1. Introducción

En estabilidad I se estudian estructuras formadas por barras, es decir, que son elementos estructurales en los cuales una dimensión prevalece sobre las otras dos.
Para el diseño de cualquier elemento estructural o mecánico es necesario conocer las fuerzas que actúan en él para saber si es capaz de soportar esas cargas. Estas cargas externas producen reacciones internas en los elementos estructurales y serán las causas condicionantes del dimensionamiento de las secciones transversales de los elementos que componen la estructura.
Se denominan esfuerzos característicos o esfuerzos internos alas solicitaciones producidas por las cargas externas actuantes.

2. Esfuerzos característicos

2.1 Concepto de resultante interna

Se tiene una barra, sobre la que actúa un sistema de fuerzas externas, en estado de equilibrio:

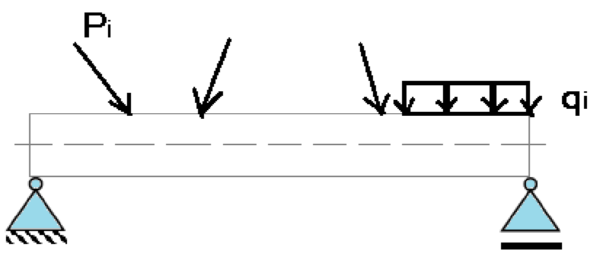


Figura 1. Barra en equilibrio.

Si se practica un corte por una sección transversal al eje de la barra y se separan ambas partes (figura 2a) la barra pierde el equilibrio, para restablecerlo será necesario aplicarle el efecto que una parte estaba ejerciendo sobre la otra (figura 2b).

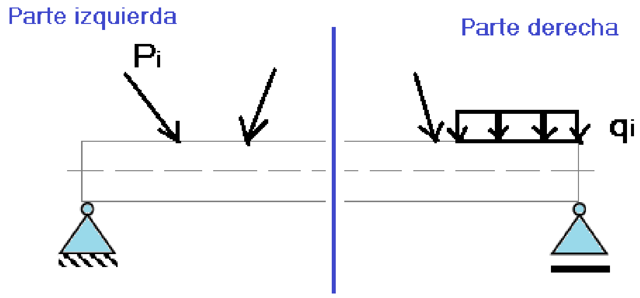


Figura 2a. Barra seccionada con pérdida de equilibrio.

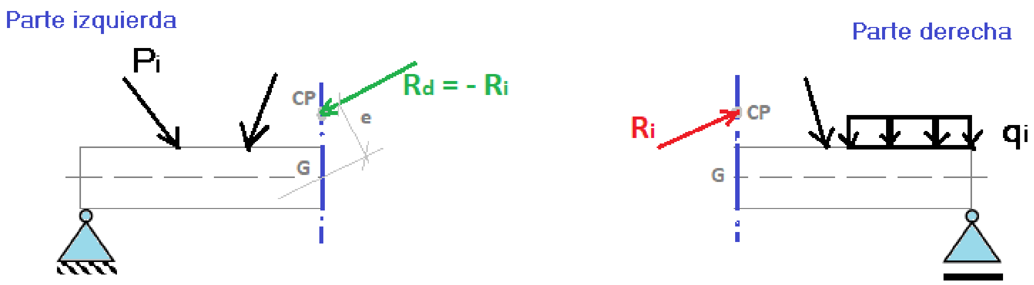


Figura 2b. Barra seccionada en equilibrio.

Rd es la resultante de todas las fuerzas que actúan en la parte derecha de la sección y Ri es la resultante de todas las fuerzas que actúan en la parte izquierda de la sección.
Es decir, para restituir el equilibrio en la parte izquierda:

$$R_d = \sum {F^i}_d$$

Para restituir el equilibrio de la parte derecha:

$$R_i = \sum {F^i}_i$$

2.2 Esfuerzos característicos

El punto de aplicación de la resultante interna se denomina centro de presión. Si se traslada la resultante al baricentro de la sección, el sistema equivalente será (figura 3):

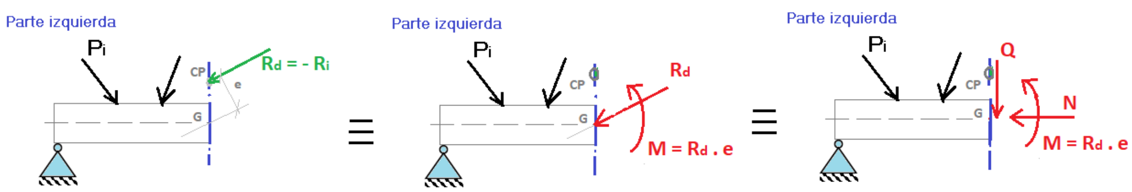


Figura 3. Sistema equivalente de fuerzas.

M, Q y N se denominan esfuerzos característicos y se define:

- M o momento flector de una sección transversal de la estructura de alma llena, al momento de la resultante interna respecto del baricentro de la sección. Numéricamente es igual a la suma algebraica de los momentos respecto a G de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.
- Q, esfuerzo de corte, tangencial o cizallamiento, de una sección transversal de la estructura de alma llena, a la proyección, sobre el plano de la sección, de la resultante interna que se desarrolla en ella. Numéricamente es igual a la

suma algebraica de las proyecciones sobre dicho plano de todas las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.

- N, esfuerzo axial o normal de una sección transversal de una estructura de alma llena es la proyección sobre el eje normal al plano de la sección de la resultante interna que se desarrolla en ella. Numéricamente es igual a la suma algebraica de las proyecciones sobre la normal a dicho plano de las fuerzas exteriores que actúan a uno u otro lado de la sección considerada.

2.2.1. Convención de signos, cara derecha y cara izquierda

Para que el esfuerzo característico quede completamente definido es necesario, además de conocer su valor, definir una convención de signos para indicar qué efecto produce sobre la estructura.
En una sección cualquiera, se define (figura 4):

- Sección normal: sección transversal al cortar al elemento con un plano perpendicular al eje longitudinal.
- Cara derecha: en una sección normal, la cara derecha es la cara de corte del elemento ubicada a la derecha de la sección.
- Cara izquierda: es la cara ubicada a la izquierda de la sección normal.
- Fibra superior: cara superior del elemento.
- Fibra inferior: cara inferior del elemento.

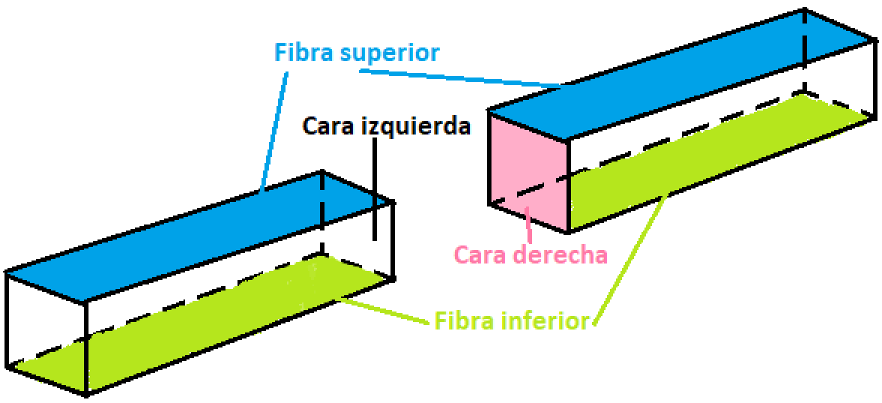


Figura 4. Sección normal

Se conviene que serán positivos los siguientes esfuerzos:

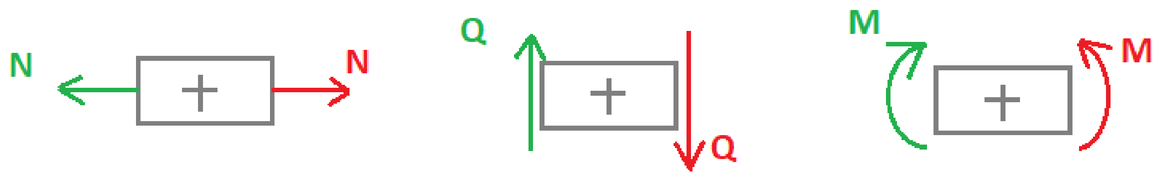


Figura 5a. Convención de signos según cara izquierda o cara derecha.

Los esfuerzos característicos se grafican sobre el esquema de la estructura de barras colocando el valor del mismo en forma perpendicular al eje del elemento considerado. La figura 5b muestra la posición del observador para definir los signos de los esfuerzos característicos.

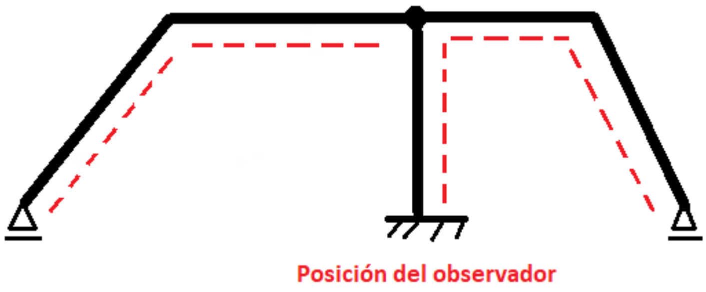


Figura 5b. Ubicación del observador.

2.2.2 Relación Carga-Corte-Momento

Dada una estructura de barra plana, en equilibrio, sometida a un estado de cargas distribuidas, se considera una franja diferencial de barra de longitud dx (figura 6):

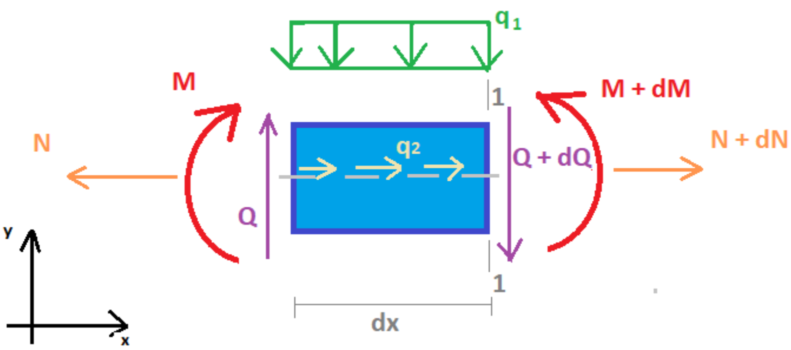


Figura 6.

Como la estructura está en equilibrio, también lo estará la porción diferencial. Entonces se debe cumplir:

$$\sum F_x = 0 = -N + q_2\, dx + N + dN$$

$$\sum F_y = 0 = Q - q_1\, dx - Q - dQ$$

$$\sum M_1 = 0 = Q\, dx - q_2\, dx\, \frac{dx}{2} + M - M - dM$$

De las ecuaciones se obtienen las siguientes relaciones:

$\frac{dN}{dx} = -q_2$ *El esfuerzo normal varía inversamente al valor de la carga distribuida paralela al eje de la barra.*

$\frac{dQ}{dx} = -q_1$ *El esfuerzo de corte varía inversamente al valor de la carga distribuida perpendicular al eje de la barra.*

$\frac{dM}{dx} = Q$ *El momento varía según el valor del corte.*

En la sumatoria de momentos se desprecia el momento de la carga q_2 ya que contiene un diferencial de segundo orden.
De estas relaciones se desprenden los siguientes corolarios:

- El valor de la carga q paralela al eje de la barra en cada sección es la tangente del diagrama normal. Si dicha carga distribuida es nula, entonces el esfuerzo normal será constante.
- El valor de la carga q perpendicular al eje de la barra en cada sección es la tangente del diagrama de corte. Si dicha carga distribuida es nula, entonces el esfuerzo normal será constante. Si la carga distribuida es uniforme, el corte tendrá variación lineal.
- El valor del corte en una sección de la barra es la pendiente de la recta tangente del diagrama de momentos. Si dicho corte es constante, entonces el momento tendrá variación lineal. Si el corte tiene variación lineal, el momento será una parábola cuadrática. En el punto donde el corte se hace cero hay un punto de inflexión en el diagrama de momentos, es decir que en ese punto hay un máximo o mínimo. Como la carga es la derivada segunda del diagrama de momentos, la concavidad del diagrama de momentos seguirá el sentido de la carga.

Este análisis es válido exclusivamente en tramos de barra situado entre discontinuidades.

Las discontinuidades pueden ser geométricas o de cargas (figura 7).

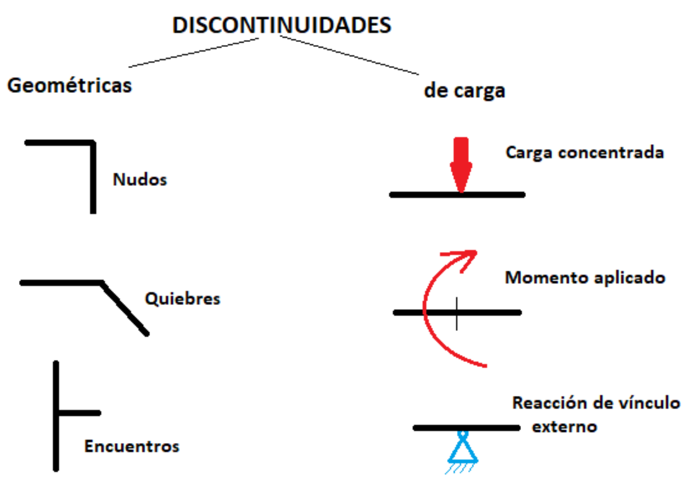
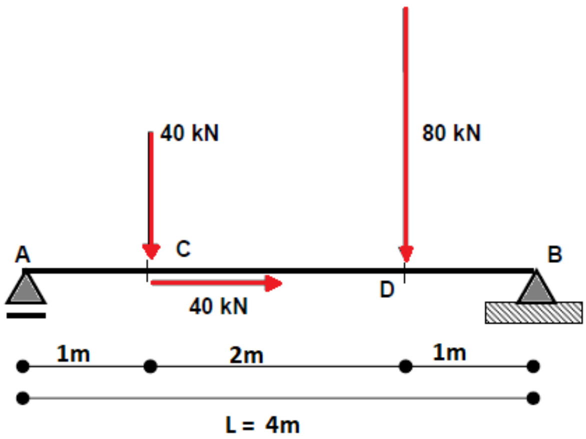


Figura 7.

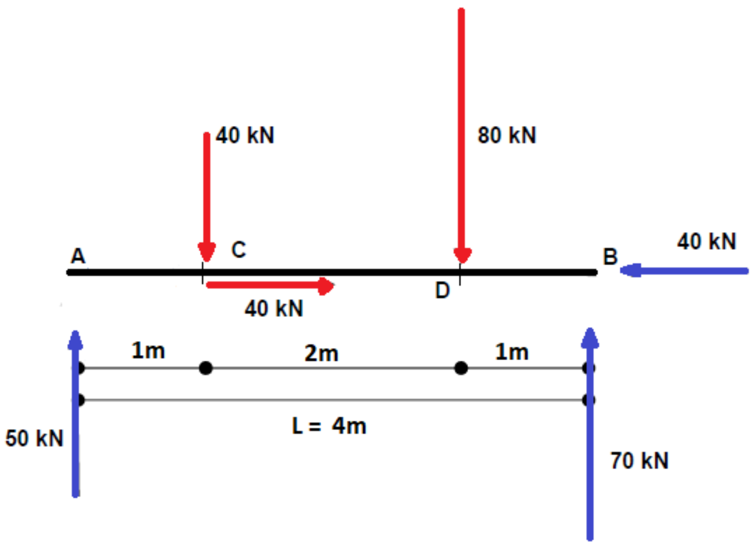
3. Resumen de pasos a seguir

- Trazar el diagrama de cuerpo libre (DCL).
- Calcular las reacciones de vínculos externos.
- Calcular los valores singulares antes y después de las discontinuidades.
- Unir los valores singulares según la ley de variación de los diagramas que indican las relaciones características.
- Chequear los valores que se conocen de antemano.

4. Ejemplo. Viga simplemente apoyada con cargas puntuales.

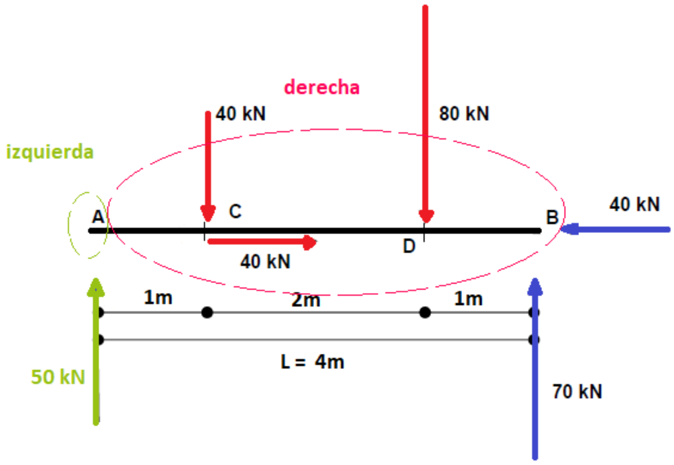


a) Determinar reacciones de vínculos externos



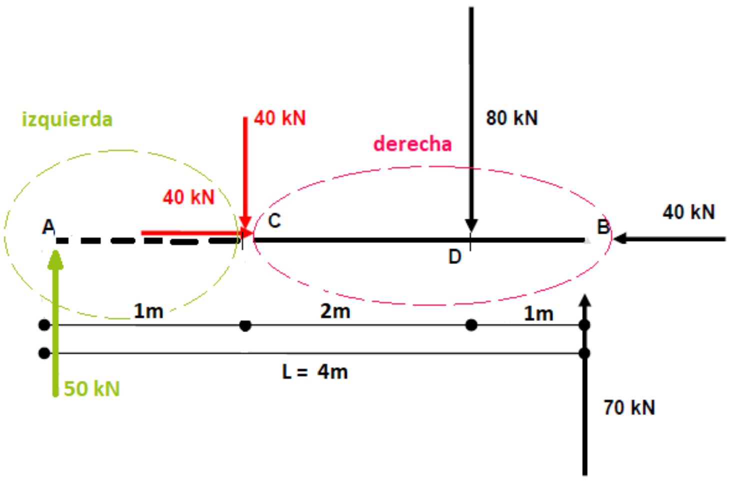
b) Esfuerzos característicos

Derecha del apoyo A:



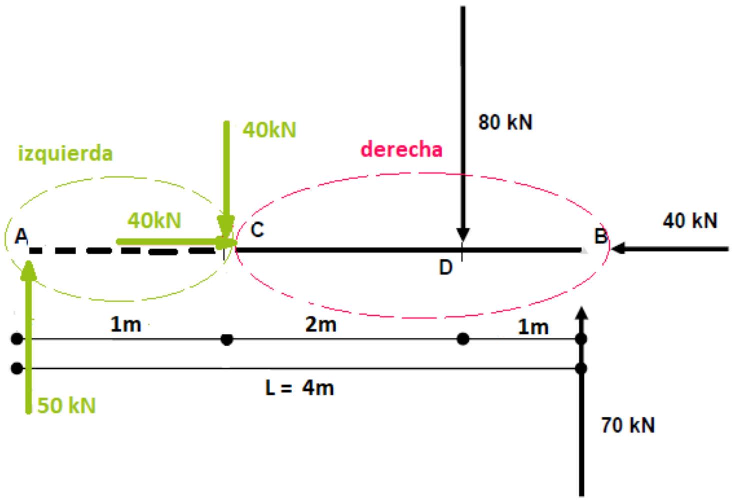
$Q_{Ader} = R_A = 50kN$
$N_{Ader} = 0$
$M_A = 0$

Tramo AC izquierda:



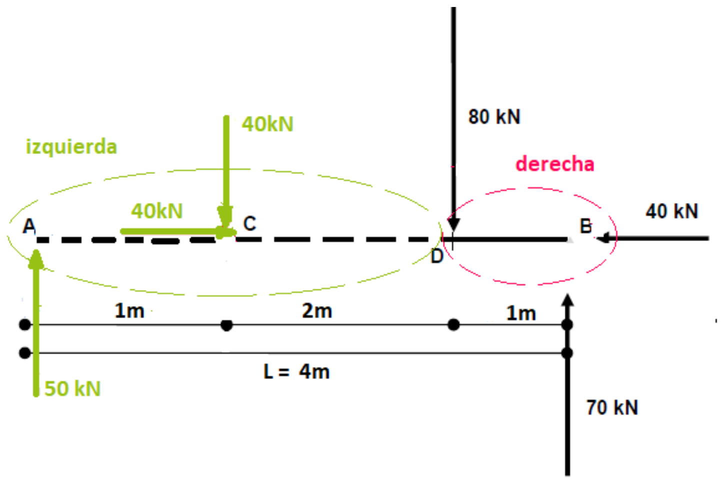
$Q_{Cizq} = 50kN$
$N_{Cizq} = 0$
$M_C = 50kN\,.1m = 50kNm$

Tramo AC derecha:



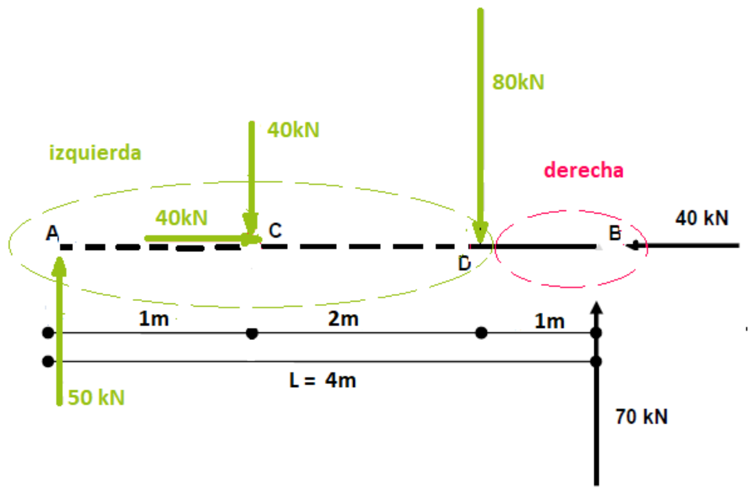
$Q_{Cder} = 50kN - 40kN = 10kN$
$N_{Cder} = -40kN$
$M_C = 50kNm$

Tramo AD izquierda:



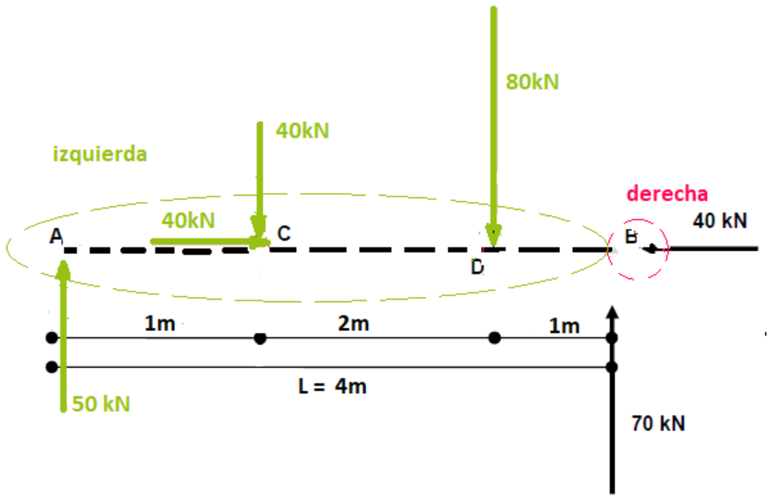
$Q_{Dizq} = 50kN - 40kN = 10kN$
$N_{Dizq} = -40kN$
$M_D = 50kN.3m - 40kN.2m = 70kNm$

Tramo AD derecha:



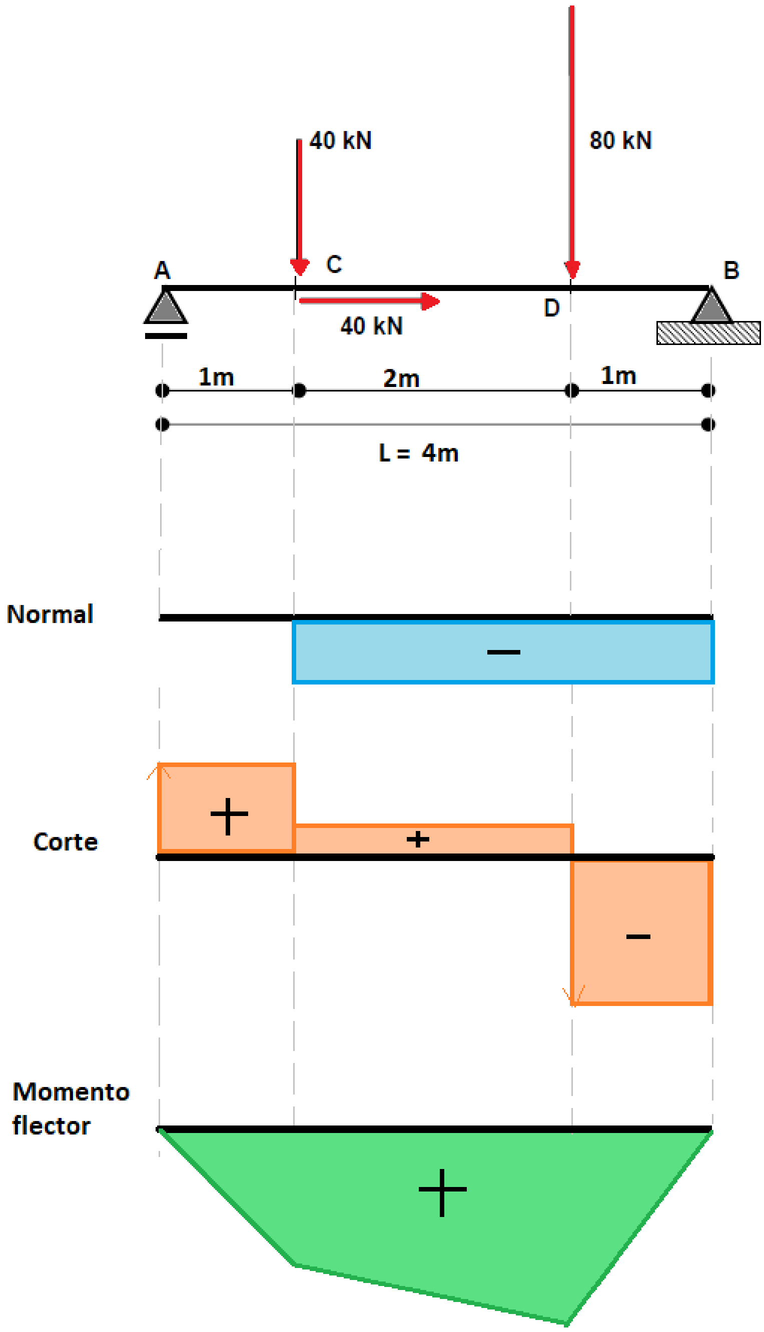
$Q_{Dder} = 50kN \; - 40kN \; - 80kN = -70kN$
$N_{Dder} = \; -40kN$
$M_D = 50kN.3m \; - 40kN.2m = 70kNm$

Apoyo B izquierda:



$Q_{Bizq} = Q_{Dder} = -70kN$
$N_{Bizq} = \; -40kN$
$M_B = 50kN.4m - 40kN.3m \; - 80kN.1m = 0$

c) Diagramas


40 kN
80 kN
A
C
B
D
40 kN
1m
2m
1m
L = 4m
Normal
–
Corte
+
+
–
Momento
flector
+