Trabajo Práctico 3.0: ESPACIOS VECTORIALES

1. Indique en cada caso si los conjuntos dados son subespacios vectoriales del espacio indicado o no.

   a) El conjunto $M = \{\ A = A^T | A \in \mathcal{M}_{2\times 2}\}$
   b) El conjunto $M = \{\ det(A) = 0 | A \in \mathcal{M}_{n\times n}\}$
   c) El conjunto de las matrices de orden 2×3 que tienen -1 en la posición 22, subespacio del espacio de matrices de orden 2×3.
   d) El conjunto $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & c+b+c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ subespacio del espacio de matrices de orden 2×5.
   e) El conjunto $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ x+y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 |\ x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$ subespacio de $\mathbb{R}^3$.
   f) El conjunto $V = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 |\ x, y, \in \mathbb{R} \right\}$ subespacio de $\mathbb{R}^2$.

2. Determine si los siguientes conjuntos son o no una base para los espacios vectoriales indicados. En caso de no ser base justifique por qué no lo es.

   a) $B = \{(-1, 1), (0, 2)\}$ para el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.
   b) $B = \{(1, 7)\}$ para el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.
   c) $B = \{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}), (4, -4)\}$ para el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$.
   d) $B = \{(2, -3, 3), (0, -4, 5), (2, 1, -2)\}$ para el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.
   e) $B = \{(1, -2, 0), (0, 1, 2)\}$ para el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.
   f) $B = \{(1, 0, 1), (1, 2, 5), (2, 2, 6)\}$ para el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$.
   g) $B = \{1 + x,\ 2 - x^2,\ x\}$ para el espacio vectorial P_2 (polinomios de coeficientes reales hasta grado 2).
   h) $B = \left\{ \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \right\}$ para el espacio vectorial $\mathcal{M}_{3\times 3}$.
   i) $B = \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$ para el espacio vectorial $\mathcal{M}_{3\times 3}$.

3. En la lista del ejercicio anterior, si un conjunto B no es base del espacio indicado, determine qué subespacio es el que se genera.

4. Determine las coordenadas de x en la base B.

   a) $B = \{(1, -1), (0, 2)\}$, $[x] = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$
   b) $B = \{(0, -1), (1, -1)\}$, $[x] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
   c) $B = \{(1, 0, 0), (1, -1, 0), (0, 0, 1)\}$, $[x] = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$
   d) $B = \{-1, 2x, x^2\}$, $[x] = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

5. Determine las coordenadas de x en base canónica.

a) $B = \{(2,-1),(0,1)\}$, $[x]_B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $B = \{(-1,4),(4,-1)\}$, $[x]_B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

c) $B = \{(1,0,1),(1,1,0),(0,1,1)\}$, $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

d) $B = \{1, x, x^2\}$, $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

e) $B = \{3, 1+x, 2+x-x^2,\}$, $[x]_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$