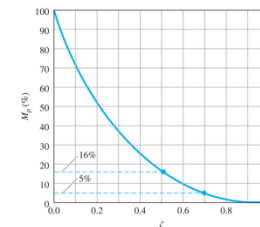
Diseño = síntesis:

rise time

$$t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n}$$

$$\omega_n \geq \frac{1.8}{t_r}$$

+ overshoot



+

settling time = Ubicación

$$t_s \approx \frac{4.6}{\sigma}$$

$$\sigma \geq \frac{4.6}{t_s}$$

$$\zeta \geq \zeta(M_p)$$

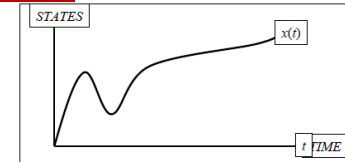
SD en Tiempo Continuo → T. Discretizado

SD FÍSICOS: Estados CONTINUOS, activados x TIEMPO

Leyes físicas, fuerzas de la naturaleza (macroscópico).

SDTC – Modelos en “Tiempo Continuo”

$$\dot{x} = f(x, t)$$



- Almacenamiento e intercambio de **Energía** interno o con entorno;
- Vectores de **Estado** $x(t)$, **Entrada** $u(t)$ y **Salida** $y(t)$: toman valores en conj. **Continuos**, finitos o infinitos ($\mathbb{R}$), evolucionando en Tiempo **Continuo** t ($\mathbb{R}$).
- Ej. $S_{LTI} \begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t); & x_0 = x(t_0) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{cases}$, donde: $u(t)_{m \times 1}, x(t)_{n \times 1}, y(t)_{p \times 1}$
 $A_{n \times n}, B_{n \times m}, C_{p \times n}, D_{p \times m}$
- Subclases: **LTI**, **LTV**, **LPV**, **NL**, etc.

SDTD – Modelos en “Tiempo Discretizado” [Muestreo]

- Representación **muestreada** de SDTC (**Zero-Order Hold**);
- Vect. de **Estado**, **Entrada** y **Salida**: valores en conj. **Continuos** (o **cuantizados**), finitos o infinitos ($\mathbb{R}$), evolucionando en Tiempo **Discreto** (o Muestreado) $t \rightarrow k.T$.

$$S_{LTI} \begin{cases} x((k+1).T) = [\Phi \equiv e^{A.T}] \cdot x(k.T) + [\Gamma \equiv \int_0^T e^{A.\eta} . d\eta . B] \cdot u(k.T); & x_0 = x(0) \\ y(k.T) = C \cdot x(k.T) + D \cdot u(k.T) \end{cases}$$

SD LTI: Tiempo Continuo → T. Discretizado

$$S_{LTI} \begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t); & x_0 = x(t_0) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{cases}, \text{ donde:}$$

$$u(t)_{m \times 1}, x(t)_{n \times 1}, y(t)_{p \times 1}$$
$$A_{n \times n}, B_{n \times m}, C_{p \times n}, D_{p \times m}$$

Solución de Ec.Estado (TC) → Aplicación **entre 2 instantes Ts (TD)**

b) Rta forzada (cond. iniciales) + exacta $U(t) \neq 0$

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t); \quad x(0) = x_0$$
$$\frac{d}{dt} e^{-At} = -A e^{-At} = -e^{-At} A$$
$$e^{-At} [\dot{x}(t) - A x(t)] = e^{-At} B u(t)$$
$$\frac{d}{dt} [e^{-At} x(t)] = e^{-At} \dot{x}(t) - A e^{-At} x(t) = e^{-At} [\dot{x}(t) - A x(t)]$$
$$\frac{d}{dt} [e^{-At} x(t)] = e^{-At} B u(t)$$
$$\int_0^t \frac{d}{d\tau} [e^{-A\tau} x(\tau)] d\tau = \int_0^t e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau$$
$$e^{-At} x(t) \Big|_0^t = e^{-At} x(t) - x_0 = \int_0^t e^{-A\tau} B u(\tau) d\tau$$
$$x(t) = e^{At} x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$
$$x(t) = e^{At} x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$

$Rta. Hom.$ $Rta. Forzada$

$$e^{At} * B u(t)$$

DT: $t \in \mathbb{R}$ $(B \cdot \frac{1}{s})$

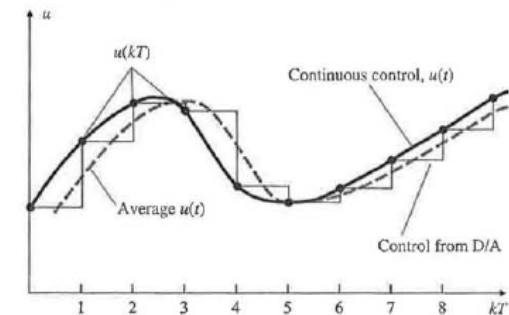
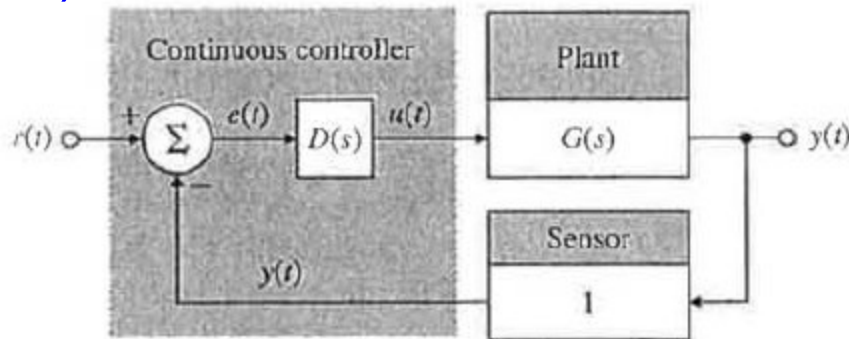
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + B d(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) + D d(t) \end{cases}$$
$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau$$
$$t_0 = 0, T_s \quad t = (k+1)T_s$$
$$x[k+1]T_s = e^{AT_s} x[kT_s] + \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{A[(k+1)T_s-\tau]} B u(\tau) d\tau$$
$$\eta = (k+1)T_s - \tau \Rightarrow d\eta = -d\tau$$
$$\tau = kT_s \Rightarrow \eta = T_s$$
$$\tau = (k+1)T_s \Rightarrow \eta = 0$$
$$x[k+1]T_s \approx \left[e^{AT_s} \right] x[kT_s] + \int_0^{T_s} e^{A(T_s-\eta)} B u(kT_s) d\eta$$
$$x[k+1]T_s \approx \left[e^{AT_s} \right] x[kT_s] + \left[\int_0^{T_s} e^{A(T_s-\eta)} B d\eta \right] u(kT_s)$$
$$x_{k+1} \approx \left[\Phi \right] x_k + \left[\Gamma \right] u(k)$$
$$\Phi(z) = zI - \Phi$$
$$y(k) = C x(k) + D u(k)$$

$$S_{LTI} \begin{cases} x((k+1).T) = [\Phi \equiv e^{A.T}] \cdot x(k.T) + [\Gamma \equiv \int_0^T e^{A.\eta} . d\eta . B] \cdot u(k.T); & x_0 = x(0) \\ y(k.T) = C \cdot x(k.T) + D \cdot u(k.T) \end{cases}$$

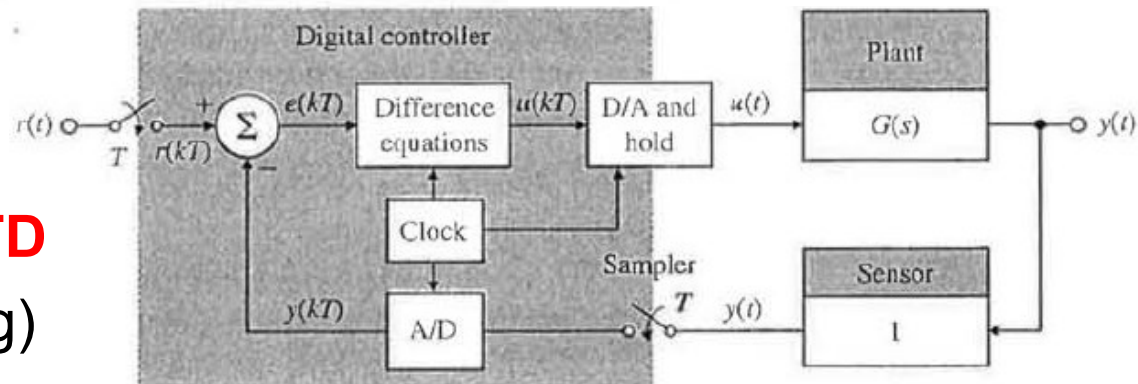
SD LTI: Tiempo Continuo → T. Discreto

$$S_{LTI} \begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t); & x_0 = x(t_0) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) \end{cases}, \text{ donde: } \begin{matrix} u(t)_{m \times 1}, x(t)_{n \times 1}, y(t)_{p \times 1} \\ A_{n \times n}, B_{n \times m}, C_{p \times n}, D_{p \times m} \end{matrix}$$

a) Controlador básico “Continuo” o Analógico en TC



b) Controlador básico de “Datos Muestreados” o Controlador “Digital” en TD (retardo prom. $T/2$ + aliasing)



$$S_{LTI} \begin{cases} x((k+1) \cdot T) = [\Phi \equiv e^{A \cdot T}] \cdot x(k \cdot T) + [\Gamma \equiv \int_0^T e^{A \cdot \eta} \cdot d\eta \cdot B] \cdot u(k \cdot T); & x_0 = x(0) \\ y(k \cdot T) = C \cdot x(k \cdot T) + D \cdot u(k \cdot T) \end{cases}$$

Controlador “Digital” en TD:

2 técnicas básicas p/definir las **ecuaciones en diferencias** del **controlador digital**:

1) Emulación o Equivalente Discreto

Diseño Controlador “continuo” en TC →

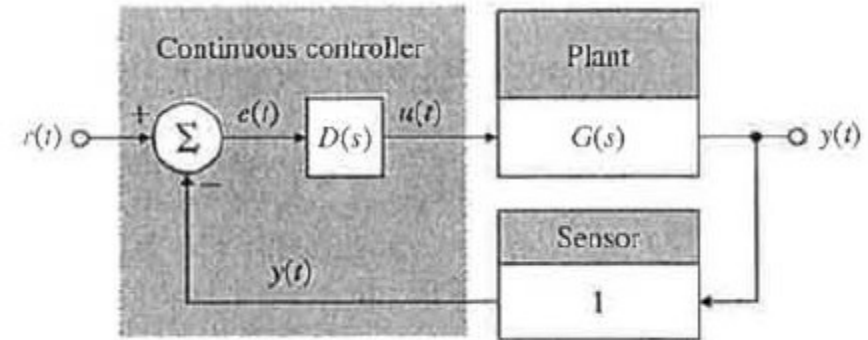
→ realizar **Aproximación Discreta**

ej. Integración/derivación Numérica en DT:

- Euler (rectángulos, explícito ó implícito),

- **Trapecios** = Aprox. **Bilineal (Tustin)**

(valido si **fs [Hz]=1/Ts >> BW control: 20-25 veces**)

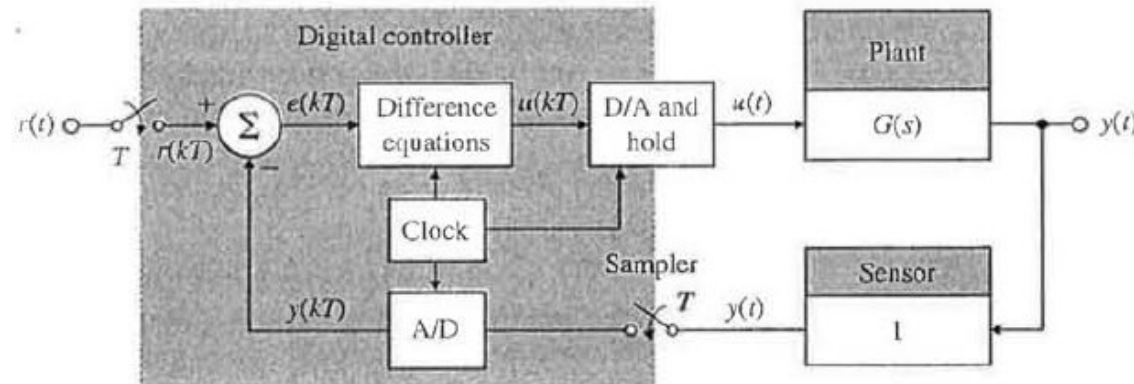


2) Diseño Discreto Directo

(acepta **fs [Hz] = 1/Ts > 2* BW**, no tan exigente).

Diseño en TD, a partir de

modelo discretizado de Planta.



$$S_{LTI} \begin{cases} x((k+1).T) = [\Phi \equiv e^{A.T}] \cdot x(k.T) + [\Gamma \equiv \int_0^T e^{A.\eta} \cdot d\eta \cdot B] \cdot u(k.T); & x_0 = x(0) \\ y(k.T) = C \cdot x(k.T) + D \cdot u(k.T) \end{cases}$$

CONTROL: IMPLEMENTACIÓN DIGITAL

Ej. Controlador PID en tiempo continuo (Analógico):

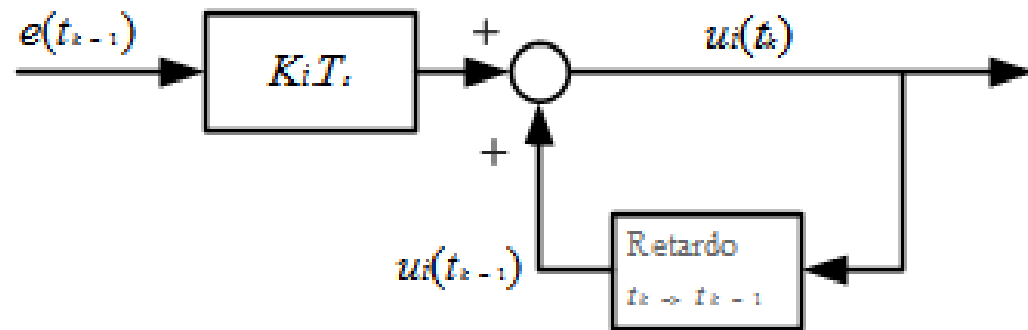
$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int e(t).dt + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} = K_p \cdot \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int e(t).dt + T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \right]$$

→ PID equiv. en tiempo discreto (Digital): Método de Emulación discr.

a) Acción **I** → **INTEGRACIÓN DISCRETA (Euler / Mét. Rectángulos):**

$$u_i(t_k) = K_i \cdot I_e(t_k) = K_i \cdot \left[\int_0^{t_k} e(t).dt + I_{e0} \right] = K_i \cdot \left[\int_{t_{k-1}}^{t_k} e(t).dt + \int_0^{t_{k-1}} e(t).dt + I_{e0} \right] =$$

$$\approx K_i \cdot [T_s \cdot e(t_{k-1}) + I_e(t_{k-1})] \quad \therefore$$



$$u_i(t_k) = K_i \cdot I_e(t_k)$$

$$I_e(t_k) \approx I_e(t_{k-1}) + T_s \cdot e(t_{k-1})$$

Opciones: Euler (Rectángulos) explícito / implícito,
Tustin (Trapezios)=Aprox. **Bilineal**

CONTROL: IMPLEMENTACIÓN DIGITAL

Ej. Controlador PID en tiempo continuo (Analógico):

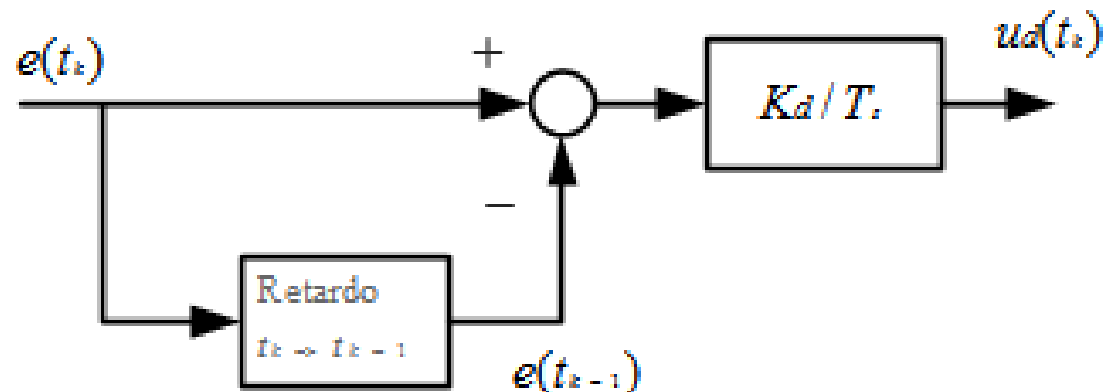
$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int e(t) \cdot dt + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} = K_p \cdot \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int e(t) \cdot dt + T_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \right]$$

→ PID equiv. en tiempo discreto (Digital): Método de Emulación discr.

a) Acción **D** → **DERIVACIÓN DISCRETA (Cociente incremental):**

$$u_d(t_k) = K_d \cdot D(t_k) = K_d \cdot \left[\frac{de(t_k)}{dt} \right] \approx K_d \cdot \left[\frac{\Delta e(t_k)}{\Delta t} \right] = K_d \cdot \left[\frac{e(t_k) - e(t_{k-1})}{T_s} \right] \quad \therefore$$

$$u_d(t_k) \approx \frac{K_d}{T_s} \cdot [e(t_k) - e(t_{k-1})]$$



CONTROL: IMPLEMENTACIÓN DIGITAL

→ PID equiv. en tiempo discreto (Digital): Método de Emulación discreta

Procedimiento Computacional (**ALGORITMO**)

implementable en PLC / PAC, Procesador Digital DSP, DSC, uP, etc.

(ej. Bloque de Función FB: requiere memoria interna !)

0. PARAMETRIZACIÓN e INICIALIZACIÓN

Ganancias: definir valores de K_p , K_i , K_d

Tiempo de Muestreo: definir T_s

Inicialización

Paso: $k:=0$;

$U_i(0):=0$; $E(0):=0$;

1. CICLO REPETITIVO (Periódico con Periodo $T_s = \text{const.}$)

a) Paso: $k:=k+1$;

b) **leer entradas para Paso k** : consigna $Y^*(k)$ y valor medido $Y(k)$;

c) **error**: $E(k):=Y^*(k) - Y(k)$;

d) **Cálculo PID**:

$U_p(k):=K_p * E(k)$;

$U_i(k):=U_i(k-1) + K_i * T_s * (E(k) + E(k-1)) / 2$; % Trapecios (TUSTIN)

$U_d(k):=K_d / T_s * (E(k) - E(k-1))$;

$U_{pid}(k) = U_p(k) + U_i(k) + U_d(k)$; (Nota: agregar **bias**, etc.)

e) **escribir salida para Paso " k " = $k + dk$** : acción de control $U_{pid}(k)$

f) **Memorizar p/próximo paso**:

$U_i(k-1):=U_i(k)$; $E(k-1):=E(k)$;

g) **ESPERA** (hasta cumplir intervalo de Tiempo Muestreo T_s)

h) **Volver a 1 y REPETIR (Bucle sin fin)**

Reducir **RETARDO dk**

Lectura de **ENTRADAS**

→ tiempo de cálculo **dk**

Escritura de **SALIDAS**

PRECALCULAR

Todo lo que no depende

De Paso actual **k**

→ **HACER!**

CONTROL: IMPLEMENTACIÓN DIGITAL

Método: Emulación en Tiempo Discreto de Control Diseñado en Tiempo Continuo

Condición: *Tiempo de muestreo $T_s = t_k - t_{k-1}$ suficientemente rápido (pequeño) vs. variación de variables del proceso*

*Criterio Teórico: Teorema del muestreo ($f_s > 2 * BW_{controlador}$)*

*Criterio Práctico: $f_s \sim (20 \text{ ó } 25) * BW_{controlador}$*

Ejercicio:

1. Control completo (Ley de Control y Observador) para Sistema rotacional 1 g.d.l. / estado: velocidad y posición; acción ctrl: torque. Diseño de Controlador de movimiento PID y Simulación
 - incorporación de muestreo y Emulación en Tiempo Discreto (modelo Simulink discreto → Código secuencial).
 - Simulación comparativa

Ejercicio:

[illegible]

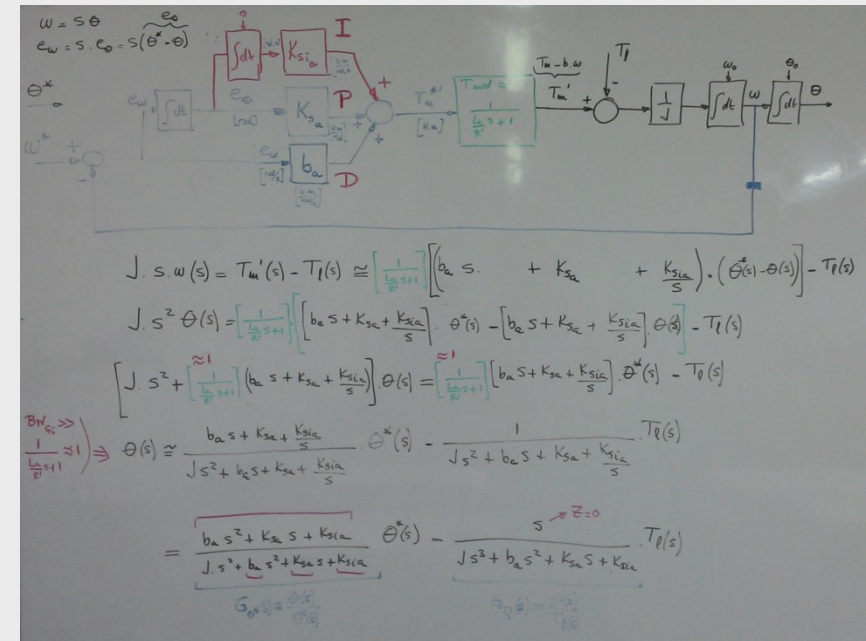
- 14

CONTROL: IMPLEMENTACIÓN DIGITAL

Ejercicio:

Control Movimiento completo en cascada $T_{mod}=1$ (Ley de Control PID + Observador) para Sistema rotacional 1 g.d.l. / estado: velocidad y posición; acción ctrl: torque. Diseño de Servosistema tipo 1 y Simulación

- incorporación de muestreo y Emulación en Tiempo Discreto (modelo Simulink discreto → Código secuencial).
- Simulación comparativa



CONTROL DIGITAL:

Bibliografía Ampliatoria:

Capítulo 8: **DIGITAL CONTROL**, en libro

G. Franklin, D. Powell, A. Emami-Naeini, **Feedback Control of Dynamic Systems**, 6° Edición.

(ver anexo →)

Visión general introductoria de Control Digital:

- Métodos de Diseño (enfoques alternativos):
 - Emulación discreta de controlador continuo vs.
 - Diseño discreto directo.
- Aspectos de implementación.

Paper: **Sistemas Mecatrónicos y Control**

R. Isermann, “**MECHATRONIC SYSTEMS – Innovative Products with Embedded Control –**”, IFAC 2005.

(ver anexo →)

Control Discreto de Sistemas Continuos e Híbridos

Plan de la Unidad 5:

A. Control en Tiempo Discreto

- Control Directo en Tiempo Discreto de Sistemas de Estados Continuos Muestreados.
- Método de Emulación Discreta de Controlador Continuo.
- Implementación. Simulación Híbrida (Sistema de Datos Muestreados).

B. Control Híbrido

- Integración con Control Secuencial Supervisor (Control de Estados Discretos activados por Eventos).
- Simulación Híbrida conjunta (Sistema de Datos Muestreados y de Estados Discretos activados por Eventos).

C. Aplicaciones

- Implementación. Aspectos prácticos. Características y aplicaciones.

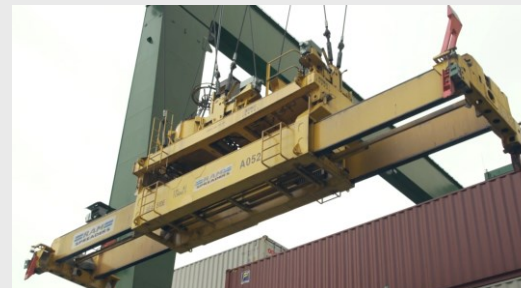
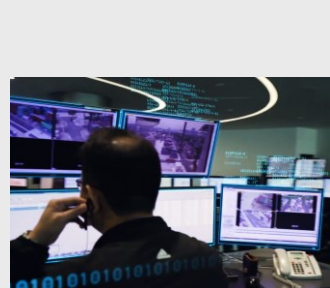
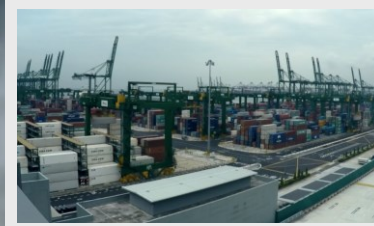
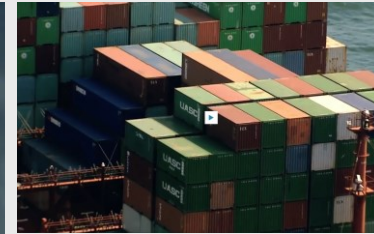
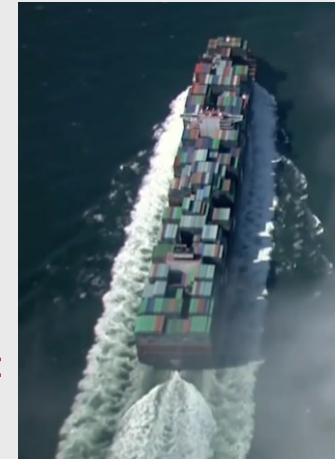
Ejemplo: Control de Grúas Portuarias

Video comercial Siemens: PSA (Port of Singapur) Fully-Automated RMG Container Handling

https://www.youtube.com/watch?v=GyBEw1Eglh4&ab_channel=Siemens

Observar:

- **Barcos** portacontenedores: **distribución de carga de Contenedores** para transporte en altamar.
 - **Grúas portico de muelle (STS=Ship-to-Shore)** portacontainers: estructura, **headblock/Spreader**, **maniobras** carga y descarga de contenedores desde Barcos. Control de balanceo subactuado, mediante modulación de aceleración de carro.
 - **Carretones** o Trailers de transporte local entre playa y muelle.
 - **Grúas portico de playa (RMG=Rail-mounted Gantry/RTG=Rubber-Tyred Gantry)**: almacenamiento y manipulación de contenedores en Playa. Control de balanceo restringido con **Cables de acero auxiliares cruzados** (más grados de libertad para control)
- PSA: RMGs totalmente automatizadas y monitoreadas remotamente.



Ejemplo: Control de Grúas Portuarias

Video (3:16 min) Operación Manual de Descarga
Ciclo simple
En Puerto Colombo (Sri Lanka)

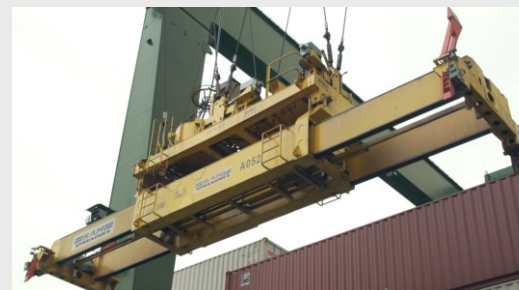
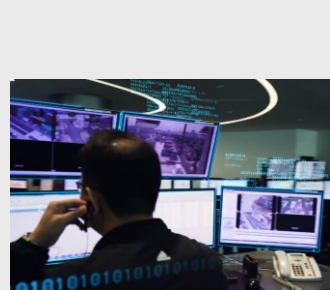
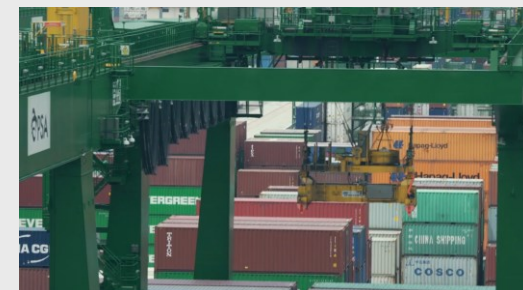
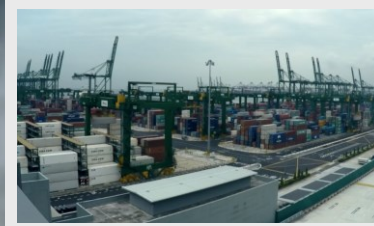
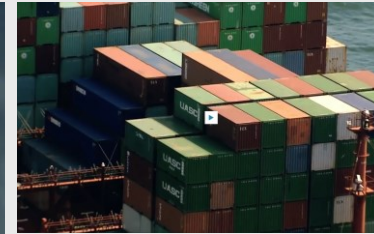
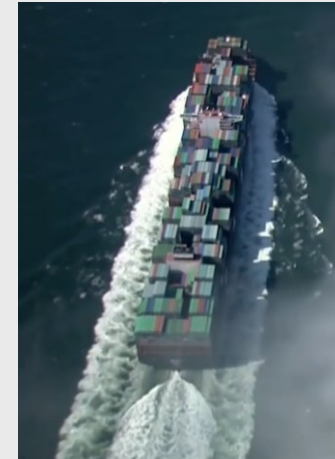
Quay Gantry Crane Operation (Container Discharging)

@ Colombo International Container Terminals

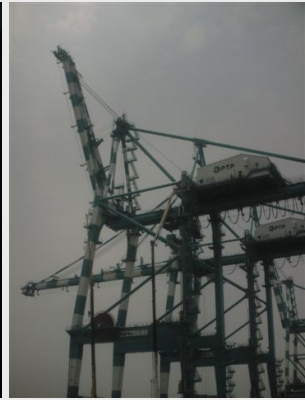
<https://www.youtube.com/watch?v=gbADrhdbDe8>

Operating a supercrane (6:38 min)

https://www.youtube.com/watch?v=z7PqJnlcCfl&ab_channel=leroyscomedy



Ejemplo: Control de Grúas Portuarias



Control directo en T. Discreto de **accionamientos individuales de izaje y carro**: (Ley de Control y Observador) para Sistema rotacional / traslacional 1 g.d.l. / estado: velocidad y posición traslación; acción ctrl: torque (modulador ideal). Diseño de accionamientos **desacoplados** y Simulación

1. A. IZAJE: Carga peso variable c/sensor
2. B: CARRO: Carga elástica c/sensor desplazam.

→ incorporación de muestreo y Emulación en Tiempo Discreto (modelo Simulink discreto → Código secuencial).

→ Simulación comparativa

Ejercicio: Control Híbrido de Accionamiento de IZAJE (ver doc. Aula Abierta)

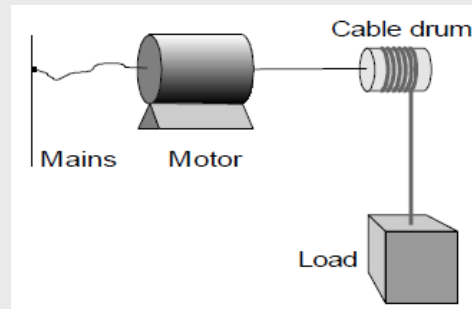
- Planta Continua NL (freno mecánico, contacto, cable elástico)
- Control Regulatorio (datos muestreados) + Supervisor (Autómata)

T.P.: Control Híbrido de Izaje en Grúa



Control Digital Híbrido de Accionamiento de IZAJE (ver doc. Aula Abierta)

- **Planta Continua NL** : freno mecánico, contacto, cable elástico
- **Control Regulatorio** (datos muestreados) +
- **Control Supervisor** (Autómata)



UNCuyo - Ing. Mecatrónica
Mendoza - Argentina

317 - AUTÓMATAS Y CONTROL DISCRETO
Unidad 5 - Trabajo Práctico: CONTROL DIGITAL HÍBRIDO de Accionamiento

Prof. Titular: Ing. Gabriel L. Julián
Rev.0 Prelim.: 29/10/2024

Unidad 5 – Trabajo Práctico: Sistema de Control Digital Híbrido para Accionamiento de Izaje en Grúa Portuaria

1. Aplicación: Izaje en Grúa Portacontenedores de Muelle tipo Pórtico

Diseñar y simular un modelo en SIMULINK/STATEFLOW de un Sistema de **Control Digital Híbrido** (estados continuos en tiempo discretizado + estados discretos activados por eventos) a implementar mediante Controladores Digitales Programables (PLC + AC Drive) para el **Accionamiento de Izaje** (dirección vertical, eje y, **único movimiento considerado aquí**) en una grúa portacontenedores de muelle tipo pórtico (**Figura 1**).



a) Vista lateral (coordenadas globales x: traslación de carro – y: altura de izaje de la carga)



b) Vista frontal, desde el barco, con detalle de headblock/spreader y carga suspendida: container (indicando altura de izaje $y_1(t)$ a base de spreader; y, si hay carga, alto de container H_c a descontar)

Figura 1: Grúa Portacontenedores Portuaria de Muelle tipo Pórtico (Ship-to-Shore Container Crane)