Viga simplemente apoyada

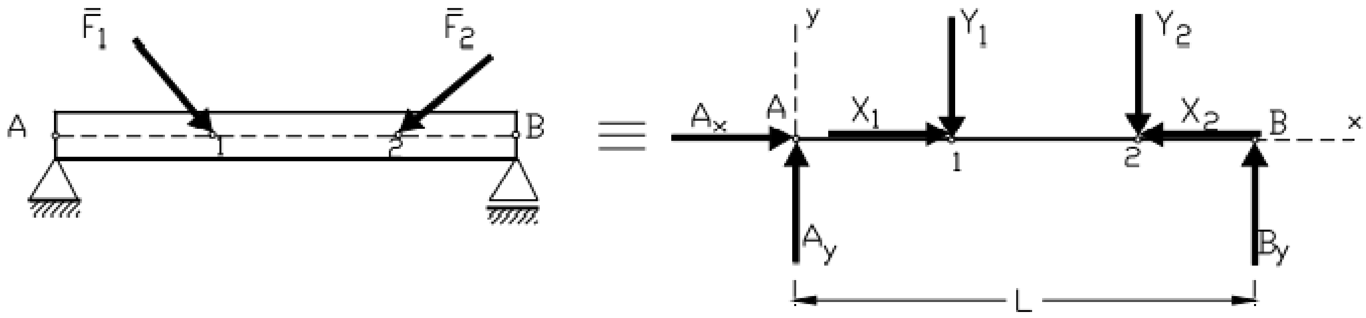


Fig. 3.23

$+\_\uparrow \quad \sum M_A = - x_1 Y_1 - x_2 Y_2 + L B = 0 \quad \therefore \quad B = \frac{1}{L}.[x_1 Y_1 + x_2 Y_2]$

$+\_\uparrow \quad \sum M_B = - L A_y + (L - x_1) Y_1 + (L - x_2) Y_2 = 0 \quad \therefore \quad A_y = \frac{1}{L}.[(L - x_1)Y_1 + (L - x_2)Y_2]$

$+\rightarrow \quad \sum X_i = A_x + X_1 - X_2 = 0 \quad \therefore \quad Ax = X_2 - X_1$

Viga empotrada

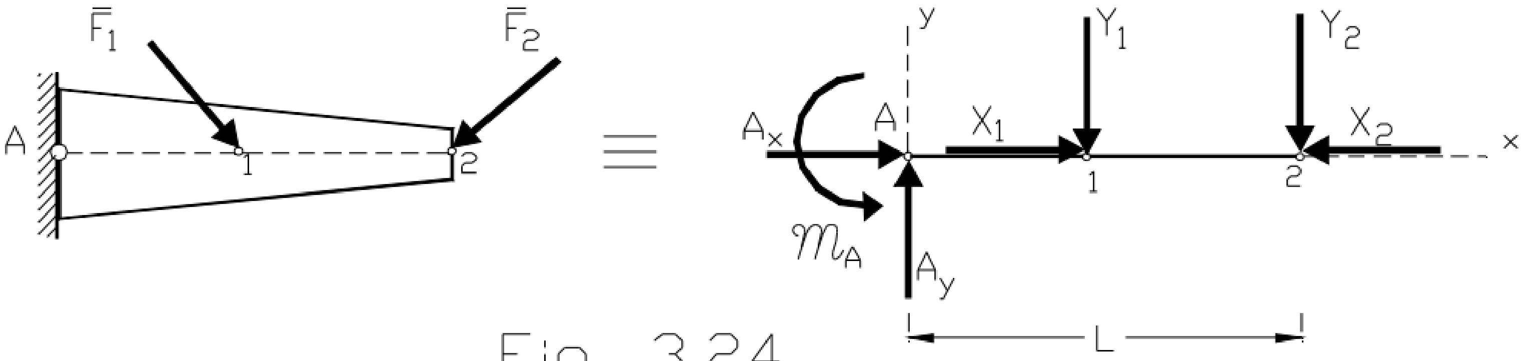


Fig. 3.24

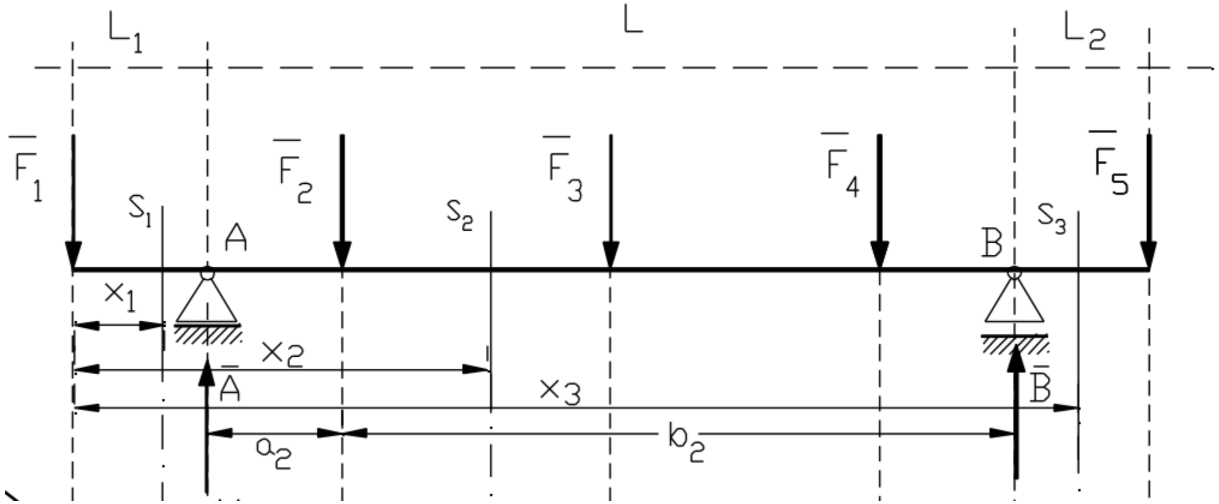
En el caso de una viga empotrada, fig. 3.24 se tendrá :

$$+\_\uparrow \quad \sum M_A = m_A - x_1 Y_1 - x_2 Y_2 = 0 \quad \therefore \quad m_A = x_1 Y_1 + x_2 Y_2$$

$$+\uparrow \quad \sum Y_i = A_y - Y_1 - Y_2 = 0 \quad \therefore \quad A_y = Y_1 + Y_2$$

$$+\rightarrow \quad \sum X_i = A_x + X_1 - X_2 = 0 \quad \therefore \quad A_x = -X_1 + X_2$$

Viga simplemente apoyada



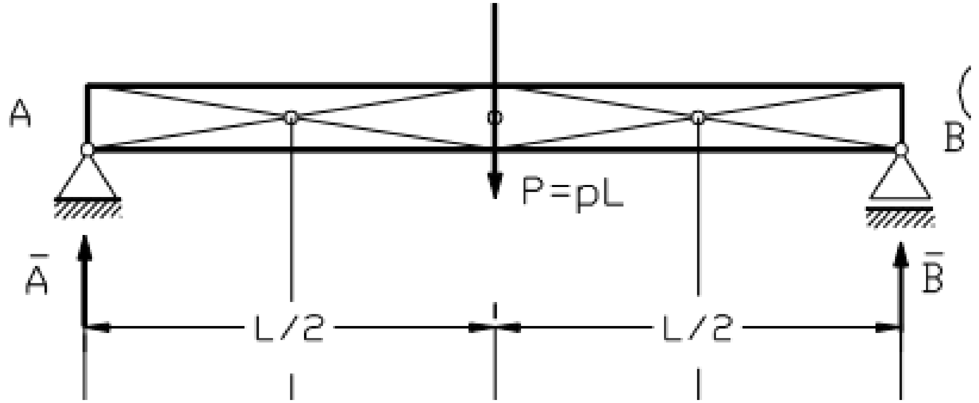
$$\sum M_A = - F_1 .L_1 + F_2 .a_2 + F_3 .a_3 + F_4 .a_4 - B .L + F_5 (L+L_2) = 0$$

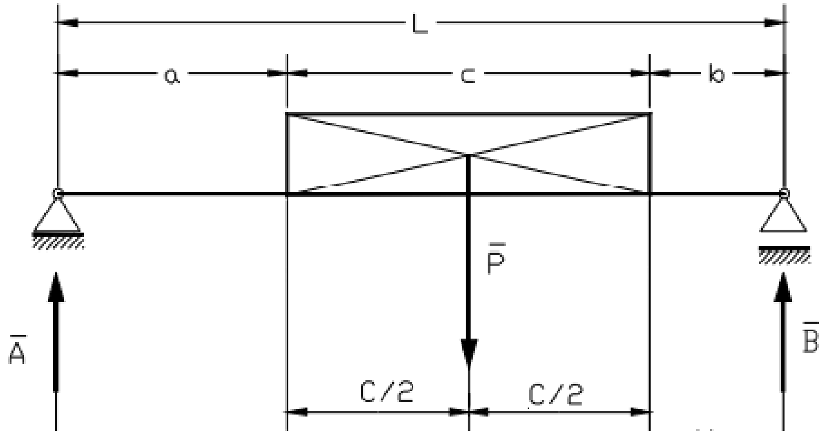
$$B = \frac{-F_1L_1 + F_2a_2 + F_3a_3 + F_4a_4 + F_5(L + L_2)}{L}$$

$$\sum M_B = - F_1 (L+L_1) - F_2 b_2 - F_3 b_3 - F_4 b_4 + F_5 L_2 + A.L = 0$$

$$A = \frac{F_1(L + L_1) + F_2b_2 + F_3b_3 + F_4b_4 - F_5L_2}{L}$$

Vigas simplemente apoyadas con c. distrib.



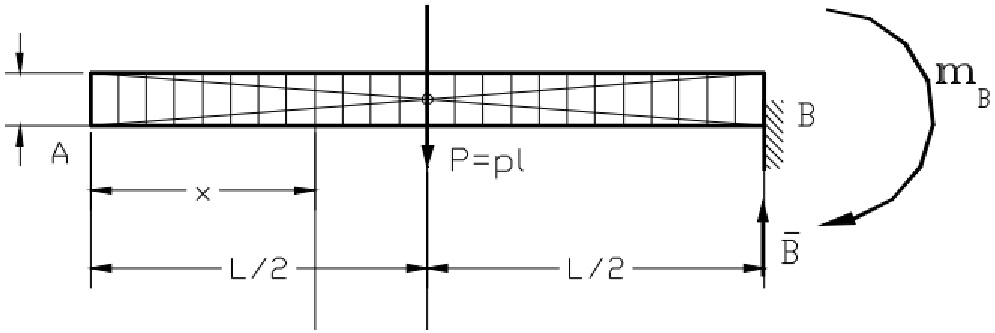


VIGAS EMPOTRADAS.- CARGA RECTANGULAR.- (Figu

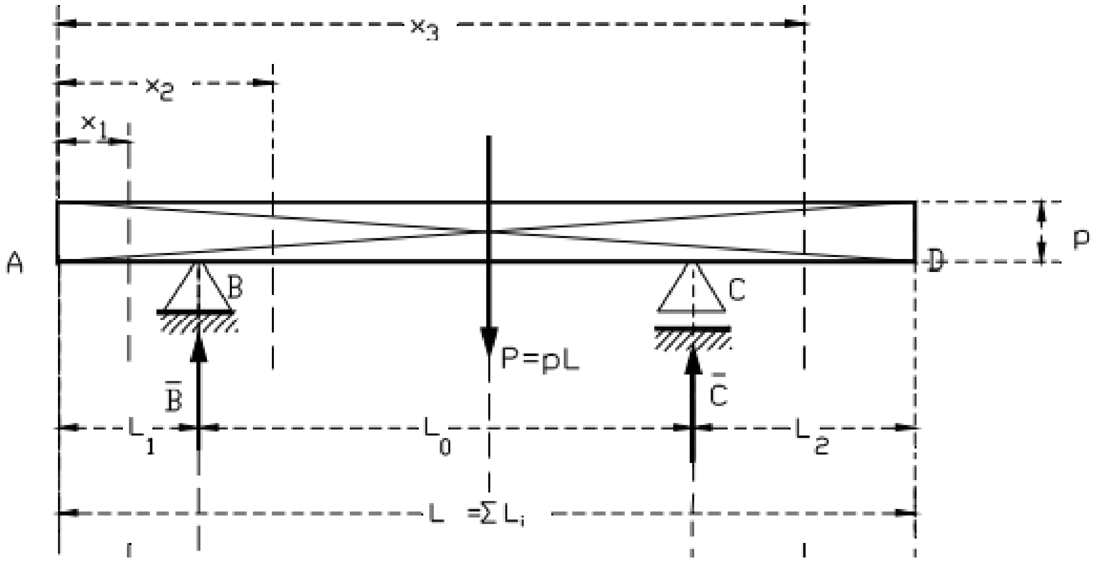
Viga libre en A y empotrada en B

$\sum Y = - p.L + B = 0 \quad \therefore \quad B = p.L$

$\sum M_B = - \frac{1}{2}\ pL^2 + m_B = 0 \ \therefore \mathbf{m_B} = \frac{1}{2}\ pL^2$



Viga simpl. Apoy. con voladizos y c. distr.



Las reacciones valen :

$$L = L_1 + L_0 + L_2 = \sum L_i$$

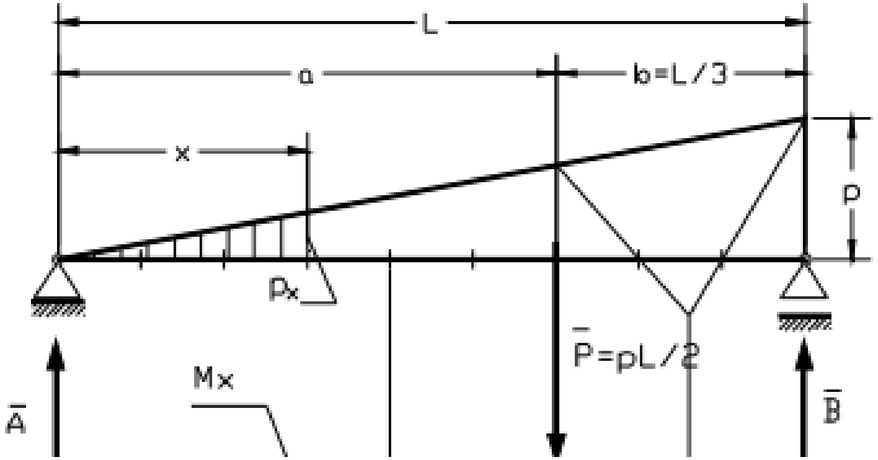
$$\sum M_B = 0 \quad \therefore$$

$$C = \frac{P(\frac{L}{2} - L_1)}{L_0}$$

$$\sum M_C = 0 \quad \therefore$$

$$B = \frac{P(\frac{L}{2} - L_{2)}}{L_0}$$

Viga con carga triangular



6.4.7.1.- Viga con carga triangular,

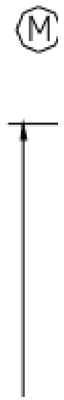
Carga total: $P = \dfrac{p.L}{2}$

$$x_C = \frac{2.L}{3} = a; b = L - x_C = \frac{L}{3}$$

Reacciones:

$$A = \frac{P.b}{L} = \frac{P}{3} = \frac{p.L}{6}$$

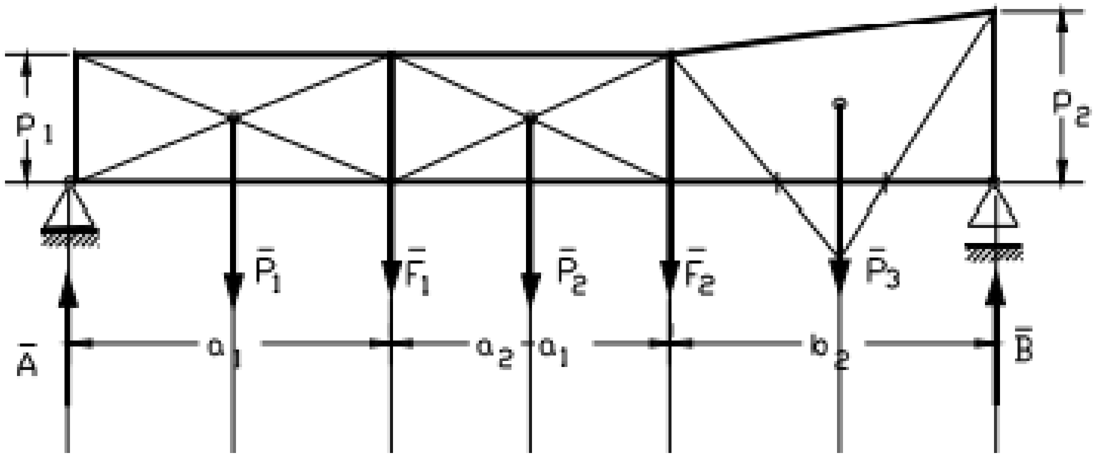
$$B = \frac{P.a}{L} = \frac{2}{3}P = \frac{p.L}{3}$$



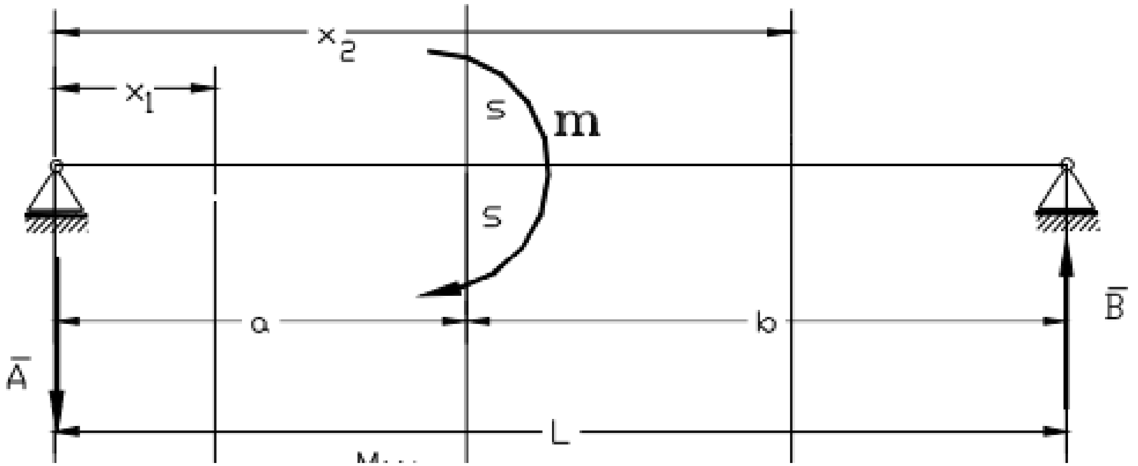
Intensidad de carga:

$$p_x = \frac{p.x}{L}$$

Viga con c. distrib. Y concentrada



Viga con pares



+↲ $\sum M_A = m - B.L = 0 \quad \therefore \quad B = m / L$

+↲ $\sum M_B = - A.L + m = 0 \quad \therefore \quad A = m / L$

+↑ $\sum Y = -- A + B = - m / L + m / L = 0$

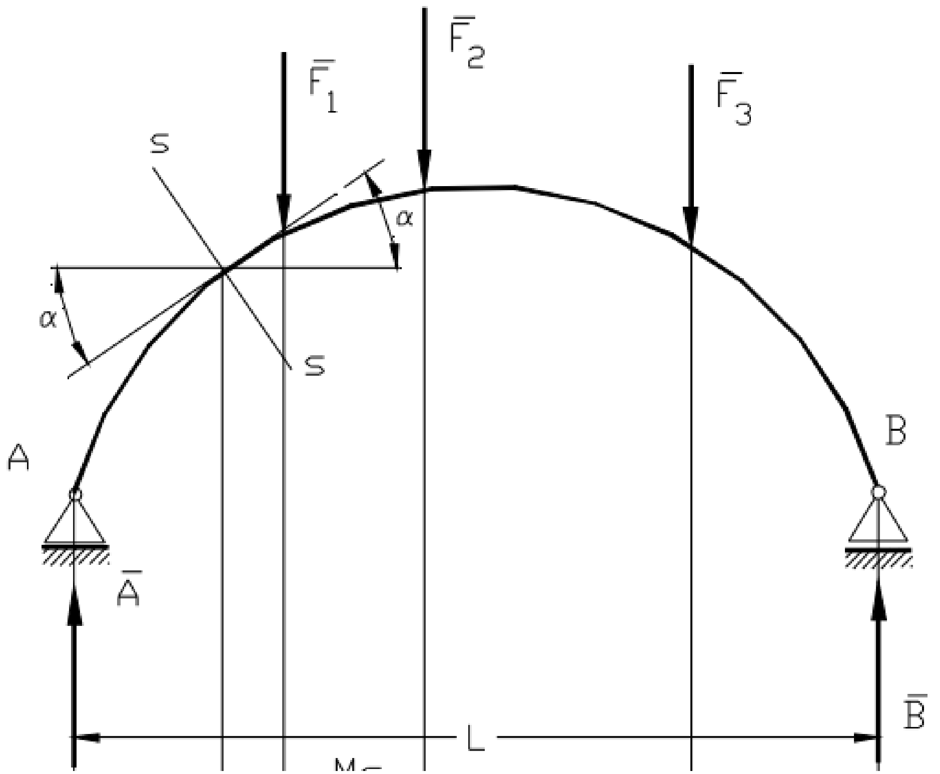
Viga con pares en los apoyos extremos

Sean, figura 6.29., dos pares aplicados en los apoyos, y suponiendo que $|m_A| > |m_B|$ será:

$$+\circlearrowright \quad \sum M_A = -m_A + m_B + B.L = 0 \qquad \therefore \qquad B = (m_A - m_B)\ \frac{1}{L}$$

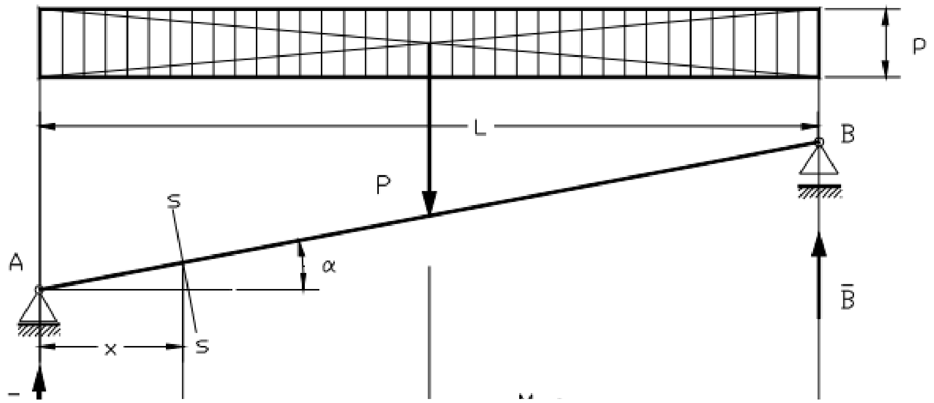
$$+\circlearrowright \quad \sum M_B = -m_A + A.L + m_B = 0 \qquad \therefore \qquad A = (m_A - m_B)\ \frac{1}{L}$$

Viga de eje curvo

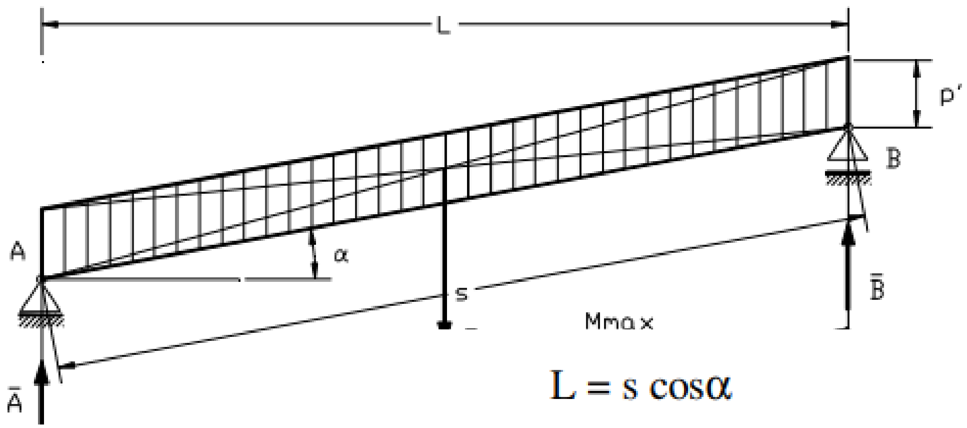


$$A = \frac{\sum F_i b_i}{L} \qquad B = \frac{\sum F_i a_i}{L}$$

Viga inclinadas



$P = p.L$ $\qquad A = \dfrac{p.L}{2} = B$



$$L = s \cos\alpha$$

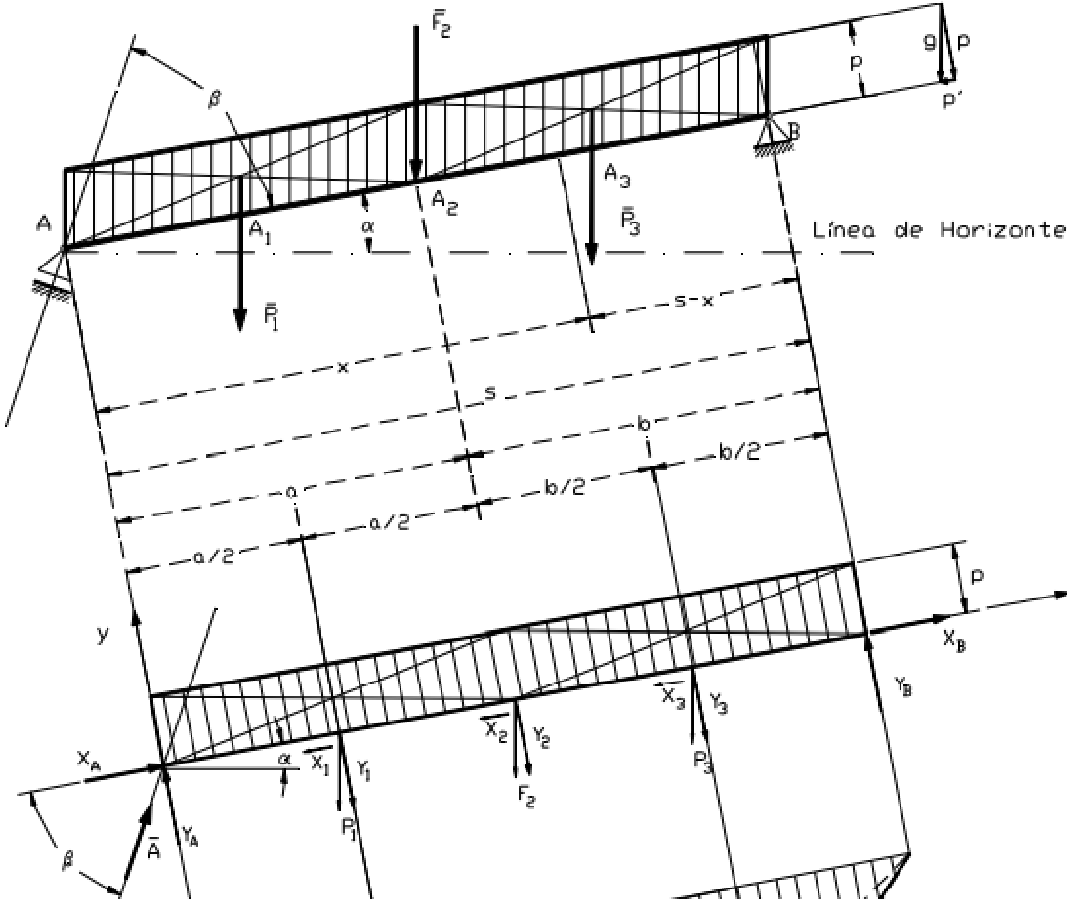
$$s = \frac{L}{\cos\alpha}$$

$$P = p'.s = p.L$$

$$p' = p\,\frac{L}{s} = p\cos\alpha$$

$$A{=}B = \frac{p'.s}{2} = \frac{p\cos\alpha}{2}\,\frac{L}{\cos\alpha} = \frac{p.L}{2}$$

Viga inclinada con c. distrib. Y concentradas



Cargas distribuidas.-

g (kg/m) carga vertical por unidad de longitud de viga.-

$p = g \cos \alpha$ carga transvcrsal por unidad dc longitud dc viga.-

$p' = g \operatorname{sen} \alpha$ carga axial por unidad de longitud de viga.-

$P_1 = ga$ de componentes: $X_1 = P_1 \cos (90 - \alpha) = P_1 \operatorname{sen} \alpha = g\, a \operatorname{sen} \alpha = p'a$

$Y_1 = P_1 \operatorname{sen} (90 - \alpha) = P_1 \cos \alpha = g\, a \cos \alpha = p\, a$

$P_3 = gb$ de componentes: $X_3 = P_3 \cos (90 - \alpha) = P_3 \operatorname{sen} \alpha = g\, b \operatorname{sen} \alpha = p'b$

$Y_3 = P_3 \operatorname{sen} (90 - \alpha) = P_3 \cos \alpha = g\, b \cos \alpha = p\, b$

Carga concentrada .-

F_2 de componentes : $X_2 = F_2 \cos (90 - \alpha) = F_2 \operatorname{sen} \alpha$

$Y_2 = F_2 \operatorname{sen} (90 - \alpha) = F_2 \cos \alpha$

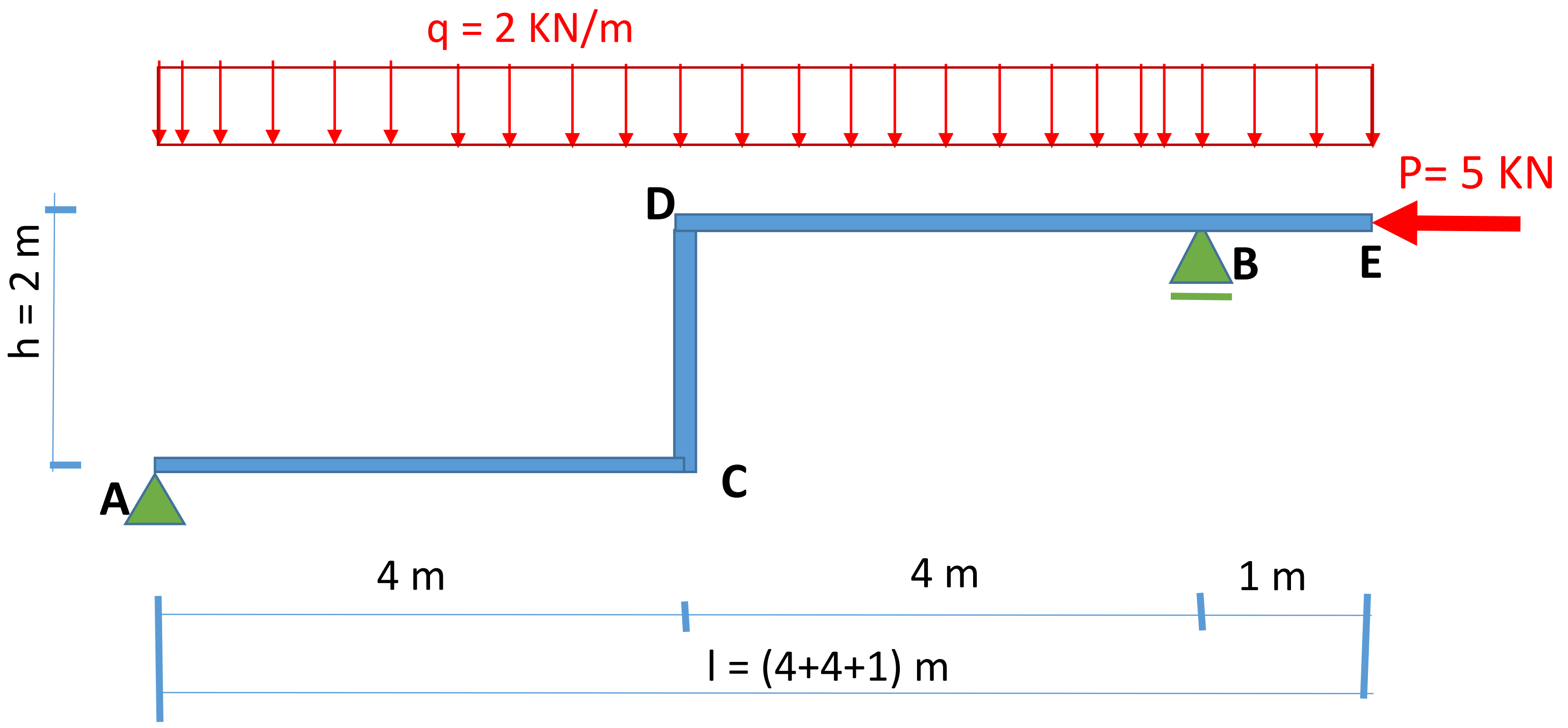
Reacciones.- Observando el diagrama de cuerpo libre se establece:

+↲ $\sum M_B = 0$ despejando se obtiene Y_A y de ésta : $A = Y_A / \operatorname{sen} \beta$; $X_A = Y_A / \operatorname{tg} \beta$

+↲ $\sum M_A = 0$ despejando se obtiene Y_B

+→ $\sum X = 0$ despejando se obtiene X_B

Determinación de Reacciones de apoyo

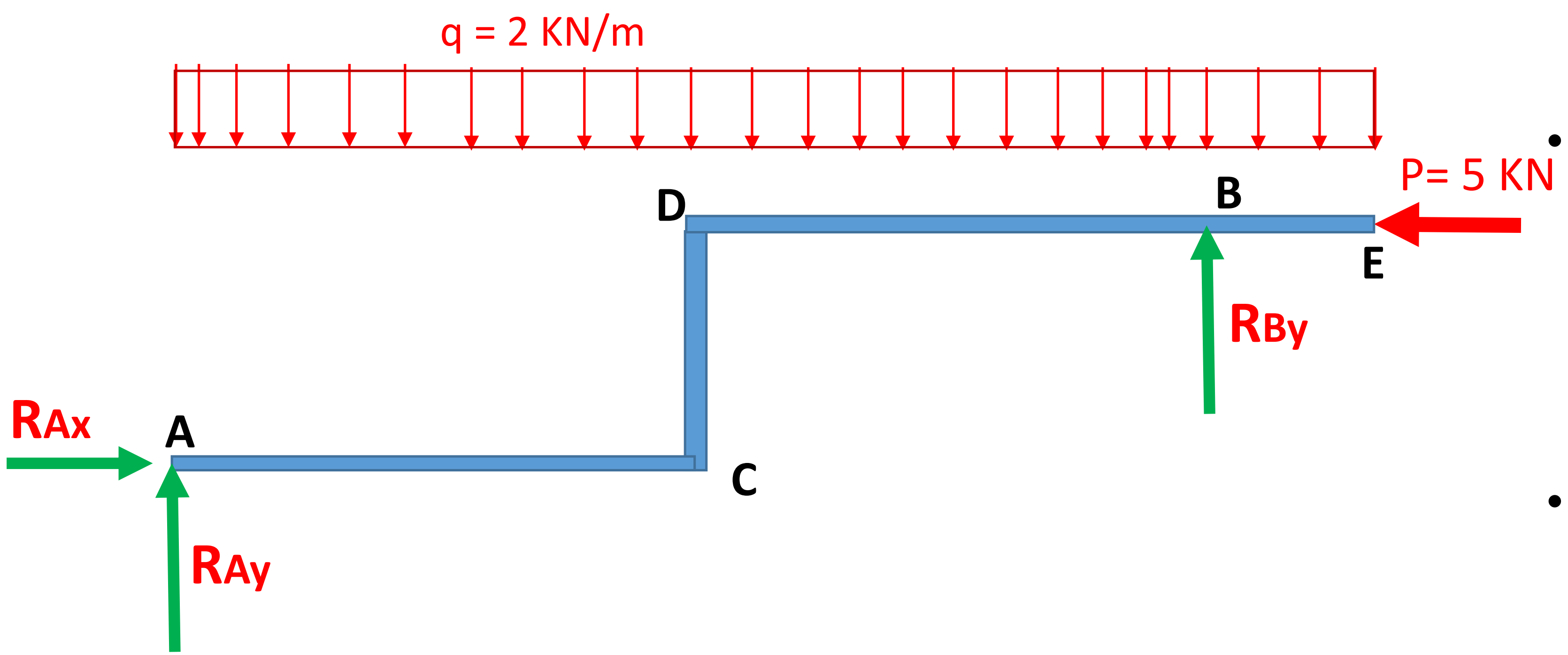


Dada la estructura de la figura (viga de eje quebrado)

Determinar:

- Diagrama de cuerpo libre
- Reacciones de apoyo en A y B

Diagrama de cuerpo libre



Isostaticidad

Teniendo nuestra estructura en el plano, tiene 3 grados de libertad.
Estos quedan restringidos por las 2 restricciones en A y 1 en B.
Además verifico que la ubicación de los apoyos es eficiente al restringir los 3 desplazamientos posibles.

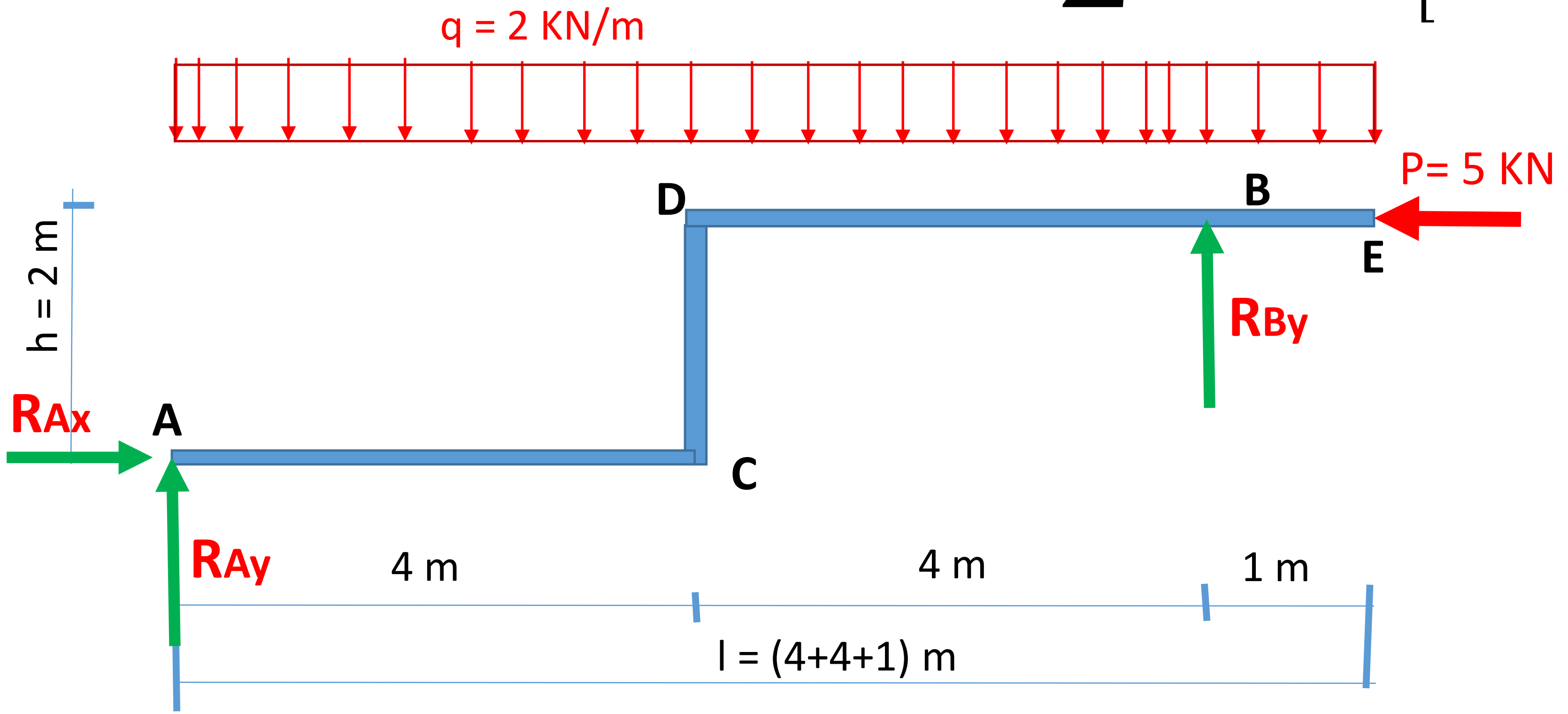
- En el diagrama de cuerpo libre reemplazo cada uno de los apoyos ubicando las reacciones de apoyo (RAy - RAx - RBy) en cada uno de ellos según el efecto que realiza sobre la estructura.
- Solo conocemos inicialmente la dirección de cada reacción que ponemos en evidencia. Y asumimos un sentido que luego al resolver el ejercicio corroboraremos si fue el correcto.
- En este ejemplo teníamos apoyo doble en A que restringe desplazamiento en 2 direcciones , por lo cual da origen a Rax – Ray. Y el apoyo en B es simple por lo cual restringe el desplazamiento vertical y da origen a RBy.

Planteo de ecuaciones de equilibrio:

$$\sum Fx = 0 = +\boldsymbol{Rax} - P$$

$$\sum Fy = 0 = +\boldsymbol{Ray} - (q * l) + \boldsymbol{Rby}$$

$$\sum MA = 0 = +\left[(q * l) * \frac{l}{2}\right] - \boldsymbol{Rby} * 8m - P * h$$



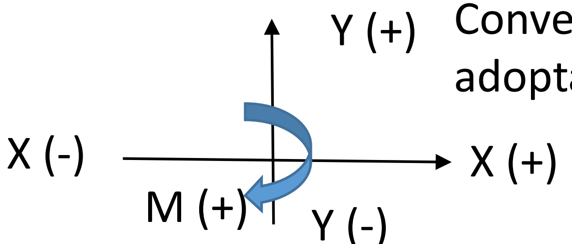
$$\boldsymbol{Rax} = P = \boldsymbol{5\ KN}$$

$$\boldsymbol{Rby} = \frac{\left\{+\left[(q * l) * \frac{l}{2}\right] - P * h\right\}}{8m} *$$

$$\boldsymbol{Rby} = \boldsymbol{8,875\ KN}$$

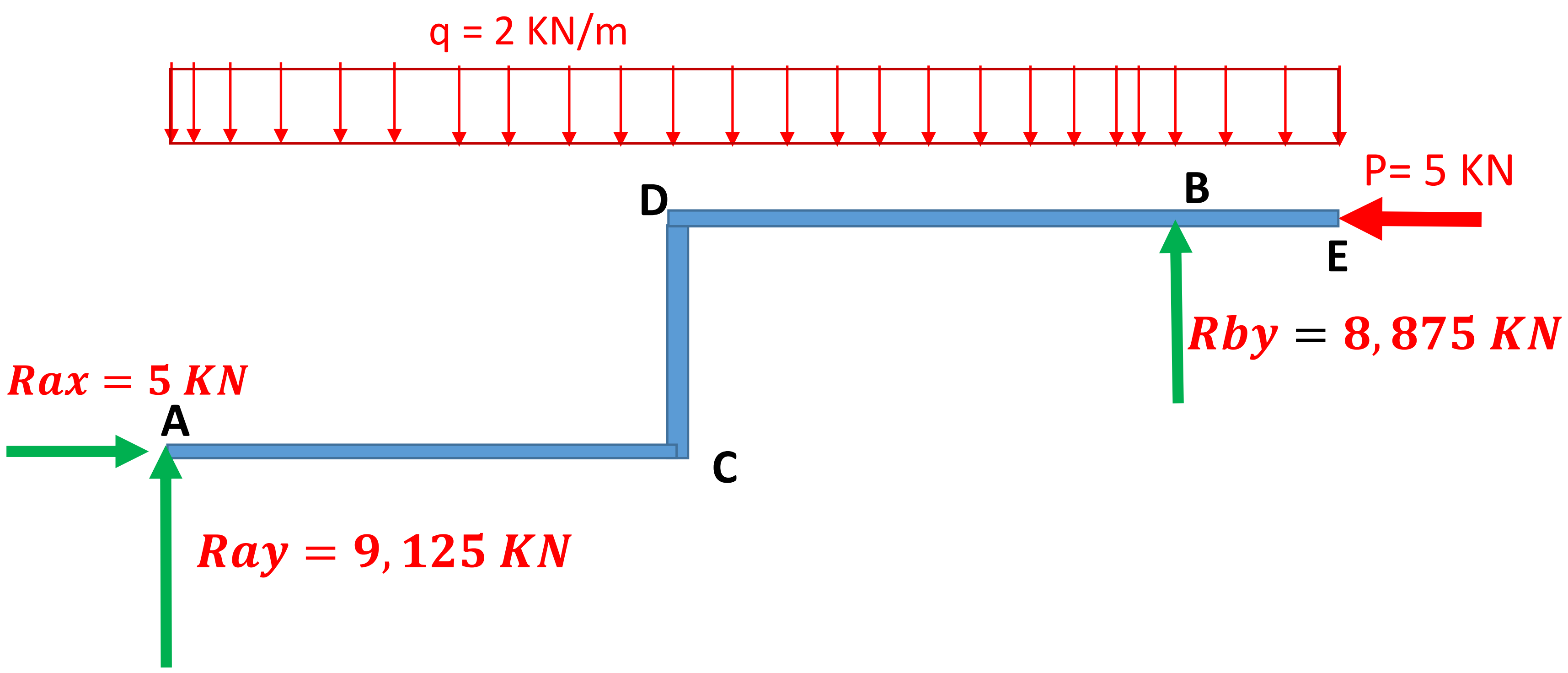
$$+\boldsymbol{Ray} = +(q * l) - \boldsymbol{Rby}$$

$$\boldsymbol{Ray} = \boldsymbol{+9,125\ KN}$$



Convención de signos adoptada

Estado de carga final



- Al haber obtenido resultado "+" en las reacciones significa que asumí sentidos correctos inicialmente. Si al contrario hubiera obtenido resultados " – " en alguna de las reacciones debo cambiar el sentido al asumido