# Unidad 3: Ejercicio integrador

Dada la transformación lineal

$$T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \quad \text{definida por} \quad T(x, y, z) = (x + y,\ y + z,\ x - z)$$

y sean las bases de $\mathbf{R}^3$

$$B = (1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1) \quad \text{y} \quad B' = (1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)$$

1. Verificar que $T$ es una transformación lineal.
2. Hallar el núcleo de $T$: $N(T)$
3. Encontrar una base del núcleo.
4. Hallar la dimensión del núcleo: $null(T)$
5. Hallar la imagen de $T$: $Im(T)$
6. Encontrar una base de la imagen.
7. Hallar la dimensión de la imagen: $rg(T)$
8. Verificar el teorema de la dimensión
9. Hallar la matriz estándar de $T$: $A$
10. Usar la matriz hallada para calcular $T(1, 2, -1)$.
11. Hallar la matriz asociada de $T$ respecto de la base $B$: $D$
12. Hallar las coordenadas de $T(2, 1, 0)$ respecto de la base $B$.
13. Hallar la matriz de cambio de base $P$ de $B$ a la base canónica.
14. Encontrar la matriz $Q$ de pasaje de la base canónica a la base $B$.
15. Verificar que la matriz estándar $A$ y la matriz $D$ son semejantes.
16. Verificar que las matrices $A$ y $D$ cumplen las propiedades de tener:
    - igual determinante,
    - igual traza.
17. Encontrar la matriz asociada a la misma transformación usando la base $B$ en el dominio y la base $B'$ en el codominio.