RESOLUCION DE RETICULADOS ESPACIALES:

ECUACIONES DE EQUILIBRIO:

Una estructura general tridimensional se encuentra en reposo cuando satisface las ecuaciones de equilibrio estático, éstas son:

$$\text{(1)}\quad \begin{array}{l} \Sigma Fx = 0 \\ \Sigma Fy = 0 \\ \Sigma Fz = 0 \end{array} \qquad\qquad \text{(2)}\quad \begin{array}{l} \Sigma Mx = 0 \\ \Sigma My = 0 \\ \Sigma Mz = 0 \end{array}$$

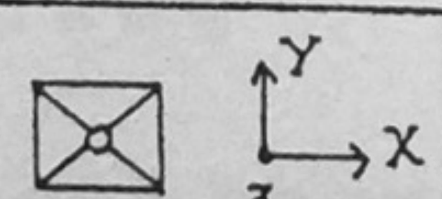
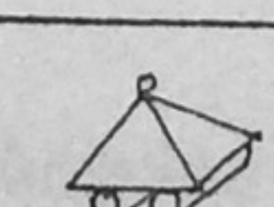
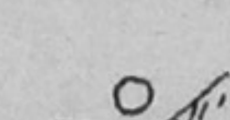
El conjunto N° 1, representa la sumatoria de todas las componentes de fuerzas en las direcciones de los tres ejes, X, Y, Z; y el conjunto N° 2, representa la sumatoria de momentos respecto de estos 3 ejes.

Estas ecuaciones deben incluir los efectos combinados de las fuerzas aplicadas y de las fuerzas reactivas que se desarrollan en los puntos de apoyo.

ESTUDIO DE LOS GRADOS DE LIBERTAD:

En el espacio un cuerpo tiene 6 grados de libertad: 3 traslaciones, según X, Y, Z
3 rotaciones, según X, Y, Z

Entonces necesitamos 6 condiciones de vínculo.

Tipo de Apoyo	Representaciones		Componentes Reactivas	
	Planta	Vista	Conocidas	Desconocidas
Apoyo Universal			Mx = My = Mz = 0	Rx, Ry, Rz
Rodillo			Mx = My = Mz = 0 Rx=0.	Ry, Rz
Esfera*	o		Mx = My = Mz = 0 Rx=Ry=0.	Rz

ANALISIS DE LA ESTRUCTURA:

Condición de Rigidez: esto es en base a la relación que debe existir entre cantidad de barras y de nudos que posee la estructura.

$b = 3.v - 6$

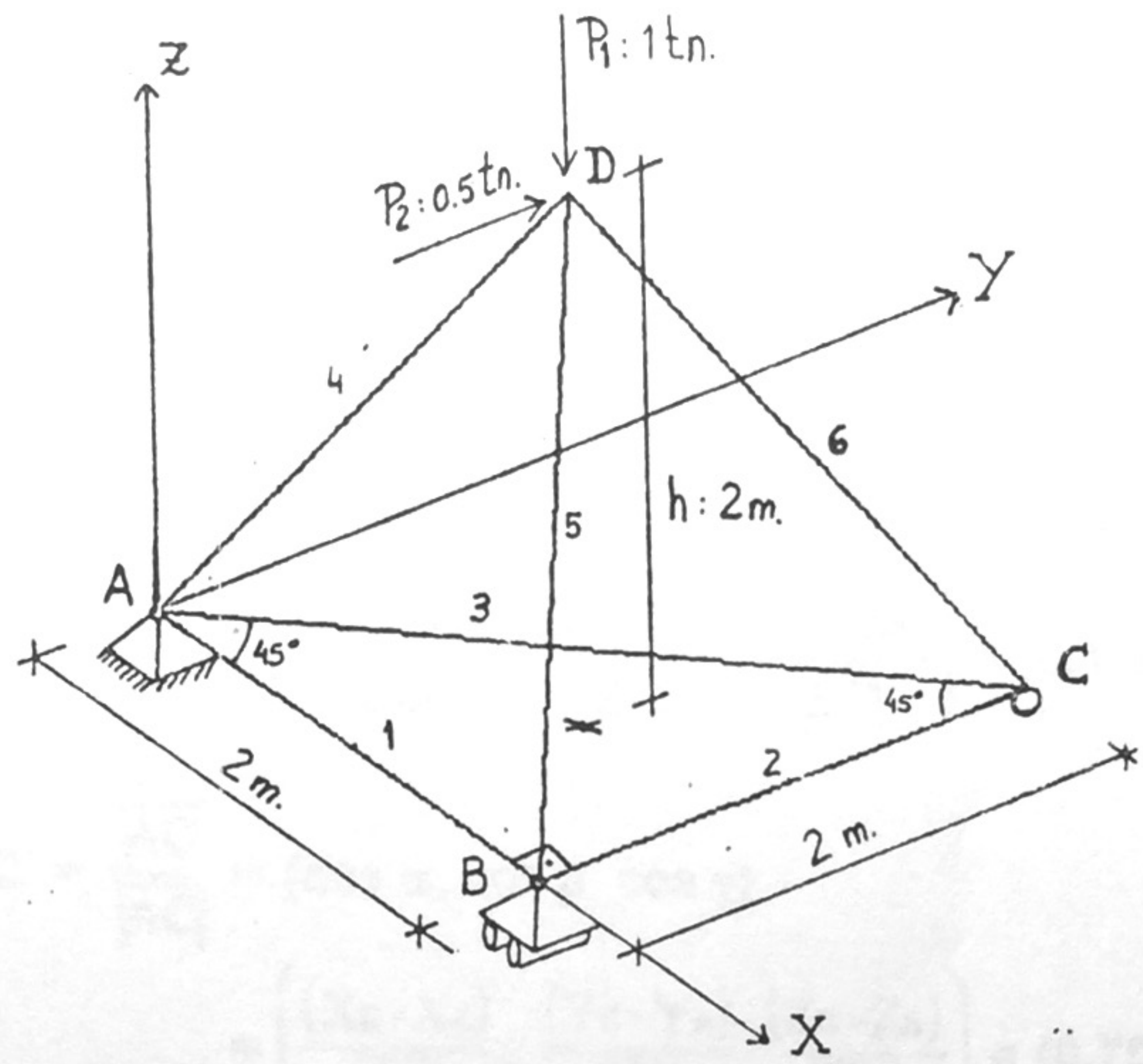
b: n° de barras.
v: n° de vértices o nudos.
n: n° de ternas de barras que se van agregando.

Nº de Incógnitas: Llamando a ν grado de libertad
$\nu = 6$

$$I = b + \nu$$
$$= 3.\nu - 6 + 6$$
$$I = 3.\nu$$

El sistema reticular espacial, caracterizado por $b = 3.\nu - 6$ y $\nu = 6$, constituye un sistema estáticamente determinado.

EJERCICIO:



1º) Análisis de la estructura:

$b = 3.\nu - 6$ $\qquad I = 3.\nu = 3.4 = 12$
$6 = 3.4 - 6 = 12 - 6 = 6$

2º) Análisis geométrico de la estructura:

Pto. A (0,0,0)
Pto. B (2,0,0)
Pto. C (2,2,0)
Pto. D (0.67,0.67,2)

Angulos Directores:
α respecto del eje X
β respecto del eje Y
γ respecto del eje Z

- Longitud de las barras: (consideramos las barras como vectores distancias).

Barra $|\overline{AB}| = 2$ m
Barra $|\overline{BC}| = 2$ m
Barra $|\overline{AC}| = \sqrt{(X_C - X_A)^2 + (Y_C - Y_A)^2 + (Z_C - Z_A)^2} = 2.83$ m

Barra $\left|\overline{AD}\right| = \sqrt{(X_D - X_A)^2 + (Y_D - Y_A)^2 + (Z_D - Z_A)^2} = 2.21$ m

Barra $\left|\overline{BD}\right| = \sqrt{(X_D - X_B)^2 + (Y_D - Y_B)^2 + (Z_D - Z_B)^2} = 2.49$ m

Barra $\left|\overline{CD}\right| = \sqrt{(X_D - X_C)^2 + (Y_D - Y_C)^2 + (Z_D - Z_C)^2} = 2.49$ m

- Determinación de las direcciones de cada barra:
  (se utilizan los versores de cada dirección)

$$\overset{\upsilon}{AB} = \frac{\overline{AB}}{\left|\overline{AB}\right|} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

$$= \left(\frac{(X_B - X_A)}{\left|\overline{AB}\right|}; \frac{(Y_B - Y_A)}{\left|\overline{AB}\right|}; \frac{(Z_B - Z_A)}{\left|\overline{AB}\right|}\right) = \mathbf{(1,0,0)}$$

$$\overset{\upsilon}{BC} = \frac{\overline{BC}}{\left|\overline{BC}\right|} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

$$= \left(\frac{(X_C - X_B)}{\left|\overline{BC}\right|}; \frac{(Y_C - Y_B)}{\left|\overline{BC}\right|}; \frac{(Z_C - Z_B)}{\left|\overline{BC}\right|}\right) = \mathbf{(0,1,0)}$$

$$\overset{\upsilon}{AC} = \frac{\overline{AC}}{\left|\overline{AC}\right|} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

$$= \left(\frac{(X_C - X_A)}{\left|\overline{AC}\right|}; \frac{(Y_C - Y_A)}{\left|\overline{AC}\right|}; \frac{(Z_C - Z_A)}{\left|\overline{AC}\right|}\right) = \mathbf{(0.707,0.707,0)}$$

$$\overset{\upsilon}{AD} = \frac{\overline{AD}}{\left|\overline{AD}\right|} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

$$= \left(\frac{(X_D - X_A)}{\left|\overline{AD}\right|}; \frac{(Y_D - Y_A)}{\left|\overline{AD}\right|}; \frac{(Z_D - Z_A)}{\left|\overline{AD}\right|}\right) = \mathbf{(0.303,0.303,0.905)}$$

$$\overset{\upsilon}{BD} = \frac{\overline{BD}}{\left|\overline{BD}\right|} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

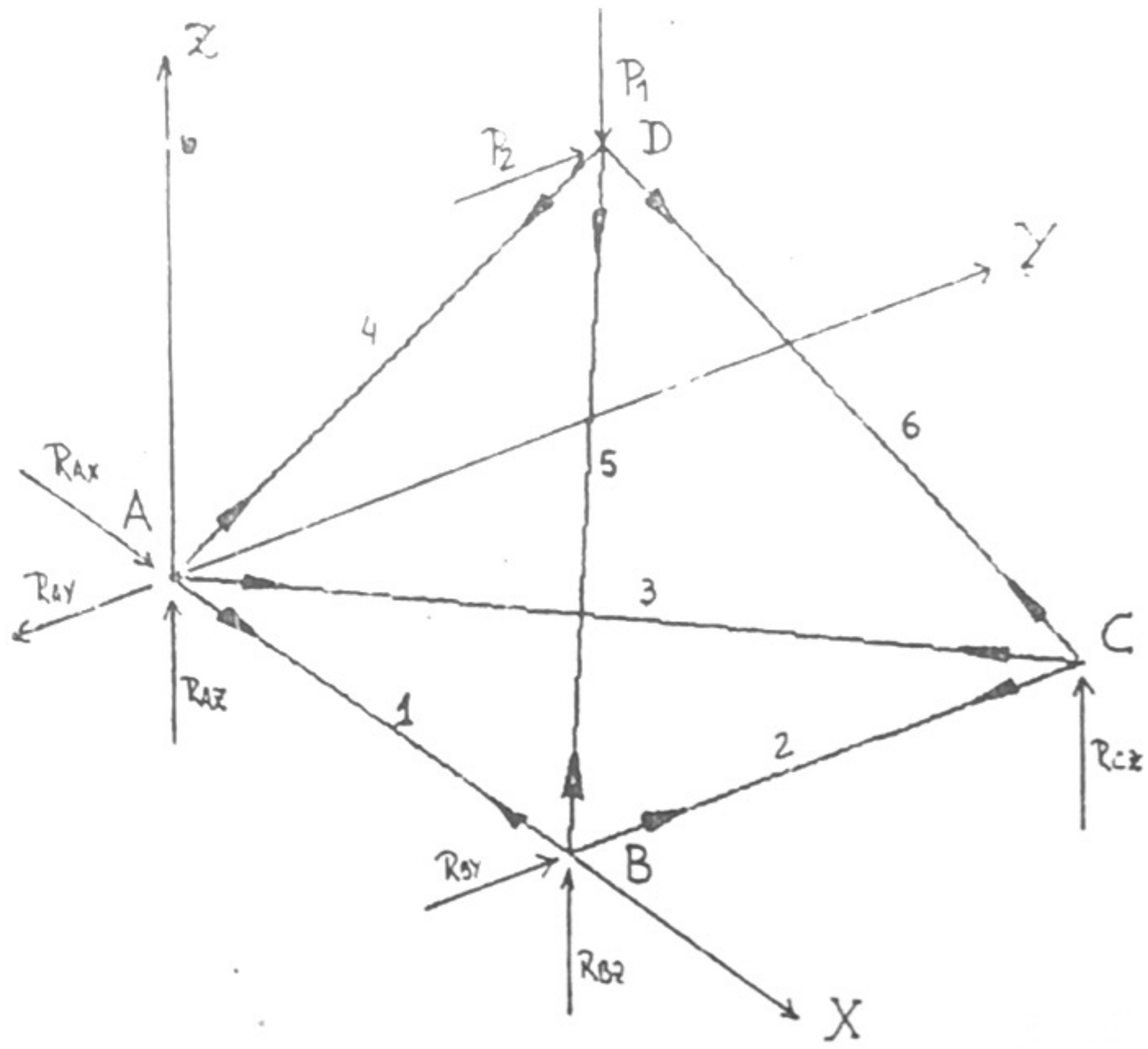
$$= \left(\frac{(X_D - X_B)}{\left|\overline{BD}\right|}; \frac{(Y_D - Y_B)}{\left|\overline{BD}\right|}; \frac{(Z_D - Z_B)}{\left|\overline{BD}\right|}\right) = \mathbf{(-0.534,0.289,0.803)}$$

$$\overset{\upsilon}{CD} = \frac{\overline{CD}}{\left|\overline{CD}\right|} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$

$$= \left(\frac{(X_D - X_C)}{\left|\overline{CD}\right|}; \frac{(Y_D - Y_C)}{\left|\overline{CD}\right|}; \frac{(Z_D - Z_C)}{\left|\overline{CD}\right|}\right) = \mathbf{(-0.534, -0.534,0.803)}$$

3°) Análisis del cuerpo libre en equilibrio:

Poniendo en evidencia las incógnitas, y suponiendo todos los esfuerzos en las barras de tracción.



4°) Armado de matrices:

$$[B]*[S]+[P]=0$$
$$[B]*[S]=[-P]$$
$$[B]^{-1}*[B]*[S]=[B]^{-1}*[-P]$$
$$\underset{(12X1)}{[S]}=\underset{(12X12)}{[B]^{-1}}*\underset{(12X1)}{[-P]}$$

Nudo		S1	S2	S3	S4	S5	(B) S6	R_{AX}	R_{AY}	R_{AZ}	R_{BY}	R_{BZ}	R_{CZ}	(P)
	Fx	1	0	0.707	0.303	0	0	1	0	0	0	0	0	0
A	Fy	0	0	0.707	0.303	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
	Fz	0	0	0	0.905	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	Fx	-1	0	0	0	-0.534	0	0	0	0	0	0	0	0
B	Fy	0	1	0	0	0.269	0	0	0	0	-1	0	0	0
	Fz	0	0	0	0	0.803	0	0	0	0	0	1	0	0
	Fx	0	0	-0.707	0	0	-0.534	0	0	0	0	0	0	0
C	Fy	0	-1	-0.707	0	0	-0.534	0	0	0	0	0	0	0
	Fz	0	0	0	0	0	0.803	0	0	0	0	0	1	0
	Fx	0	0	0	-0.303	0.534	0.534	0	0	0	0	0	0	0
D	Fy	0	0	0	-0.303	-0.269	0.534	0	0	0	0	0	0	-0.5
	Fz	0	0	0	-0905	-0.803	-0.803	0	0	0	0	0	0	1

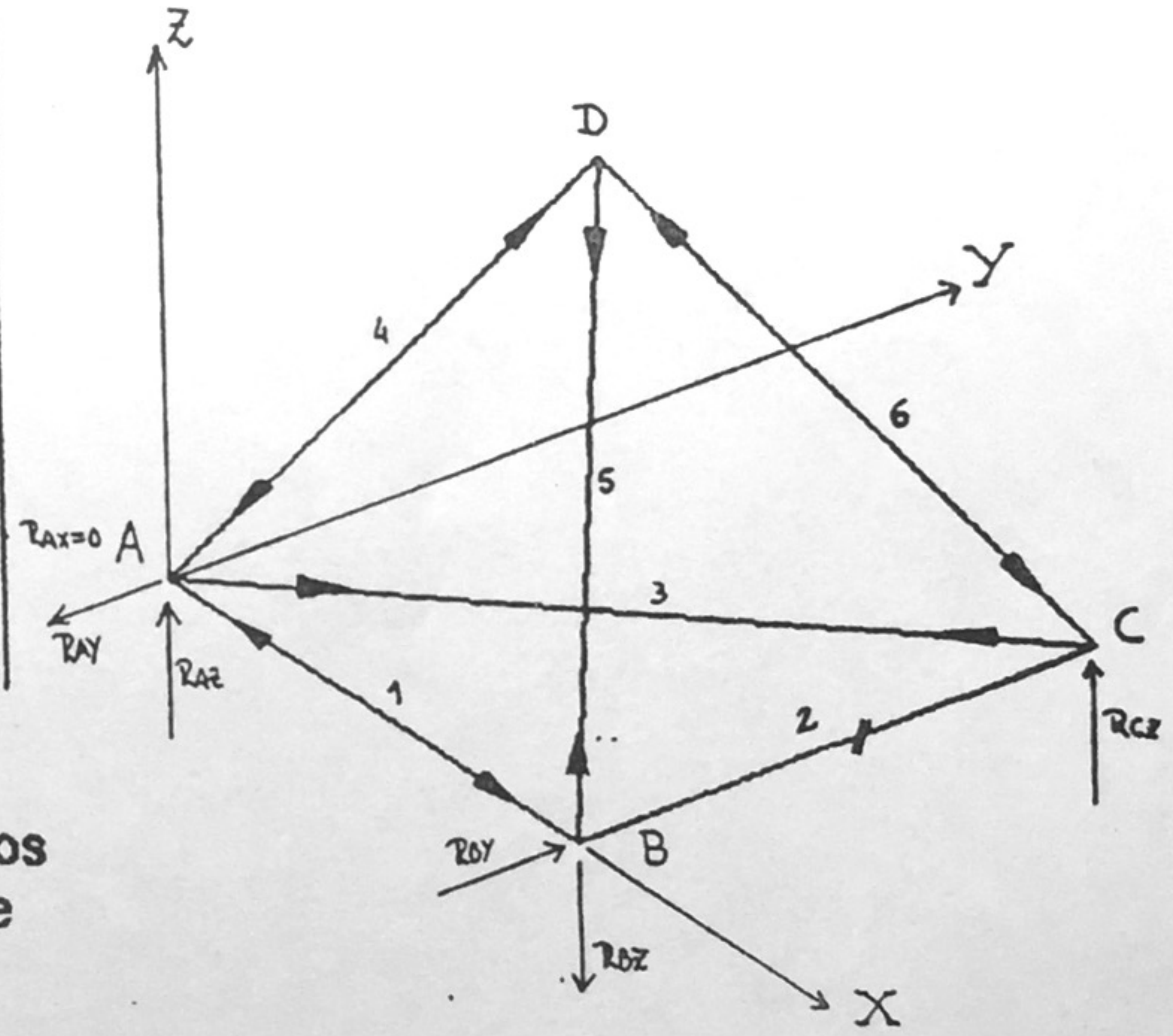
$(B)^{-1} =$

0	0	-7.23E-18	-1	0	4.274E-17	-1.11E-16	0	7.05E-17	-0.665006	0.6650062	8.275E-17
-1.11E-16	0	1.835E-17	-1.11E-16	0	1.83E-17	1	-1	-3.72E-17	-1.68E-18	5.549E-17	1.409E-20
1.57E-16	0	1.038E-17	1.57E-16	0	0	-1.414427	0	1.11E-16	0.3758783	-0.940603	0.5848245
0	0	7.318E-19	0	0	0	0	0	-2.22E-16	-1.882173	2.125E-18	-1.318157
0	0	2.254E-18	0	0	-8.07E-18	0	0	-8.07E-18	1.24533	-1.24533	2.802E-18
0	0	-1.07E-17	0	0	1.11E-16	0	0	1.11E-16	-0.497387	1.24533	-0.747843
1	0	3.488E-18	1	0	2.949E-17	1	0	2.949E-17	1	1.11E-16	-4.43E-17
1.11E-16	-1	-2.05E-17	1.11E-16	0	-1.5E-17	-1	0	-7.05E-17	-0.334994	-0.665006	-8.28E-17
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1.7938664	1.203E-17	1.1929323
-1.11E-16	0	4.01E-18	-1.11E-16	-1	-2.33E-18	1	-1	-7.17E-17	0.3349938	-0.334994	-2.28E-17
0	0	-1.48E-17	0	0	1	0	0	1.405E-16	-1	1	6.668E-17
0	0	3.32E-18	0	0	-1.11E-16	0	0	1	0.3994016	-1	0.6005984

Los valores están expresados en kilogramos

(S) =

S_1	=	-332.50
S_2		0
S_3		1035.23
S_4		-1318.16
S_5		622.67
S_6		-1370.61
R_{AX}		0
R_{AY}		332.50
R_{AZ}		1192.93
R_{BY}		167.50
R_{BZ}		-500
R_{CZ}		1100.60



El signo negativo (-), indica que debemos cambiar el sentido de los esfuerzos, supuestos inicialmente de tracción.