

CUERPOS RÍGIDOS VINCULADOS

Sistemas planos



Tipos de vínculos

1. Vínculos externos.

1.1 Bielas

1.2 Apoyo simple

1.3 Apoyo doble

1.4 Aclaraciones

1.5 Empotramiento y Empotramiento guiado

2. Vínculos internos

2.1 Articulación entre dos chapas

2.2 Articulación con más de dos chapas

2.3 Biela

2,4 Bielas paralelas

2.5 Bielas no paralelas

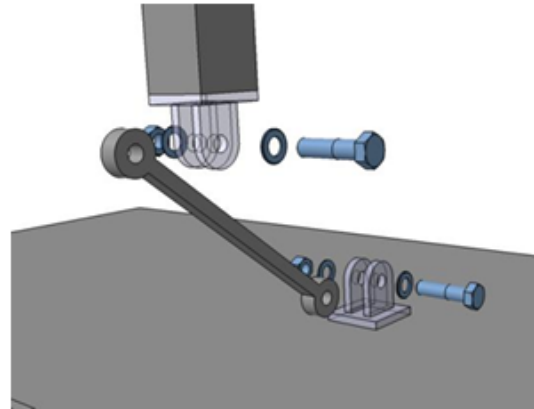
3. Ejemplo

4. Resumen

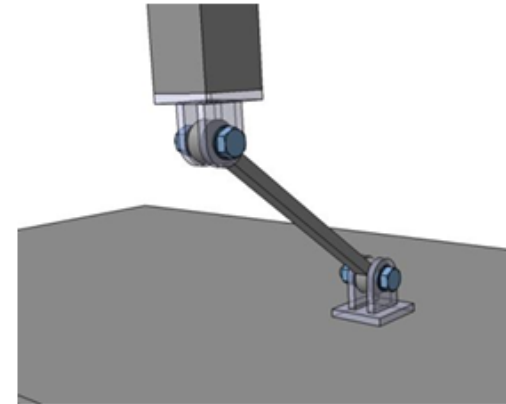
1. Vínculos externos

1.1 Biela

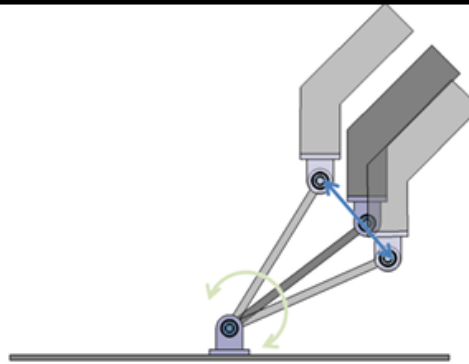
Biela (chapa articulada-articulada sin carga transversal aplicada)



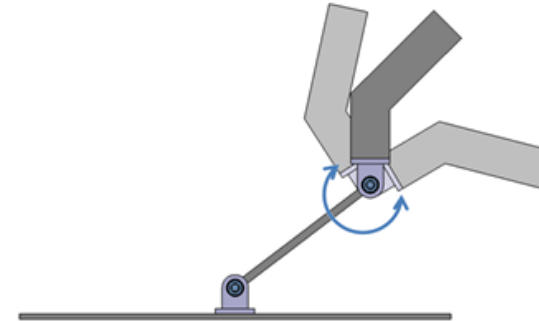
Biela, componentes.



Biela, conjunto.

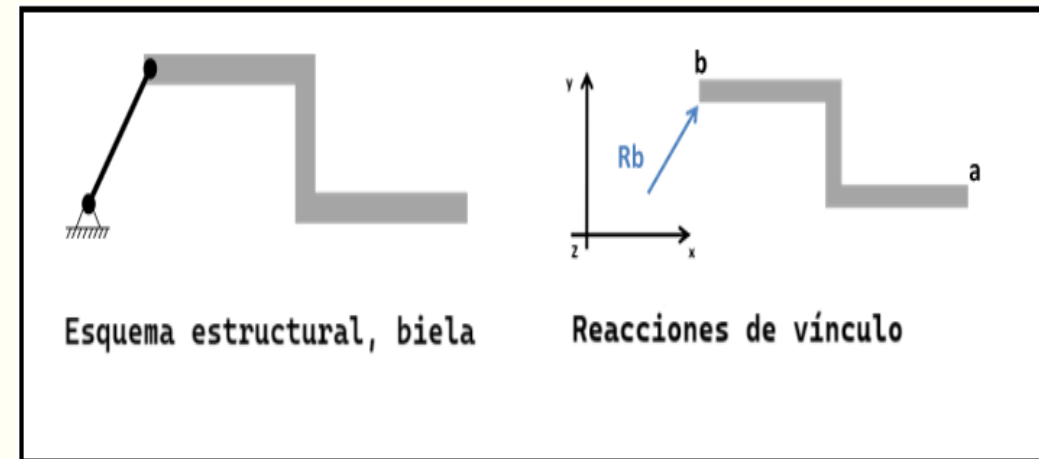
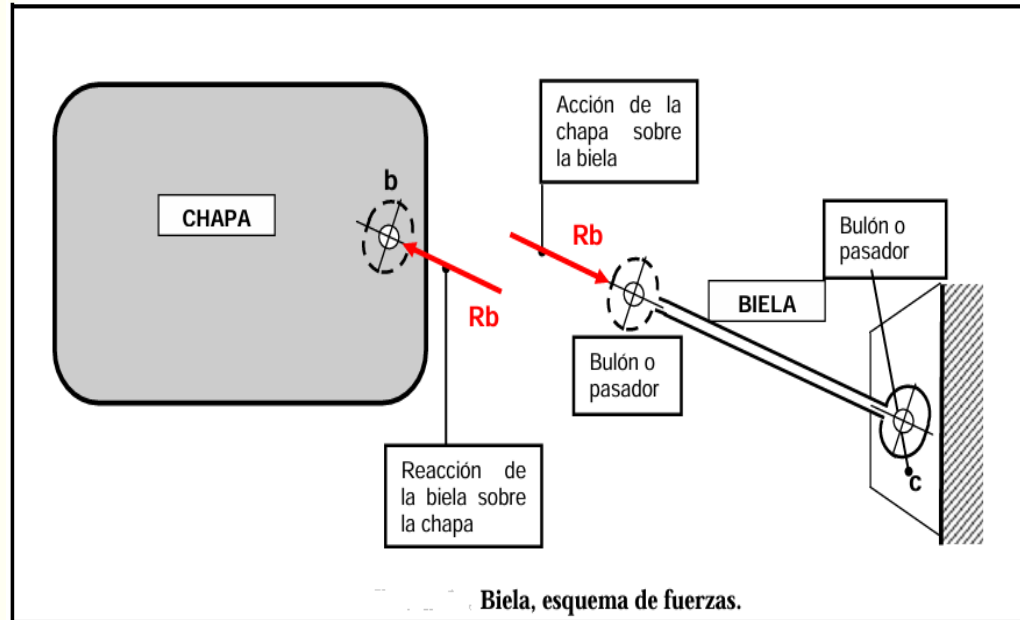


Biela, mov. permitido (1).



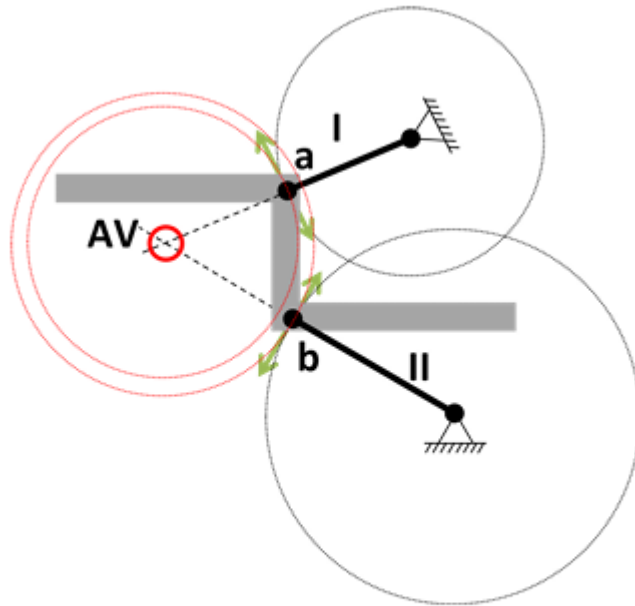
Biela, mov. permitido (2).

1. Vínculos externos



"Desde un punto de vista cinemático una biela restringe únicamente 1 grado de libertad que corresponde con el desplazamiento en la dirección de su eje longitudinal"

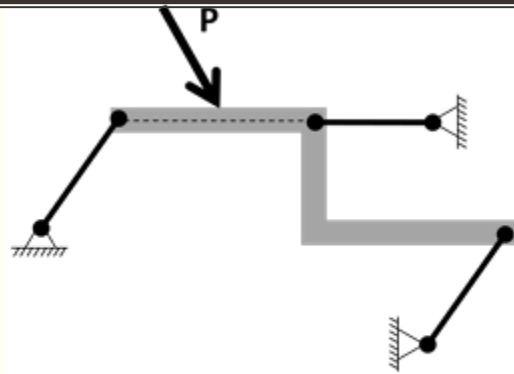
1. Vínculos externos



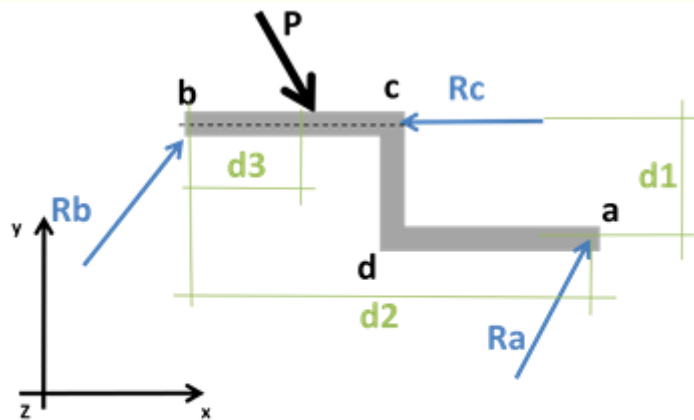
Bielas concurrentes.

1) -La biela vinculada a una chapa en el punto "b" deja libres 2GL. -El único sistema de fuerzas activas que permite el equilibrio del sistema es una fuerza que actúe sobre el punto "b" en la dirección de la biela.	2) -Agregando una biela que concorra también al punto b se genera una articulación virtual en "b" que permite, por ejemplo que el punto "a" se desplace en la dirección de la tangente al radio a-b (1 GL). -La única fuerza resultante que permite el equilibrio del sistema es una fuerza que pase por el punto "b" y que tenga cualquier dirección.	3) -Agregando una biela en el punto "a" tal que su dirección no permita el desplazamiento de "a" (es decir, que no concorra a "b"), el sistema queda impedido de moverse (0GL). -Por ser un sistema isostático resiste permite generar el equilibrio ante la aplicación de cualquier sistema de cargas activo.

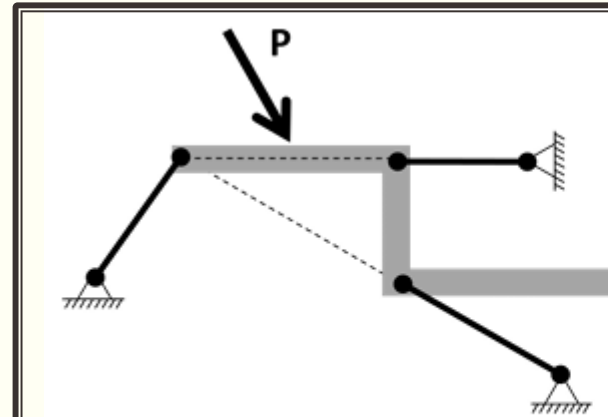
1. Vínculos externos



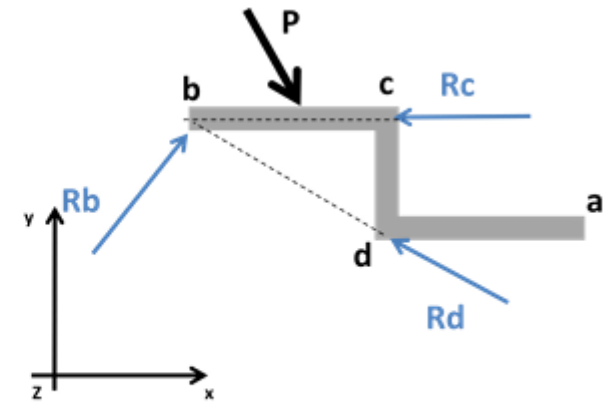
Sistema isostático, vínculos externos



Sistema isostático, fuerzas reactivas



Sistema Aparente, vínculos externos



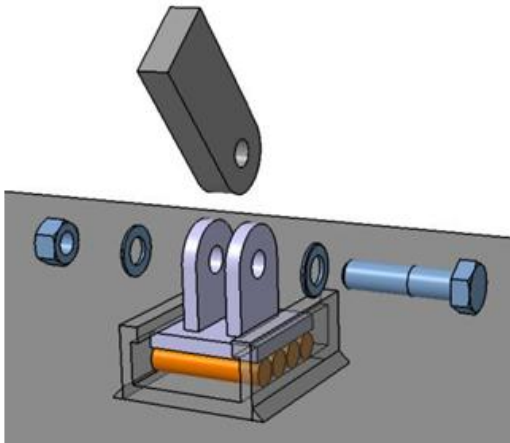
Sistema aparente, fuerzas reactivas

"Un sistema con la cantidad de vínculos necesaria para ser isostático pero MAL DISPUESTOS, se transforma en un sistema con VINCULACIÓN APARENTE".

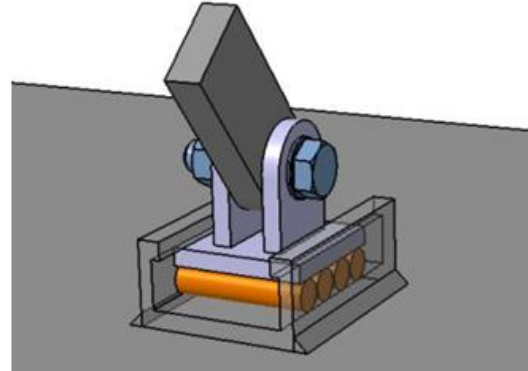
1. Vínculos externos

1.2 Apoyo simple

Vínculo simple (Unión con bulón pasante deslizante)

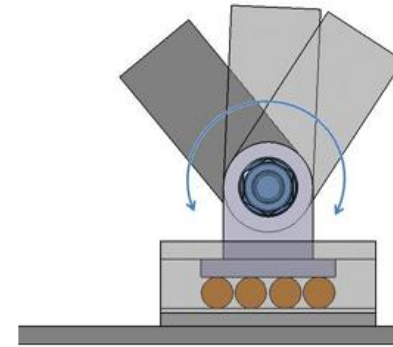


V. Simple, componentes.

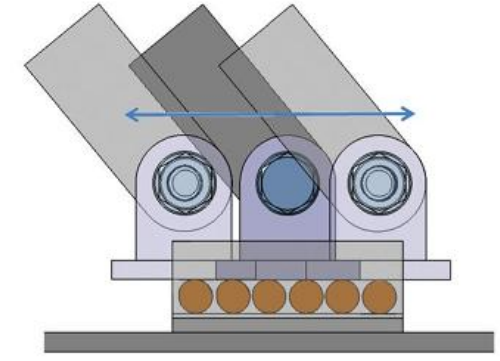


V. Simple, conjunto.

"El vínculo simple restringe únicamente 1 grado de libertad que se corresponde con impedir el desplazamiento en la dirección perpendicular al movimiento que permiten los rodillos"



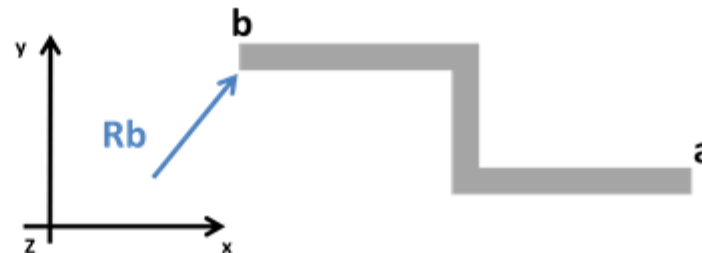
V. Simple, mov. permitido (1).



V. Simple, mov. permitido (1).



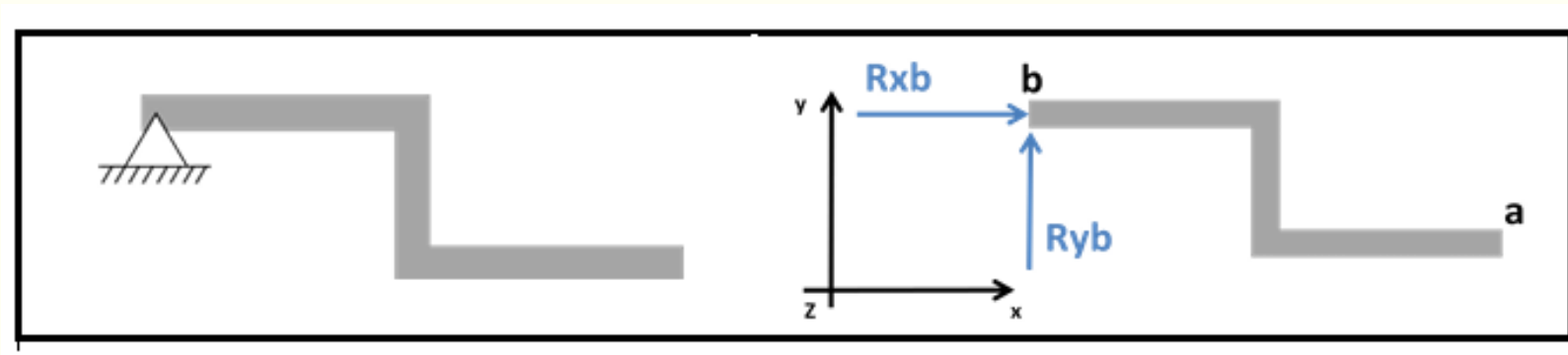
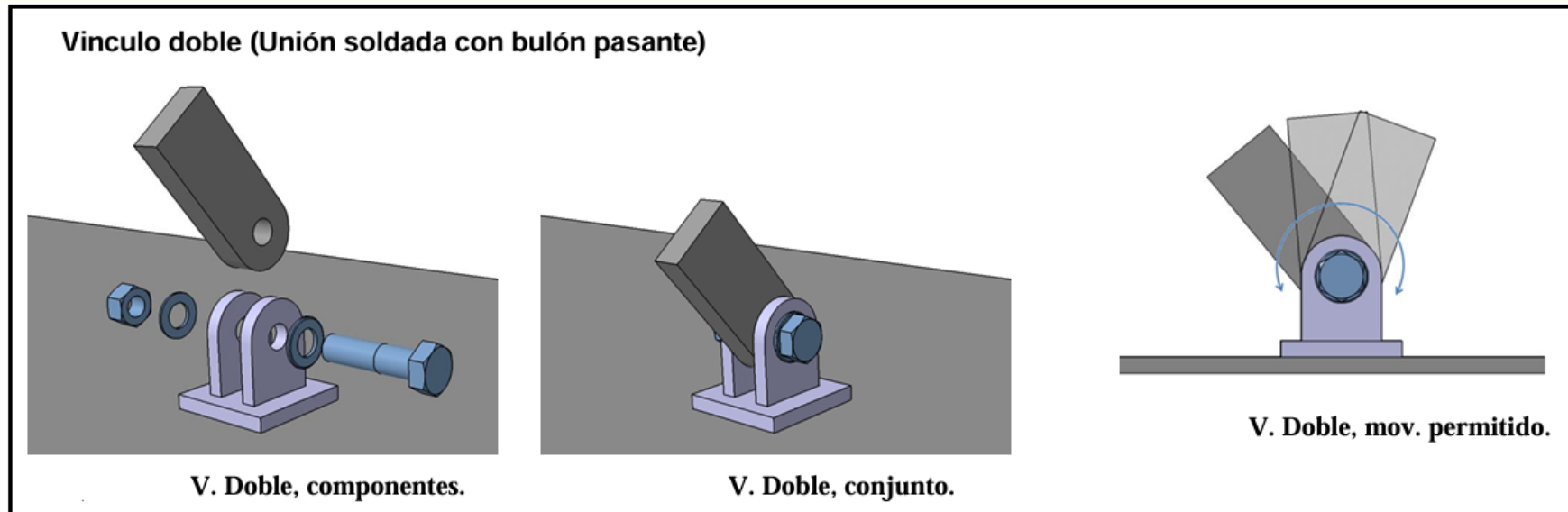
Esquema estructural, V. Simple



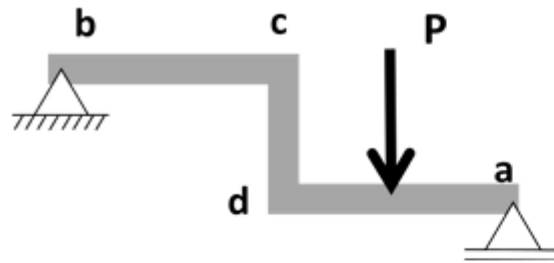
Reacciones de vínculo, V. Simple

1. Vínculos externos

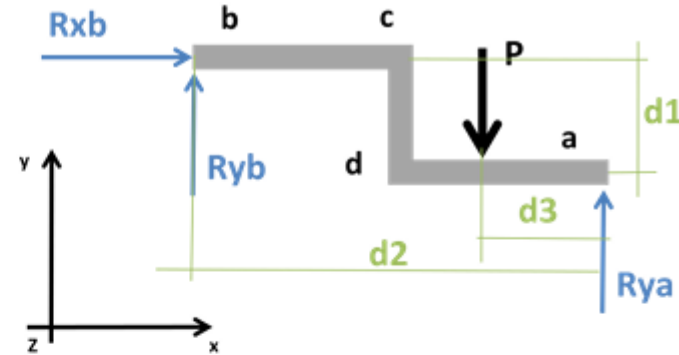
1.3 Apoyo doble



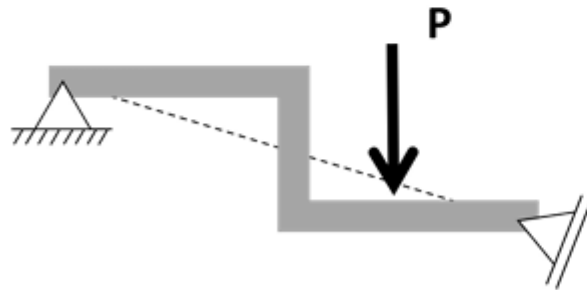
1. Vínculos externos



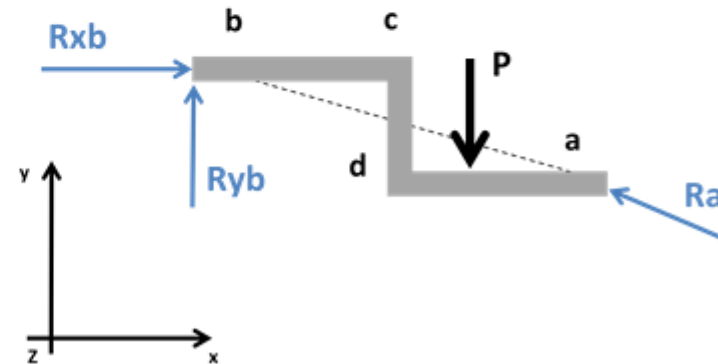
Sistema isostático, vínculos externos (0GL).



Cuerpo libre Sistema isostático, Fzas. activas y reactivas



Sistema Aparente, vínculos externos (1GL).



Cuerpo libre - Sistema aparente, fuerzas activas y reactivas

1. Vínculos externos

1.4 Aclaraciones



Esquema estructural, biela-V. simple, cálculo de reacciones (1).



Esquema estructural, biela-V. simple, cálculo de reacciones (2).

"Sólo para el cálculo de reacciones la biela se podrá reemplazar por un vínculo simple"



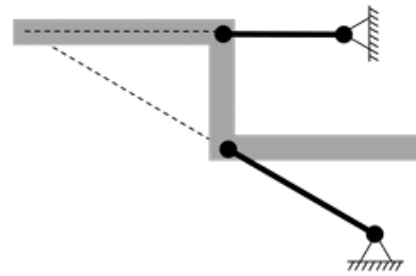
Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (1).



Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (2).

1. Vínculos externos

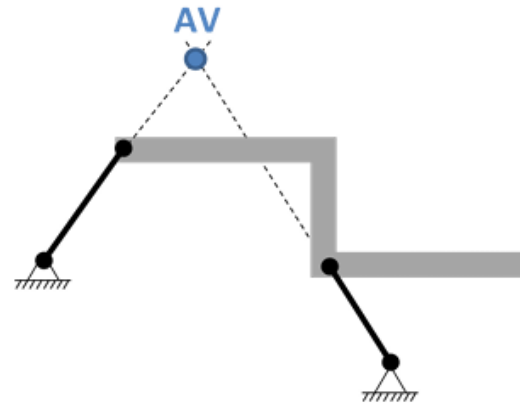
1.4 Aclaraciones



Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (3).



Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (4).



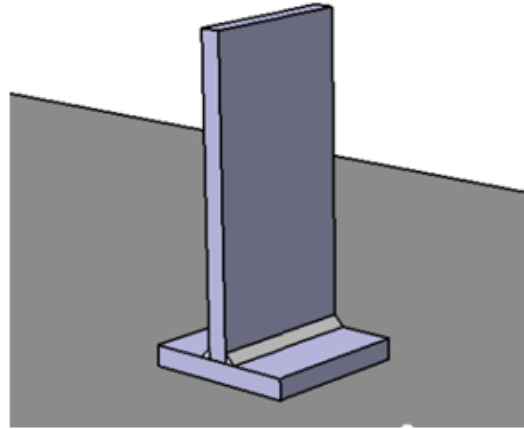
Esquema estructural, bielas concurrentes, cálculo de reacciones (2).

"Considerar el punto de cruce de las bielas o vínculos simples facilita el cálculo de reacciones en algunos casos"

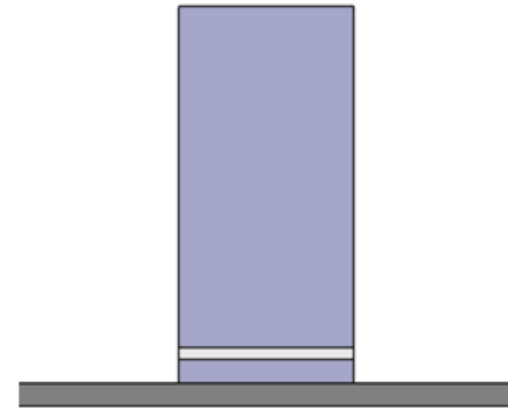
1. Vínculos externos

1.5 Empotramiento

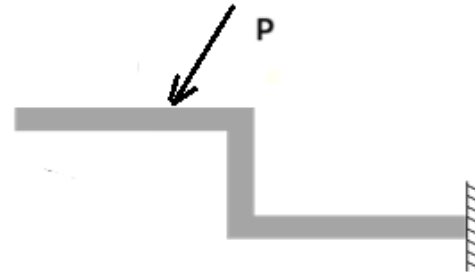
Empotramiento (Unión soldada)



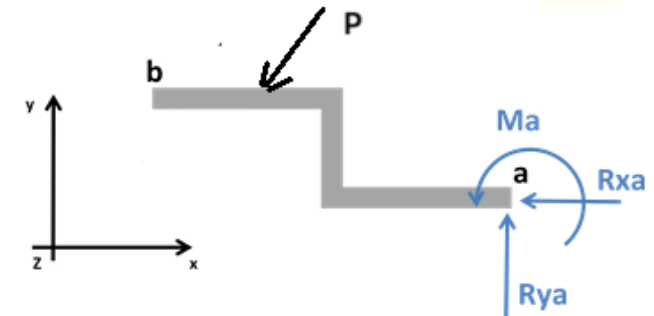
Empotramiento



Empotramiento



Esquema estructural
empotramiento (0GL).

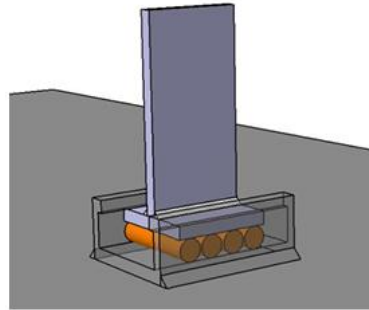


Cuerpo libre – Fzas activas y
reactivas, empotramiento (3GL).

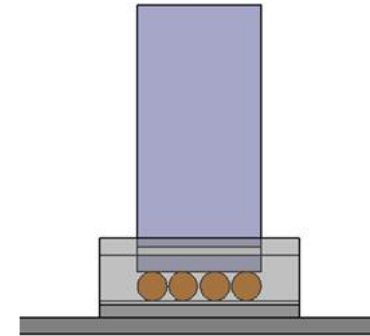
1. Vínculos externos

1.5 Empotramiento guiado

Empotramiento guiado (unión soldada deslizante)

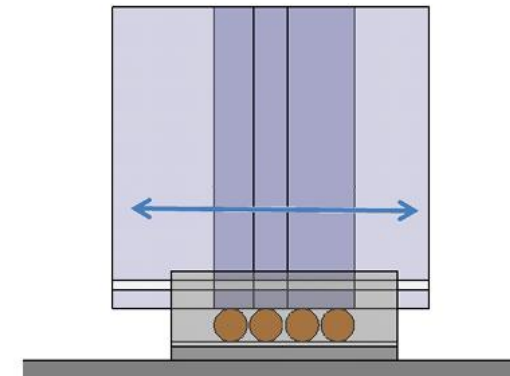
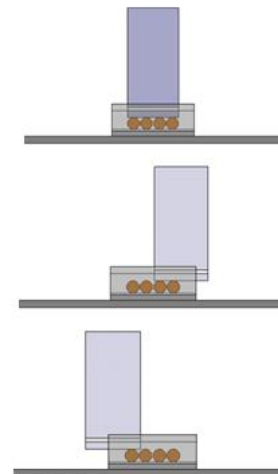


Empotramiento guiado (1).



Empotramiento guiado (2).

"El empotramiento guiado restringe 2 grados de libertad que se corresponden con el giro y el desplazamiento normal a los rodillos, y permite el desplazamiento en la dirección de los rodillos"



Empotramiento guiado, mov. permitidos.

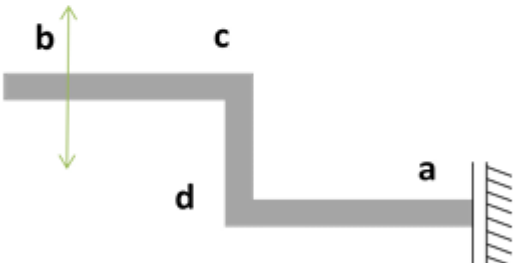
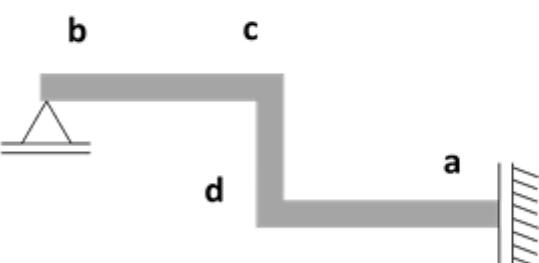
1. Vínculos externos



**Esquema estructural,
empotramiento guiado**

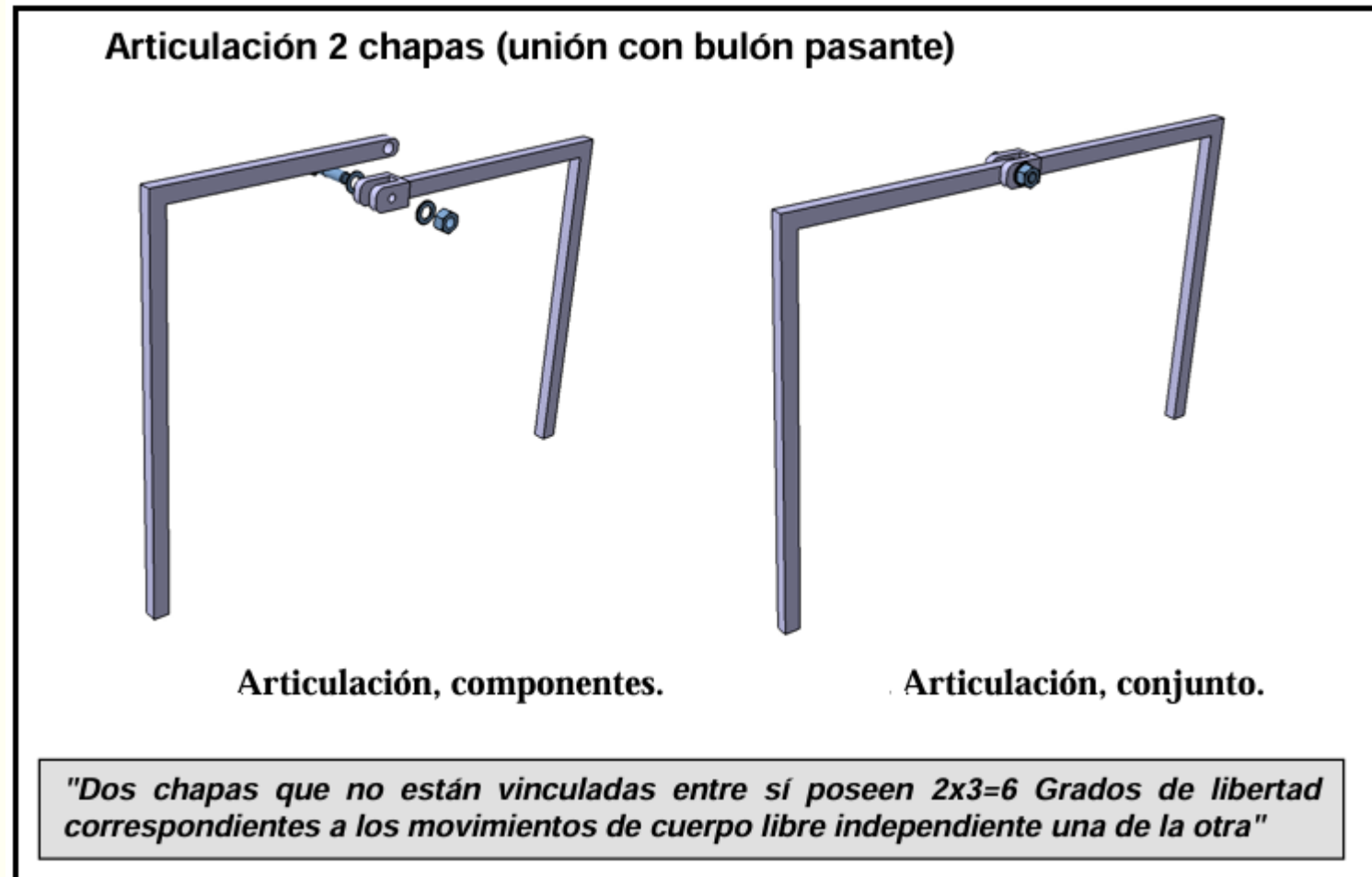


**Cuerpo libre, empotramiento
guiado**

 Diagrama 1: Estructura con un empotramiento guiado en 'a' y un desplazamiento vertical libre en 'b'. Se muestra una estructura en forma de L invertida con puntos 'b', 'c', 'd' y 'a'. Una flecha vertical verde en 'b' indica un desplazamiento vertical libre.	 Diagrama 2: Estructura con un empotramiento guiado en 'a' y un vínculo simple en 'b'. Se muestra la misma estructura en forma de L invertida, pero con un triángulo de apoyo (vínculo simple) en el punto 'b', lo que restringe el desplazamiento vertical.
1) -El empotramiento guiado en "a" permite, por ejemplo que el punto "b" se desplace verticalmente (1 GL). - Para asegurar el equilibrio el sistema de fuerzas activo debe cumplir con la condición de no tener resultante en la dirección vertical.	2) -Agregando un vínculo simple (o una biela) en el punto "b" tal que su dirección no permita el desplazamiento vertical de "b" el sistema queda impedido de moverse (0GL). -Por ser un sistema isostático el sistema activo no tiene ninguna restricción porque el sistema reactivo siempre va a ser capaz de generar la equilibrante.

2. Vínculos internos

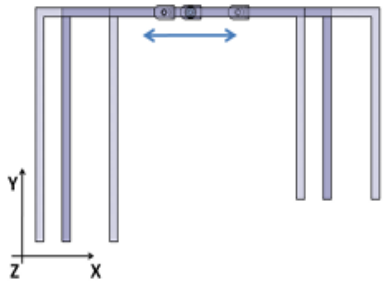
2.1 Articulación de 2 chapas



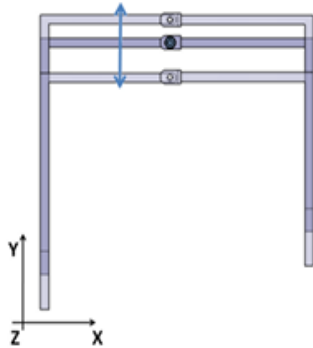
2. Vínculos internos

2.1 Articulación de 2 chapas

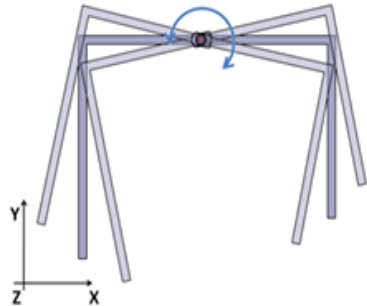
Movimientos como cuerpo rígido (3GL)



Mov. de cuerpo libre, Traslación en "x".

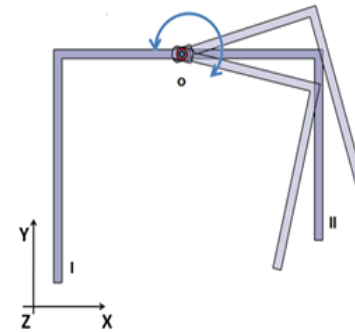


Mov. de cuerpo libre, Traslación en "y".

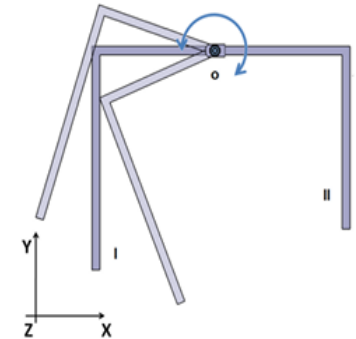


Mov. de cuerpo libre, rotación en "z".

Movimiento relativo (1GL)



Movimiento relativo, chapa I fija.



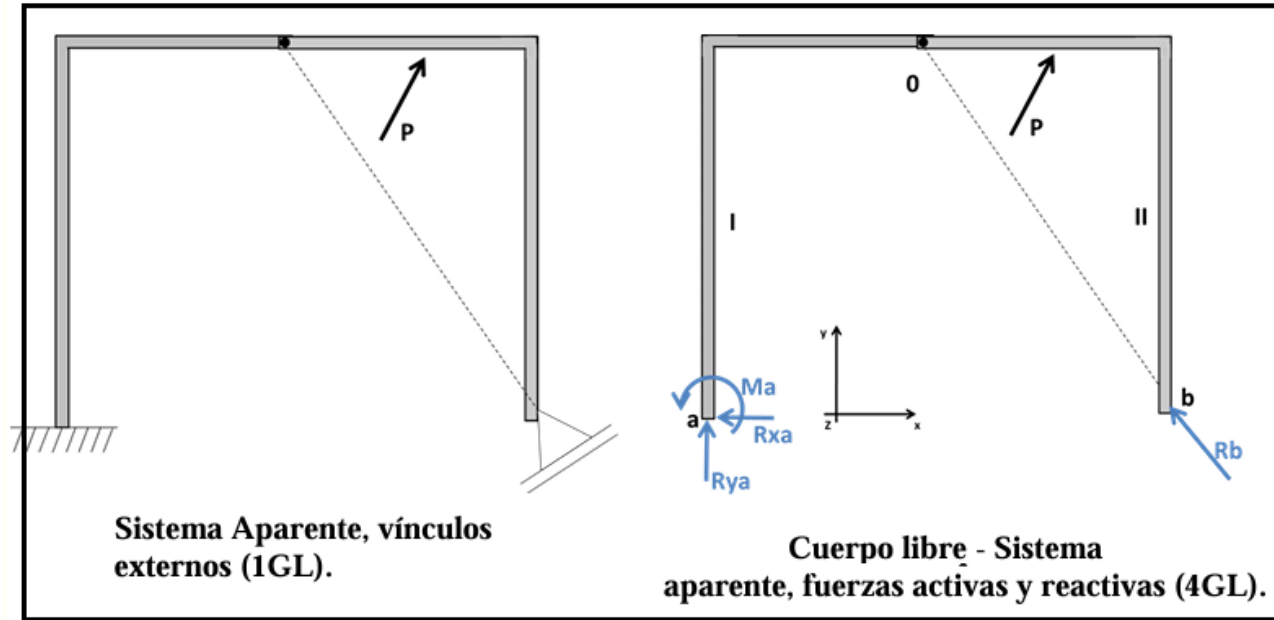
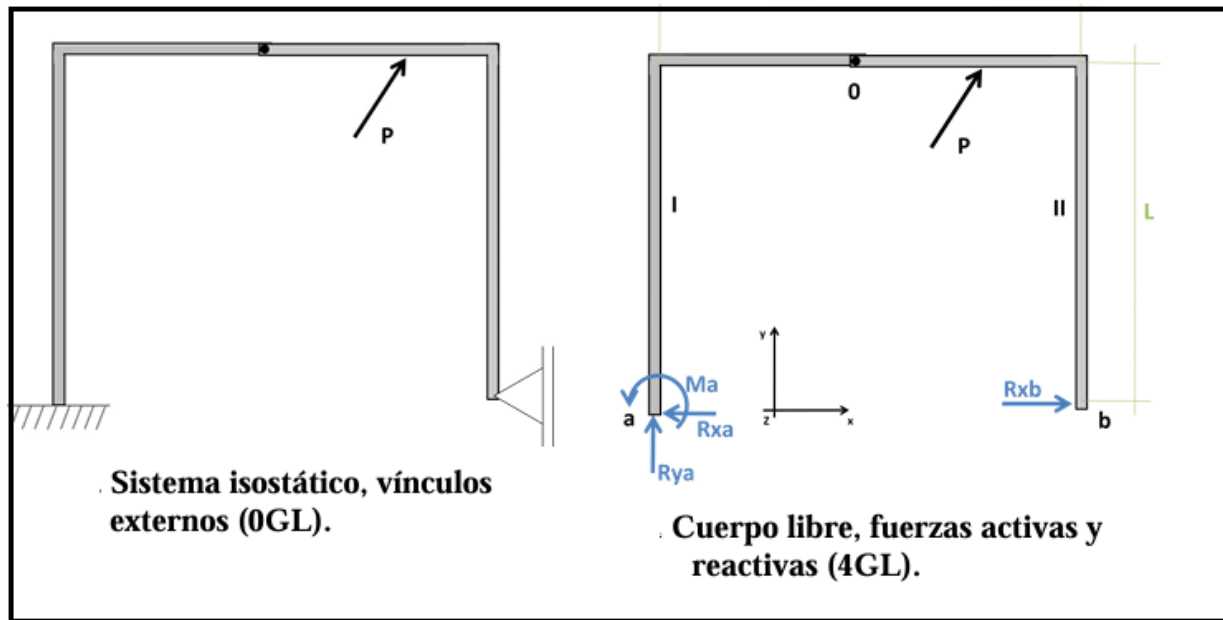
Movimiento relativo, chapa II fija.

"Una articulación relativa entre dos chapas restringe 2 Grados de Libertad"

"El conjunto de dos chapas unidas por una articulación posee 4GL, 3GL corresponden al movimiento del conjunto como cuerpo rígido libre y 1GL corresponde al movimiento relativo no restringido entre las chapas"

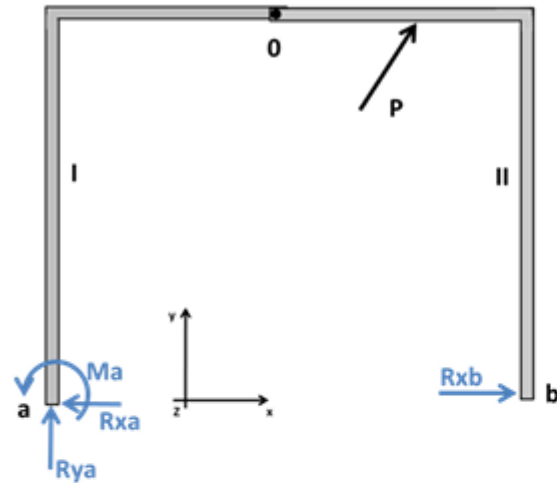
2. Vínculos internos

- Caso de chapa isostática- chapa apoyada

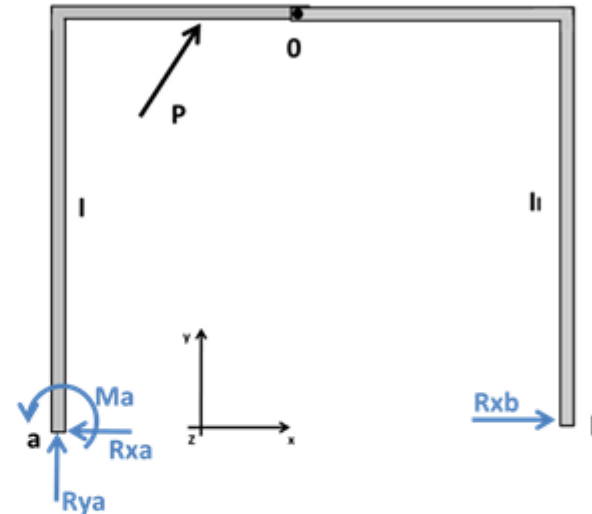


2. Vínculos internos

Camino de las cargas



Camino de cargas. Chapa II
(no isostática) cargada.

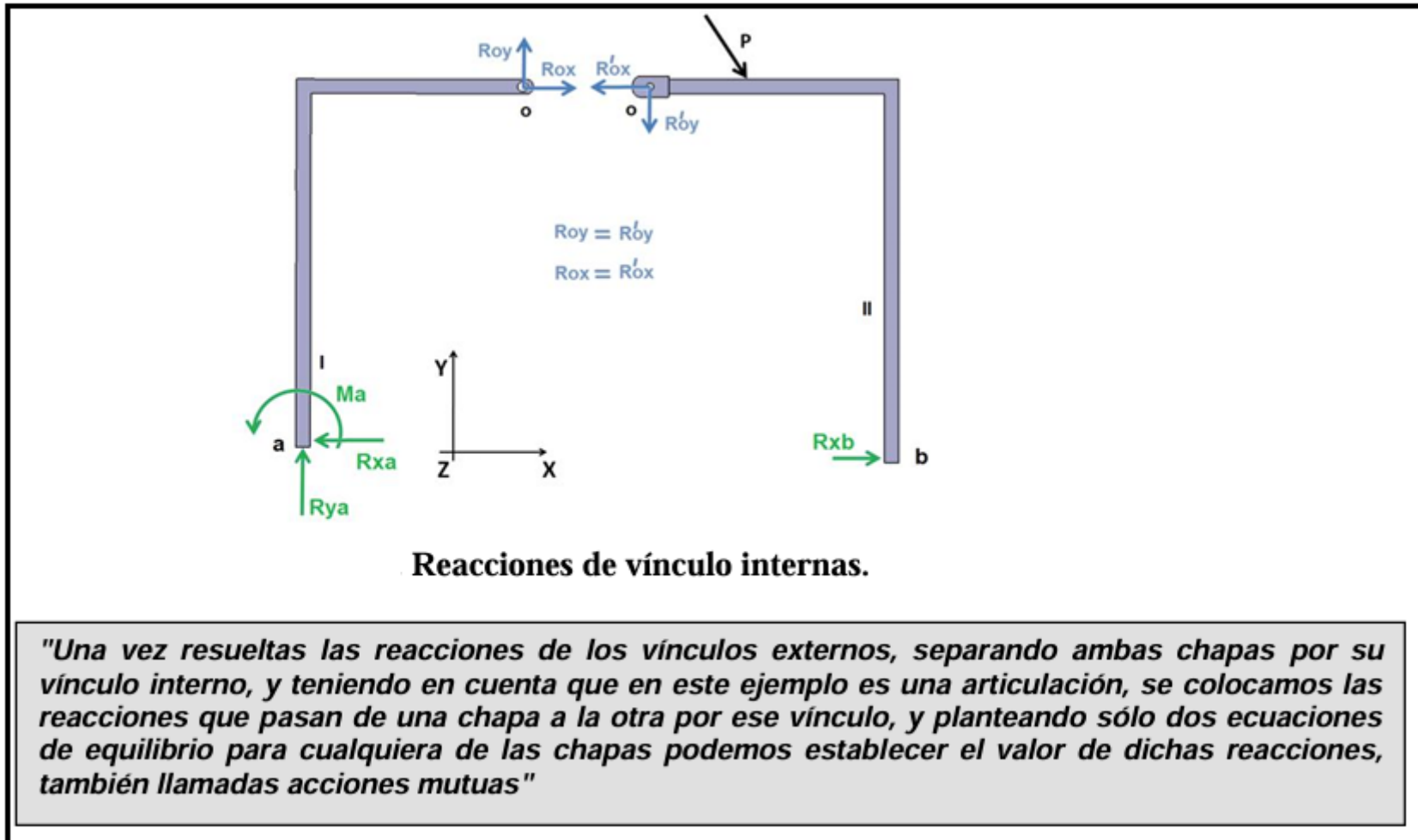


Camino de cargas. Chapa I
(isostática) cargada.

"Las cargas viajan a través de la estructura desde el punto de aplicación hacia los vínculos. Si una de las chapas del sistema es isostática por sí misma, el resto de las chapas se apoyan en ésta, por lo tanto, las cargas que actúen en estas últimas generaran reacciones sobre la primera y en consecuencia en todos los vínculos externos. En el caso de las cargas que actúen en la chapa isostática no transmitirán reacciones a las restantes y no generaran reacciones sobre los vínculos externos de las mismas"

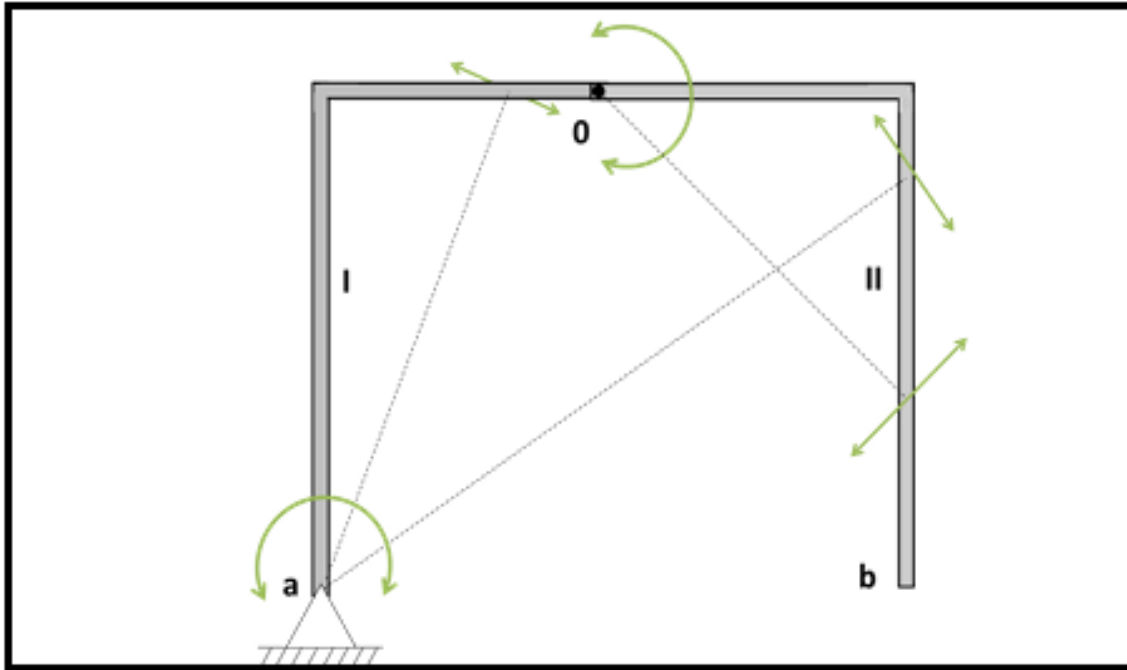
2. Vínculos internos

Reacciones de vínculo internas



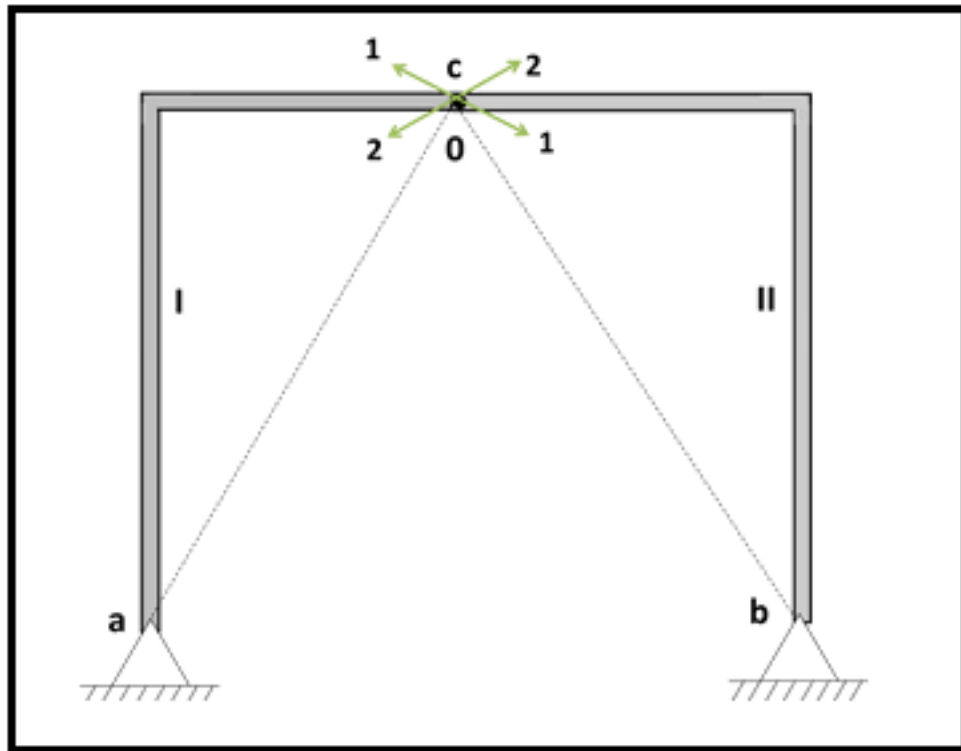
2. Vínculos internos

Chapa apoyada – chapa apoyada

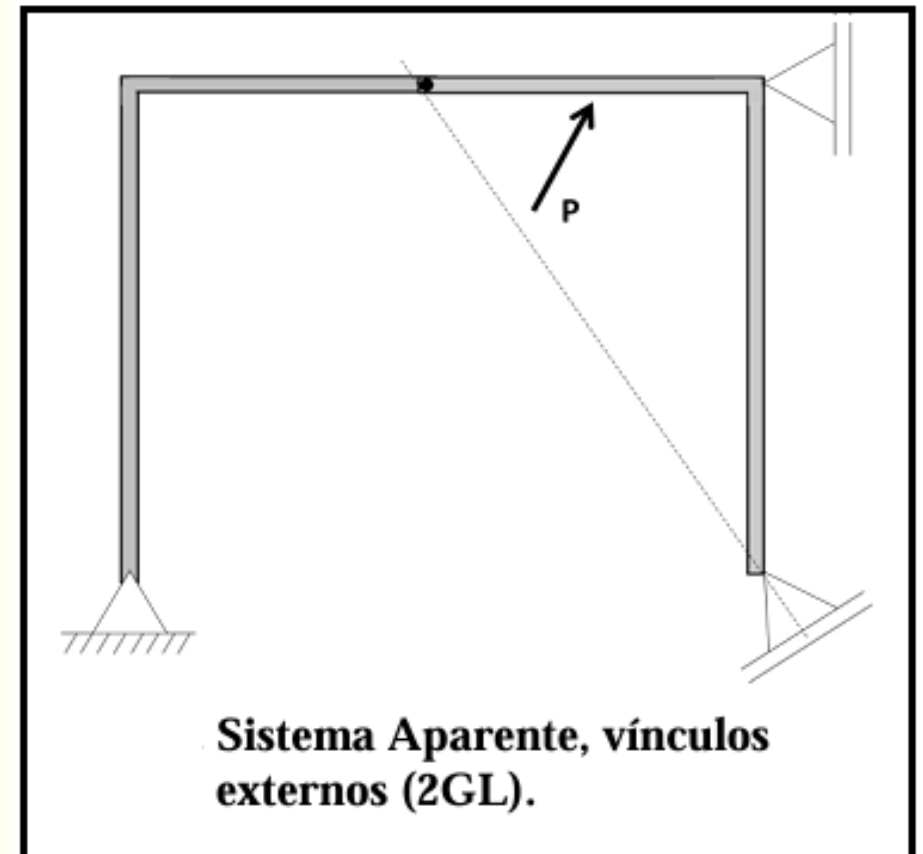


Cualquier punto de la chapa II puede rotar relativamente alrededor de **o** y también alrededor de **a** (**movimiento de cuerpo rígido del sistema**).

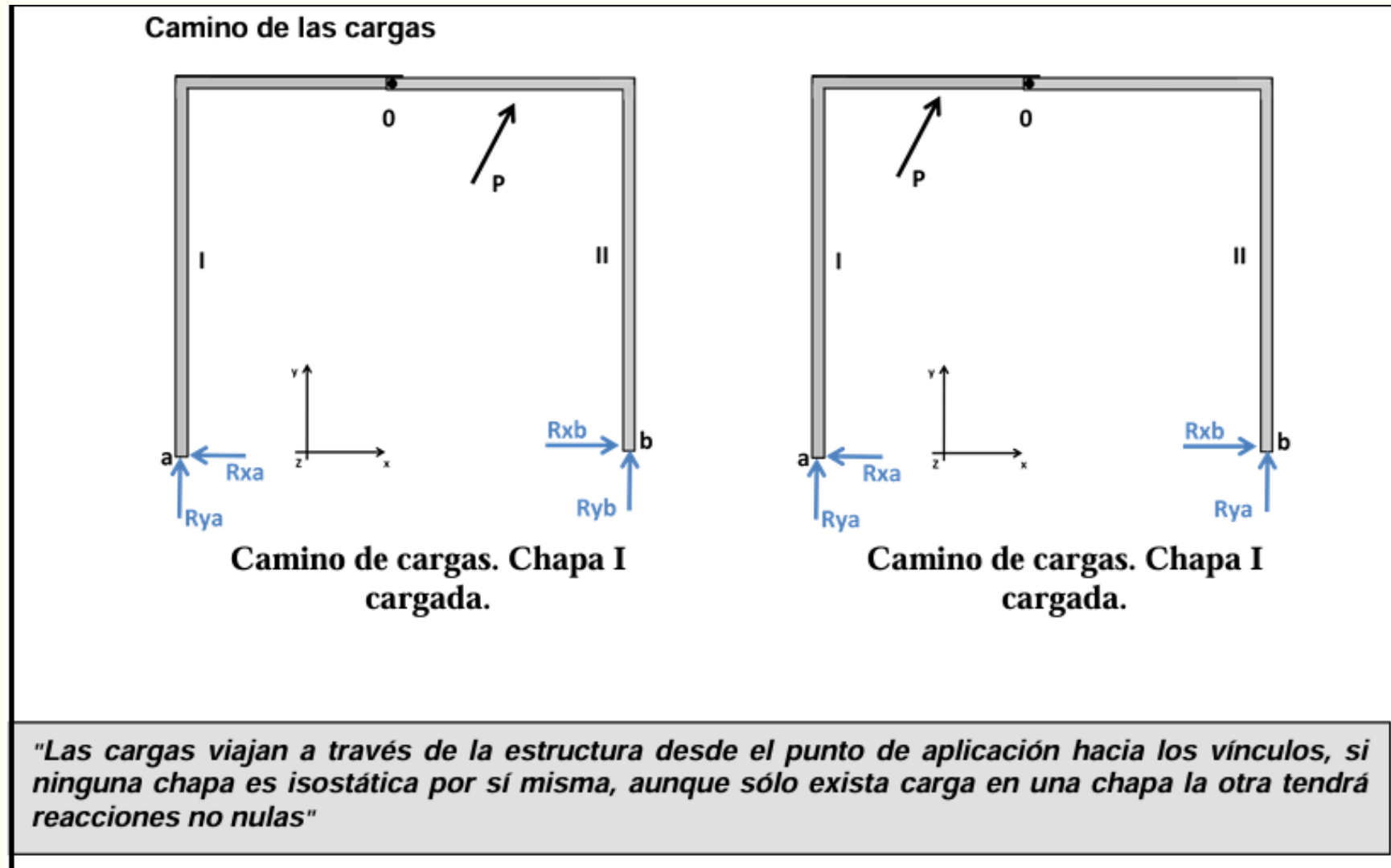
2. Vínculos internos



Sistema isostático – cinemáticamente estable

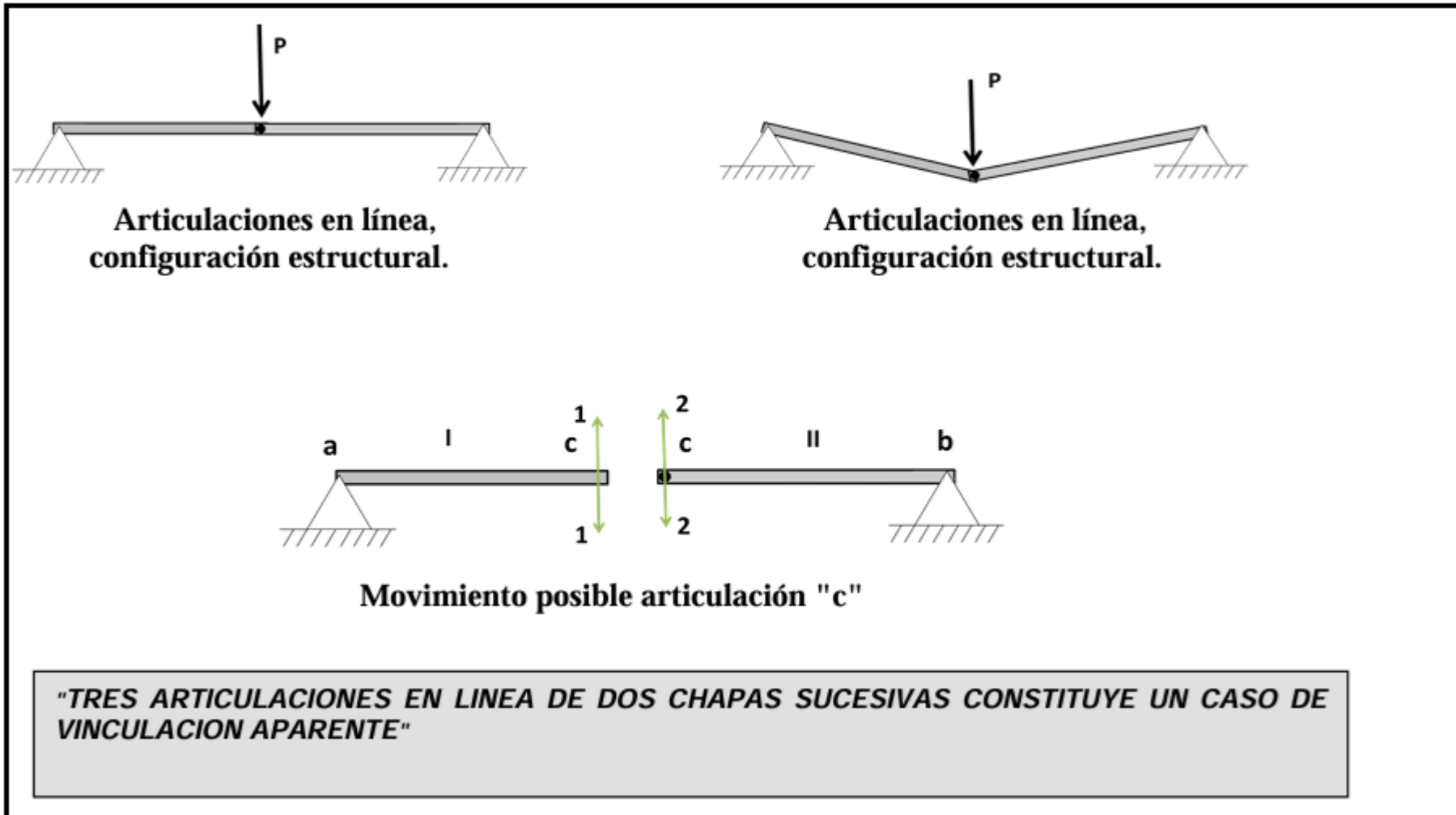


2. Vínculos internos



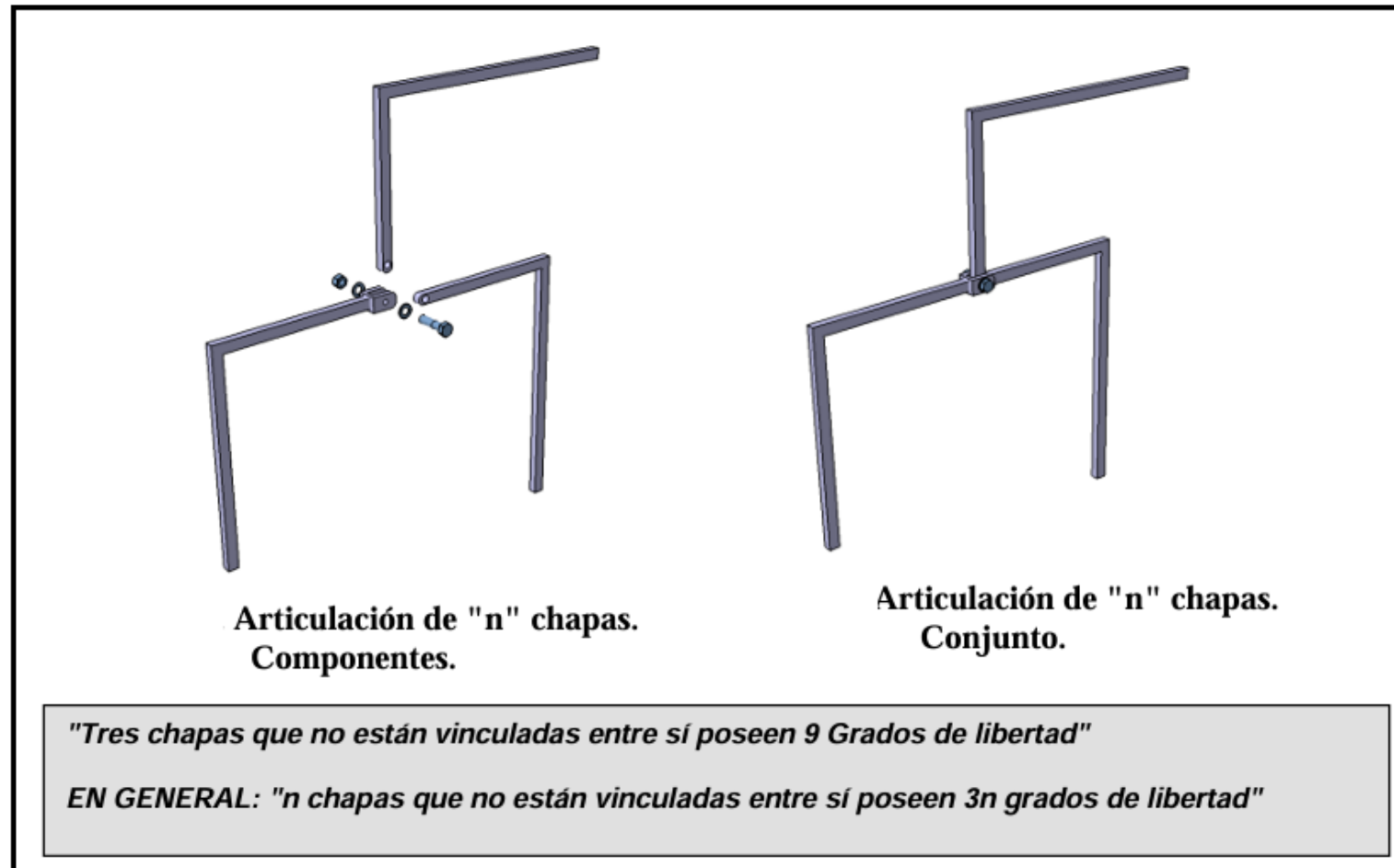
2. Vínculos internos

Articulaciones alineadas



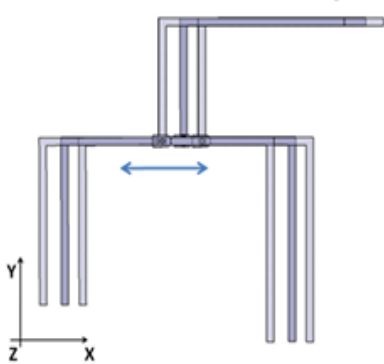
2. Vínculos internos

2.2 Articulación con más de 2 chapas

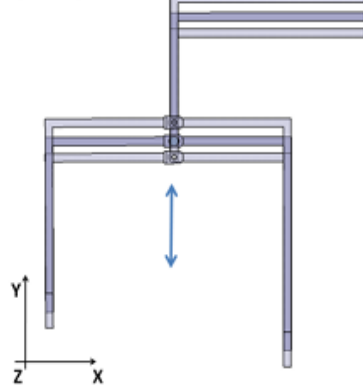


2. Vínculos internos

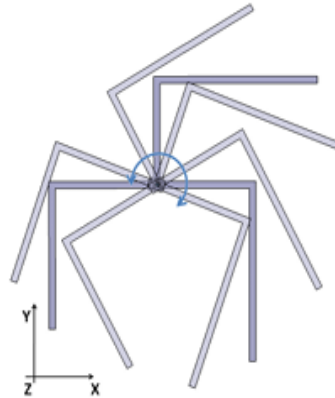
Movimientos como cuerpo rígido (3GL)



Mov. de cuerpo libre, Traslación en "x"

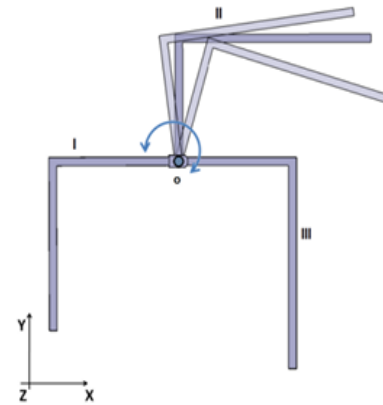


Mov. de cuerpo libre, Traslación en "y"

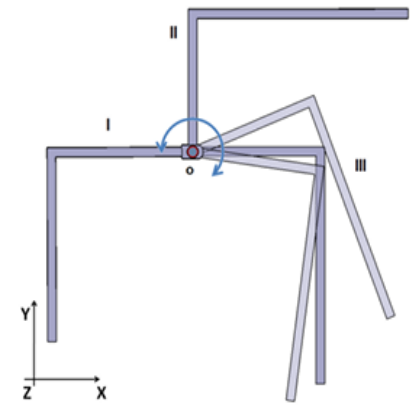


Mov. de cuerpo libre, rotación en "z".

Movimiento relativo (2GL)



Movimiento relativo de la chapa II, chapa I fija.



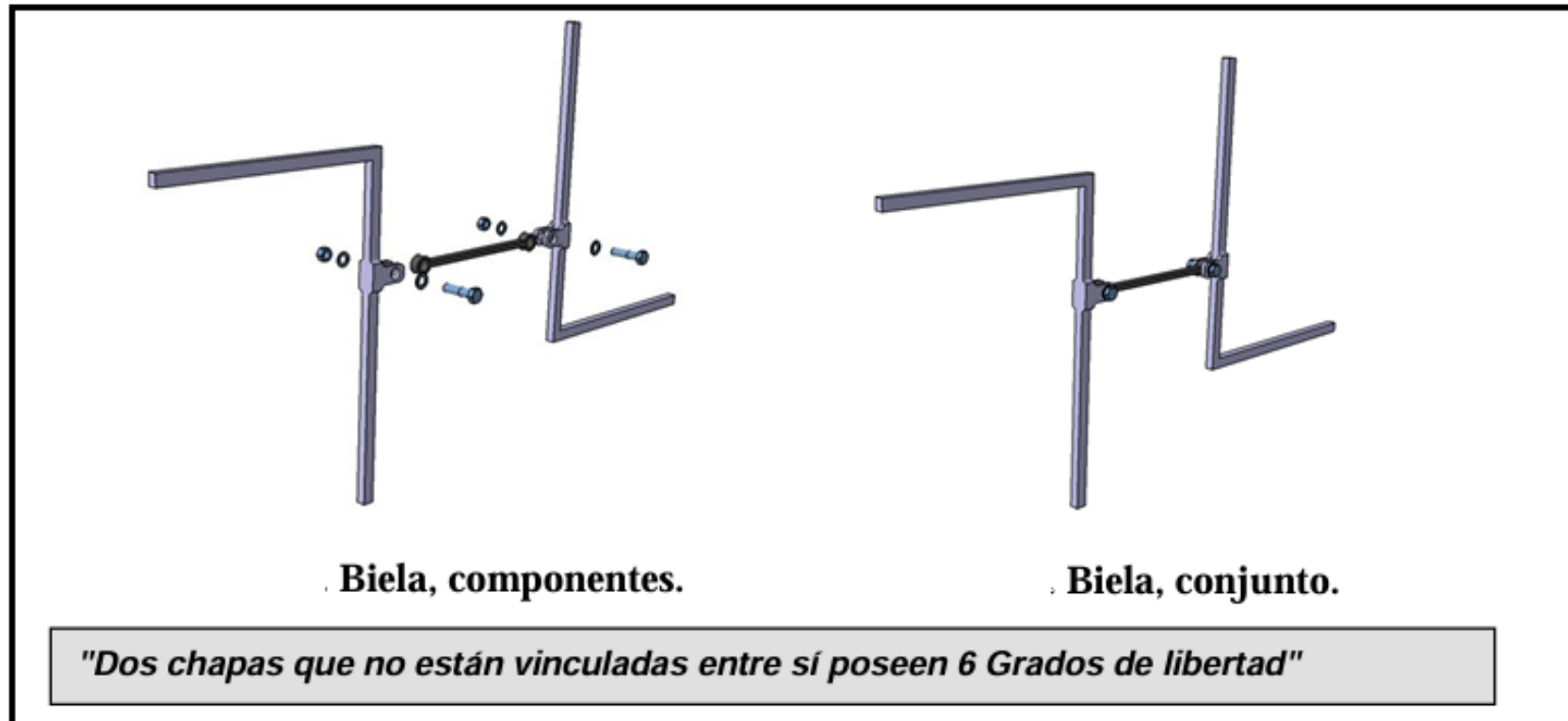
Movimiento relativo de la chapa III, chapa I fija.

"Una articulación entre tres chapas restringe 4 Grados de Libertad, a dos de las chapas le restringe 2GL a c/u respecto de la tercera que se considera fija"

GENERAL: "Una articulación entre n chapas restringe $2(n-1)$ Grados de Libertad"

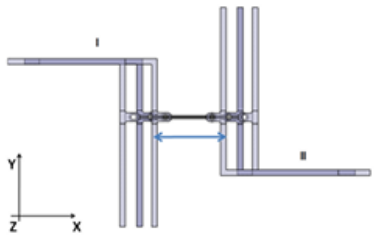
2. Vínculos internos

2.2 Bielas

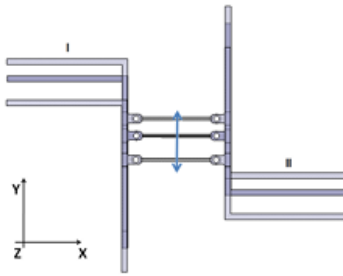


2. Vínculos internos

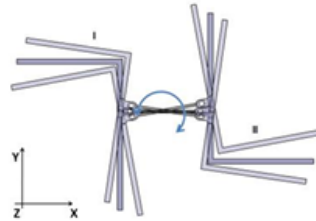
Movimientos como cuerpo rígido (3GL)



Mov. de cuerpo libre, Traslación en "x".



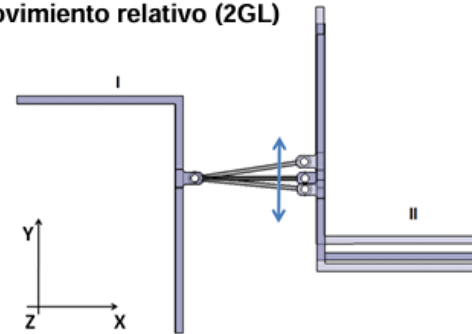
Mov. de cuerpo libre, Traslación en "y".



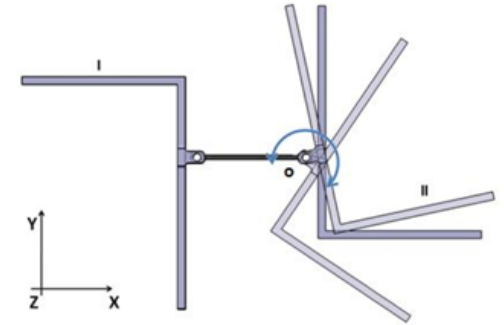
Mov. de cuerpo libre, rotación en "z".

"El conjunto de dos chapas unidas por una biela posee 5GL, 3GL corresponden al movimiento del conjunto como cuerpo rígido libre y 2GL corresponde a un movimiento relativo entre las chapas"

Movimiento relativo (2GL)



Movimiento relativo, chapa I fija (1).

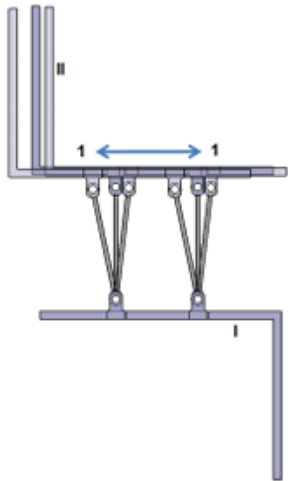


Movimiento relativo, chapa I fija (2).

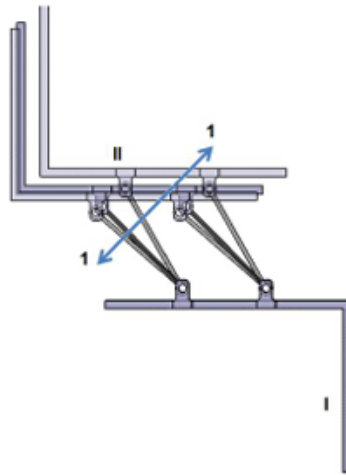
"Una biela entre dos chapas restringe 1 Grado de Libertad, que se corresponde al movimiento en su dirección longitudinal"

2. Vínculos internos

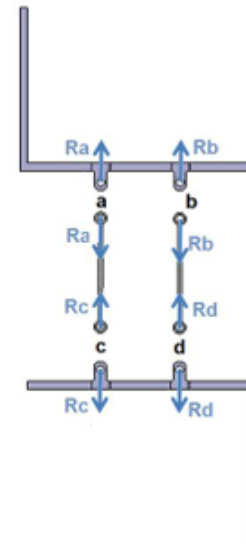
2.3 Bielas paralelas



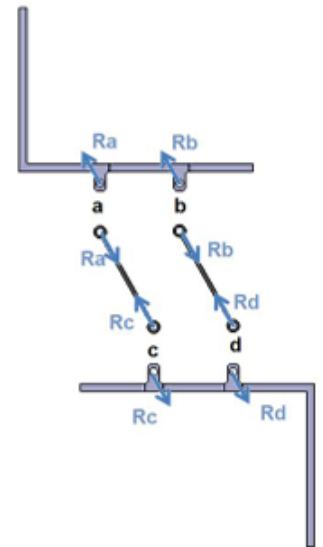
Bielas paralelas,
configuración 1.



Bielas paralelas,
configuración 2.



Reacciones de vínculo
internas, configuración 1.

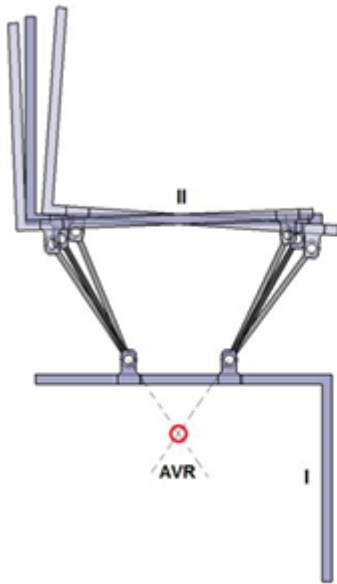


Reacciones de vínculo
internas, configuración 2.

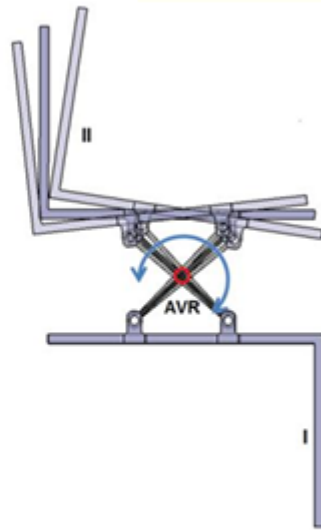
"Dos bielas paralelas entre dos chapas restringen 2 Grados de Libertad que se corresponde con permitir el desplazamiento relativo en la dirección perpendicular a la de ambas bielas. La ecuación que define dicho movimiento es la que define el equilibrio de fuerzas relativo en dicha dirección".

2. Vínculos internos

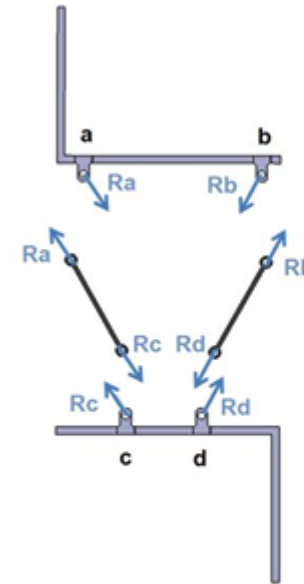
2.4 Bielas no paralelas



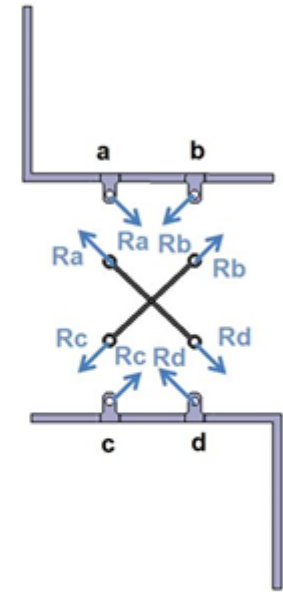
**Bielas cruzadas,
configuración 1.**



**Bielas cruzadas,
configuración 1.**

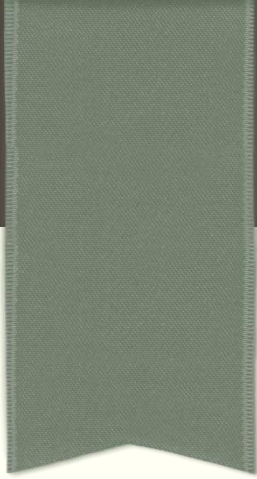


**Reacciones de vínculo
internas, configuración 1.**



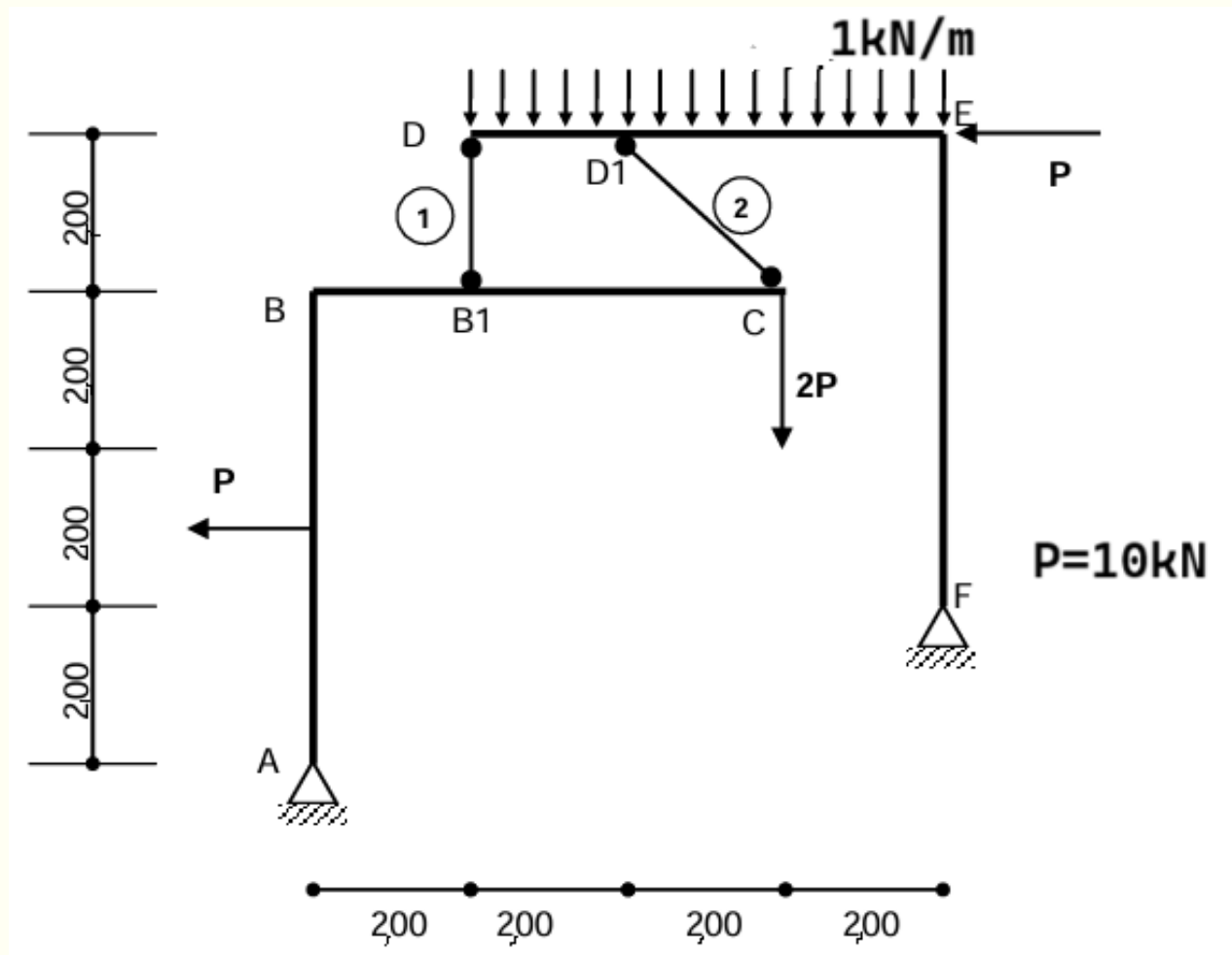
**Reacciones de vínculo
internas, configuración 2.**

"Dos bielas cruzadas entre dos chapas restringen 2 Grados de Libertad que se corresponden con permitir el giro relativo respecto al punto de cruce de ambas bielas. La ecuación que define dicho movimiento es la que define el equilibrio de momento relativo respecto a ese punto".

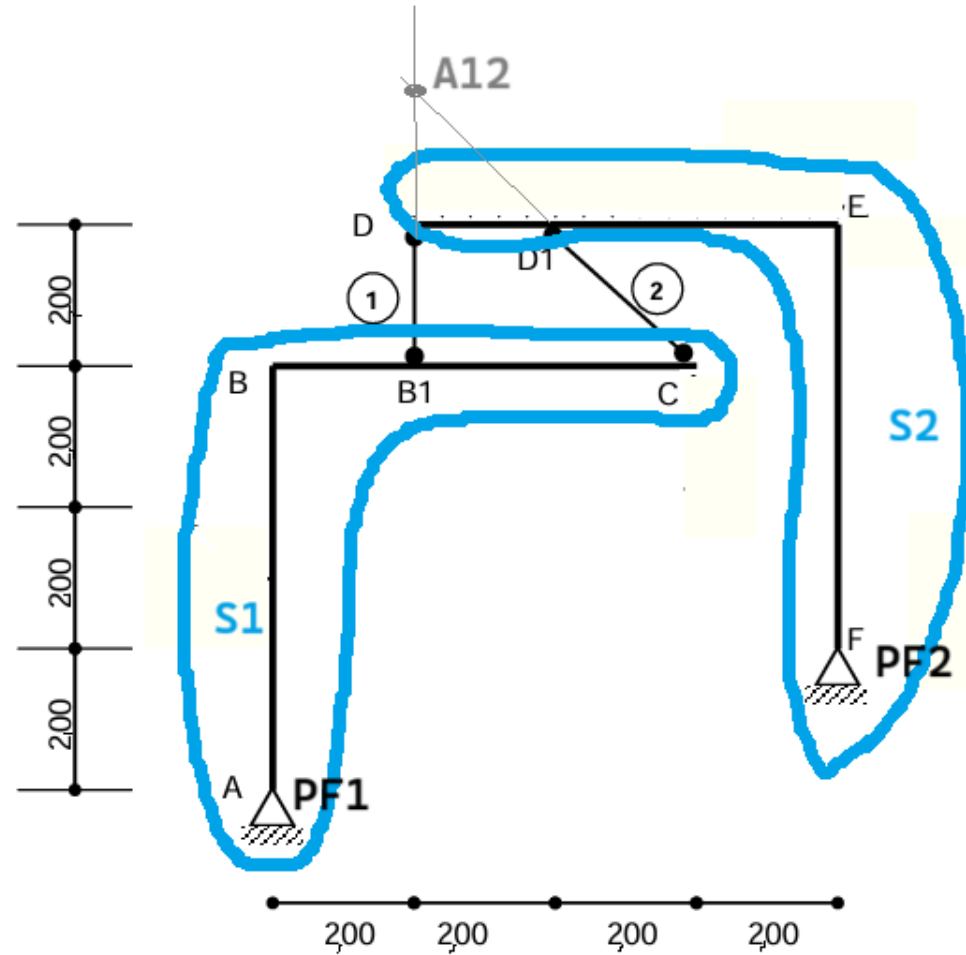


EJEMPLO 1

Pórtico con bielas no paralelas



Análisis Cinemático



Arco triarticulado

Ecuaciones de equilibrio

GRADO DE LIBERTAD

CUERPO RÍGIDO

(1) Desplazamiento en "X"

$$\sum F_x = -10kN - 10kN + H_F + H_A = 0$$

(2) Desplazamiento en "Y"

$$\sum F_y = V_A + V_F - 20kN - 6kN = 0$$

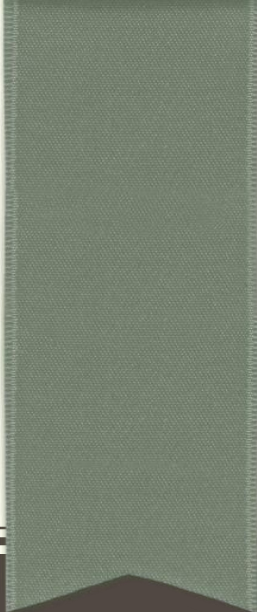
(3) Rotación del conjunto

$$\sum M_A = 10kN \cdot 3m - 20kN \cdot 6m + 10kN \cdot 8m - 6kN \cdot 5m + V_F \cdot 8m - H_F \cdot 2m = 0$$

MOVIMIENTO RELATIVO

(4) Rotación relativa de la chapa "II" respecto de la chapa "I"

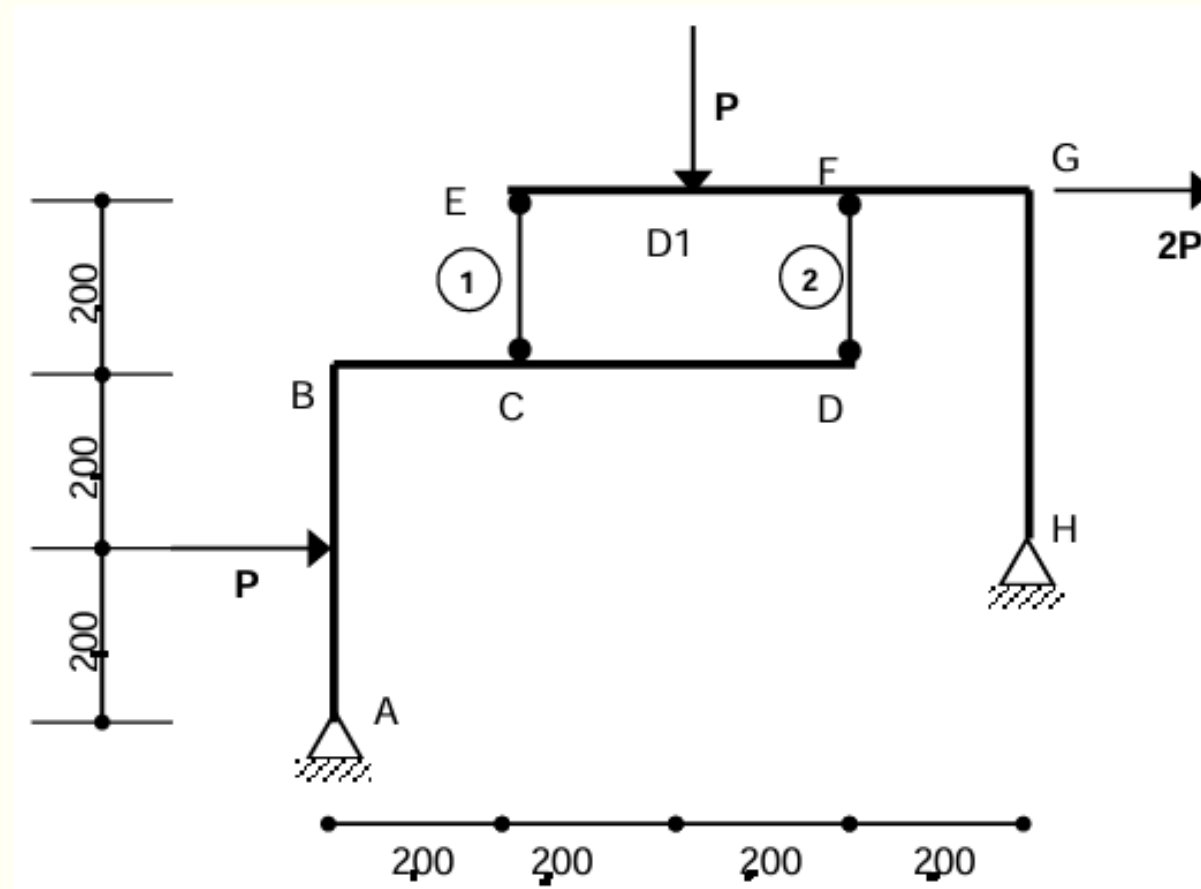
$$\sum M_A = 10kN \cdot 3m - 20kN \cdot 6m + 10kN \cdot 8m - 6kN \cdot 5m + V_F \cdot 8m - H_F \cdot 2m = 0$$



EJEMPLO 2

Pórtico con bielas paralelas

Pórtico con bielas paralelas



3. Resumen

Procedimiento para determinar reacciones de vínculo

1. Analizar la isostaticidad y estabilidad cinemática.
 - a. Número de chapas
 - b. Grados de libertad totales
 - c. Vínculos internos y sus restricciones
 - d. Grados de libertad de cada chapa
 - e. Vínculos externos y su disposición
2. Diagrama de cuerpo libre (Se eliminan los vínculos y se pone en evidencia las reacciones).
3. Plantear las condiciones de equilibrio según los grados de libertad del sistema