

Actividad N°2: Extremos

1. Intenciones educativas de la Actividad 2:

- Autoevaluar su propio aprendizaje (RA4).
- Trabajar en grupo (RA4).
- Comunicarse eficazmente (RA3).

2. Consigna de la Actividad 2:**PRIMER MOMENTO**

1. Formar grupos de entre 4 y 5 integrantes, en Aula Abierta: dentro de la solapa Act. de Aprendizaje, entrando en GRUPO ACTIVIDAD 2 - 2026, se inscriben los miembros de cada grupo.
2. Cada grupo deberá resolver los ejercicios asignados, de manera clara y con todos los detalles y justificaciones.
3. Cada **estudiante** deberá escribir la resolución de los ejercicios que le han tocado a su grupo de manera prolija y detallada.

Tema 1:

1. Sea

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$

- a) Halle todos los puntos críticos de f y clasifíquelos mediante el criterio de la derivada segunda.
- b) Considere la circunferencia

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 8\}.$$

Halle todos los puntos críticos de la restricción $f|_S$ mediante el método de los multiplicadores de Lagrange y clasifíquelos. Utilice la matriz hessiana orlada cuando el criterio sea concluyente y justifique por otro argumento los casos en los que no lo sea.

- c) Determine los máximos y mínimos absolutos de f en la región

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 8\}.$$

Indique los puntos donde se alcanzan y los valores correspondientes.

2. Sea

$$f(x, y, z) = xyz$$

restringida al conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 = 6\}.$$

- a) Describa geométricamente el conjunto S y justifique que $f|_S$ alcanza un máximo y un mínimo absolutos.
- b) Verifique que los gradientes de las dos restricciones son linealmente independientes en todos los puntos de S .
- c) Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange con dos restricciones para hallar todos los puntos críticos de $f|_S$. Justifique que no se ha omitido ninguna solución del sistema.
- d) Determine el máximo y el mínimo absolutos de f sobre S , indicando todos los puntos donde se alcanzan.

Tema 2

1. Sea

$$f(x, y) = x + y$$

restringida a la hipérbola

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 1\}.$$

- Halle todos los puntos críticos de $f|_S$ mediante el método de los multiplicadores de Lagrange.
- Clasifique cada punto crítico mediante la matriz hessiana orlada.
- Decida si $f|_S$ posee máximo absoluto o mínimo absoluto. Justifique su respuesta.

2. Considere la región triangular

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}$$

y la función

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 2x.$$

- Halle y clasifique los puntos críticos de f situados en el interior de D .
- Estudie la restricción de f a cada uno de los tres lados de la frontera de D . Incluya los extremos de cada segmento y reúna todos los puntos candidatos a extremos absolutos.
- Determine el máximo y el mínimo absolutos de f en D , indicando los puntos donde se alcanzan y los valores correspondientes.

3. Sea

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

restringida a la esfera

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 3\}.$$

- Halle todos los puntos críticos de $f|_S$ mediante el método de los multiplicadores de Lagrange.
- Clasifique los puntos críticos mediante la matriz hessiana orlada.
- Determine el máximo y el mínimo absolutos de f sobre S y verifique el resultado mediante una interpretación geométrica o utilizando la desigualdad de Cauchy-Schwarz.