



FACULTAD DE INGENIERÍA ROBOTICA II

10mo. Semestre de la carrera
Ingeniería en Mecatrónica



ROBOTICA II

UNIDAD 4

Robótica Móvil

Ing. Roberto HAARTH

Ingeniería en Mecatrónica

Facultad de Ingeniería. UNCuyo

Mendoza. ARGENTINA

UNIDAD 3 - ROBOTICA II

Robótica Móvil

Robótica móvil. Características y Clasificación.

Cinemática y Dinámica de Robot Móviles

Control de Robots móviles.

Control de seguimiento, trayectoria y movimiento.

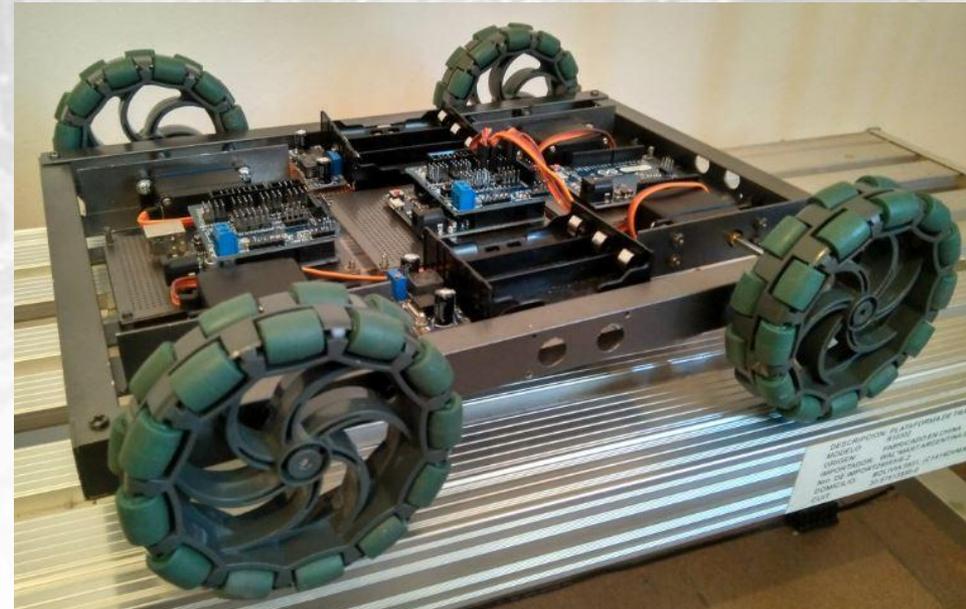
Estructuras de control robusto de Robot móviles

Control de navegación. Arquitecturas y Aplicaciones



Importante:

Se recomienda el uso de bibliografía recomendada en el Programa de la Asignatura para el estudio de los temas. Al final del material se transcribe la bibliografía recomendada.



Robótica móvil. Características y Clasificación



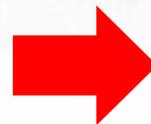
Robótica móvil. Características y Clasificación

Las tareas Repetitivas de Los robots consistían en la necesidad de disponer de espacio útil y accesible. Una alternativa fue Dotar de Rieles al Robot se obtienen Desplazamientos que mejoran el Espacio útil de Trabajo. Pero No es Suficiente.

En los años ochenta aparecen los primeros *vehículos guiados automáticamente* (AGV's). Una mejora con respecto a su concepción inicial fue sustituir los rieles como referencia de guiado en la navegación.



La investigación sobre **robots móviles** está adquiriendo gran desarrollo. Ello se debe, en parte, al abaratamiento del hardware necesario para su construcción, y en parte a la nueva concepción industrial: La **Planta de Fabricación Flexible**, que requiere la reconfiguración de la secuencia de acciones necesarias para una producción variada, lo que a su vez exige facilidad de desplazamiento de los materiales entre cualesquiera puntos de la factoría.



Cómo resolver el problema del transporte en espacios o entornos flexibles.?



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ Movilidad en Entornos Flexibles

Células de fabricación flexible: situar las máquinas de fabricación cerca unas de otras, y organizadas de modo que uno o más brazos de Robot puedan llevar las piezas entre ellas.



Otra solución, **Vehículos Autoguiados (AGV, Autonomous Guided Vehicles)**, los cuales recurren para el guiado sistemas externos como un rieles, cables eléctricos enterrados que crean un campo magnético. Esto permite el desplazamiento del Robot.

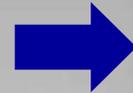


La Mejor solución. **Vehículos Autónomos** (denotados como **ALV, Autonomous Land Vehicles**) que se mueven de un punto a otro sin necesidad de ayuda externa. Poseen navegación genérica en un entorno dado.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ Diferencia importantes entre los robots industriales y los Robots Móviles:



Para evolucionar en un espacio 3D, los Robots industriales Serie y Paralelo poseen “n” Grados de libertad, mientras que los Robots móviles con solo tres (3) GDL pueden desplazarse en un espacio 3D.

Robot Móvil:

Son Dispositivos de transporte automático, es decir, una plataforma mecánica dotada de un sistema de locomoción capaz de navegar a través de un determinado ambiente de trabajo, dotado de cierto nivel de autonomía para su desplazamiento portando cargas.



Entre las características notables esta la **Autonomía** de desplazamientos, la capacidad de **resolver obstáculos**, **trayectorias**, y el **posicionamiento** sin intervención asistida.

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ Clasificación de Robot Móviles **Robot Móviles Terrestres, Aéreos y Acuáticos**



➔ Clasificación según el Entorno • **Robots móviles de interior o exterior.**

Es interior cuando el área de trabajo está definida en un recinto cerrado. Es exterior cuando el área de trabajo no está delimitada



• **Robot móvil estructurado o No estructurado.**

Es estructurado cuando los objetos en el entorno son estáticos, poseen características físicas particulares (forma, color) que los identifica.

Es No estructurado cuando el entorno es dinámico, los objetos cambian de posición y son impredecibles.

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ Características importantes de los Robots Móviles

- _ *Locomoción*
- _ *Percepción*
- _ *Razonamiento*
- _ *Comunicación*

Locomoción: El principal problema a resolver en un robot móvil es generar trayectorias y guiar su movimiento entre dos puntos definidos. Se requieren sensores y actuadores. Desplazamiento seguro sin colisiones.

Percepción: El robot móvil debe ser capaz de determinar la relación con su entorno de trabajo. La capacidad de percepción del robot móvil se traduce en la síntesis de toda la información provista por los sensores, con el objeto de generar mapas globales y locales del entorno de acuerdo a los diversos niveles de control.

Razonamiento: El robot móvil debe ser capaz de decidir qué acciones son requeridas en cada momento, según el estado del robot y el de su entorno, para alcanzar sus objetivos. Características: Planificación de trayectorias globales seguras y habilidad para modificarlas en presencia de obstáculos inesperados

Comunicación: El robot móvil se caracteriza por una **conexión inteligente** entre las operaciones de percepción y acción, que define su comportamiento y le permite cumplir con los objetivos programados sobre entornos con cierta incertidumbre. Además, debe poder comunicarse con otros elementos del entorno.

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ **ROBOT MOVIL TERRESTRE. Clasificación**
El sistema de locomoción es una de las primeras características de un robot terrestre que está condicionada por su entorno. Pueden ser ➔

TIPOS DE RUEDAS

Rueda motriz: La que proporciona fuerza de tracción al robot

Rueda directriz: Ruedas de direccionamiento de orientación controlable.

Ruedas fijas: Sólo giran en torno a su eje sin tracción motriz.

Ruedas locas o ruedas de castor. Ruedas orientables no controladas

• CON RUEDAS

- Diferencial
- Síncrona
- Triciclo (Bicicleta)
- Ackerman
- Omnidireccionales
- Otra configuración

• CON PATAS

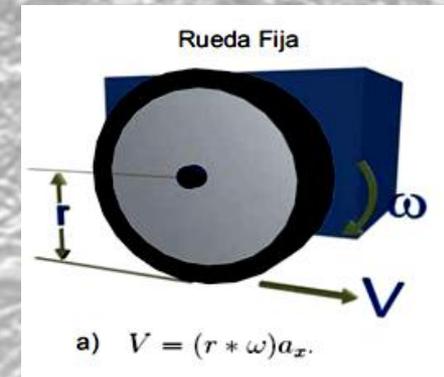
• CON ORUGAS



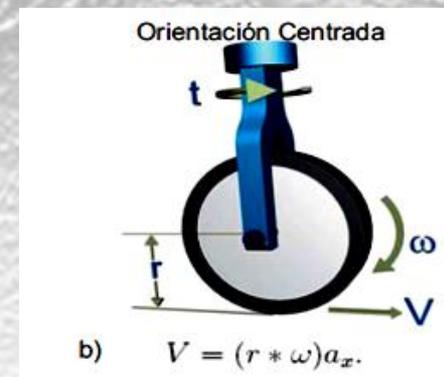
Robótica móvil. Características y Clasificación

TIPOS DE RUEDAS

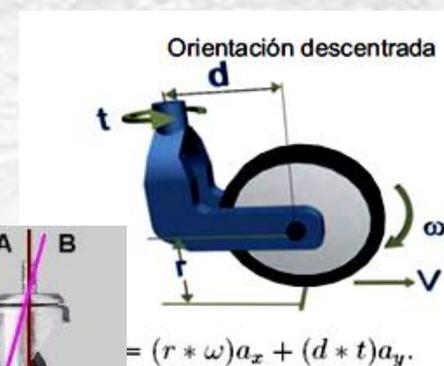
Rueda Fija. El movimiento se produce en la Dirección de la Rueda. Se caracteriza la velocidad angular, La Velocidad "V" y ax el Vector unitario de Dirección.



Rueda Centrada. Se tiene el giro "t" de la rueda, rotación alrededor del Eje vertical. Se caracteriza la velocidad angular, La Velocidad "V" y ax el Vector unitario de Dirección.

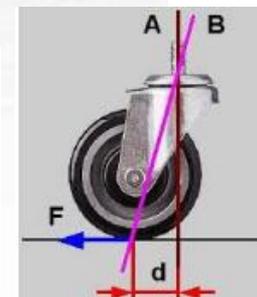


Rueda Descentrada. Gira alrededor de la rueda y rota alrededor del Eje Vertical situado a una distancia "d" desde el centro de la rueda. Se caracteriza la velocidad angular, La Velocidad "V" siendo ax el Vector unitario de Dirección.



Rueda Sueca. Gira alrededor de la rueda, se mueve en una dirección perpendicular a la dirección de la rueda. Se caracteriza por la velocidad angular y la composición que determina la dirección de movimiento resultante.

Rueda Rodillo. Gira alrededor de la rueda. Tiene una componente activa de movimiento y otra componente pasiva.



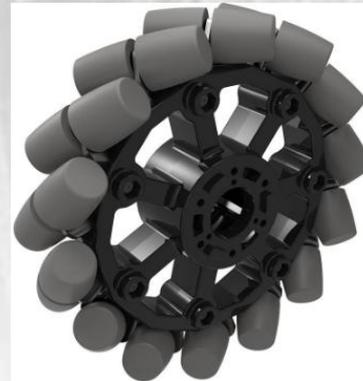
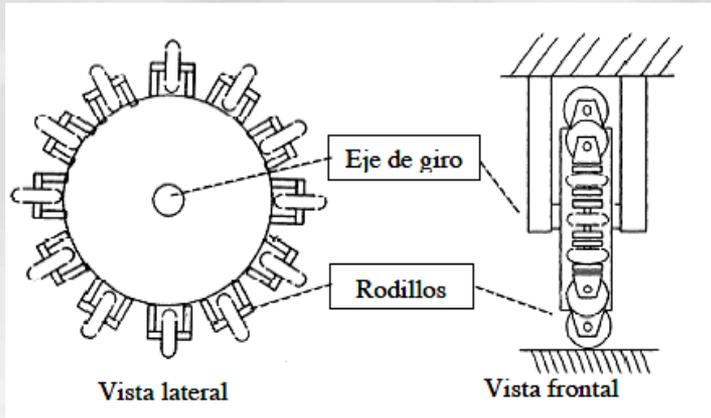
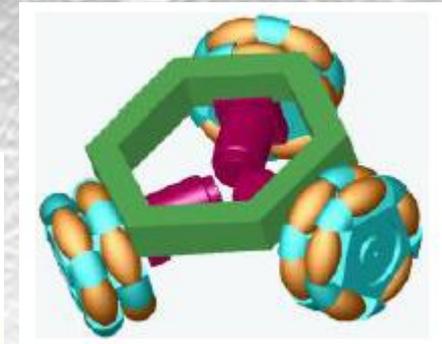
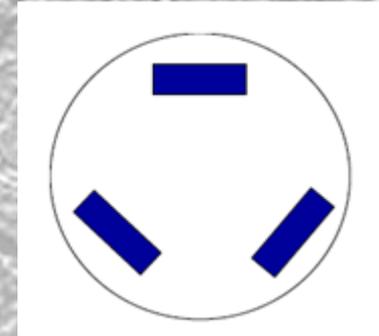
Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. RUEDA OMNIDIRECCIONAL

Móvil de 3 Ruedas.

Los sistemas Omnidireccionales cuentan con 3 ruedas colocadas a 120° . Cada una de las ruedas tiene la capacidad de girar en ambos lados y se logra un control lineal más simplificado que en el caso del robot diferencial.

La Rueda Omnidireccional se puede lograr usando **ruedas del tipo Suecas** o del tipo de **Rodillos**.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **RUEDA A RODILLO**

Rueda Especial: Existe una componente activa que provee tracción en una dirección y una componente pasiva en otra dirección que no afecta al movimiento principal.

Rueda a Rodillos: Posee rodillos ubicados en la periferia cuyo eje de rotación es perpendicular al eje de la rueda, siendo ésta la componente activa del movimiento y los rodillos la componente pasiva.

Características:

- Un solo punto de contacto (presión sobre el rodillo) con la superficie de movimiento. Soporta poca capacidad de carga.
- Con 3 ruedas se logra un movimiento omnidireccional del sistema móvil.
- Baja Fricción. Fricción del rodillo en contacto con la superficie, por lo tanto mínima comparada con otra rueda.
- Desplazamiento lateral. Dado que los rodillos rotan naturalmente, por su diseño, en dirección perpendicular a la rueda ofrecen menos resistencia comportándose como ruedas convencionales. Esta característica es muy importante.
- Poseen 3 GDL (Rueda Omnidireccional). Giran sobre su eje principal, giran sobre el eje vertical, giran o se deslizan lateralmente.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **RUEDA SUECA**

Rueda Mecanum. Es una rueda compuesta por Rodillos dispuestos a 45° sobre la circunferencia exterior de la rueda.

Diseño de Bengt Ilon (1973-Ingeniero de Mecanum AB. Empresa Sueca)

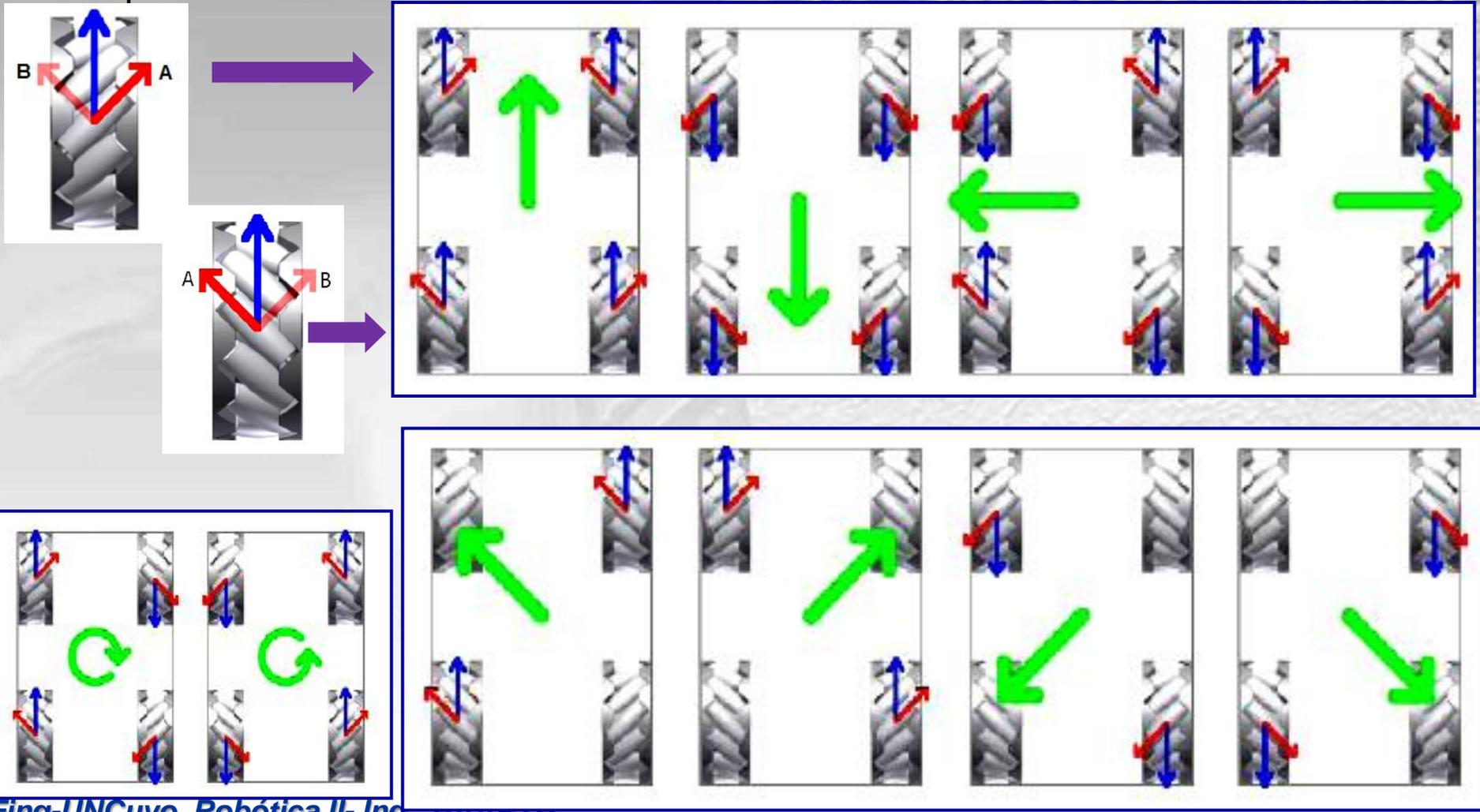
La fuerza transmitida sobre la rueda en dirección de ésta, produce una fuerza en la superficie que se descompone en dos direcciones, dos vectores fuerza, uno es perpendicular al eje del rodillo y el otro es paralelo al eje del rodillo, siendo la fuerza resultante en dirección del movimiento principal de la rueda.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración RUEDA SUECA

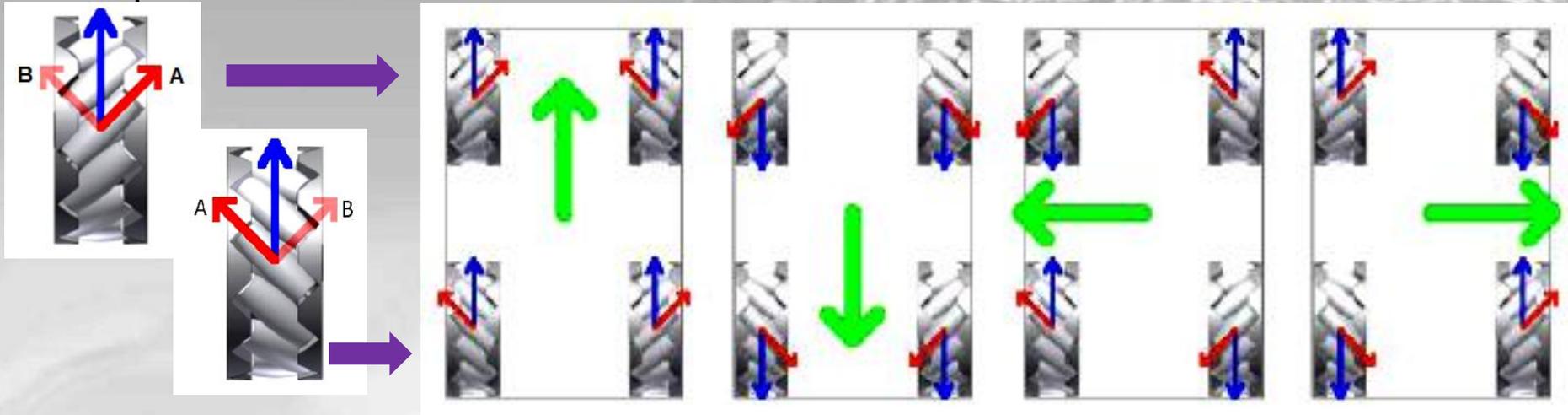
Rueda Mecanum. Las combinaciones de giro de las ruedas generan el movimiento de desplazamiento resultante del móvil



Robótica móvil. Características y Clasificación

 CINEMATICA. Configuración **RUEDA SUECA**

Rueda Mecanum. Las combinaciones de giro de las ruedas generan el movimiento de desplazamiento resultante del móvil

**Desventaja**

Pérdida de Fuerza en cualquier dirección del desplazamiento del móvil . Se produce, por lo tanto, menor velocidad máxima del robot móvil respecto de uno con ruedas convencionales.

Ventajas

Baja Fricción. Se produce solo contacto de un rodillo con la superficie.

Otras características: Radio de curvatura constante. Diseño complejo.

Menor capacidad/carga en relación a una rueda tradicional.

Robótica móvil. Características y Clasificación

→ CINEMATICA. Configuración RUEDA SUECA

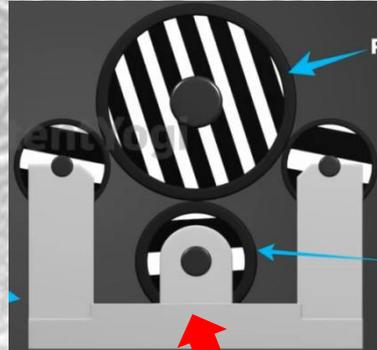
The logo for Airtrax, featuring the word "Airtrax" in a bold, blue, sans-serif font. The letters are slightly shadowed, giving it a 3D appearance. Below the text is a dark blue, curved underline that tapers at the ends.

*Omni-Directional Technology
Changing the way vehicles move*



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración VEHICULO OMNIDIRECCIONAL



Robótica móvil. Características y Clasificación

ROBOT MOVIL . Consideraciones Generales

Sistema Holonómico (Holónomo). Cuando la cantidad de grados de libertad que se pueden controlar es igual al número o cantidad de grados de libertad disponibles. Tiene los mismos Grados de Libertad efectivos que controlables

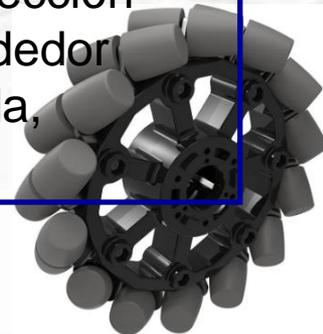
Sistema No-Holonómico. Presenta Menos Grados de Libertad Controlables que Efectivos o totales. Un robot con 2 ruedas es No-Holonómico ya que no puede moverse hacia la izquierda o la derecha. Siempre lo hace hacia delante o hacia atrás en la dirección definida por la velocidad de sus ruedas.

Sistema Redundante. Un robot es Redundante cuando tiene mas Grados de libertad controlables que número total de grados de libertad.

Sistema de Control de Robot Móviles

En general, a mayor diferencia entre grados de libertad controlables y grados totales, más difícil será controlar el robot.

Sistema Omnidireccional. Indica que puede moverse en cualquier dirección de sus ejes. Una Rueda Omnidireccional presenta 3GDL, rotación alrededor del eje de la rueda, alrededor del eje de los rodillos que forman la rueda, y alrededor del punto de contacto con el suelo.

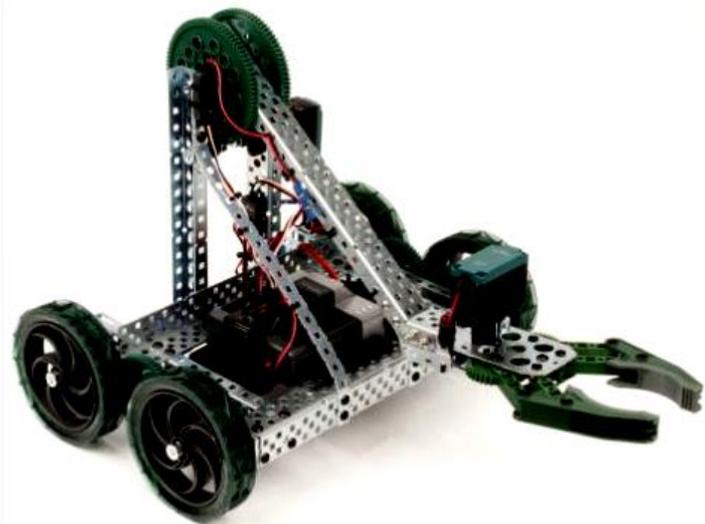
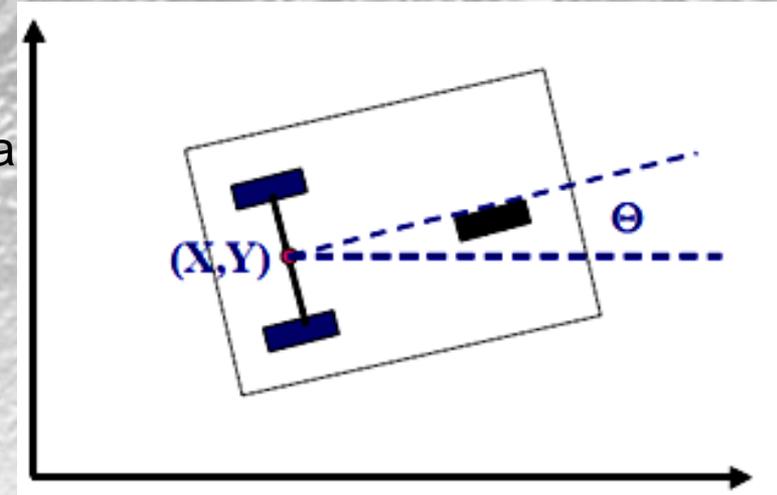


Robótica móvil. Características y Clasificación

ROBOT MOVIL . Consideraciones generales

• Grados de Libertad. Robot Móvil

En el caso de un vehículo que se desplaza en un plano, está definido por 3 grados de libertad: 2 para la posición (X,Y) y 1 para la orientación (Θ) . Independientemente de donde se inicie, el robot debe poder moverse a cualquier posición y orientación (X,Y, Θ) .



• **El Control de un Robot Móvil** se relaciona con la posición que adquiere en un momento dado, y está en función de la **Posición X,Y** , el **ángulo de orientación (Θ)** , el **Radio de curvatura** y la **Velocidad de desplazamiento**, es decir, 5 parámetros que definen al control del robot.

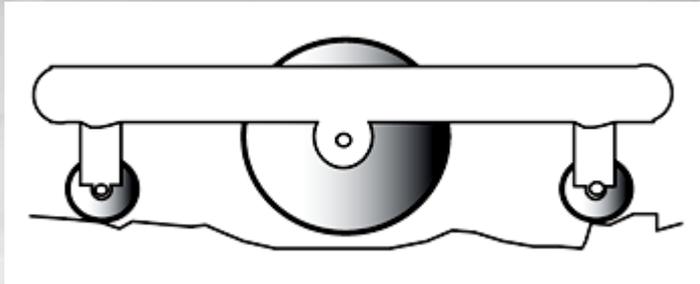
Robótica móvil. Características y Clasificación



ROBOT MOVIL . Restricciones Cinemáticas

- **Movimiento restringido al eje de simetría del robot móvil.**

El robot móvil se desplaza en la dirección en la que se encuentran las ruedas de tracción y el movimiento del robot es debido al movimiento de estas ruedas.



- **Las ruedas no resbalan en el suelo.**

El robot móvil no pierde adherencia al terreno por lo tanto existe una relación directa entre el movimiento de rotación de las ruedas y el movimiento del robot móvil.



- **Restricciones**

Robots móviles están contruidos con una estructura rígida, equipada con ruedas indeformables y que ellas se mueven sobre un plano horizontal. Además las restricciones son de tipo No-Holonómicas.



Robótica móvil. Características y Clasificación

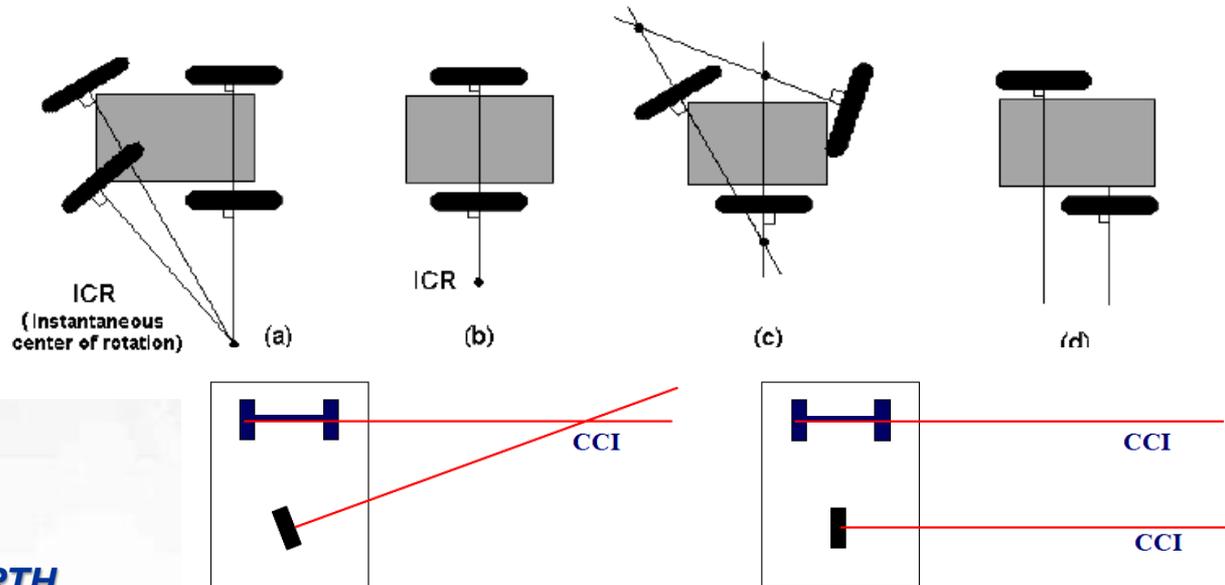
ROBOT MOVIL. Restricciones Cinemáticas

CENTRO INSTANTÁNEO DE ROTACIÓN

Un robot móvil puede contar con varias ruedas. Existe un punto alrededor del cual cada rueda sigue una trayectoria circular cuyo punto se llama Centro de Curvatura Instantáneo (CCI) en el caso de una trayectoria recta el CCI está en infinito.



- Centro instantáneo de Rotación (CIR) o centro instantáneo de curvatura (CIC): El punto de intersección de todos los ejes de las ruedas



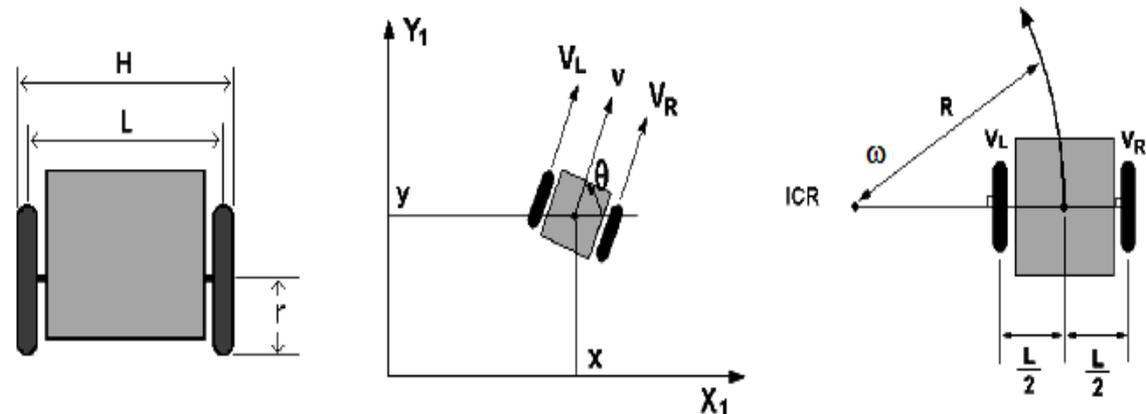
Robótica móvil. Características y Clasificación

 CINEMATICA. Configuración Rueda Diferencial.

Es la más sencilla de todas. Consta de dos ruedas colocadas en el eje perpendicular a la dirección del robot. Cada rueda es controlada por un motor, de tal forma que el giro del robot queda determinado por la diferencia de velocidad de las ruedas. Así, para girar a la izquierda, hay que darle una velocidad mayor a la rueda derecha. Para girar a la derecha hay que darle una velocidad mayor a la rueda izquierda

Cada rueda se controla independientemente

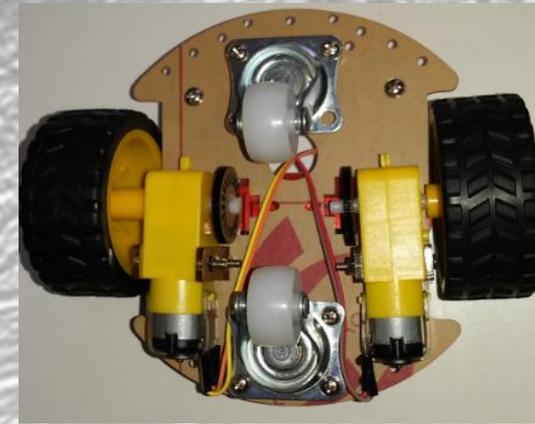
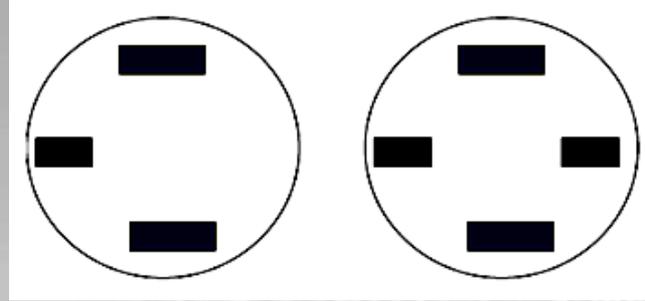
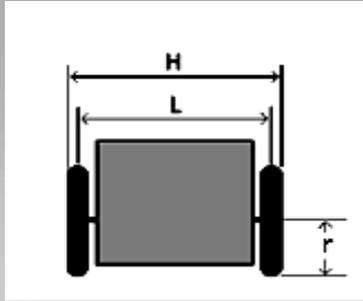
- Línea Recta
- En arco
- Giro sobre su propio eje



No hay ruedas directrices. El cambio de dirección se realiza modificando la velocidad relativa de las ruedas a Izquierda y Derecha

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **RUEDA DIFERENCIAL**



Este esquema utiliza una o dos ruedas adicionales para mantener el balance.

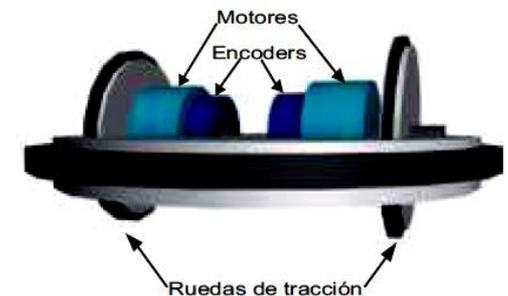
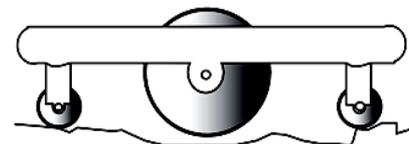
Disposición Triángulo: 3 ruedas. Presenta problemas de estabilidad

Disposición Diamante: 4 ruedas. Presenta pérdida de contacto de las ruedas de tracción hace requerir de un sistema de suspensión.

Condición Diferencial: Para que el movimiento sea recto se requiere que las ruedas adquieran y mantengan la misma velocidad.

Problema Diferencial: Al tener 3 o más apoyos se pierde tracción. Hay errores de posición o distancia recorrida. Error en los cálculos de Odometría (método para calcular la distancia de recorrido en función del giro de las ruedas).

El Error se agrava en terrenos irregulares.



Robótica móvil. Características y Clasificación

 CINEMATICA. Configuración **RUEDAS SINCRONICAS.**

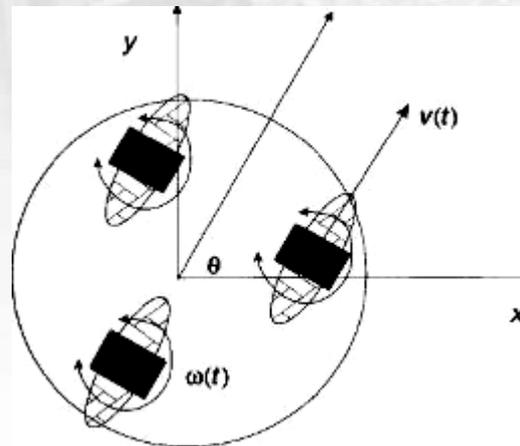
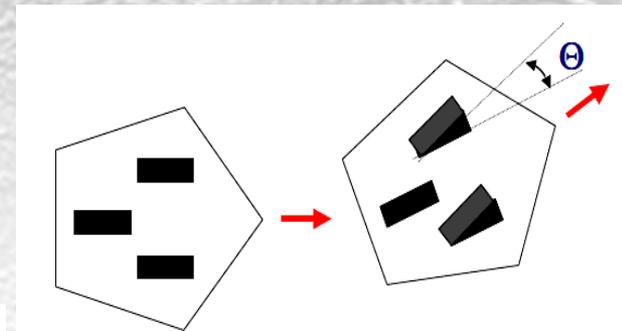
Las ruedas se mueven en forma síncrona, es decir, al mismo instante. El movimiento síncrono es un caso particular del diferencial, donde cada eje se mueve en forma dependiente para dar vuelta y avanzar.

Las ruedas están relacionadas y siempre apuntan en la misma dirección. Para dar una vuelta ambas ruedas giran sobre el eje vertical.

Ventaja de los sistemas Síncronos:

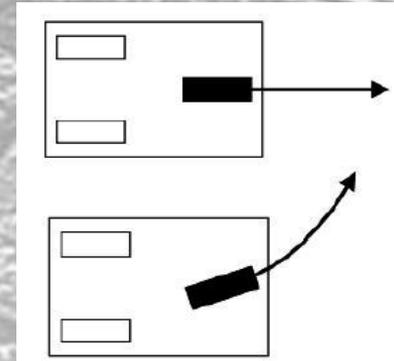
Se evitan los problemas de inestabilidad, pérdida de contacto del diferencial

Desventaja: Mayor complejidad mecánica (eje de giro)

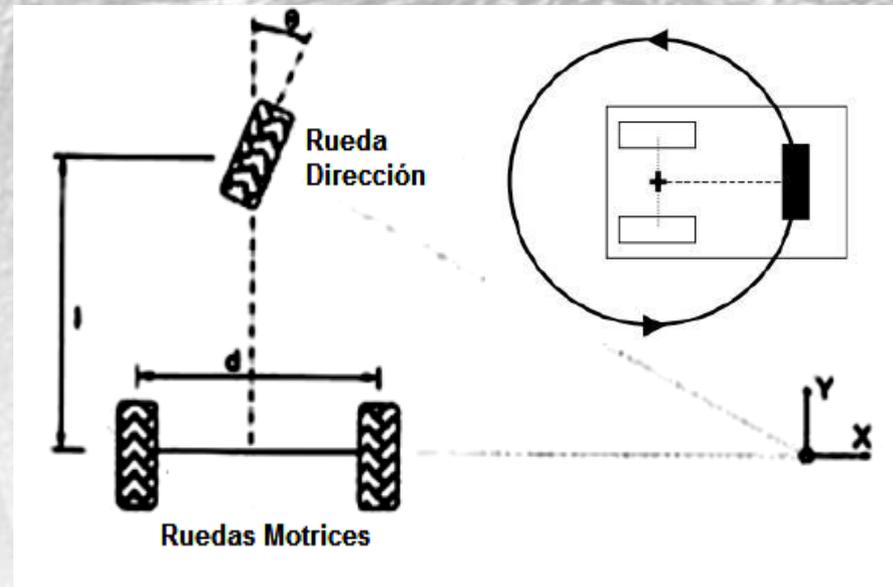
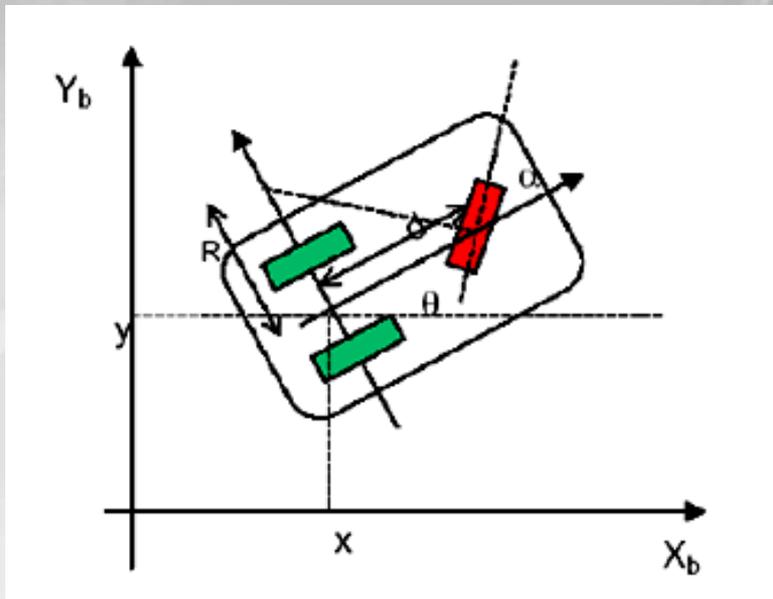


Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **TRICICLO**



Los triciclos tienen dos ruedas fijas que le dan tracción, además cuentan de una rueda para la dirección que normalmente no tiene tracción. Estos sistemas tienen buena estabilidad mecánica, su cinemática es más compleja.



Ventaja: No hay deslizamiento dado que una rueda motriz siempre está en contacto con la superficie.

Desventaja: Guiado No-Holonómico.

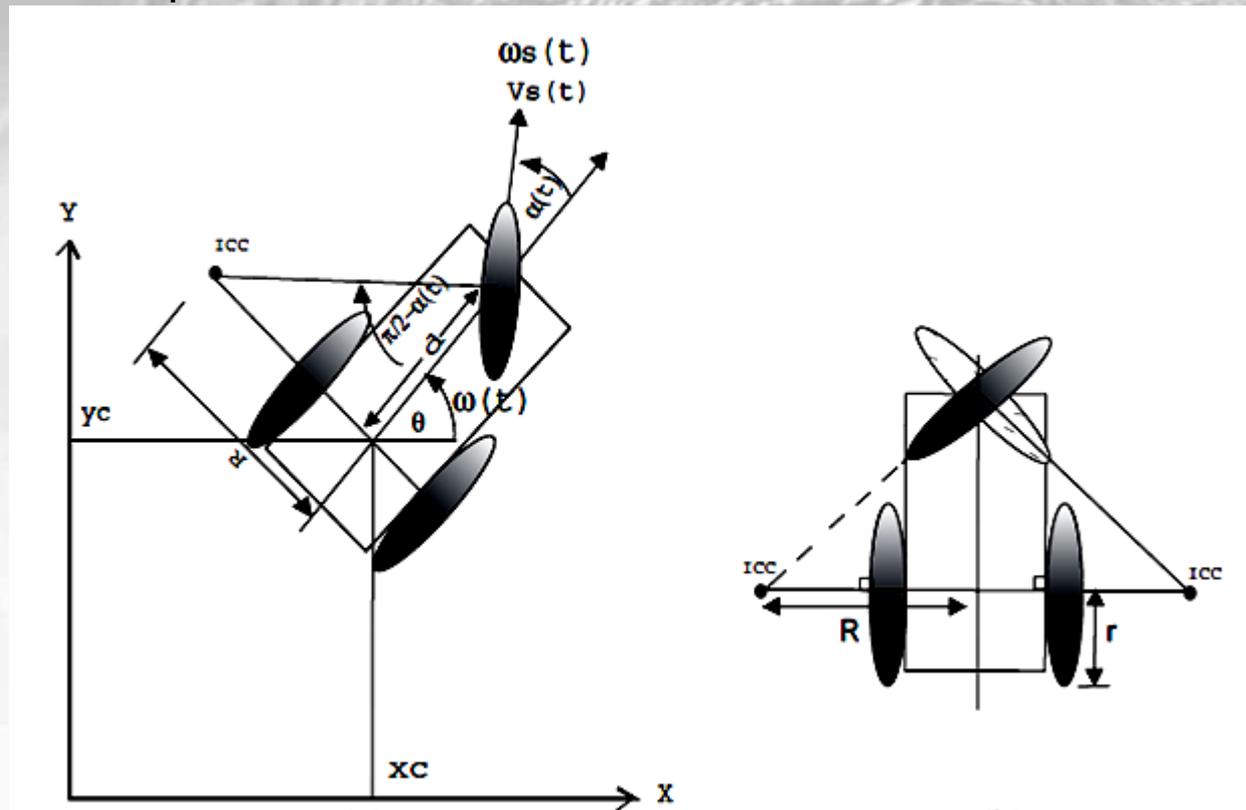
Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración TRICICLO

Problema: El centro de gravedad del vehículo se posiciona, en algunas ocasiones, en los límites de la superficie de equilibrio definida por las tres ruedas, cuando el vehículo esta en movimiento.

Produce una pérdida de tracción y error a la hora de estimar la posición del móvil.

Una solución a este problema lo presenta el sistema de dirección Ackerman o configuración Cuatriciclo.

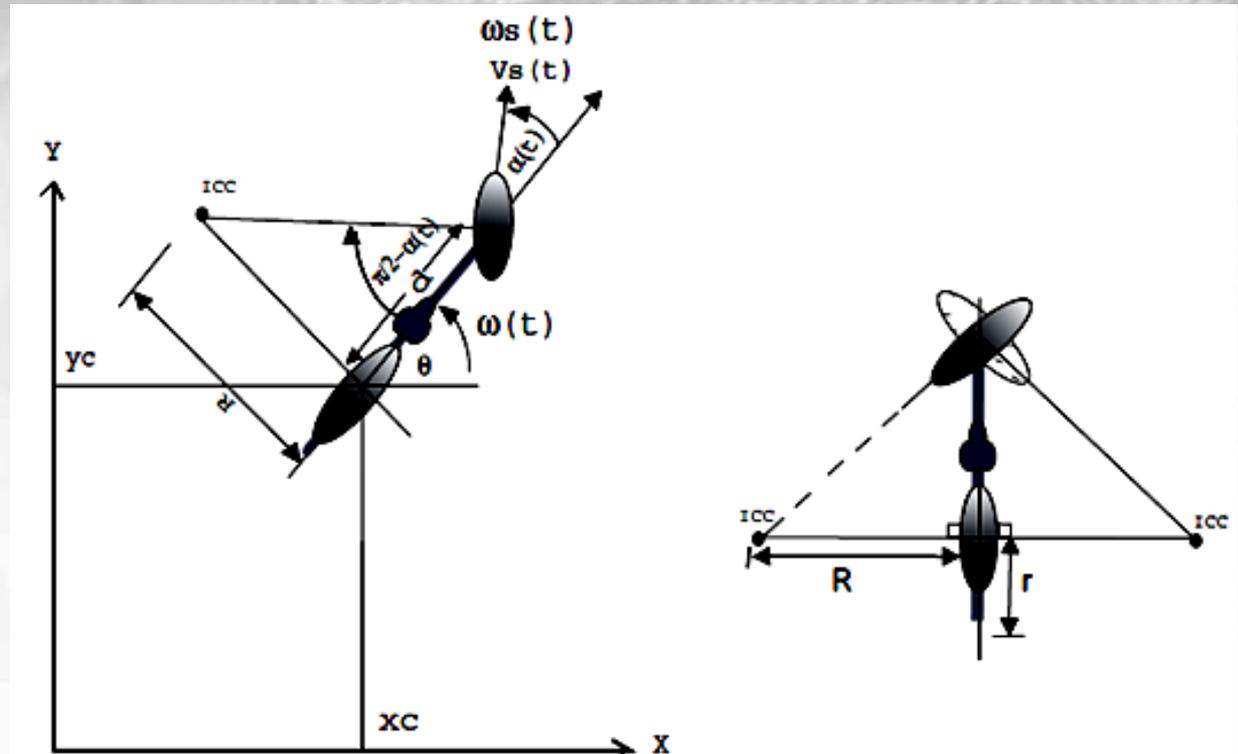


Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **BICICLETA (caso particular)**

Caso particular de la configuración Triciclo.

Es una configuración que se deriva del Triciclo y posee gran inestabilidad. Requiere de consideraciones para lograr estabilidad.

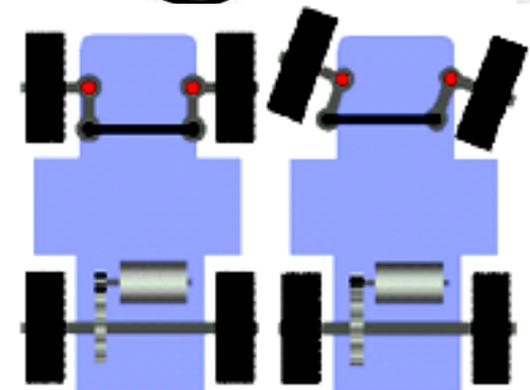
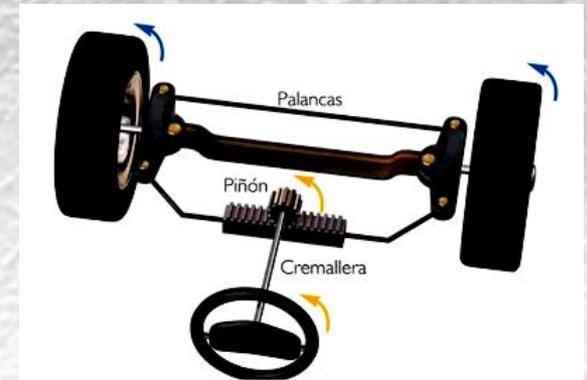
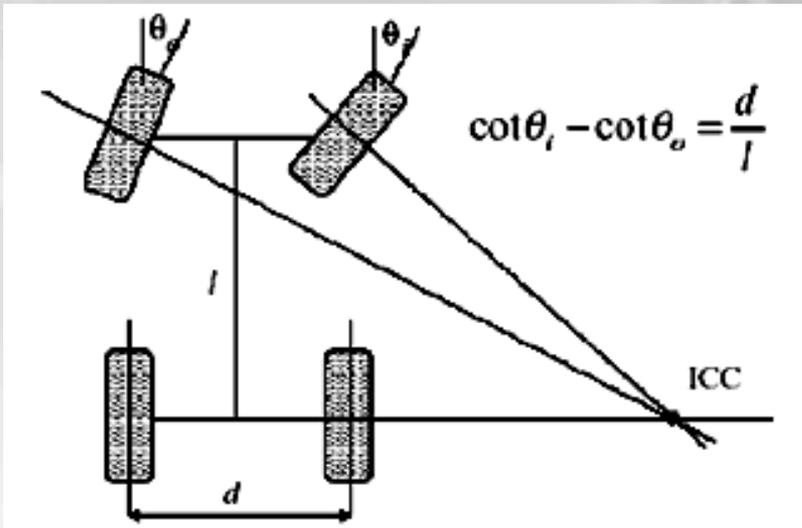


Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **RUEDA CUATRICICLO – ACKERMAN**

CONFIGURACION ACKERMAN

Los sistema de carro o cuatriciclo son similares al triciclo solo que cuentan con dos ruedas de tracción y dos ruedas para dirección. Tiene una mayor complejidad mecánica que el triciclo por el acoplamiento entre las 2 ruedas de dirección. Sus principales ventajas son buena estabilidad y facilidad de ir derecho. La desventaja es su complejidad cinemática y la necesidad de que las ruedas giren ángulos diferentes,.



Ventaja: Buena estabilidad.

Sistema de 4 barras controla la Dirección.

Desventaja: Restricciones No-Holonómicas

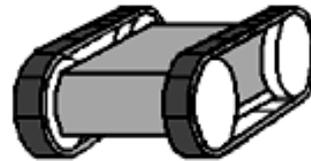
Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **RUEDAS DE TRACCION ORUGA**

En esta configuración, el deslizamiento en los giros es muy grande, se pierde la exactitud en los cálculos de odometría. Se emplea en lugares en donde el piso es muy irregular. Debido a que no es posible saber la posición exacta en la que se encuentra, es generalmente empleado solo en robots teleoperados, lo que constituye algo opuesto a las aplicaciones de los robots autónomos.

Ventajas:

- Sistema simple de controlar



Inconvenientes:

- Deslizamiento conduce a resultados pobres en odometría
- No se dispone de modelo preciso de giro
- Consume mucha potencia para girar.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. Configuración **CON PATAS**

A diferencia de los robots móviles, estos robots en lugar de utilizar ruedas utilizan Patas. El problema principal es la estabilidad de estos robots, lo que implica una mayor complejidad en su control, también un mayor consumo de energía ya que tiene que oponerse a la fuerza de gravedad.

Dentro de los Robot móviles destacan los bípedos, cuadrúpedos, hexápodos, octópodos, etc.

Ventajas:

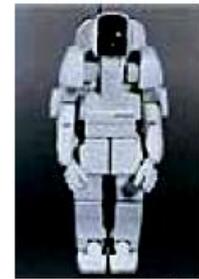
- Pueden moverse por cualquier terreno que un ser humano pueda (Ej : suben escaleras)

Inconvenientes:

- Muchos grados de libertad ➔ Difícil de controlar
- Mantener la estabilidad es complicado.
- Consumen mucha energía



Robot AIBO de Sony



Robot Humanoide de Honda



Hexápodo de Parallax 6 patas



Hexápodo de Parallax 6 patas

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA ROBOT MÓVILES TERRESTRES

La Cinemática de un Robot Móvil describe la evolución de la Posición y Orientación del mismo en función de las variables del sistema

Hipótesis:

- El Robot se mueve sobre una superficie plana
- Los ejes de guiado son perpendiculares al suelo
- Rodadura pura (No hay deslizamiento)
- Robot como sólido rígido (no hay flexión)
- Las trayectorias se pueden aproximar como arcos de circunferencia entre dos periods de muestre consecutivos

RESTRICCIONES CINEMATICAS

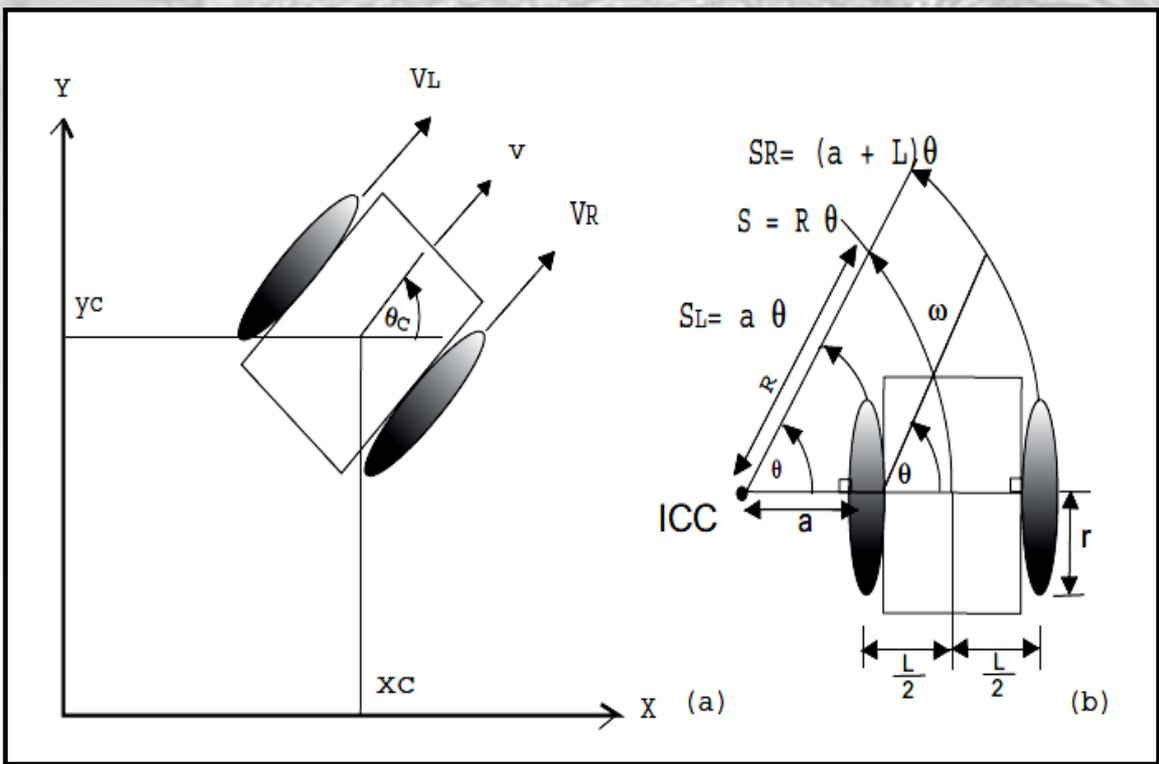
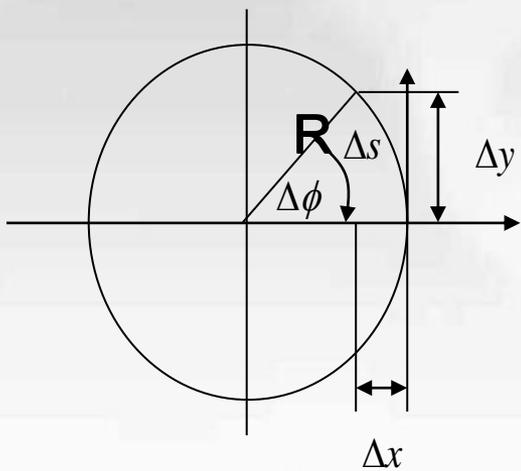
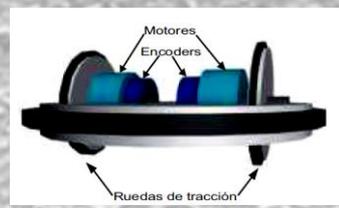
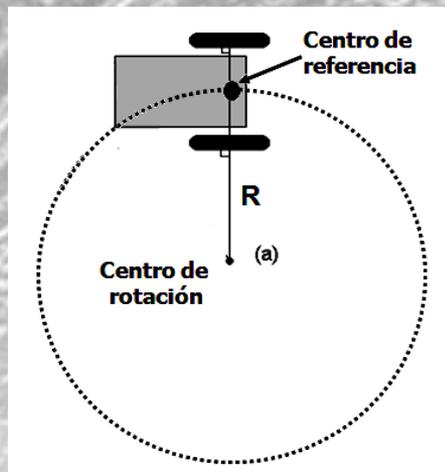
Restricciones Holónomas (no dependen de las velocidades) ➔ Robot Serie
Restricciones No Holónomas (si dependen de las velocidades). ➔ Robot Móvil

La Condición para que una restricción sea No Holónoma, requiere que las ecuaciones no sean integrables, es decir, que no se puedan deducir por derivación respecto al tiempo de una ecuación Holónoma (si fuese posible seria una contradicción).

Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. ROBOT DIFERENCIAL

- Modelo Cinemático. Se denomina
- “p” al punto de contacto entre la rueda y la superficie
- “v” Velocidad de traslación del centro del robot
- “w” velocidad angular del robot respecto a su centro.
- “ICC” o “cr” Centro instantáneo de rotación
- “r” Radio de las ruedas
- “L” ancho del robot o distancia entre ruedas
- “Vr” Velocidad de la Rueda Derecha
- “Vl” Velocidad de la Rueda Izquierda
- “Vc” Velocidad promedio



Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. ROBOT DIFERENCIAL

La Velocidad lineal de las ruedas

$$V_L = r\omega_L \quad V_R = r\omega_R$$

La distancia recorrida por la rueda izquierda (S_L) y la rueda derecha (S_R) siendo la distancia S la recorrida por el punto central del robot y R es el radio de curvatura instantáneo de la trayectoria del robot

$$S_L = a\theta$$

$$S_R = (a + L)\theta$$

$$S = \theta R$$

Para obtener la velocidad angular, se deriva respecto al tiempo esta relación

$$\omega = \frac{V_R - V_L}{L} \quad V_R = V_L + L\omega$$

Sumando distancias recorridas, donde

$$S_L + S_R = 2a\theta + L\theta = 2\theta\left(a + \frac{L}{2}\right)$$

$$R = a + \frac{L}{2}$$



$$S = \frac{S_L + S_R}{2}$$

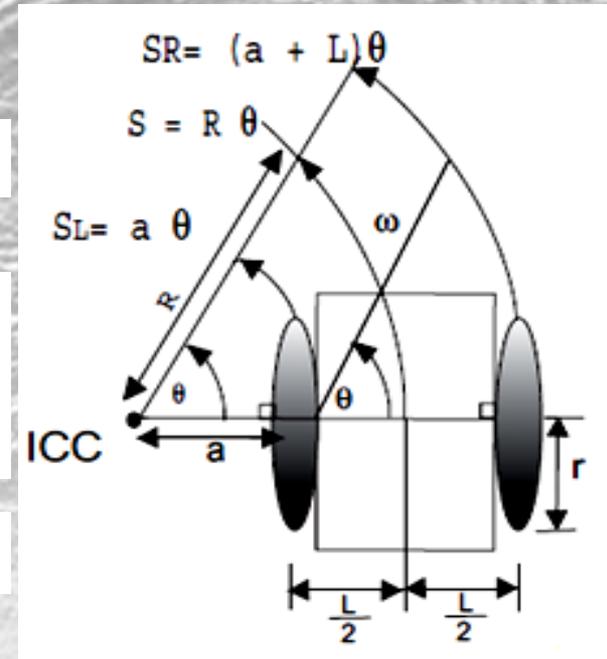
Y derivando respecto al tiempo Se obtiene la Velocidad del punto central del robot

$$v = \frac{V_L + V_R}{2}$$

Para calcular R (R es el radio de curvatura instantáneo de la trayectoria del robot)



$$v = R\omega \quad R = \frac{L}{2} \left(\frac{V_R + V_L}{V_R - V_L} \right)$$



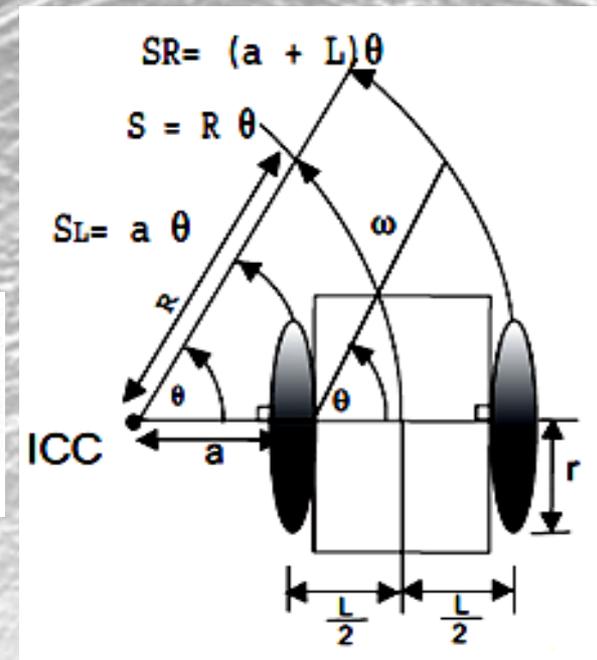
Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. ROBOT DIFERENCIAL

$$v = \frac{V_L + V_R}{2}$$

$$v = R\omega$$

$$R = \frac{L}{2} \left(\frac{V_R + V_L}{V_R - V_L} \right)$$

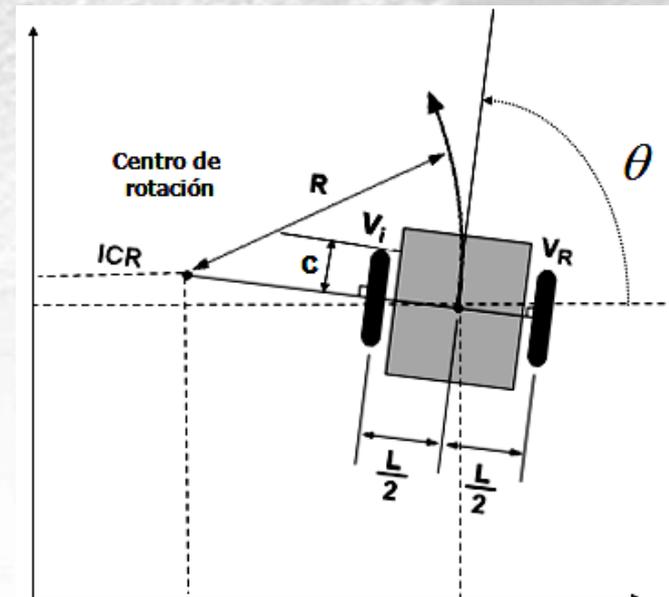


Al analizar la ecuación $R = \infty$ cuando $V_R = V_L$, quiere decir que el ICC se encuentra en el infinito o que el robot se moverá en línea recta. Si $V_R = -V_L$, $R = 0$, indica que el ICC se encuentra en el centro del robot y por lo tanto girará alrededor de su centro.

$$S = \frac{S_L + S_R}{2}$$

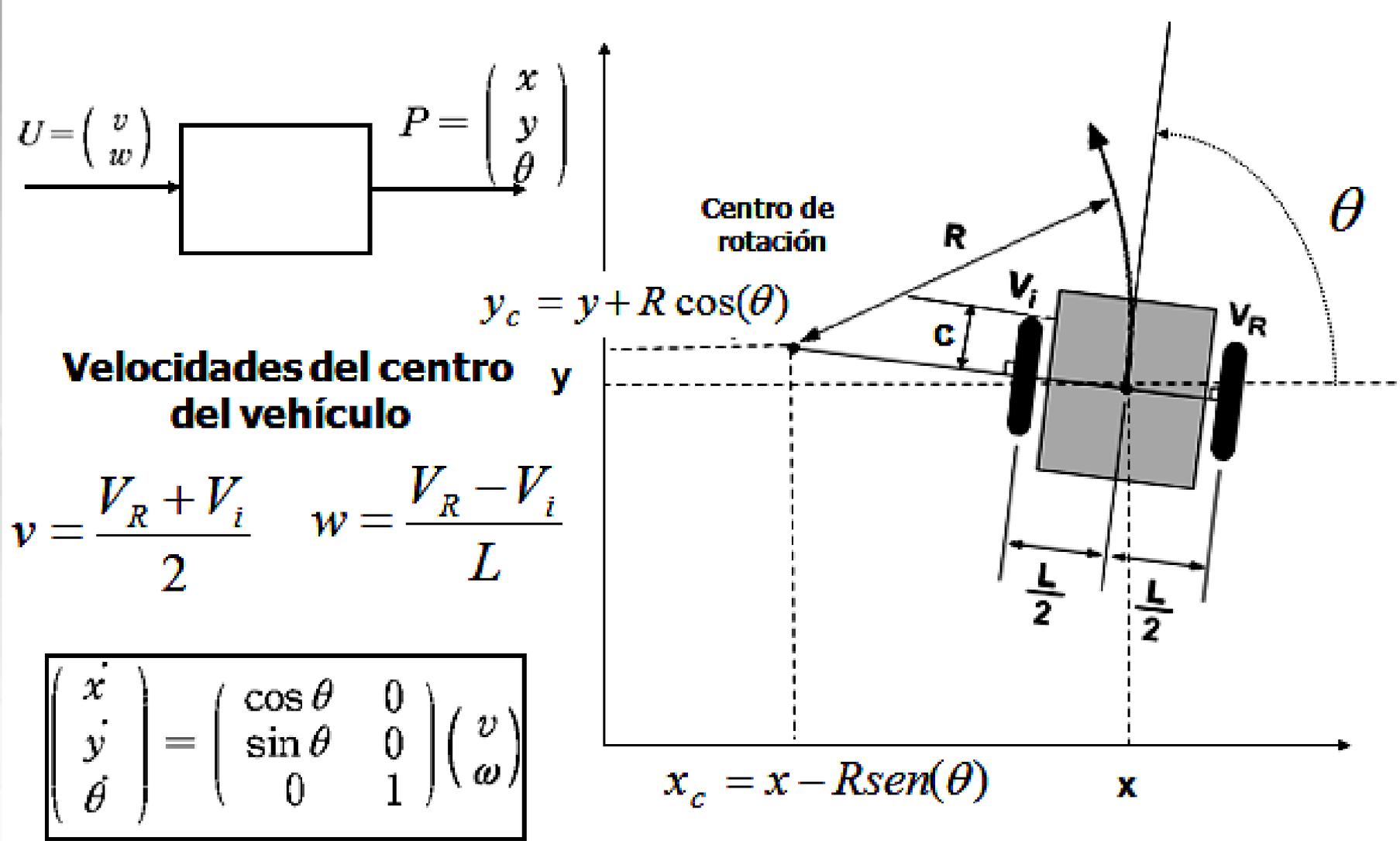
$$v = \frac{V_L + V_R}{2}$$

$$\omega = \frac{V_R - V_L}{L}$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. ROBOT DIFERENCIAL



Robótica móvil. Características y Clasificación

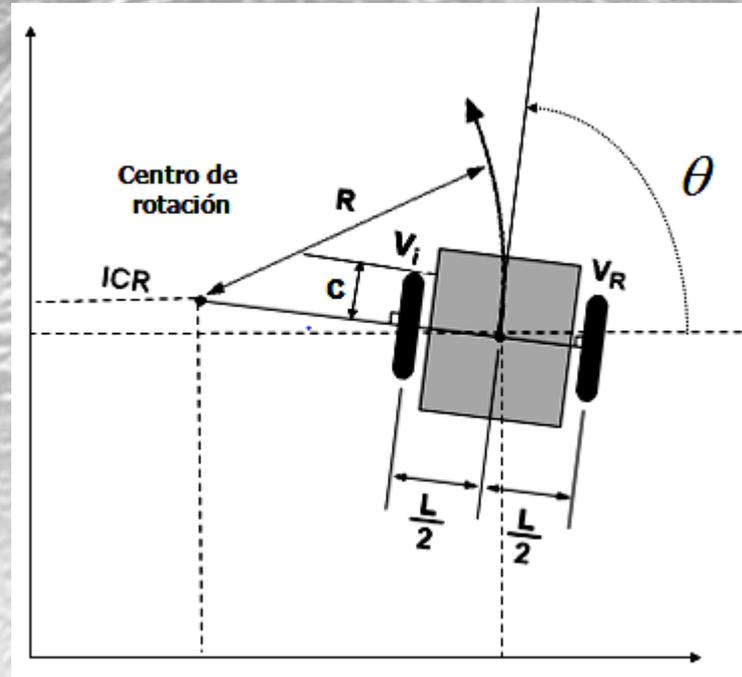
CINEMATICA. ROBOT DIFERENCIAL

$$v = \frac{v_L + v_R}{2} = \frac{R(\omega_L + \omega_R)}{2}$$

$$\omega = \frac{v_R - v_L}{L} = \frac{R(\omega_L - \omega_R)}{L}$$

$$\omega = \frac{V_R - V_i}{L}$$

$$v = \frac{V_R + V_i}{2}$$



Siendo “p” el vector que representa un punto en el espacio del robot móvil y “q” el vector de las variables de movimiento. Si p’ y q’ son las derivadas temporales correspondientes, el jacobiano J (p) se puede escribir como:

$$p' = j(p)q'$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \theta & 0 \\ s \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{v_r + v_i}{2} \\ \frac{v_r - v_i}{L} \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = \cos(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right)$$

$$\dot{y} = \text{sen}(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_r - v_i}{L}$$

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CINEMATICA. ROBOT TRICICLO

Modelo Cinemático.

El radio de curvatura instantánea se encuentra a lo largo del eje que cruza las ruedas traseras. El problema es el centro de gravedad (xc,yc) que puede moverse en terrenos inclinados de subida, causando pérdida de tracción.

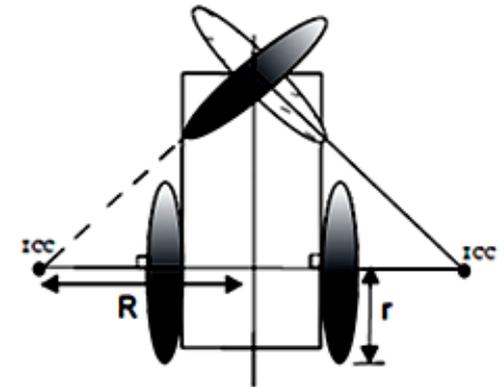
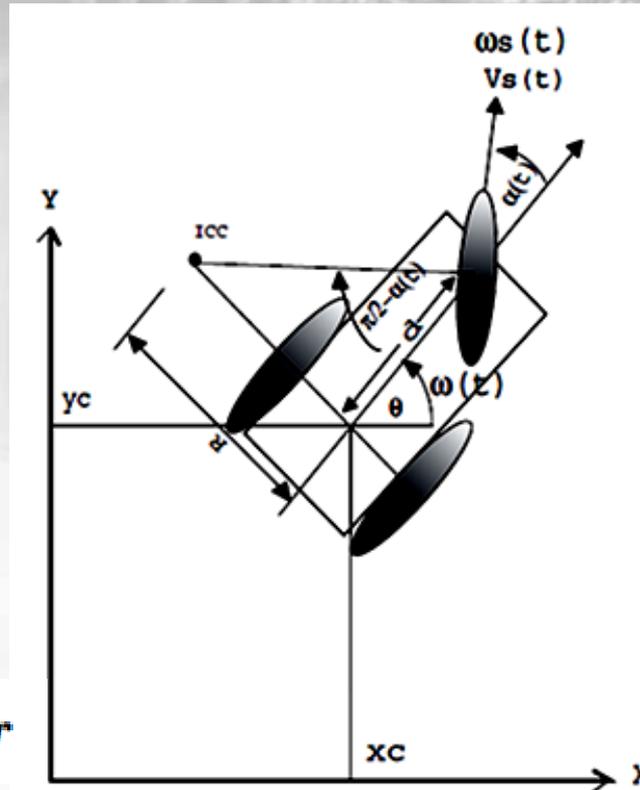
Se tienen dos ángulos a considerar, el “alfa” de la rueda de dirección y el ángulo de orientación del robot móvil.

El triciclo rota con una velocidad angular alrededor del ICC.

La velocidad lineal de la rueda delantera es “Vs”, “r” es el radio de las rueda, “ws” la velocidad angular de la rueda delantera.

La Velocidad lineal de la rueda delantera es

$$V_S(t) = \omega_S(t)r$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. ROBOT TRICICLO

La Velocidad lineal de la rueda delantera es
El Radio de Curvatura R

$$V_S(t) = \omega_S(t)r$$

$$R = d * \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha(t)\right)$$

La Velocidad tiene dos componentes.
La horizontal y la perpendicular.

$$V = r\omega_s(t)\sin(\alpha(t)) = V_S(t)\sin(\alpha(t))$$

$$v(t) = V_S * \cos(\alpha(t))$$

Si se considera la velocidad de rotación
del robot definido por:

$$\omega(t) = \frac{V_S(t)\sin(\alpha(t))}{d} = \theta'$$

Las velocidades para el punto
"p" de referencia del robot
son x_c' y y_c'

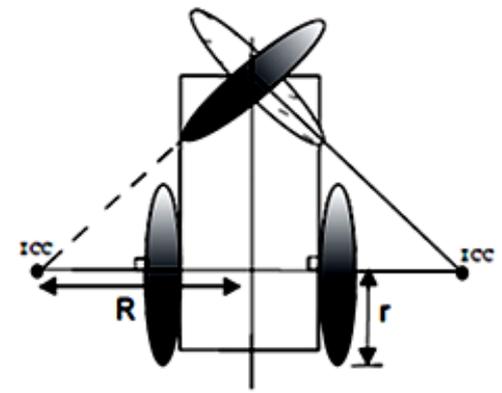
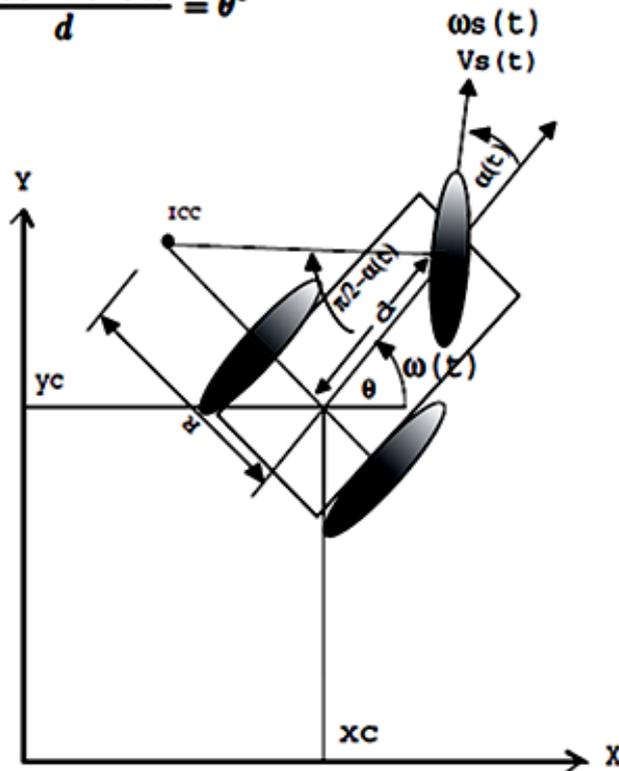
$$x_c' = v(t)\cos(\theta(t)) = V_S(t)\cos(\alpha(t))\cos(\theta(t))$$

$$y_c' = v(t)\sin(\theta(t)) = V_S(t)\cos(\alpha(t))\sin(\theta(t))$$

$$x_c = \int_0^t v(T)\cos(\theta(T))dT$$

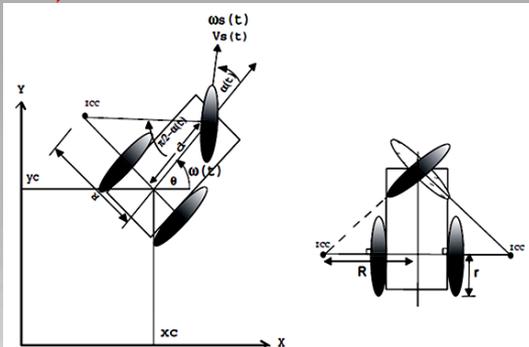
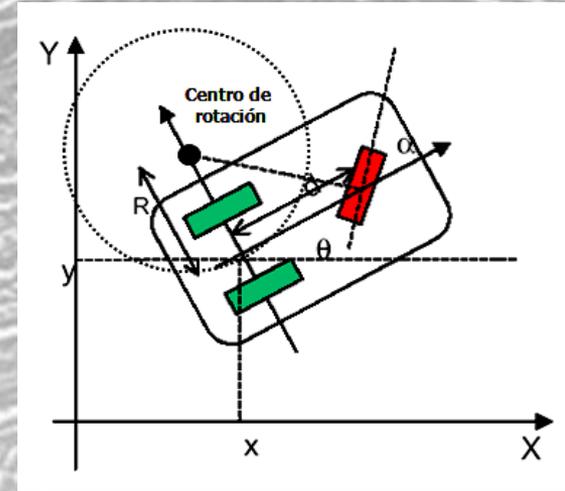
$$y_c = \int_0^t v(T)\sin(\theta(T))dT$$

$$\theta_c = \int_0^t \omega(T)dT$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. ROBOT TRICICLO



$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v_s(t) \cos \alpha(t) \cos \theta(t) \\ \dot{y}(t) &= v_s(t) \cos \alpha(t) \sin \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) &= \frac{v_s(t)}{d} \sin \alpha(t) \end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta(t) & 0 \\ \sin \theta(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$$

$$v_s(t) = w_s(t) r$$

w_s(t): Velocidad angular de la rueda(s) de tracción

v_s(t): Velocidad lineal del vehículo en el sistema global

r: Radio de la rueda de tracción

$$v(t) = v_s(t) \cos \alpha(t)$$

$$w(t) = \frac{v_s(t)}{d} \sin \alpha(t)$$

Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. Configuración RUEDA CUATRICICLO - ACKERMAN

Esta configuración posee dos ruedas de dirección y dos ruedas motrices. Esto evita que el sistema derrape al tener dos ángulos de giro diferentes. La rueda que queda interior en el giro tiene mayor ángulo que la externa.

L =separación lateral entre las ruedas.

D = separación longitudinal entre las ruedas.

ω = es la velocidad angular del robot.

v = velocidad lineal del robot

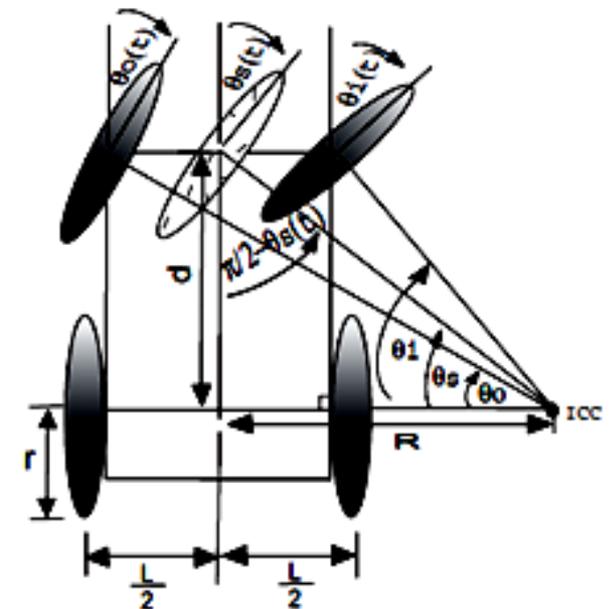
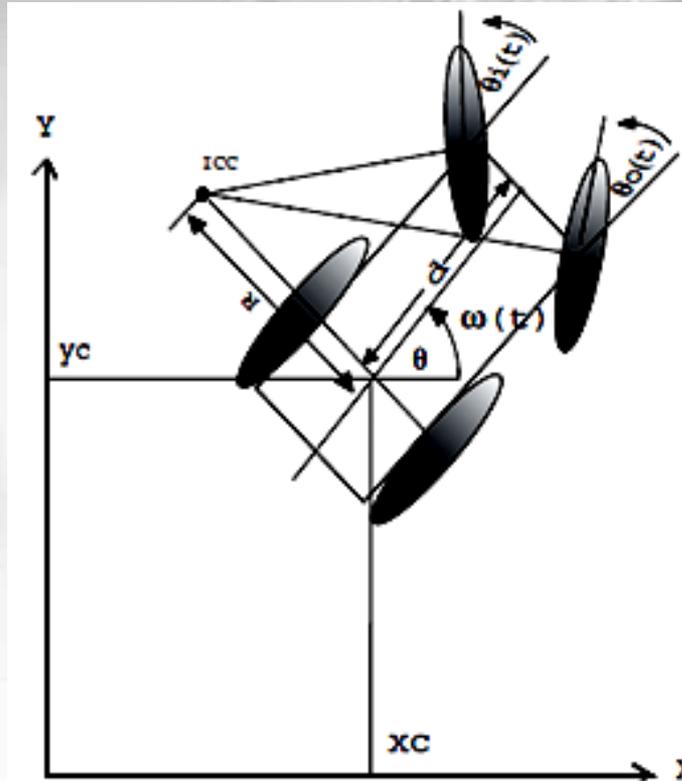
θ = ángulo de rotación del robot.

$$\cot(\theta_i(t)) = \frac{(R - \frac{L}{2})}{d}$$

$$\cot(\theta_o(t)) = \frac{(R + \frac{L}{2})}{d}$$



$$\cot(\theta_o(t)) - \cot(\theta_i(t)) = \frac{L}{d}$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. Configuración RUEDA CUATRICICLO - ACKERMAN

Si se considera una rueda imaginaria entre las dos delanteras de modo tal que se pueda considerar la modalidad triciclo, entonces

$$\cot(\theta_i(t)) = \frac{(R - \frac{L}{2})}{d}$$

$$\cot(\theta_o(t)) = \frac{(R + \frac{L}{2})}{d}$$

$$\cot(\theta_s(t)) = \frac{R}{d}$$

$\theta_s(t)$, es equivalente al ángulo α_s ,

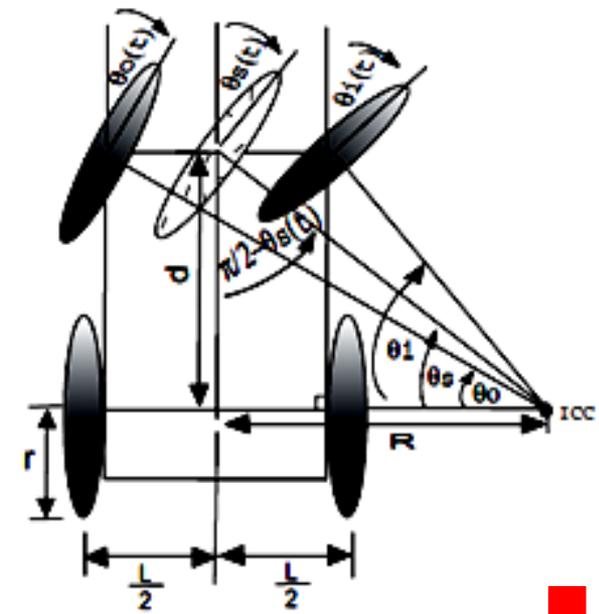
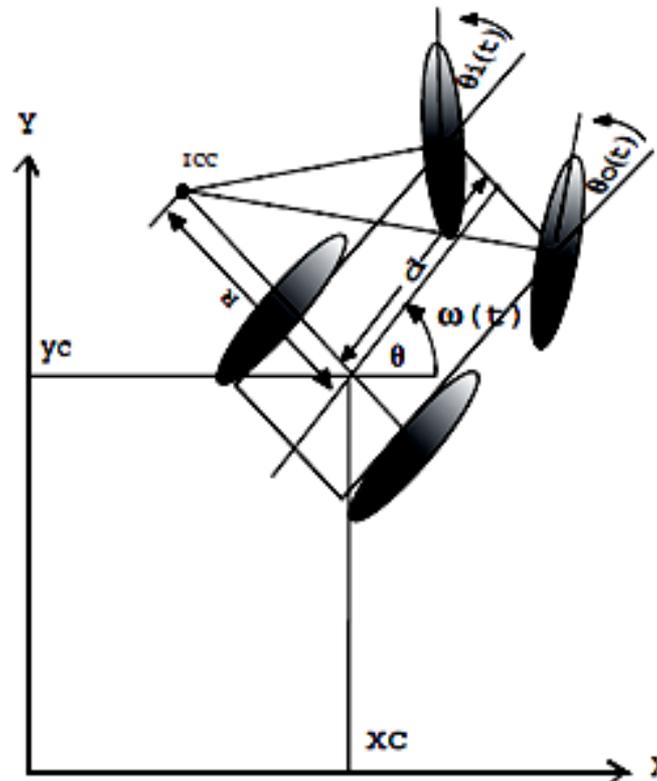
$$\cot(\theta_o(t)) - \cot(\theta_i(t)) = \frac{L}{d}$$

$$\cot(\theta_s(t)) = \cot(\theta_i(t)) + \frac{L}{2d}$$

$$\cot(\theta_s(t)) = \cot(\theta_o(t)) - \frac{L}{2d}$$

La velocidad del robot es "v", de las ruedas traseras. "Vs" es la velocidad de la rueda imaginaria:

$$V_s = \frac{v}{\cos(\theta_s(t))}$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

CINEMATICA. Configuración RUEDA CUATRICICLO - ACKERMAN

Para calcular la posición y velocidades del robot se consideran las ecuaciones

$$\omega(t) = \frac{V_S(t) \sin(\alpha(t))}{d} = \theta \bullet$$

$$v(t) = V_S * \cos(\alpha(t))$$

$$x_c = \int_0^t v(T) \cos(\theta(T)) dT$$

$$y_c = \int_0^t v(T) \sin(\theta(T)) dT$$

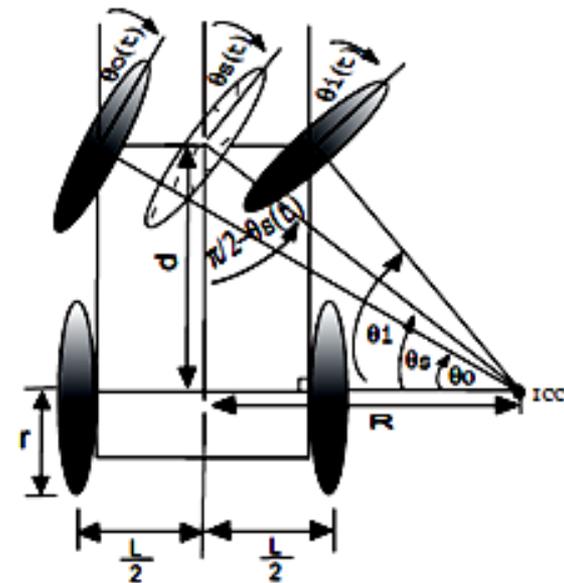
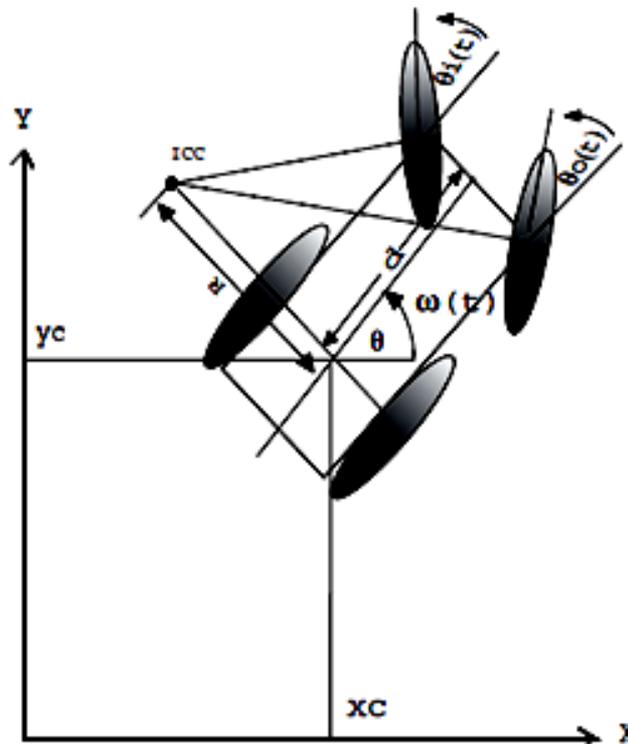
$$\theta_c = \int_0^t \omega(T) dT$$

$$\cot(\theta_s(t)) = \frac{R}{d}$$

$$\cot(\theta_s(t)) = \cot(\theta_i(t)) + \frac{L}{2d}$$

$$\cot(\theta_s(t)) = \cot(\theta_o(t)) - \frac{L}{2d}$$

$$V_S = \frac{v}{\cos(\theta_s(t))}$$



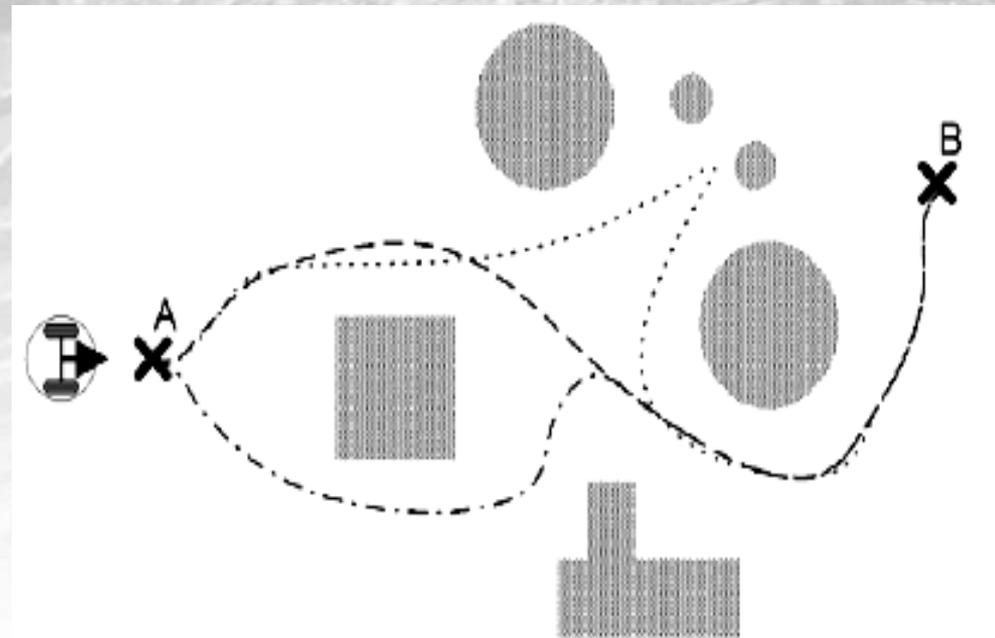
Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ARQUITECTURAS

Los **robots móviles** operando en ambientes **no estructurados** deben enfrentarse con incertidumbres en la posición e identificación de objetos. Trasladarse desde un punto "A" hasta un punto "B" es una actividad arriesgada para un robot móvil, una actividad relativamente trivial para un manipulador industrial. No se espera que un robot móvil siga trayectorias o alcance su destino final con el mismo nivel de precisión que se espera de un manipulador industrial.

➔ Los **robots industriales** pueden ser más efectivos con un mínimo de información sensorial y sin razonamiento porque operan en ambientes estáticos, estructurados y conocidos.

➔ El **problema** en un robot móvil es generar trayectorias y guiar su movimiento según éstas en base a la información del sistema de sensores externos (ultrasonidos, láser, visión),



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ARQUITECTURAS

Leonard y Durrant-Whyte resumieron el problema de navegación de un robot móvil mediante 3 preguntas 1-¿Dónde estoy ? 2-¿A dónde voy ? 3-¿Cómo debo llegar ?

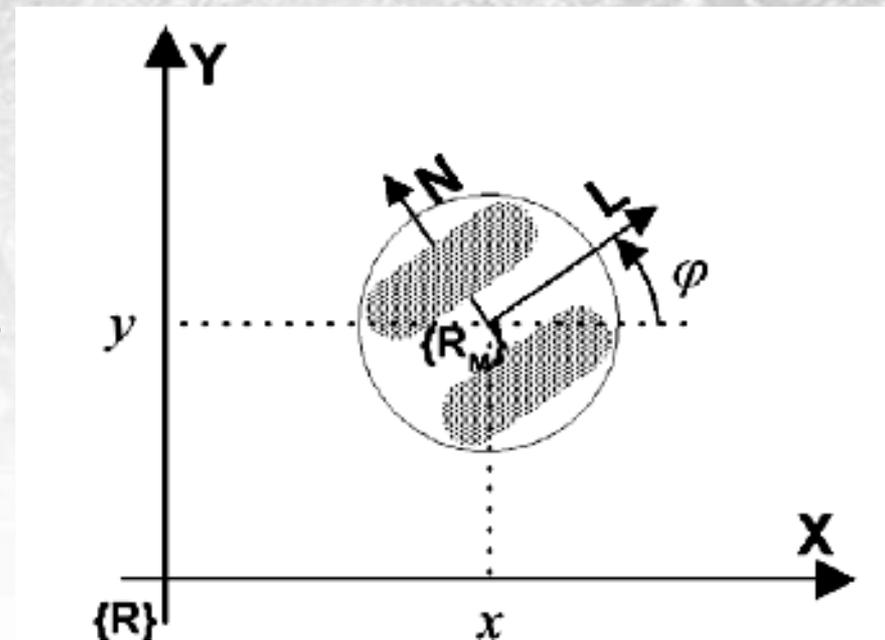
Para responder a estas preguntas el robot móvil realiza 3 tareas fundamentales:

- 1-Estimar su posición y orientación,
- 2-Mantener actualizado el mapa del entorno
- 3-Detectar los posibles obstáculos.

Determinar la posición de un robot móvil equivale a encontrar las componentes de translación (x, y, z) y de rotación (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z)

El robot terrestre se mueve con tres posibles grados de libertad. El problema se reduce a encontrar la terna (x, y, ϕ_z) .

Posición y Orientación..... (x, y, ϕ_z) .



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ARQUITECTURAS

Una forma resumida de presentar los principales sensores y técnicas asociadas en la estimación de la posición y orientación de un robot móvil, lo dan González Jiménez y Ollero Baturone. Clasificación según Los Estimadores **Posición y Orientación (x, y, ϕ z)**

Estimadores explícitos
Proporcionan la
posición y orientación
directamente

| | | | | |
|--|--|---------------------------------|---|---|
| Estimadores Explícitos | Usa sensores Integrados | Medios Internas | Odometría | - Sensores Doppler - Codificadores ópticos |
| | | | Navegación Inercial | - Giroscopios - Acelerómetros |
| Usa dos tipos Sensores | Estimadores basados en la percepción del entorno | Estaciones de Transmisión | Fijas | Triangulación - Ultrasonido Trilateración - Infrarrojo - Radio frecuencia |
| | | | Móviles | |
| Estimadores basados en la percepción del entorno | Marcas | Artificiales | | - Inductivos - Térmicos - Químicos - Infrarrojos - Cámaras de vídeo |
| | | Naturales | | - Cámaras de vídeo |
| | | Posicionamiento basado en mapas | Construcción de mapas Técnicas de comparación Mapas topológicos y geométricos | - Sistemas ultrasónicos - Sistemas láser - Cámaras de vídeo |

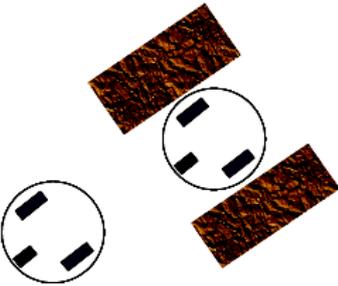
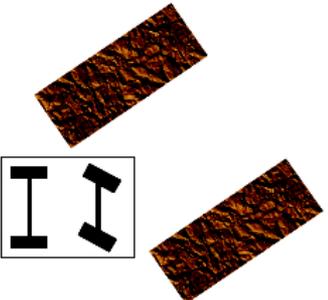
Robótica móvil. Características y Clasificación

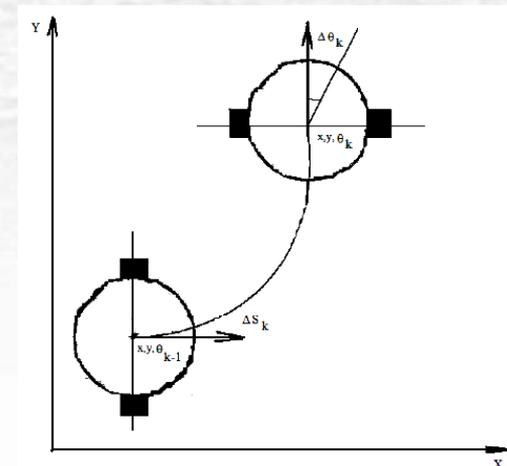
➔ CONTROL DE NAVEGACION. ARQUITECTURAS

Se llama **Navegación** al conjunto de métodos y técnicas usados para dirigir el curso de un robot móvil a medida que éste atraviesa el entorno. Debe llegar a algún destino pedido, sin perder la posición y sin chocar con obstáculos fijos o móviles que eventualmente puedan aparecer en el camino. Para efectuar navegación lo más común es disponer de un mapa, aunque no necesariamente.

Mapa es cualquier tipo de representación del entorno en la memoria del robot. A partir de un mapa, se puede determinar un camino apropiado entre dos puntos deseados, lo cual será más o menos complejo según haya sido la representación escogida. Por último, habrá que seguir ese camino.

Formas de los Robot Móviles. Afectan la forma del modo de recorrer la trayectoria.

| Robot cilíndrico | Robot cuadrado |
|---|---|
|  |  |



Robótica móvil. Características y Clasificación

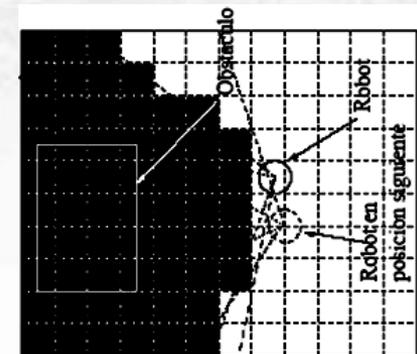
➔ CONTROL DE NAVEGACION. ARQUITECTURAS

Mapas de Navegación

Se clasifican según la información de los sensores:

- **Mapas de marcas en el terreno (*landmarks*)**: son localizaciones particulares fácilmente identificables por el sistema sensorial del robot (cierta esquina, un grupo de objetos bien visibles, etc.) que actúan como marcas relevantes (*landmarks*). Se representan como nodos de un plano gráfico, éstos se unen por los arcos que normalmente representan la accesibilidad (si existe arco entre dos nodos, el robot puede desplazarse directamente de uno a otro de los *landmarks* a los que los nodos representan).

Mapas de ocupación: se basan en representar el terreno como una retícula, regular o no, cada una de las casillas contiene un valor útil para el robot, va desde -1 (es seguro que está libre) hasta +1 (es seguro que está ocupada) pasando por 0 (no hay evidencia en ningún sentido). Estos mapas se pueden construir por métodos visuales, mediante la toma de imágenes de cámaras (o una sola que va a bordo del robot y se sitúa en varias posiciones)



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. Estaciones de Navegación

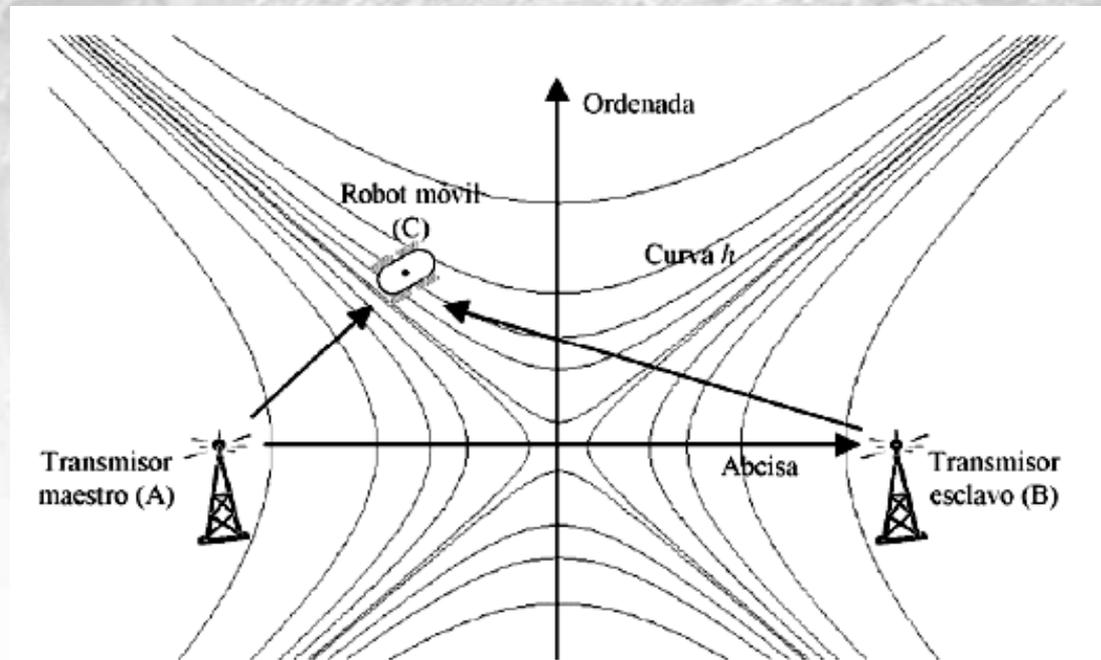
Estimación explícita basada en estaciones de transmisión

Triangulación.

Conocidos como métodos de navegación hiperbólica o pasivos.

Este método fue desarrollado durante la Segunda Guerra Mundial y la implementación original se denominó LORAN (del inglés *LONG RANGE Navigation*) *navegación de largo alcance*. Este sistema compara los tiempos de llegada de dos señales idénticas transmitidas simultáneamente desde transmisores de alta potencia localizados en sitios de coordenadas conocidas.

$$(\overline{AB} + \overline{BC}) - (\overline{AC}) = h$$



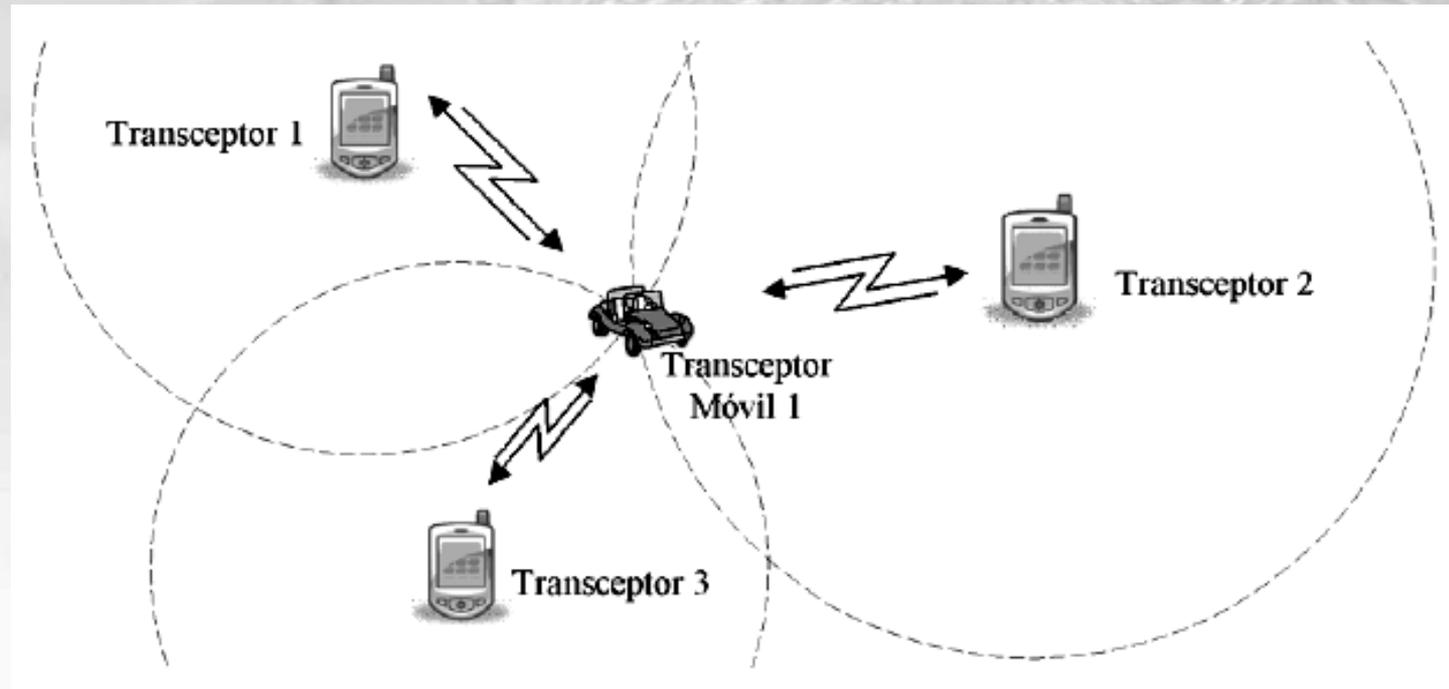
Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. Estaciones de Navegación

Estimación explícita basada en estaciones de transmisión

Trilateración .

Conocidos como sistemas activos. Éstos miden el retardo de propagación para un número de trancptores localizados en lugares de coordenadas conocidas como se muestra en la figura. Los sistemas activos cubren desde los 100 m. hasta casi los 100 Km con una exactitud de 2 m. Se basa en un sistema de estaciones fijas o Balizas.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. Estaciones de Navegación

Estimación explícita basada en estaciones de transmisión

GPS. (Global Positioning System). Los sistemas de posicionamiento mediante estaciones móviles operando desde satélites hoy en día son los de mayor interés.

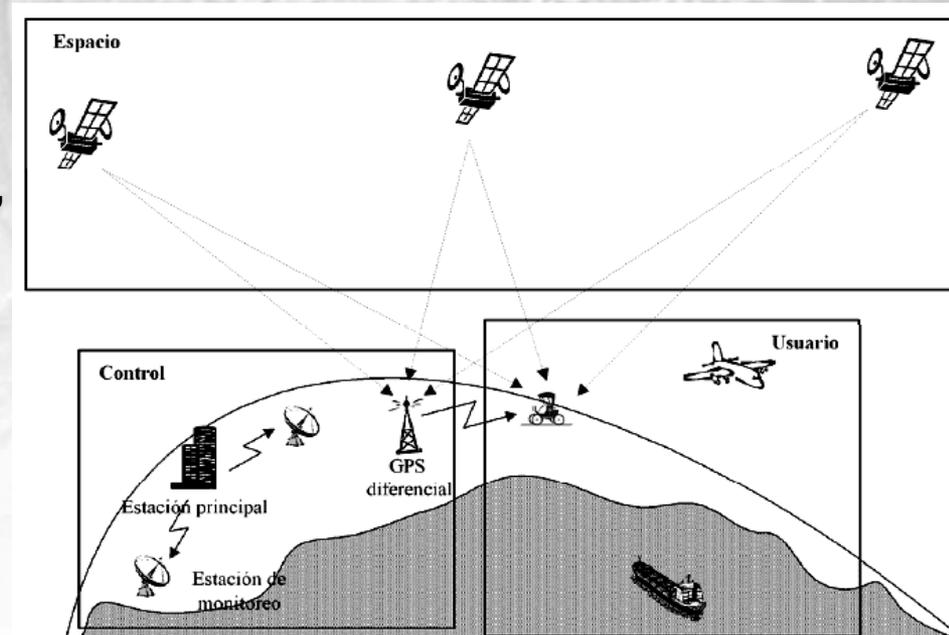
El GPS (NAVSTAR-GPS) emplea una constelación de 24 satélites orbitando la tierra cada 12 horas a una altura de 20.200 Km. 4 satélites se ubican en cada una de seis órbitas cuyos planos están separados 55° a partir del plano del Ecuador.

Cada uno transmite dos señales de radio en alta frecuencia, moduladas por un pseudo-ruido binario en las que se codifican en forma compleja información sobre el instante en que la señal fue transmitida e información orbital entre otras cosas.

Empleando al menos tres satélites, el receptor calcula por trilaterización la altitud, latitud y longitud del vehículo de forma “instantánea y continua”

(tiempos entre 30 y 60 nseg.).

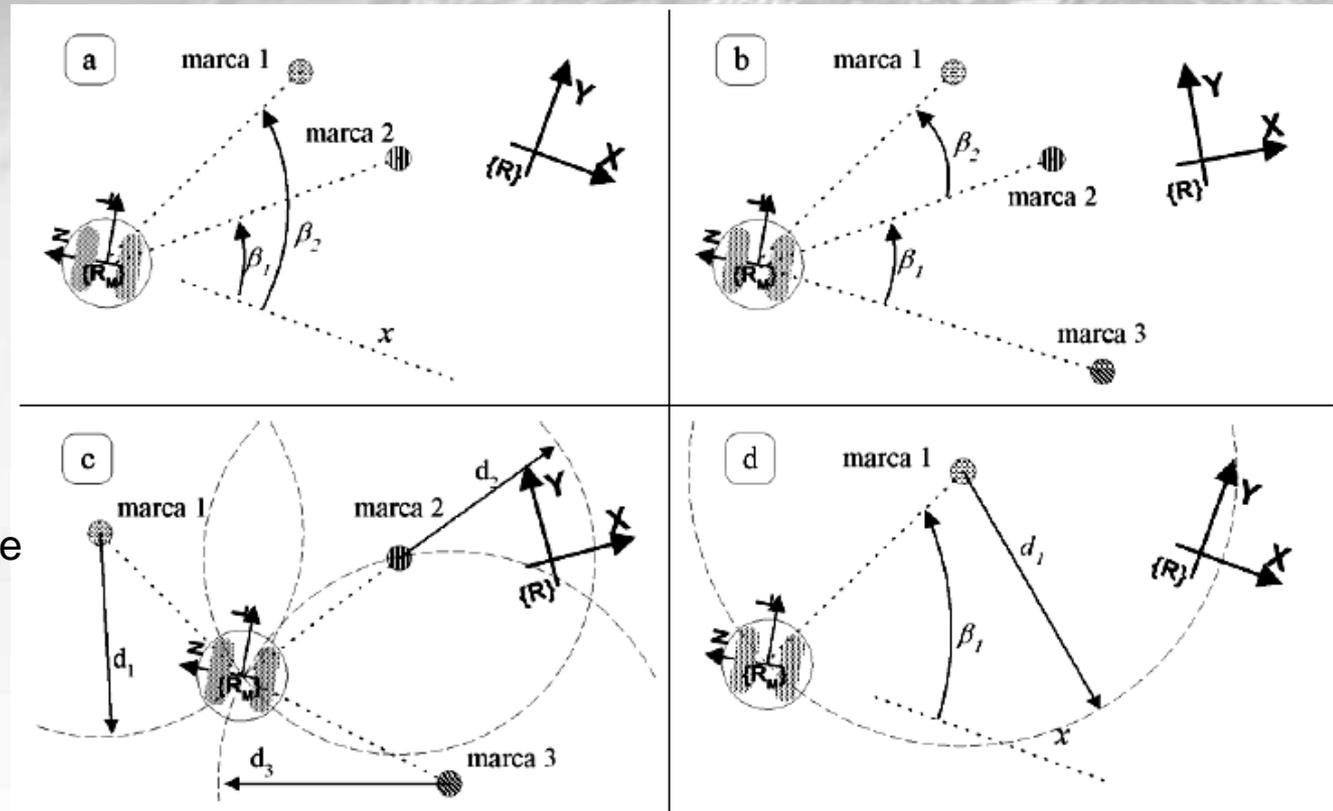
También puede determinar la velocidad a partir del desplazamiento en frecuencias mediante el efecto Doppler.



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ARQUITECTURAS Mapas de Navegación

Marcas o Balizas. En general las marcas (balizas especiales) son características del entorno de operación que un robot puede reconocer desde sus entradas sensoriales. Las marcas naturales son aquellos objetos o características propias del ambiente que facilitan la navegación del robot. El sistema sensorial por excelencia es la visión computarizada.



Diferentes posibilidades de triangulación.

- a) Ángulos absolutos de referencia.
- b) Ángulos observados entre marcas.
- c) Distancias observadas a las marcas.
- d) Ángulo y distancia a una marca.

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ODOMETRIA

La *Odometría* es una técnica antigua que se remonta a la época de Arquímedes y tiene por objeto estimar la posición y orientación de un vehículo a partir del número de vueltas de sus ruedas. La idea fundamental de la Odometría es la integración temporal del movimiento, lo cual lleva inevitablemente a la acumulación de errores.

Ventajas

- Simplicidad, bajo costo
- Permite muy altas tasas de muestreo.

Desventaja

- Necesita una calibración debido al desgaste de las ruedas,
- Vulnerable a las imprecisiones del terreno, deslizamiento de las ruedas y las variaciones en la carga transportada.

➤ Posición relativa (Odometría): Se calcula el desplazamiento a partir de condiciones iniciales, midiendo el desplazamiento de las ruedas

Establece la posición con sensores internos:

Encoders

Potenciómetros

Tacómetros (primera derivada de la posición)

Giróscopos

Acelerómetros (segunda derivada de la posición)

Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. **ODOMETRIA**

En la Figura se observan las trayectorias seguidas por las ruedas del robot cuando se produce un desplazamiento del mismo. La rueda izquierda realiza una trayectoria de longitud $\Delta x_1 = r_1 \cdot \Delta\phi$ y la rueda derecha $\Delta x_2 = r_2 \cdot \Delta\phi$

$$\Delta x_1 = r_1 \cdot \Delta\phi$$

$$\Delta x_2 = r_2 \cdot \Delta\phi$$

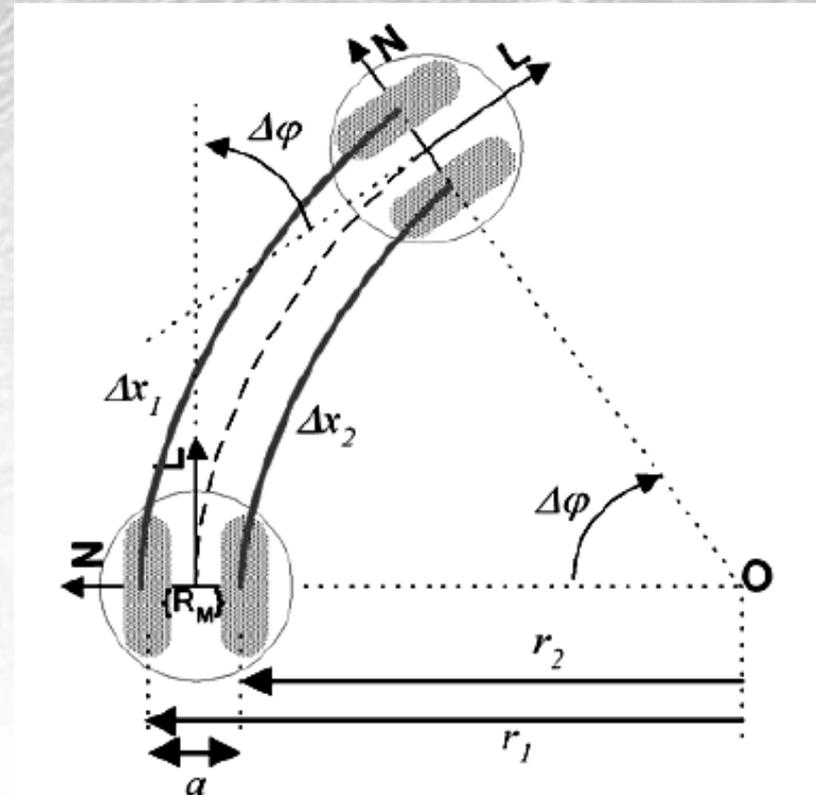
La trayectoria promedio seguida por el robot tendrá una longitud igual a la semisuma de las dos trayectorias

$$\Delta x = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2}$$

El cambio de orientación se obtiene a partir de la resta de las dos trayectorias y de la separación entre las ruedas

$$\Delta\phi \cdot (r_1 - r_2) = (\Delta x_1 - \Delta x_2)$$

$$\Delta\phi = \frac{(\Delta x_1 - \Delta x_2)}{(r_1 - r_2)} = \frac{(\Delta x_1 - \Delta x_2)}{a}$$

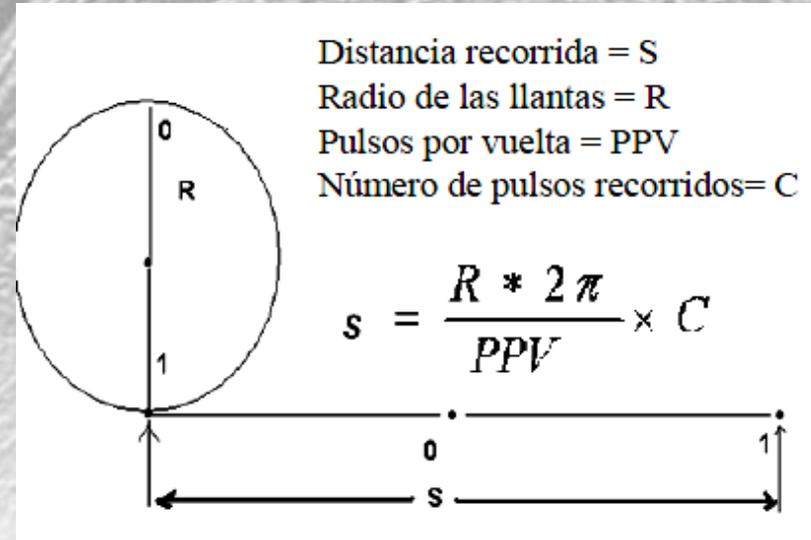


Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ODOMETRIA-ENCODER

Características de un Encoder Incremental

- “A” adelanta a “B” en sentido horario
- “Z” señal que indica una revolución
- Pulsos por revolución: Número de pulsos que genera un canal para girar 360 grados
- Resolución real: $360/(4PPR)$, dos canales



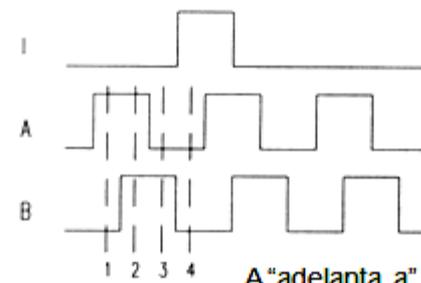
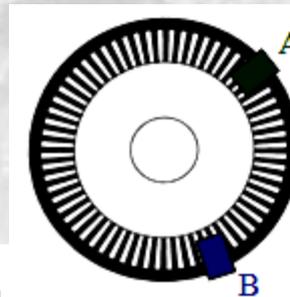
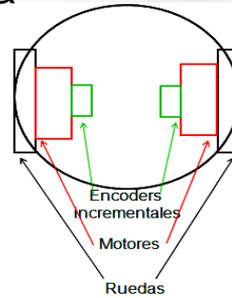
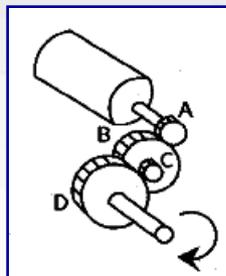
C_m : Factor de conversión. Traslada los pulsos del encoder a desplazamiento lineal de la rueda

D_n : Diámetro de la rueda (mm)

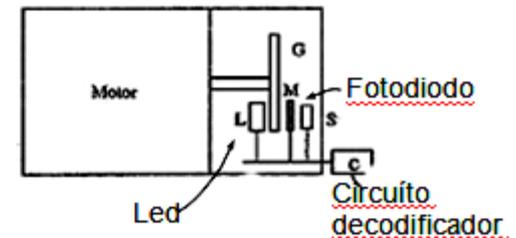
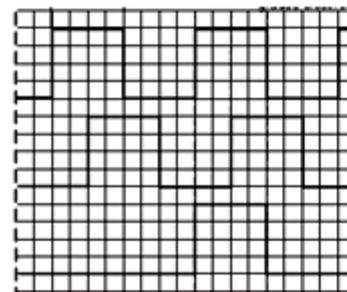
C_e : Resolución (pulsos /rev)

n : Razón de reducción entre el encoder y la rueda

$$C_m = \frac{\pi D_n}{nC_e}$$



| State | Ch A | Ch B |
|-------|------|------|
| S1 | High | Low |
| S2 | High | High |
| S3 | Low | High |
| S4 | Low | Low |



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. **ODOMETRIA**

$$\dot{x} = \cos(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right)$$

$$\dot{y} = \text{sen}(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_r - v_i}{L}$$

La Distancia recorrida por cada rueda:

$$\Delta U_i = c_m N_i$$

$N_{i,d}$: Pulsos encoders de c/rueda.

C_m : Factor de conversión. Traslada los pulsos del encoder a desplazamiento lineal de la rueda

ΔU : Distancias recorridas por las ruedas izq y der.

Recorrido del punto central del Robot y Variación de la orientación :

$$\Delta U_c = (\Delta U_i + \Delta U_d) / 2$$

$$\Delta \theta_c = (\Delta U_d - \Delta U_i) / L$$

Nueva Posición y Orientación Robot : ➔

$$x(t) = x(t_0) + \int_{\Delta t} v(t) \cos(\theta(t)) dt$$

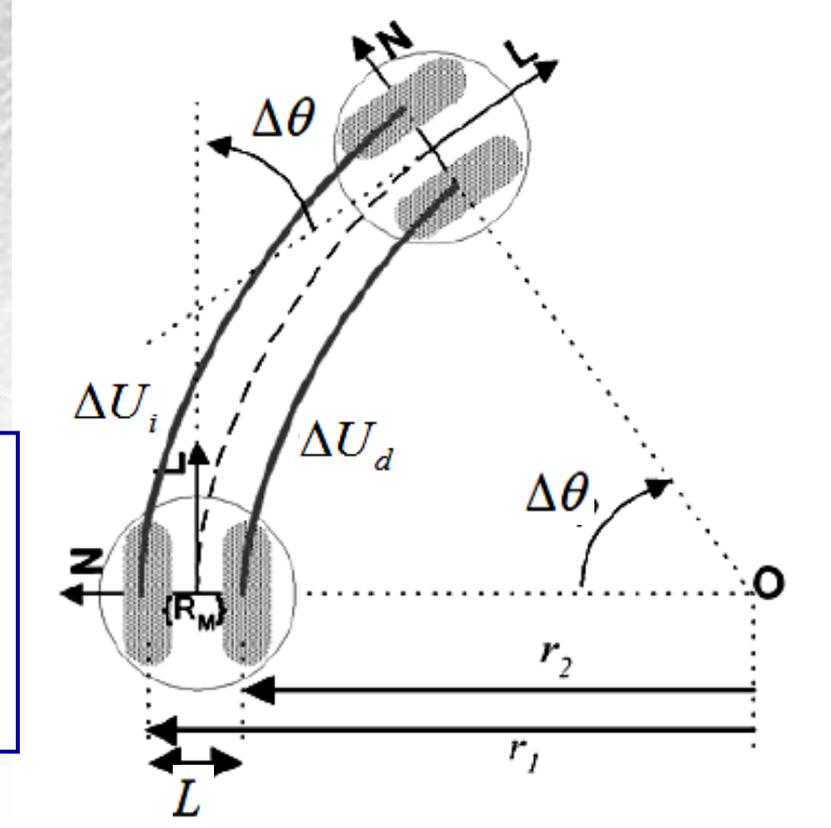
$$y(t) = y(t_0) + \int_{\Delta t} v(t) \text{sen}(\theta(t)) dt$$

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{\Delta t} w(t) dt$$

$$\theta_c = \theta_{c-1} + \Delta \theta_c$$

$$x_c = x_{c-1} + \Delta U_c \cos(\theta_c)$$

$$y_c = y_{c-1} + \Delta U_c \text{sen}(\theta_c)$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ODOMETRIA

NOTA : Es importante destacar la dificultad de resolver las integrales

$$\dot{x} = \cos(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right)$$

$$\dot{y} = \text{sen}(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right)$$

$$\dot{\theta} = \frac{v_r - v_i}{L}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) \cos(\theta(t)) \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin(\theta(t)) \\ \dot{\theta}(t) &= \omega(t) \end{aligned}$$

$$x(t) = x(t_0) + \int_{\Delta t} v(t) \cos(\theta(t)) dt$$

$$y(t) = y(t_0) + \int_{\Delta t} v(t) \text{sen}(\theta(t)) dt$$

$$\theta(t) = \theta(t_0) + \int_{\Delta t} \omega(t) dt$$

Para simplificar la deducción de las ecuaciones se considera que las velocidades (v, ω) son constantes en el intervalo de integración.

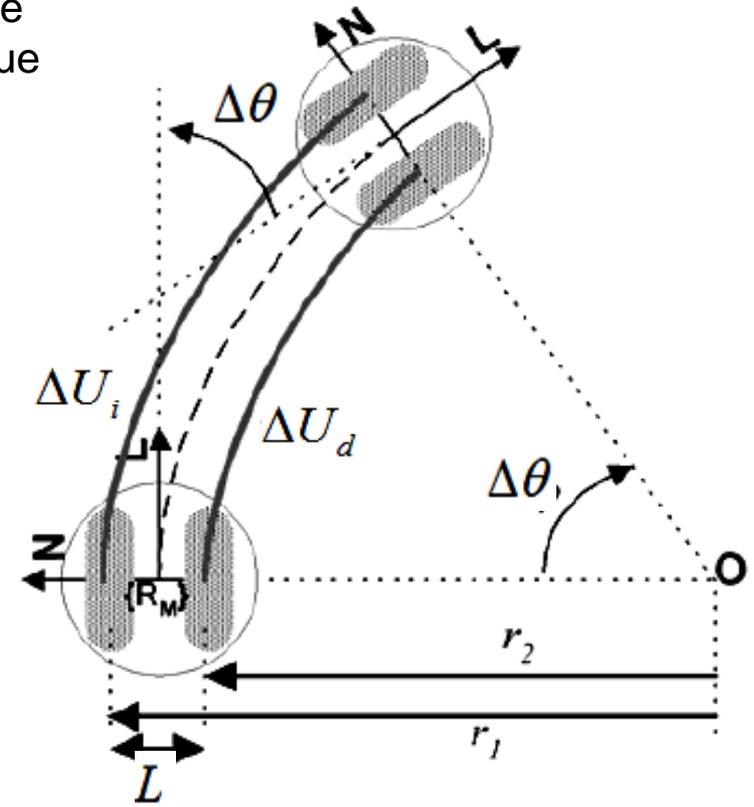
$$\theta_c = \theta(t) + \int_{\Delta t} \omega(t) d\tau = \theta(t) + \omega(t) \int_{\Delta t} d\tau = \theta(t) + (t - t_k) \omega(t)$$

Resolviendo para la orientación
Primero y luego para X,Y
Se obtiene la ecuación
integrada simplificada

$$\theta_c = \theta_{c-1} + \Delta\theta_c$$

$$x_c = x_{c-1} + \Delta U_c \cos(\theta_c)$$

$$y_c = y_{c-1} + \Delta U_c \text{sen}(\theta_c)$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. **ODOMETRIA**

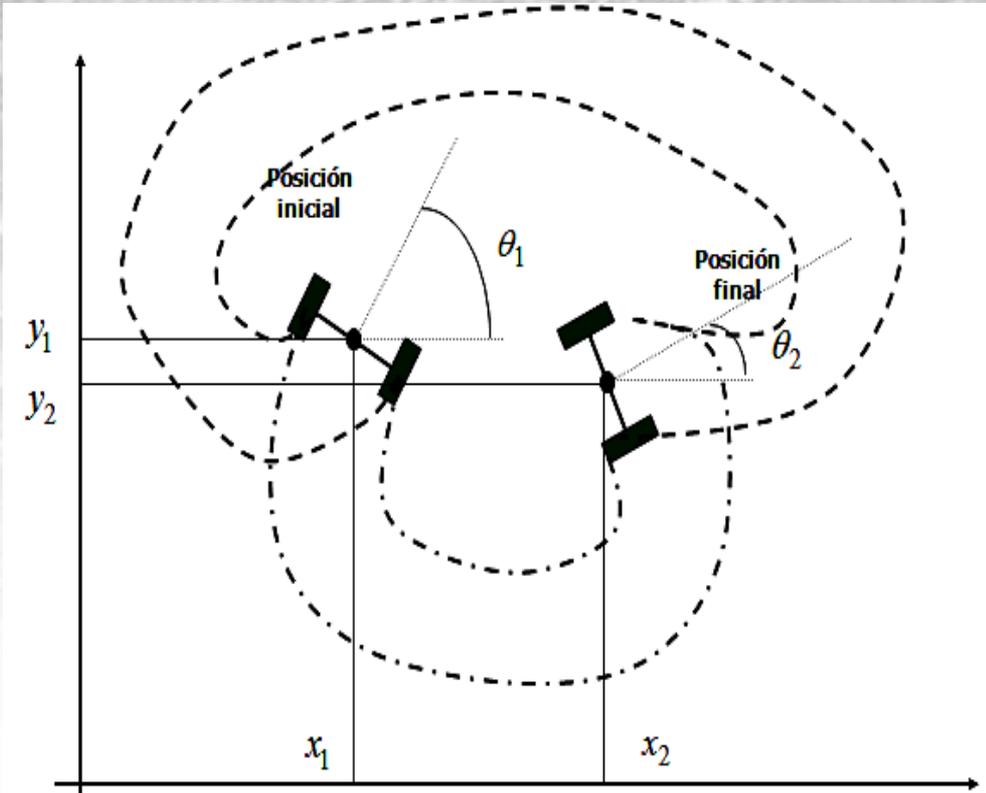
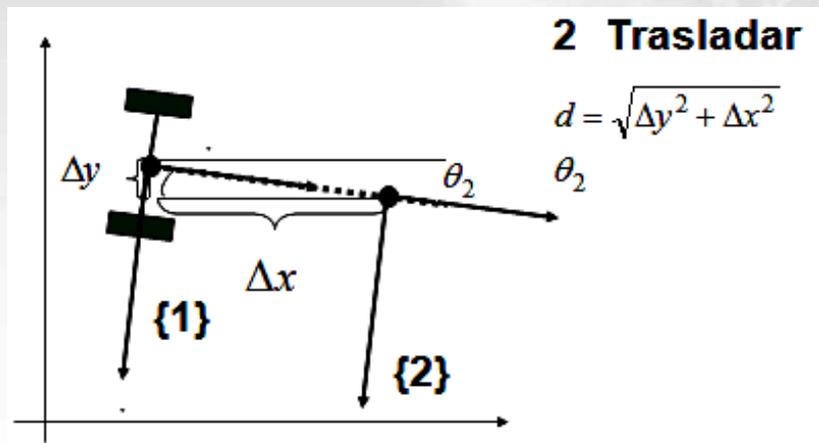
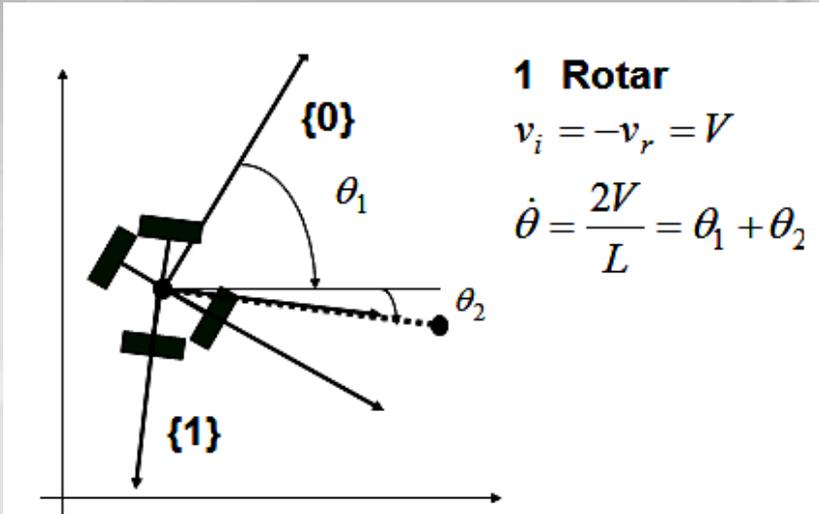
El Robot móvil debe cambiar de Posición y Orientación para ir del Punto 1(x_1,y_1) al punto 2(x_2,y_2). Debido a esto tendrá que Rotar y Traslarse sobre la trayectoria

Posición y Orientación :

$$\theta_c = \theta_{c-1} + \Delta\theta_c$$

$$x_c = x_{c-1} + \Delta U_c \cos(\theta_c)$$

$$y_c = y_{c-1} + \Delta U_c \text{sen}(\theta_c)$$



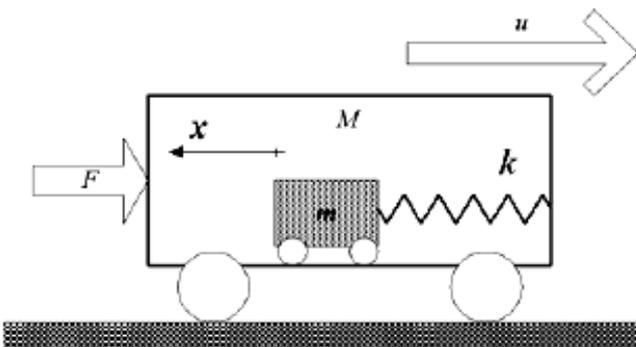
Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ODOMETRIA- POSICIÓN INERCIAL

Los sistemas de *navegación inercial* estiman la posición y orientación del vehículo empleando medidas de las aceleraciones y ángulos de orientación.

Acelerómetros.

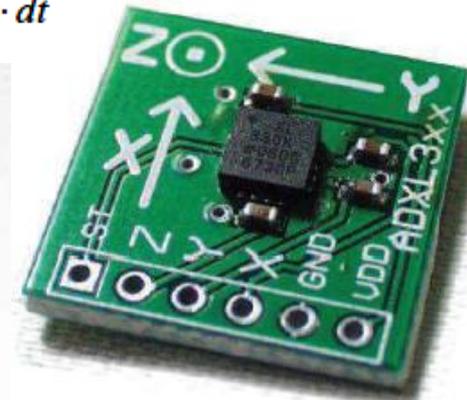
Dado que miden la aceleración, La primera integración de las aceleraciones proporciona la velocidad y la segunda la posición. Debido a la doble integración de las aceleraciones se pierde precisión. Pequeños errores se trasladan a la posición estimada. La estimación de la posición se complica cuando la relación señal/ruido es también pequeña debido a que las aceleraciones también son pequeñas.



$$F = m \cdot a = k \cdot x$$

Donde *a* es la aceleración del robot móvil y *x* es la deformación sufrida por el resorte debido a la acción de la fuerza *F*

$$a = \frac{k}{m} \cdot x \rightarrow u = \int a \cdot dt \rightarrow s = \int u \cdot dt$$



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. ODOMETRIA- POSICIÓN INERCIAL

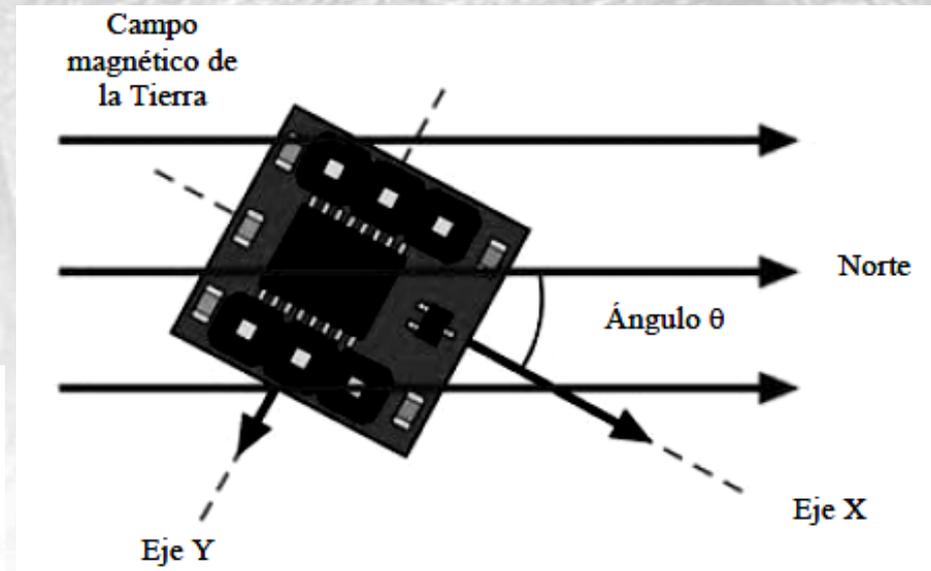
Los sistemas de *navegación inercial* estiman la posición y orientación del vehículo empleando medidas de las aceleraciones y ángulos de orientación.

Brújula. Para Medir los ángulos de Orientación se emplean brújulas o compases magnéticos (magnetómetro). Un compás es en esencia un imán con libertad de movimiento para rotar en un plano horizontal. Dada la acción del campo magnético terrestre se orientará según el meridiano magnético del lugar, indicando la dirección del norte magnético. Con esto se tiene la medida de θ la cual puede derivarse para obtener ω según se necesite

Giroscopio: En este caso el sensor provee una medición de la velocidad angular ω , por lo que puede utilizarse directamente o bien integrarla para obtener la medición del ángulo de avance del robot



ITG-3200 | LPY503AL | MPU 6050



Robótica móvil. Características y Clasificación

➔ CONTROL DE NAVEGACION. CONCLUSIONES

- Los acelerómetros y giróscopos se acoplan al vehículo directamente con una base estabilizadora. Se requieren medidas adicionales de los ángulos de balanceo (inclinómetros) para realizar la correspondiente corrección de la lectura del acelerómetro.
- Los sensores de orientación son de particular importancia en el posicionamiento de robots móviles debido a que ellos pueden ayudar a compensar el problema más notable del sistema odométrico: *en cualquier método de posicionamiento basado en odometría, cualquier pequeño error de orientación transitorio producirá un error de dirección constante y creciente*. Es importante detectar el error de orientación y corregirlo.
- A diferencia de los sistemas odométricos, los sistemas de navegación inercial no se ven afectados por los problemas derivados de la interacción del vehículo con el terreno y pueden corregir los efectos de las ondulaciones e irregularidades del terreno. En la práctica estos sistemas son más confiables y precisos que los sistemas odométricos,
- Un grave inconveniente de estos sistemas como estimadores de la posición absoluta: los errores son acumulativos y la incertidumbre en la posición crece proporcionalmente al espacio recorrido.
 - Son métodos complementados con algún otro sistema de posicionamiento absoluto que reduzca periódicamente dicha incertidumbre.

 DINAMICA del ROBOT MOVIL

Representa la evolución de las aceleraciones del robot y fuerzas aplicadas en los motores. Para obtener el modelo dinámico del robot diferencial, siendo el procedimiento general **aplicar la segunda Ley de Newton** para obtener la aceleración lineal y la angular (\mathbf{a} y ω) en el centro de masas del robot de forma local y utilizarla junto con el modelo cinemático para obtener la aceleración del robot en los ejes globales. Otro método es utilizar directamente la **Formulación de Lagrange** para obtener el modelo directamente en las coordenadas globales de avance.

Sin embargo para ambos métodos se producen modelos muy complejos que tienen varias desventajas (tener en cuenta que son modelos no lineales).

La complejidad principal de modelos radica en que describen el movimiento del robot en el marco de referencia *global* (ejes X_G , Y_G), *para lo cual transforman la aceleración local del robot (lineal y angular) mediante el cálculo del seno y coseno del ángulo de avance del robot*. Con esto se obtiene la aceleración en los ejes globales en donde es integrada dos veces para obtener el modelo de la posición del robot. Esta transformación de coordenadas es la principal fuente de no linealidad del modelo.

 **DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO DIFERENCIAL**

La dinámica considera la evolución de la posición, velocidad y aceleración del robot en respuesta a los pares de actuación de las ruedas. Se consideran las mismas restricciones impuestas al modelado cinemático, se distinguen los siguientes efectos:

- Pares inerciales y de coriolis.
- Pares de actuación.
- Fricciones viscosas.
- Interacción ruedas/suelo.

Se destaca que no se tienen en cuenta los pares gravitacionales, porque se supone que el vehículo viaja por una superficie plana y horizontal

Se considera como punto de partida la dinámica del vehículo obtenida con la formulación de *Lagrange*.

Donde

q es el vector de coordenadas generalizadas,

Q es el vector de fuerzas generalizadas

(incluye fuerzas conservativas como el peso) y

T es la energía cinética del sistema.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q}$$

DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO DIFERENCIAL

Q: el vector de fuerzas generalizadas considera

$$Q = \tau + F_{fric}$$

τ - vector de pares agrupados (considera las ruedas)
 F_{fric} fuerzas de fricción agrupadas

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q$$

T: La energía cinética considera la suma de las energías cinética del cuerpo del robot (Tc) y las energías cinéticas de cada rueda (Tri) Las ruedas son fijas, orientables, castor y especiales).

Se toma como referencia la ecuación dinámica en coordenadas generalizadas, tal como se entiende en el ámbito de los robot serie y paralelo. No interviene la gravedad (el vehículo viaja por una superficie plana y horizontal).

El modelo dinámico genérico de un robot móvil terrestre de ruedas es:

$M(\theta_c)$ Matriz de pares inerciales

$\ddot{p}_c \quad \dot{p}_c$ Aceleración, velocidad de las coordenadas generalizadas

$H(\theta_c, \dot{\theta}_c)$ Matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas

τ_d Vector de pares de perturbación, define la interacción de las ruedas con el suelo u otros efectos

$$M(\theta_c) \ddot{p}_c + H(\theta_c, \dot{\theta}_c) \dot{p}_c + \tau_d = \tau + F_{fric}$$

Problema:

Hay que tener en cuenta en la ecuación dos hechos exclusivos de los robots móviles:
 No todas las ruedas tienen porqué estar actuadas, y existen restricciones holónomas y no holónomas al movimiento del vehículo.

➔ DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO DIFERENCIAL

Para la construcción del modelo, se considera el chasis del vehículo como un conjunto de partes sólidas rígidos, donde cada elemento se describe con los siguientes parámetros:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q$$

m_i : Masa del elemento.

I_i : Matriz de momentos de inercia referida al sistema de guía del vehículo.

P_{gi} : Posición del centro de masas referido al sistema de guía.

V_{gi} : Velocidad del centro de masas referida al sistema de guía.

ω_{gi} : Velocidad angular referida al sistema de guía.

Se define la energía cinética del elemento i ésimo del chasis o robot móvil como:

$$\tau_i = \frac{1}{2} m_i \cdot V_{gi}^2 + m_i V_{gi} \cdot \omega_{gi} P_{gi} + \frac{1}{2} I_i \omega_{gi}^2$$

El primer término se refiere a la energía cinética de traslación, el último a la de rotación, y el término del medio es el aporte del centro de masas al no coincidir con el sistema de guía.

La energía cinética debe considerar al chasis o robot y el aporte de las ruedas, dado que las diferentes velocidades provienen de las velocidades de rotación de las ruedas exclusivamente.

Por esto es que se considera un modelo

$$K = \sum_H k_i$$



DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO DIFERENCIAL

Se considera un modelo en donde se hace intervenir a las ruedas del Robot:
 La energía cinética considera el de las ruedas. Al ser general, el modelo tiene en cuenta las diferentes configuraciones (ruedas fijas, orientables, castor y especiales)

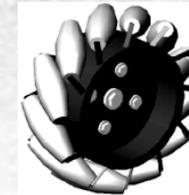
$$T = \frac{1}{2} \cdot \left(M_T \cdot ({}^G v_{CMx}^2 + {}^G v_{CMy}^2) + I_T \cdot \omega^2 + \sum_{i=1}^N I_{ri} \cdot \dot{\phi}_i^2 + \sum_{i=1}^{Ns} I_{rii} \cdot \dot{\phi}_{ri}^2 \right) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{Nc} \left(M_{ci} \cdot ({}^G v_{cmix}^2 + {}^G v_{cmiy}^2) + I_{csi} \cdot (\dot{\beta}_{ci} + \omega)^2 \right) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{No} \left(I_{osi} \cdot (\dot{\beta}_{oi}^2 + 2 \cdot \dot{\beta}_{oi} \cdot \omega) \right)$$

$$\sum_{i=1}^N I_{ri} \cdot \dot{\phi}_i^2$$

Momento de inercia de la rueda *i* respecto a su eje de rotación

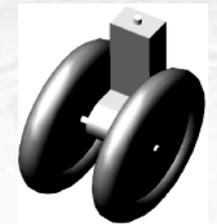
$$\sum_{i=1}^{Ns} I_{rii} \cdot \dot{\phi}_{ri}^2$$

Momento de inercia del rodillo de la rueda *sueca* *i*



$$\sum_{i=1}^{Nc} \left(M_{ci} \cdot ({}^G v_{cmix}^2 + {}^G v_{cmiy}^2) \right)$$

(Masa de la rueda *castor* *i*)
 Velocidad del centro de masas de la rueda *castor* *i*



$$I_{csi} \cdot (\dot{\beta}_{ci} + \omega)^2$$

Momento de inercia del brazo de dirección rueda *orientable*

$$I_{osi} \cdot (\dot{\beta}_{oi}^2 + 2 \cdot \dot{\beta}_{oi} \cdot \omega)$$

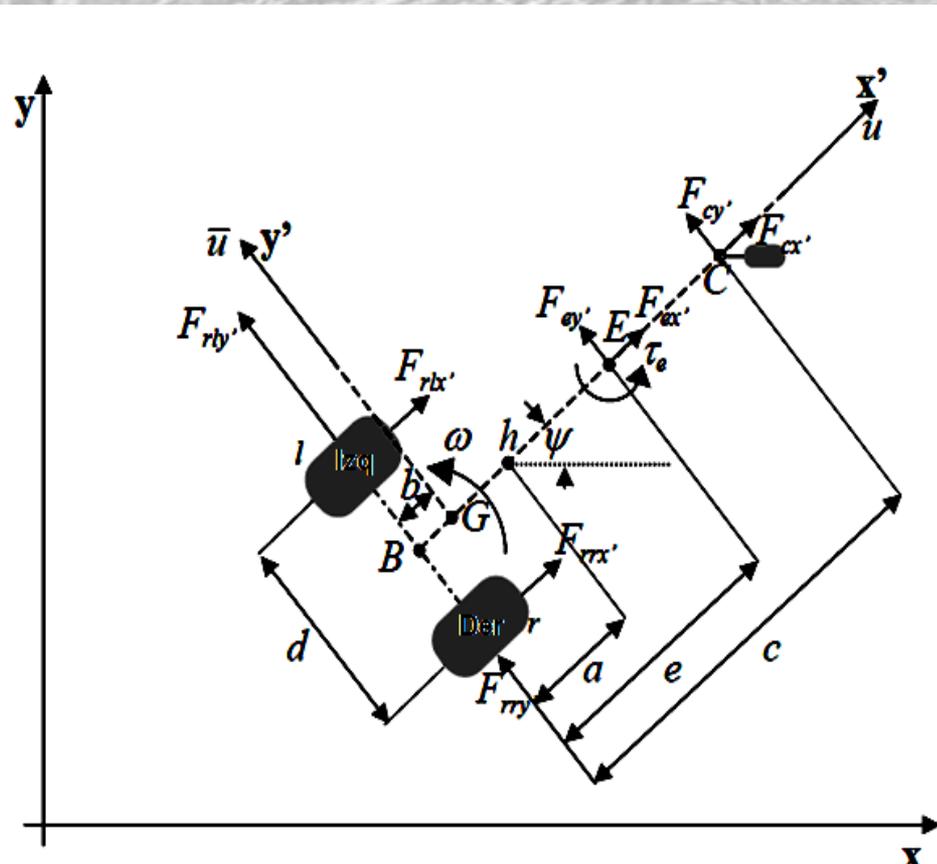
Momento de inercia rueda *castor* *i* con respecto al eje Z.

$\dot{\beta}_{ci}$ (Velocidad de direccionamiento de la rueda orientable y castor)

DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO CON INCERTIDUMBRE

En ciertos casos el robot debe transportar cargas importantes o llevar sobre su estructura un robot manipulador para realizar alguna tarea específica. En estos casos las variaciones de cargas o los movimientos del manipulador generan variaciones en los parámetros del robot que se presentan como perturbaciones para el lazo de control. Estas variaciones en los parámetros pueden tratarse como incertidumbres del modelo que pueden identificarse.

| | |
|---|---|
| G | centro de masa |
| B | centro de la línea que une las ruedas |
| $h=[x \ y]^T$ | punto que se requiere siga una trayectoria |
| u, \bar{u} | velocidad longitudinal y lateral del centro de masa |
| ω, ψ | velocidad angular y orientación del robot móvil |
| d, b, a, e, c | distancias |
| $F_{rx'}$ y $F_{ry'}$ ($F_{rlx'}$ y $F_{rly'}$) | fuerza longitudinal y lateral en el neumático de la rueda derecha (izquierda) |
| $F_{cx'}$ y $F_{cy'}$ | fuerza longitudinal y lateral ejercida sobre C por la rueda libre |
| $F_{ex'}$ y $F_{ey'}$ | fuerza longitudinal y lateral ejercida sobre E por la herramienta (por ejemplo un brazo robótico) |
| τ_e | el momento ejercido por la herramienta |



DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO CON INCERTIDUMBRE

Las ecuaciones de fuerzas y momentos para el robot (Newton-Euler)

$$\sum M_z = I_z \dot{\omega} = \frac{d}{2}(F_{rx'} - F_{rlx'}) - b(F_{rly'} - F_{rly'}) + (e - b)F_{ey'} + (c - b)F_{cy'} + \tau_e$$

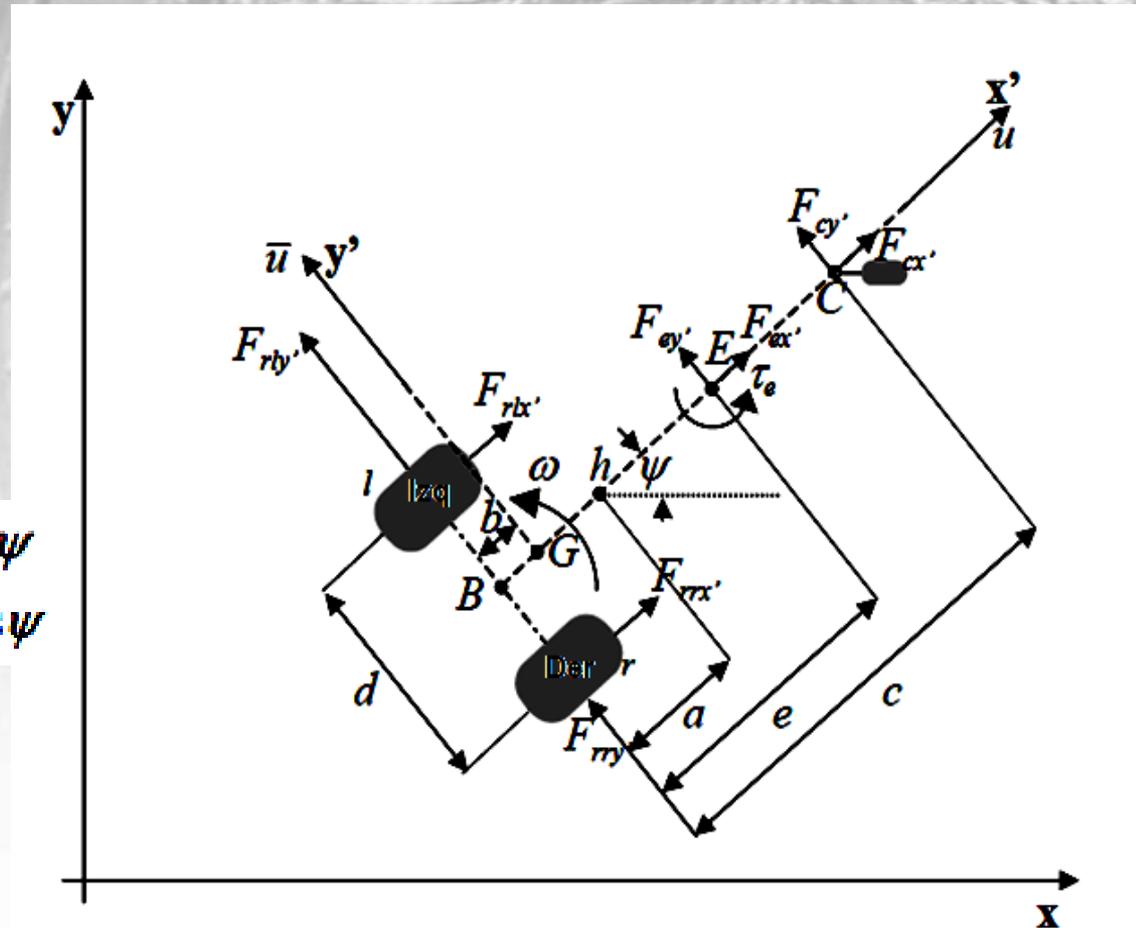
$$\sum F_x = F_{rlx'} + F_{rx'} + F_{ex'} + F_{cx'}$$

$$\sum F_y = F_{rly'} + F_{rly'} + F_{ey'} + F_{cy'}$$

Donde m es la masa del robot y I_z momento de inercia alrededor del eje vertical que pasa por el punto G . La cinemática del punto h es :

$$\dot{x} = u \cos \psi - \bar{u} \sin \psi - (a - b)\omega \sin \psi$$

$$\dot{y} = u \sin \psi - \bar{u} \cos \psi - (a - b)\omega \cos \psi$$



DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO CON INCERTIDUMBRE

De acuerdo a las ecuaciones que plantea el autor Zhang las velocidades se escriben

$$u = \frac{1}{2} [R_t(\omega_r + \omega_l) + (u_r^s + u_l^s)]$$

$$\omega = \frac{1}{d} [R_t(\omega_r + \omega_l) + (u_r^s + u_l^s)]$$

$$\bar{u} = \frac{b}{d} [R_t(\omega_r + \omega_l) + (u_r^s + u_l^s)] + \bar{u}^s$$

Donde:

- R_t Radio nominal del neumático
- ω_r y ω_l Velocidad angular de la rueda izquierda y derecha
- u_r^s y u_l^s Velocidad de deslizamiento longitudinal de c/rueda
- \bar{u}^s Velocidad de deslizamiento lateral de las ruedas.

Los modelos de los motores (despreciando los efectos inductivos)

$$\tau_r = k_a(v_r - k_b\omega_r)/R_a$$

$$\tau_l = k_a(v_l - k_b\omega_l)/R_a$$

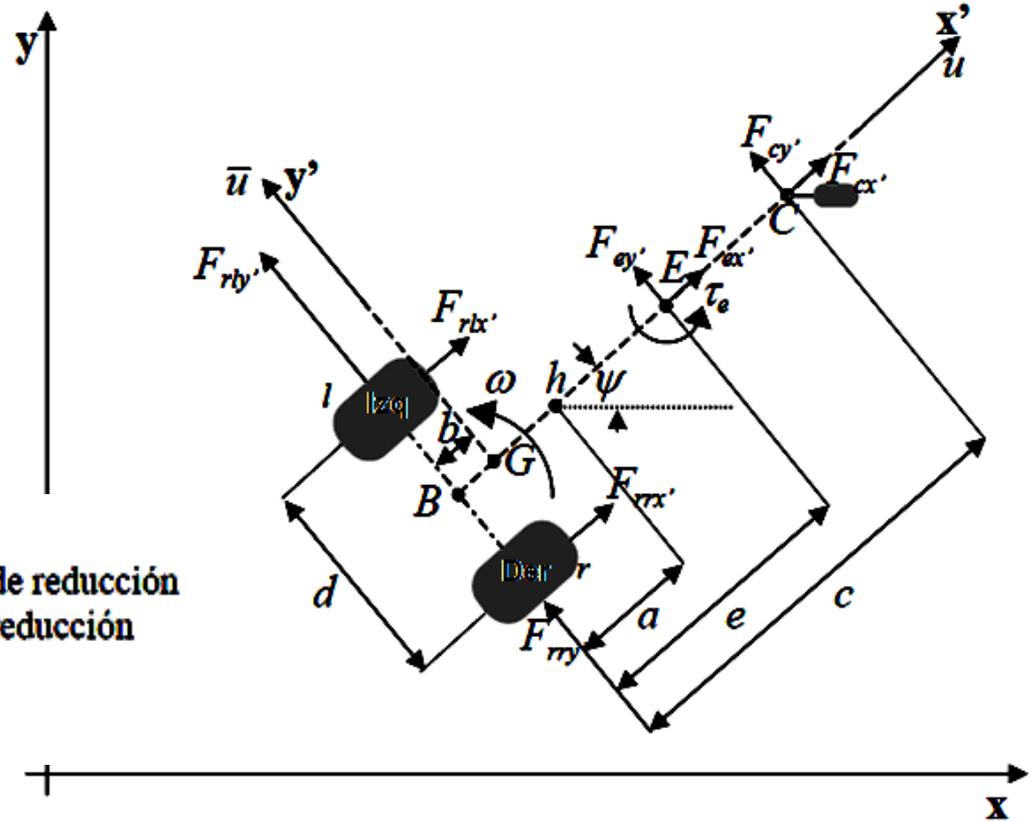
v voltaje de entrada en los motores

k_a constante de torque multiplicado por la constante de reducción

k_b constante contraelectromotriz por la constante de reducción

R_a resistencia eléctrica

τ torque en los motores



DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO CON INCERTIDUMBRE

Combinación de las ecuaciones expresadas en el desarrollo del modelo dinámico con incertidumbres, se obtiene el Modelo Dinámico

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \psi - a \omega \sin \psi \\ u \sin \psi - a \omega \cos \psi \\ \omega \\ \frac{\theta_3^0}{\theta_1^0} R_t r \omega^2 - 2 \frac{\theta_4^0}{\theta_1^0} u \\ -2 \frac{\theta_3^0}{\theta_2^0} R_t r u \omega - \frac{\theta_4^0}{\theta_2^0} d^2 \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{2r}{\theta_1^0} & 0 \\ 0 & \frac{2rd}{\theta_2^0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_u \\ v_\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ 0 \\ \delta_u \\ \delta_\omega \end{bmatrix}$$

Las entradas de este modelo son

$$v_u = \frac{v_l + v_r}{2}$$

$$v_\omega = \frac{v_r - v_l}{2}$$

Los parámetros del modelo



$$\theta_1^0 = \frac{R_a}{k_a} (m R_t r + 2 I_e), \quad \theta_2^0 = \frac{R_a}{k_a} (I_e d^2 + 2 R_t r (I_z + m b^2))$$

$$\theta_3^0 = \frac{R_a}{k_a} m b, \quad \theta_4^0 = \frac{R_a}{k_a} \left(\frac{k_a k_b}{R_a} + B_e \right)$$

Los elementos del vector incertidumbre son

$$\delta_x = -\bar{u}^s \sin \psi, \quad \delta_y = -\bar{u}^s \cos \psi$$

$$\delta_u = \frac{1}{\theta_1^0} \left[R_t r \frac{R_a}{k_a} (m \omega \bar{u}^s + F_{ex'} + F_{cx'}) + \theta_4^0 (u_r^s + u_l^s) + I_e \frac{R_a}{k_a} (\dot{u}_r^s + \dot{u}_l^s) \right]$$

$$\delta_\omega = \frac{1}{\theta_2^0} \left[\theta_4^0 (u_r^s - u_l^s) + I_e d \frac{R_a}{k_a} (\dot{u}_r^s - \dot{u}_l^s) - 2 R_t r \theta_3^0 \dot{\bar{u}}^s + 2 R_t r \frac{R_a}{k_a} (e F_{ey'} + c F_{cy'} + \tau_e) \right]$$

➔ DINAMICA ROBOT MOVIL TERRESTRE – MODELO CON INCERTIDUMBRE

El vector de incertidumbres será nulo si se desprecian los deslizamientos de las ruedas, las fuerzas y torques ejercidos en la herramienta y las fuerzas ejercidas en la rueda libre. Se asume que las fuerzas y los torques ejercidos en la herramienta no son medidos por un sensor.

Para la identificación de los parámetros las dinámicas de \mathbf{u} y $\boldsymbol{\omega}$ pueden ser expresadas como:

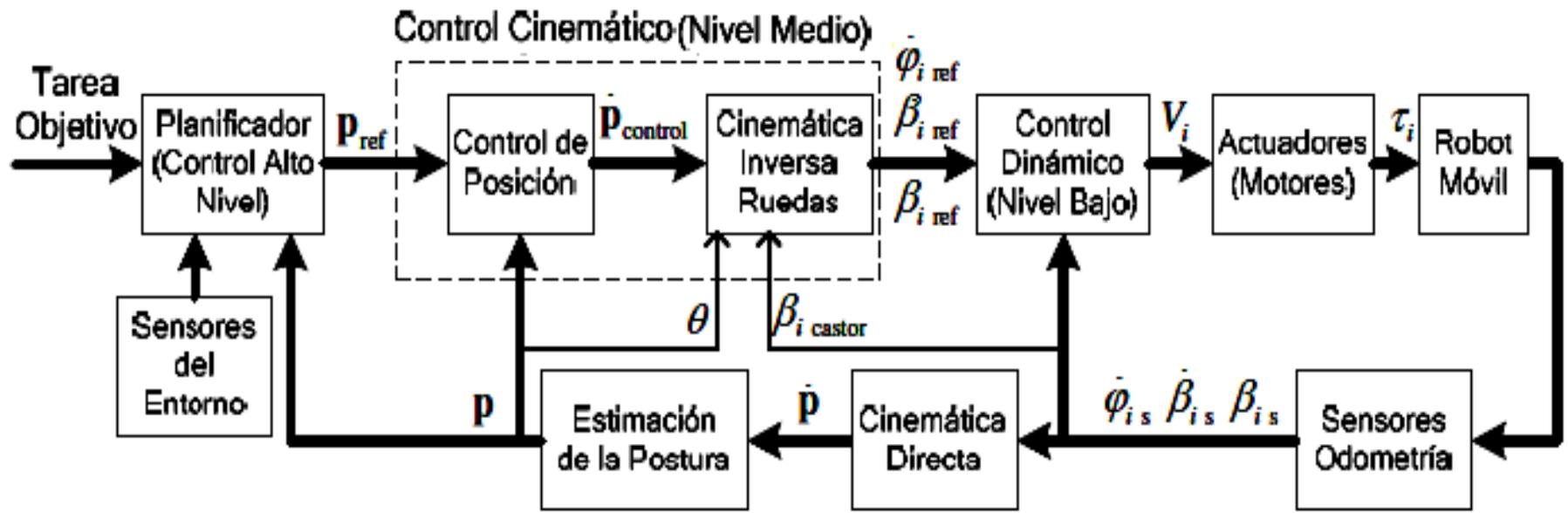
$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\theta_3^0}{\theta_1^0} R_t r \omega^2 - 2 \frac{\theta_4^0}{\theta_1^0} u \\ -2 \frac{\theta_3^0}{\theta_2^0} R_t r u \omega - \frac{\theta_4^0}{\theta_2^0} d^2 \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2r}{\theta_1^0} & 0 \\ 0 & \frac{2rd}{\theta_2^0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_u \\ v_\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_u \\ \delta_\omega \end{bmatrix}$$

La ecuación del modelo dinámico es útil cuando se pueden manejar directamente los voltajes de los motores; sin embargo la mayoría de los robots disponibles en el mercado tienen controladores PID de bajo nivel para seguir las entradas de velocidades de referencia y no permiten manejar directamente los voltajes de los motores.

Ordenando y despreciando el vector de incertidumbres

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2r} \dot{u} & 0 & -\frac{R_t}{2} \omega^2 & \frac{1}{r} u \\ 0 & \frac{1}{2rd} \dot{\omega} & \frac{R_t}{d} u \omega & \frac{d}{2r} \omega \end{bmatrix} \theta^0 = \begin{bmatrix} v_u \\ v_\omega \end{bmatrix}$$

➔ CONTROL ROBOT MOVIL



$\mathbf{p} = (x, y, \theta)$: Postura del vehículo;
 $\dot{\mathbf{p}} = (v_x, v_y, \omega)$: Vector de velocidad del vehículo;
 \mathbf{p}_{ref} : Postura de referencia establecida por el planificador;
 $\dot{\mathbf{p}}_{control}$: Vector de velocidad del vehículo a conseguir por el control dinámico;
 $\dot{\phi}_{i\ ref}$: Velocidad de rotación a conseguir por control dinámico;
 $\dot{\beta}_{i\ ref}$: Velocidad de dirección a conseguir por control dinámico;
 $\beta_{i\ ref}$: Orientación de rueda *orientable* a conseguir por control dinámico;

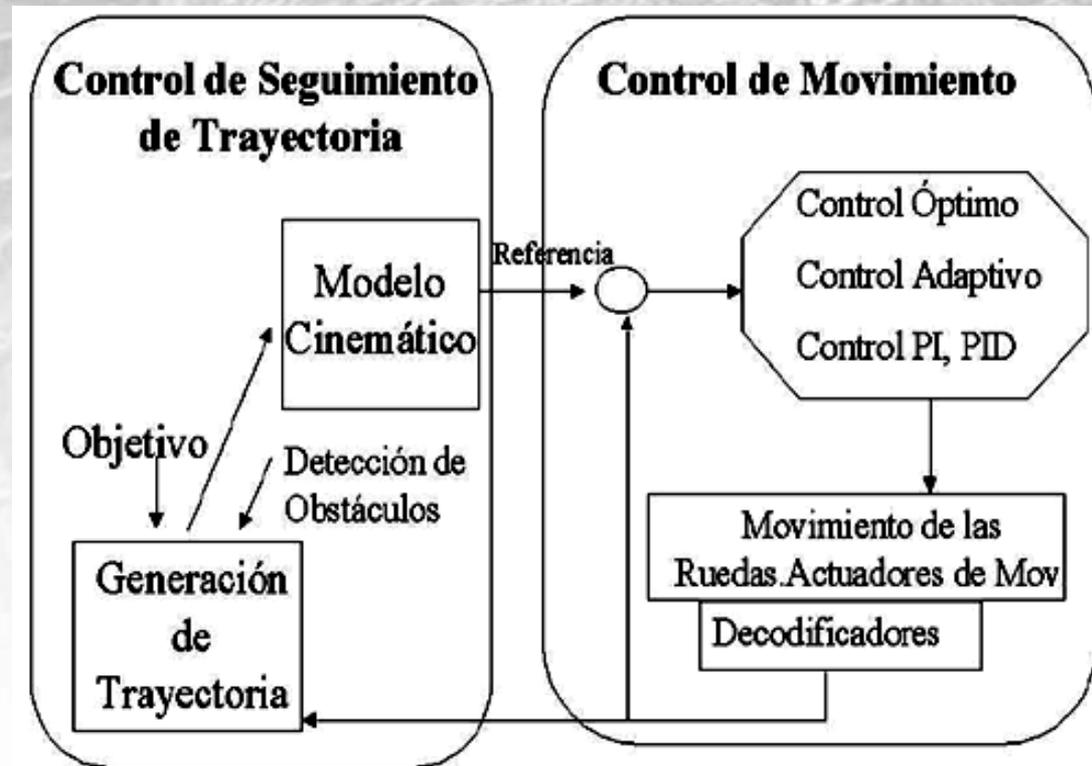
V_i : Tensión aplicada al actuador i (calculadas por el control dinámico);
 τ_i : Par aplicado por el actuadores i (motores);
 $\dot{\phi}_{i\ s}$: Velocidad de rotación sensorizada;
 $\dot{\beta}_{i\ s}$: Velocidad de dirección sensorizada;
 $\beta_{i\ s}$: Orientación sensorizada de rueda.
 $\beta_{i\ castor}$: Orientación de rueda *castor* con alguna velocidad de rueda accionada.

➔ CONTROL ROBOT MOVIL

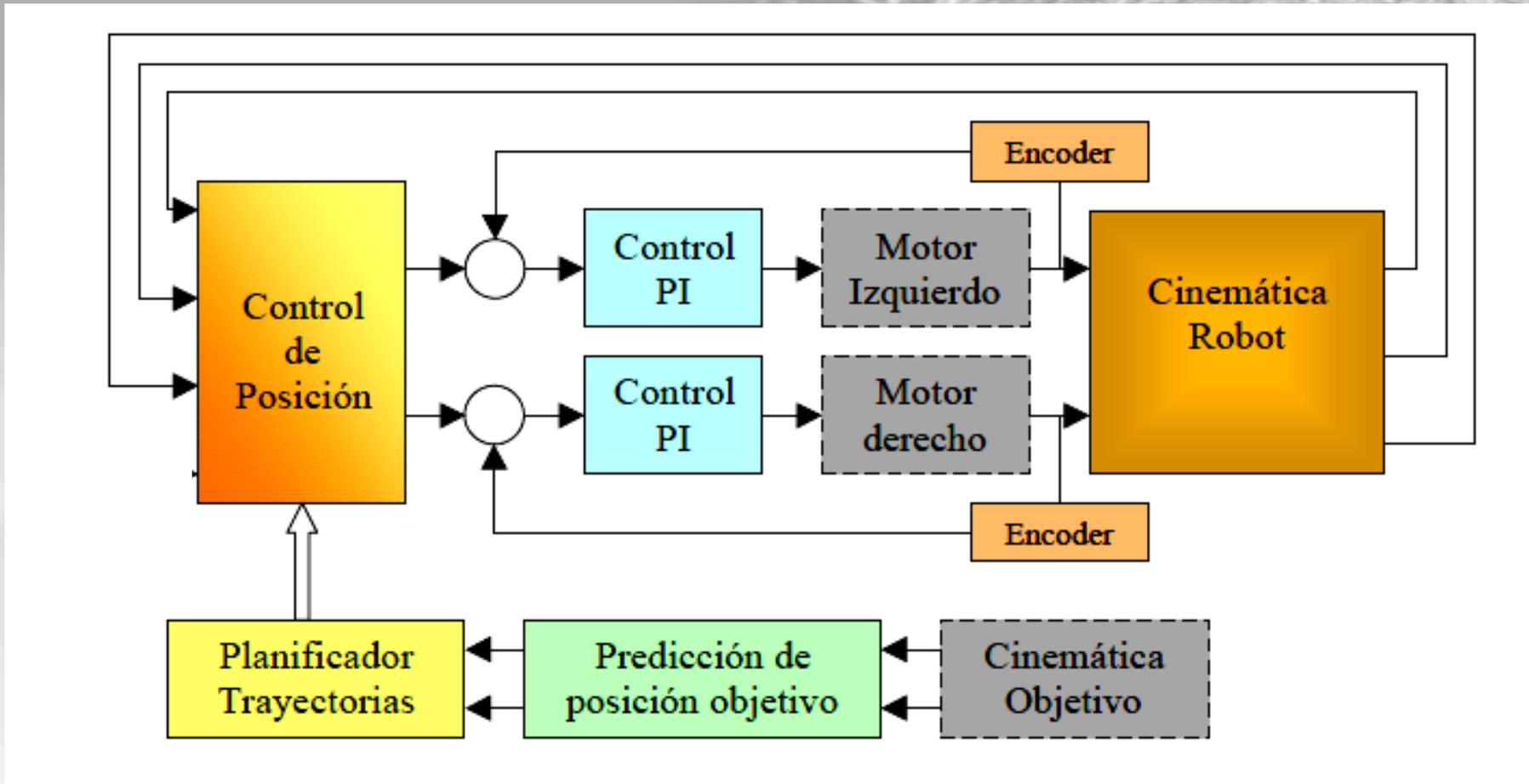
Las técnicas de control de robots móviles

- Proporcional-Derivativo(PD).
- Proporcional-Integral(PI).
- Control Adaptativo
- Control robusto

Una estrategia común de control para robots móviles, una vez que la trayectoria está definida, es la misión del sistema de control garantizar un seguimiento de trayectoria efectiva que sea estable bajo condiciones de cambio en los actuadores de las ruedas



➔ CONTROL ROBOT MOVIL . PLANIFICACION DE TAREAS



 **CONTROL ROBOT MOVIL****CONTROL ADAPTATIVO ÓPTIMO:**

Este controlador minimiza comportamientos indeseables relacionados con la limitación física del sistema.

Por ejemplo, las sillas de ruedas robotizadas, presentan una estructura de tracción con dos ruedas que dan la dirección y dos ruedas al frente. El comportamiento del sistema de dirección es casi lineal, excepto por las zonas muertas y donde existe saturación.

Para compensar la acción de perturbaciones externos indeseables como la fricción, y efectos como la variación interna de los parámetros, se implementa este tipo de estrategia de control en los actuadores

PROPORCIONAL-DERIVATIVO-INTEGRAL

Estas estrategias siguen siendo muy utilizadas en el área de la robótica debido a su sencillez de cálculo. Tienden a utilizarse combinándolas con otras más sofisticadas como las técnicas de inteligencia artificial para disminuir los efectos de perturbaciones indeseables.

CONTROL ROBOT MOVIL

CONTROL ROBUSTO

Tal como sucede con las técnicas para robot serie, la estrategia en el diseño de un controlador robusto se expresa a través de un modelo matemático que represente de forma lo mas aproximada al modelo físico del robot móvil.

El objetivo es diseñar un controlador que estabilice y asegure el desempeño robusto para una familia o grupo de modelos que puedan ser de respuesta lineal.

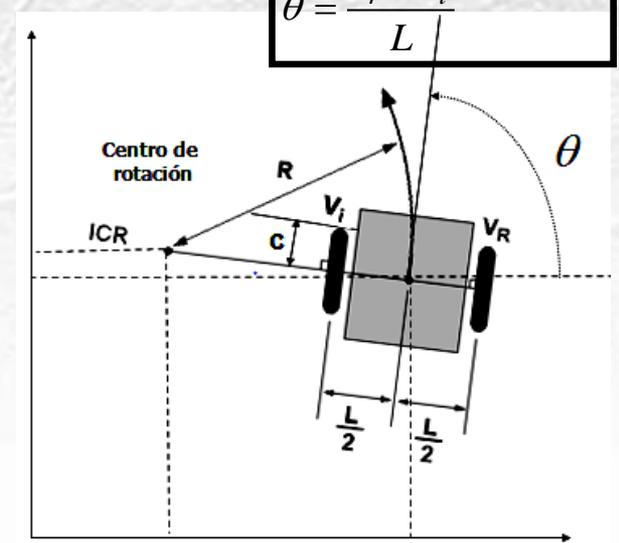
Se busca que el modelo robusto considere las variaciones como incertidumbres en los parámetros del modelo del robot, consecuencia del cambio del punto de funcionamiento.

Como modelo se usa el robot diferencial.

Si el robot al desplazarse modifica los valores de velocidad y orientación, esto modifica los parámetros de control, es posible encontrar un modelo que represente las mismas situaciones.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t) \cos(\theta(t)) \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin(\theta(t)) \\ \dot{\theta}(t) &= \omega(t) \end{aligned}$$

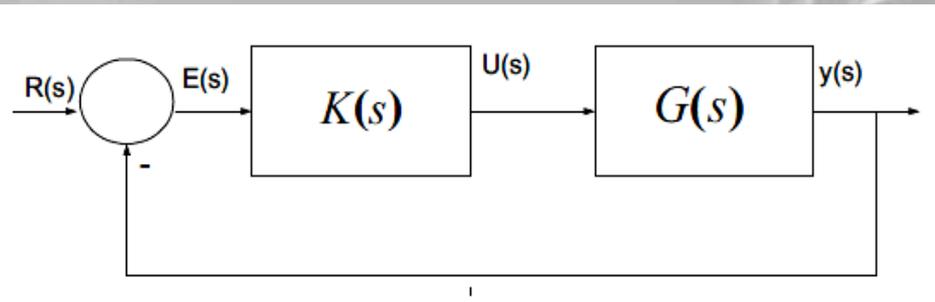
$$\begin{aligned} \dot{x} &= \cos(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right) \\ \dot{y} &= \text{sen}(\theta) \left(\frac{v_r + v_i}{2} \right) \\ \dot{\theta} &= \frac{v_r - v_i}{L} \end{aligned}$$



CONTROL ROBOT MOVIL

CONTROL ROBUSTO

El planteo es diseñar un Controlador $K(s)$ que asegure la estabilidad y desempeño del sistema. A este se le agrega un modelo $G(s)$ que presente el comportamiento del robot en todos sus estados (ej. Robot móvil diferencial).



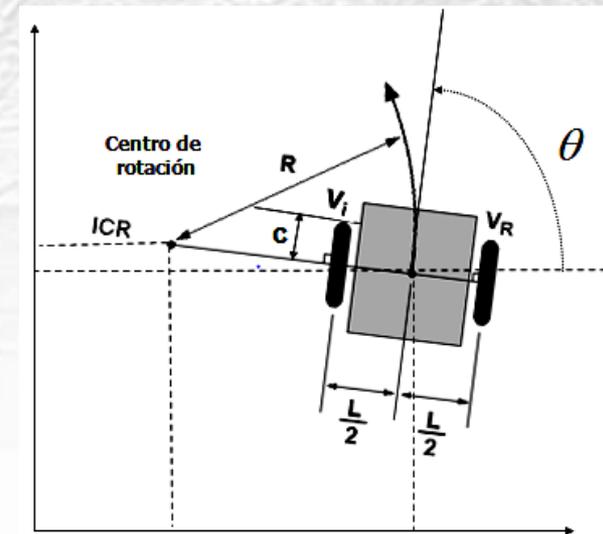
Estabilidad Robusta.

El modelo $G(s)$ puede representarse considerando las perturbaciones del sistema. Estas perturbaciones pueden ser de tipo aditivas o multiplicativas (incertidumbres aditivas y multiplicativas)

$G(s) = G_1(s) + Aa(s)$ $Aa(s)$ Perturbación aditiva

$G(s) = (1 + Am)G_1(s)$ $Am(s)$ Perturbación multiplicativa

$Aa = Am * G_1(s)$ Relación entre ambas



➡ ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Los planificadores de estacionamiento se utilizan para el aparcamiento en línea. Se presentan 3 fases

- 1-Identificar
- 2-Medir-analizar
- 3-Acción de Control



ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACIÓN Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Los planificadores de estacionamiento se utilizan para el aparcamiento en línea. Se presentan 3 fases:

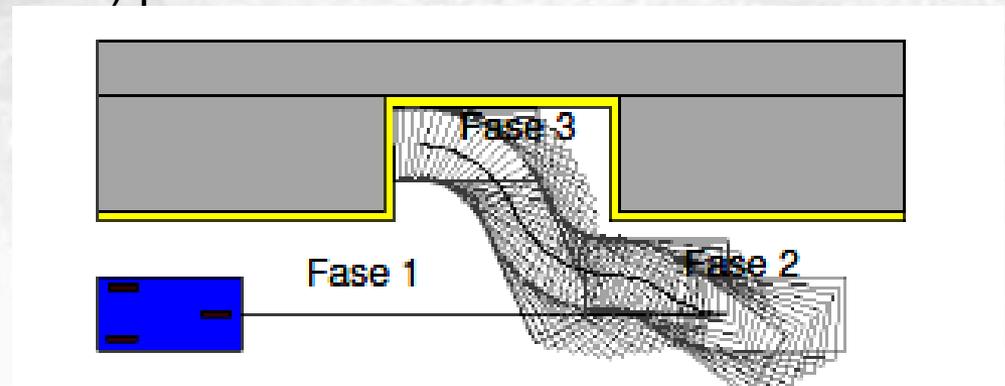
- 1) Detección con sensores de ultrasonidos para detectar el espacio (rectángulo) de estacionamiento.
- 2) Posicionamiento en el lateral del espacio de estacionamiento.
- 3) Maniobras para el estacionamiento con un patrón unificado.



Las maniobras se calculan con una caracterización geométrica, o se aplican acciones de control preestablecidas, que producirían las maniobras adecuadas

➔ El primer planteo necesita detener el vehículo en el medio de la maniobra para reorientar las ruedas de dirección.

➔ El otro planteo (acción de control) produce la reorientación de las ruedas en forma progresiva.

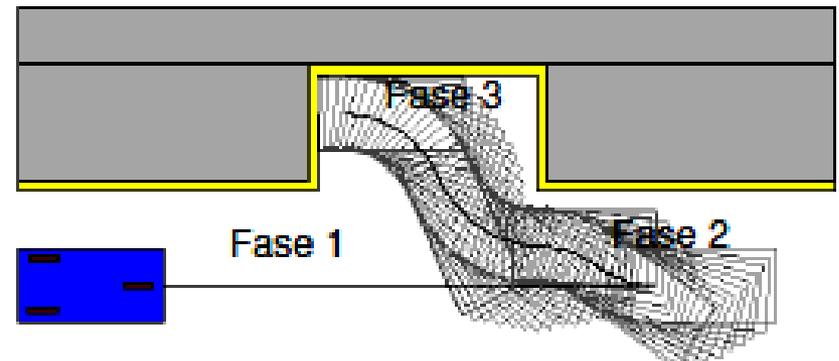


ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Planificador de Estacionamiento en línea

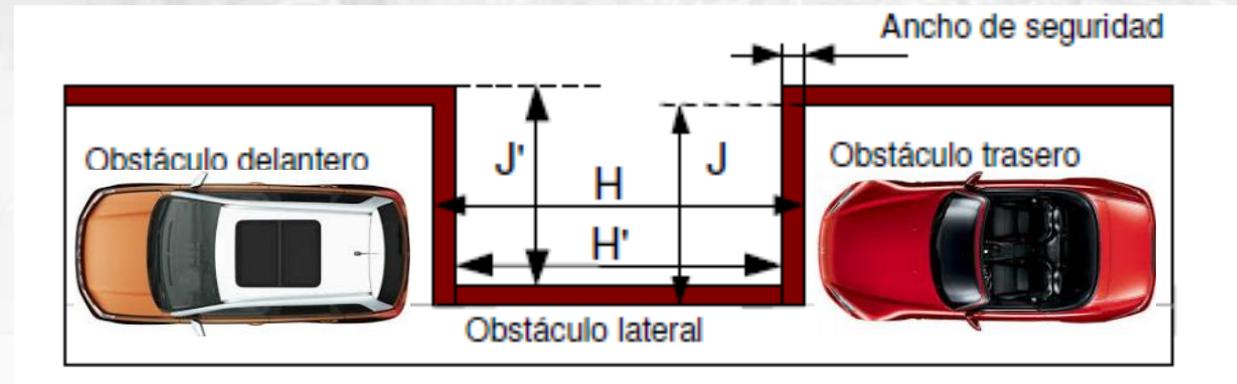
Las tres fases son:

- 1) Detectar el espacio de aparcamiento (rectángulo) con una pasada.
- 2) Maniobrar hacia atrás hacia el punto de posicionamiento. Este punto se optimiza, en la prolongación del lateral del obstáculo delantero, para estar tan cerca como sea posible del obstáculo delantero pero evitando la colisión en la primera maniobra hacia atrás.
- 3) Maniobrar hacia delante y hacia atrás hasta que se alcanza la meta, evitando la colisión lateral, frontal y trasera con los obstáculos. Cada maniobra tiene dos tramos circulares, donde la rueda de dirección equivalente va el final de uno al otro. El vehículo está paralelo al espacio de aparcamiento al principio y final de cada maniobra.



ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO**Caracterización geométrica del espacio de estacionamiento**

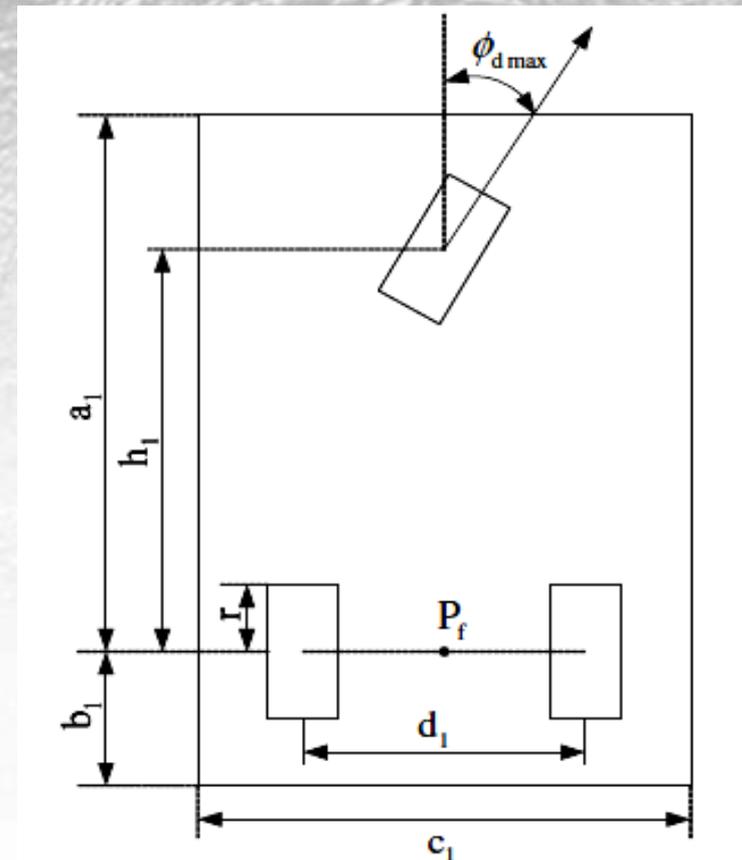
- J es la anchura del espacio de aparcamiento;
- H es la longitud del espacio de aparcamiento;
- MS es el margen de seguridad con los obstáculos;
- J' es el ancho efectivo del espacio de aparcamiento, equivalente a J;
- H' es la longitud efectiva del espacio de aparcamiento, equivalente a $(H-2 \cdot MS)$.



ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Parámetros geométricos del vehículo tipo coche. Mecanismo de Ackerman (se simula la condición de la rueda triciclo para las ecuaciones cinemáticas)

- a_1 es la distancia entre el eje trasero de ruedas y la parte delantera del vehículo;
- b_1 es la distancia entre eje trasero de ruedas y la parte de atrás del vehículo;
- h_1 es la distancia entre el eje de ruedas trasero y el centro de la rueda orientable;
- d_1 es la distancia entre los centros de las ruedas fijas del eje trasero;
- c_1 es el ancho del vehículo;
- r es el radio de las ruedas;
- θ_{dmax} es la máxima orientación posible de la rueda de dirección equivalente;
- P_f es el punto medio entre las ruedas fijas que sigue la trayectoria.



ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Parámetros geométricos del vehículo tipo coche. Mecanismo de Ackerman

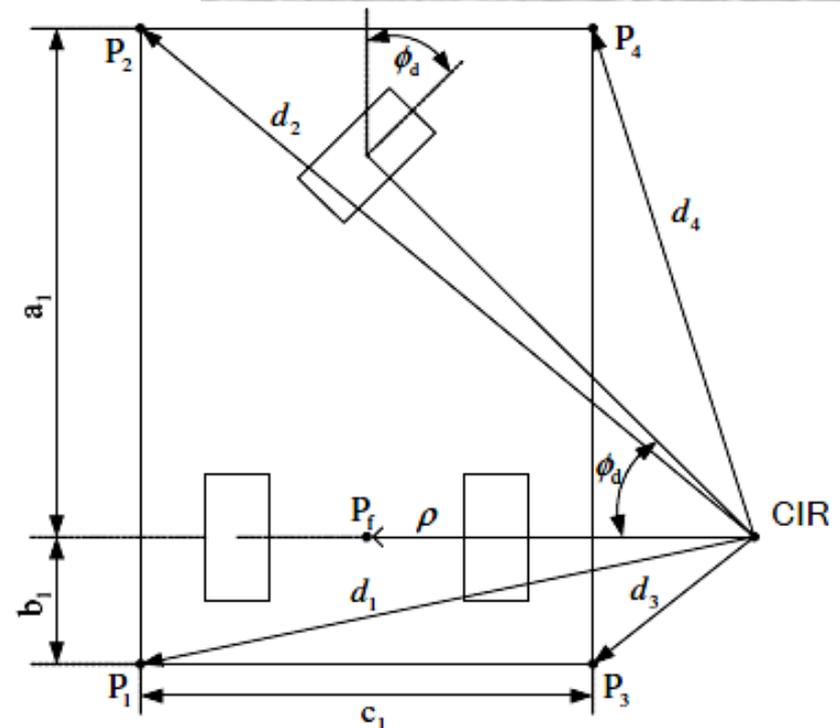
→ Relación entre el radio de giro ρ (distancia de P_f al Centro Instantáneo de Rotación, CIR) y la orientación ϕ_d de la rueda equivalente de dirección:

$$\rho = \frac{h_1}{\tan(\phi_d)}$$

→ Relación entre el radio de giro ρ y la distancia d_i desde el CIR y la esquina P_i del vehículo:

$$d_1 = \sqrt{b_1^2 + (\rho + c_1/2)^2} \quad d_2 = \sqrt{a_1^2 + (\rho + c_1/2)^2}$$

$$d_3 = \sqrt{b_1^2 + (\rho - c_1/2)^2} \quad d_4 = \sqrt{a_1^2 + (\rho - c_1/2)^2}$$



ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Relación entre el ángulo θ y la posición de P_i

→ Relación entre la orientación θ del vehículo y la posición de la esquina P_i (respecto al sistema del CIR)

$$(x_{P_i}, y_{P_i}) = (d_i \cdot \cos(\theta - \delta_i), d_i \cdot \sin(\theta - \delta_i))$$

$$(x_{P_j}, y_{P_j}) = (d_j \cdot \cos(\theta + \delta_j), d_j \cdot \sin(\theta + \delta_j))$$

donde

$$i = 1, 2 \qquad j = 2, 3$$

$$\delta_1 = \arctan\left(\frac{b_1}{\rho + c_1/2}\right) \quad \delta_2 = \arctan\left(\frac{a_1}{\rho + c_1/2}\right)$$

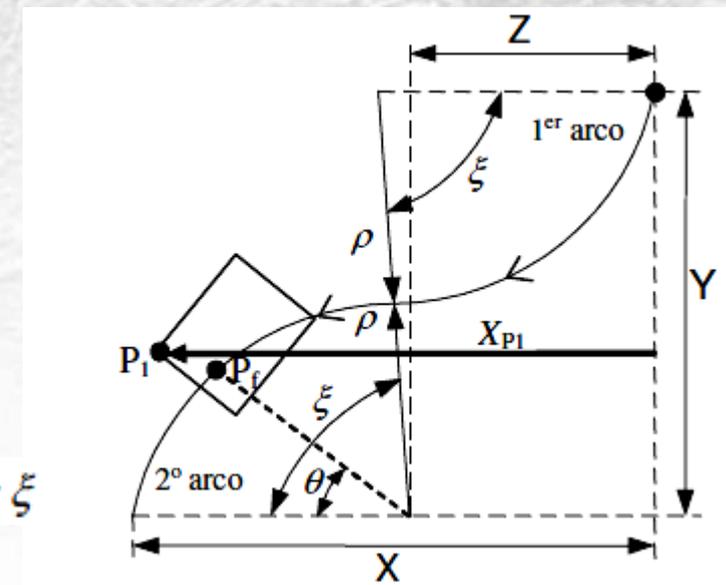
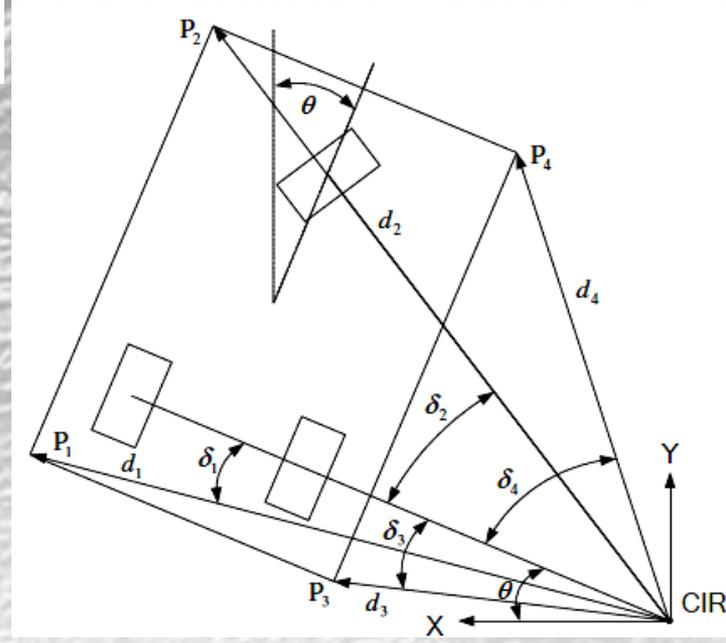
$$\delta_3 = \arctan\left(\frac{b_1}{\rho - c_1/2}\right) \quad \delta_4 = \arctan\left(\frac{a_1}{\rho - c_1/2}\right)$$

→ Desplazamientos longitudinal y transversal del camino consistente de dos arcos simétricos del valor de ξ .

$$X = 2 \cdot \rho \cdot (1 - \cos(\xi)) \quad Y = 2 \cdot \rho \cdot \text{sen}(\xi) \quad Z = \rho \cdot (1 - 2 \cdot \cos(\xi))$$

Ecuaciones (A)

Desplazamiento entre dos arcos simétricos de valor ξ



ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

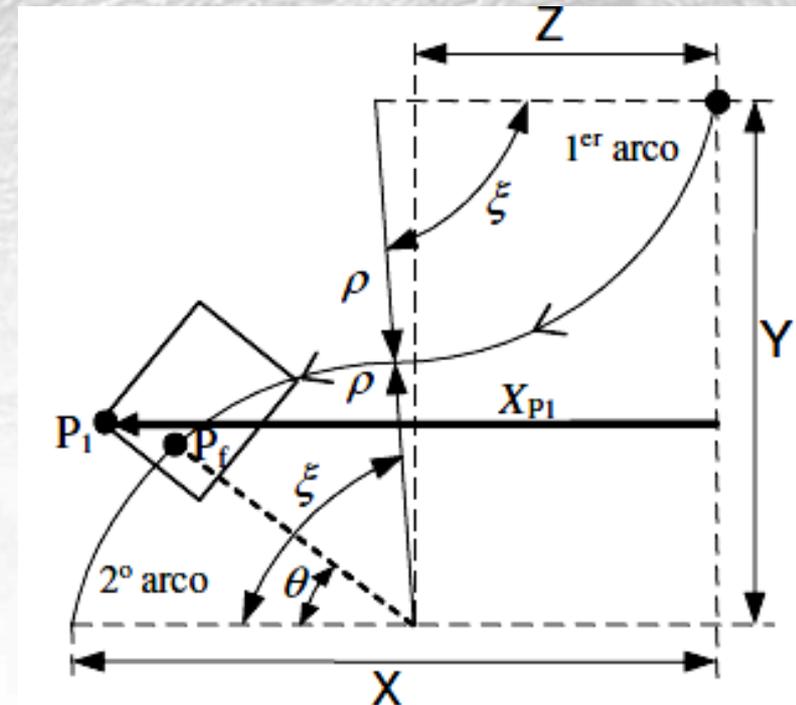
Caracterización de colisiones

Las posibles colisiones son con los **obstáculos lateral, delantero y trasero** al maniobrar y **con el delantero** en la primera maniobra al abandonar del punto de posicionamiento.

Colisión lateral siempre se produce con la esquina más próxima del vehículo al obstáculo lateral en la dirección del movimiento. P1 puede colisionar en la maniobra hacia atrás o P2 en la maniobra hacia delante.

Por tanto para evitar la colisión lateral en una maniobra, se debe garantizar la no-colisión de la esquina correspondiente.

En la figura se muestran dos arcos simétricos que conforman la maniobra planteada. Es suficiente con analizar el segundo arco, ya que está más cerca del obstáculo lateral. Por lo que la distancia lateral se debe calcular verificando el espacio lateral disponible.



 ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Caracterización de colisiones

Colisión lateral.

Del grupo de Ecuaciones (A), se calcula la **distancia lateral entre la esquina P1 o P2** (movimiento hacia atrás o hacia delante) dependiendo del ángulo θ del segundo arco.

$$X_{pi}(\theta) = d_i \cdot \cos(\theta - \delta_i) + \rho \cdot (1 - 2 \cdot \cos(\xi)) \quad \text{donde } i = 1, 2$$

con el máximo:

$$\hat{X}_{pi} = d_i + \rho \cdot (1 - 2 \cdot \cos(\xi)) \quad \text{para } \hat{\theta}_{pi} = \delta_i$$



La detección de colisión lateral se comprueba comparando las ecuaciones con el espacio lateral disponible

Colisión delantera / trasera. Se produce con la esquina más próxima del vehículo en la dirección del movimiento. Es decir **P2/P3** en una maniobra hacia atrás y **P1/P4** en una maniobra hacia delante.

$$\hat{\theta}_3 = \delta_3 - \pi/2 \quad \text{con } 0 \leq \theta \leq \xi \text{ y } 0 \leq \delta_3 \leq \pi$$

Por tanto, el punto singular está fuera del rango de θ cuando :



$$\rho \geq c_1/2 \quad \text{ó} \quad \rho \leq c_1/2 - b_1 \cdot \tan(\xi)$$

ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Caracterización de colisiones

Algoritmo para

Detección de colisión frontal/trasera:

si $\rho \geq c_1/2$ \rightarrow no hay colisión frontal/ trasera

si no si $\rho \leq c_1/2 - ab \cdot \tan(\xi)$
 { $ab=b_1$ para P_1, P_3 y $ab=a_1$ para P_2, P_4 }
 \rightarrow no hay colisión frontal/ trasera

si no \rightarrow hay colisión trasera/frontal

Para evitar estas colisiones, el mínimo de dx_1 en la figura se calcula con un algoritmo tal que **P2** toque el origen del sistema (X, Y).

Para este caso se utilizan las relaciones obtenidas a partir de (A)

$$y_{P2}(\theta) = 2 \cdot \rho \cdot \sin(\xi) - (\rho \cdot \sin(\theta) + c_1/2 \cdot \sin(\theta) + a_1 \cdot \cos(\theta))$$

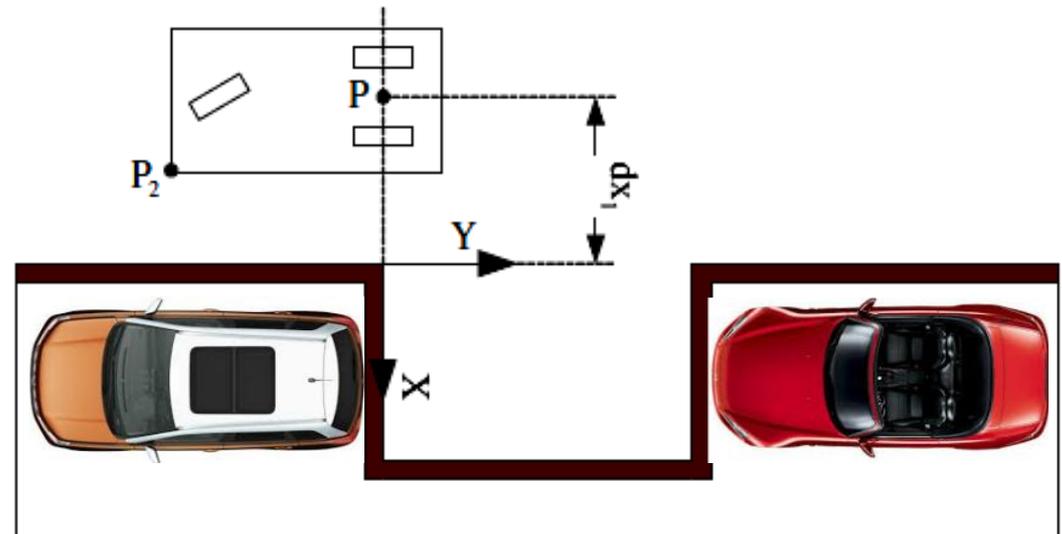
$$x_{P2}(\theta) = \rho \cdot (1 - 2 \cdot \cos(\xi)) + \rho \cdot \cos(\theta) + c_1/2 \cdot \cos(\theta) - a_1 \cdot \sin(\theta) - dx_1$$

El valor óptimo de la distancia dx_1

Se calcula teniendo en cuenta las posibles colisiones laterales.

Para esto se desarrollan Algoritmos.

Cálculo de dx_1 de modo que pase por $(x_{P2}, y_{P2}) = (0,0)$

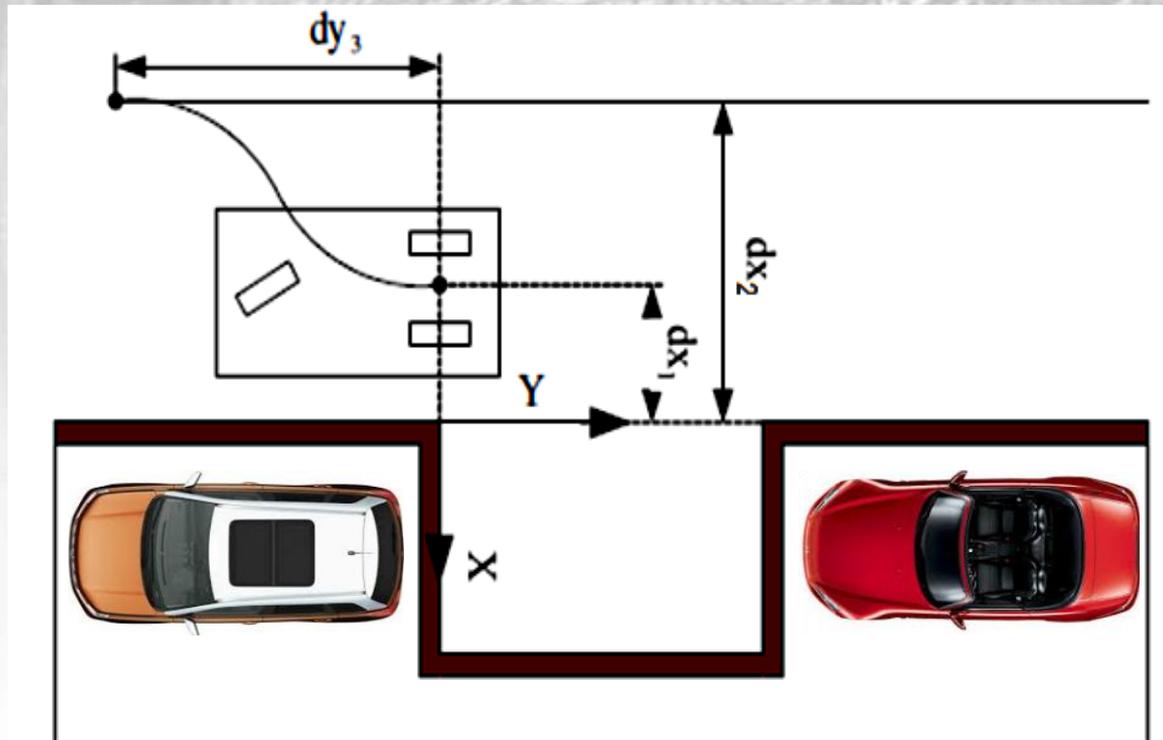


ROBOTICA MOVIL- PLANIFICACION Y CONTROL DE ESTACIONAMIENTO

Caracterización de colisiones

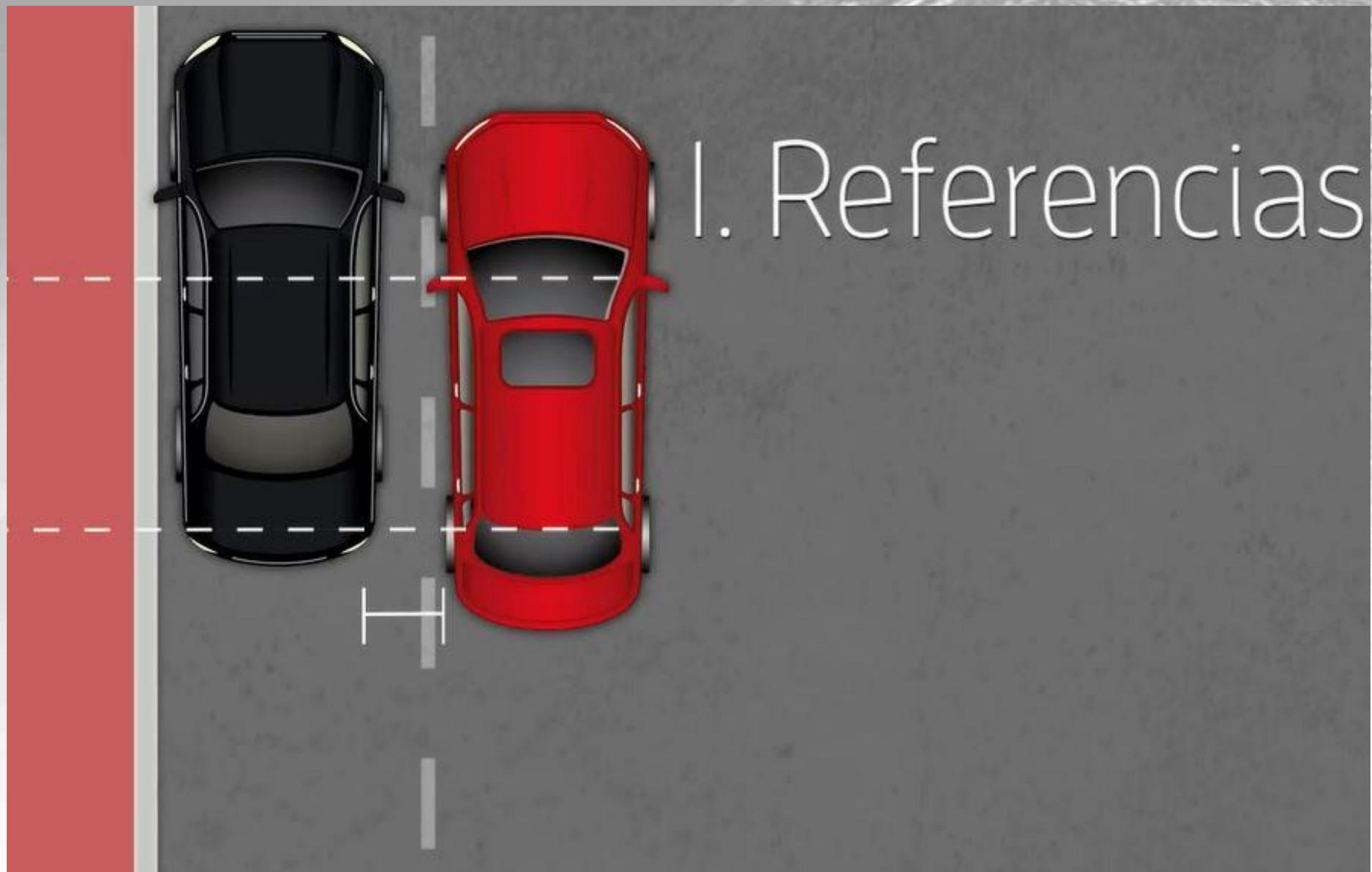
Una vez establecida la distancia de dx_1 que caracteriza la posición del punto de posicionamiento, se calcula la mínima distancia dy_3 necesaria para localizar y detener el primer movimiento en línea recta del vehículo (pasada de reconocimiento).

Este cálculo se realiza con un algoritmo con las entradas dx_1 y dx_2 (separación inicial del vehículo), que tiene en cuenta evitar colisión lateral.



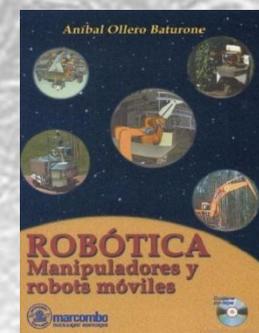
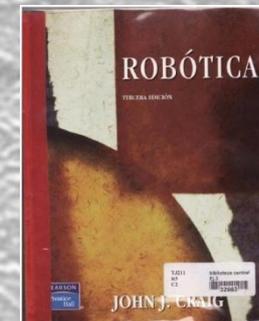






Bibliografía Básica y de Referencia

| Autor | Título | Editorial | Año | Ejemplares Biblioteca | Unid. Prog |
|------------------------------------|---|-----------------------|------|-----------------------|-------------|
| A. Barrientos et all | Fundamentos de Robótica. | McGraw Hill | 2007 | 1 | 1-2-3-6 |
| B. Ollero | Robótica | Alfaomega | 2007 | 1 | 2-3-4-5-6 |
| J. Craig | Robótica. | Pearson | 2006 | 1 | 2-3-4-6 |
| J. Angulo Usategui et all | Introducción a la Robótica. | Paraninfo. | 2005 | | 1-2-4-6-7 |
| Angulo Yesa, Martínez | Microrobótica. | Editorial Thomson. | 2002 | no | |
| Maloney Timothy | Electrónica Industrial Moderna. 5ºed. | Pearson | 2006 | 1 | 1-4-6-7 |
| R. Mott | Diseño de elementos de máquinas. 4ºed. | Pearson | 2006 | 1 | 2 |
| M. Groover, Weiss Nagel & N. Odrey | Robótica Industrial. Tecnología, Programación y Aplicaciones. | McGraw Hill | 1989 | 1 | 1-2-3-4-5-6 |
| J. Angulo | Robótica Práctica. Tecnologías y Aplicaciones. | Paraninfo | 1986 | 1 | 1-2-3-4-6 |
| García Lopez, Librán, González | Programación de Robots industriales | Universidad de Oviedo | 2000 | no | |



Bibliografía complementaria

| Autor | Título | Editorial | Año | Ejemplares Biblioteca | Unid. Prog |
|--------------------------|---|---------------|------|-----------------------|---------------|
| F. Torres Medina | Robot y Sistemas sensoriales. Ed. | Pearson | 2002 | | 1-2-3-4-5-6-7 |
| R. Kelly & V. Santibañez | Control de Movimientos de Robot Manipuladores. | Pearson | 2003 | | 3 |
| M. Gomez et all | Teleoperación y Telerobótica. | Prentice Hall | 2006 | | 3-4-5-6 |
| Mcgookin Euan | Robotic systems | Wiley-VCH | 2012 | no | |
| W. Bolton | Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica. (3ºed. | Alfaomega | 2006 | 1 | 3-4 |
| F. Cembranos Nistal | Sistemas de Control Secuencial. | Thomson | 2002 | 1 | 1-4-7 |
| D. Poole | Algebra Lineal. Una Introducción Moderna. 2ºed. | Thomson | 2007 | 1 | 3 |
| W. Bolton | Instrumentación y control Industrial. | Paraninfo | 1996 | 1 | 4 |

