* Principio de los Trabajos Virtuales

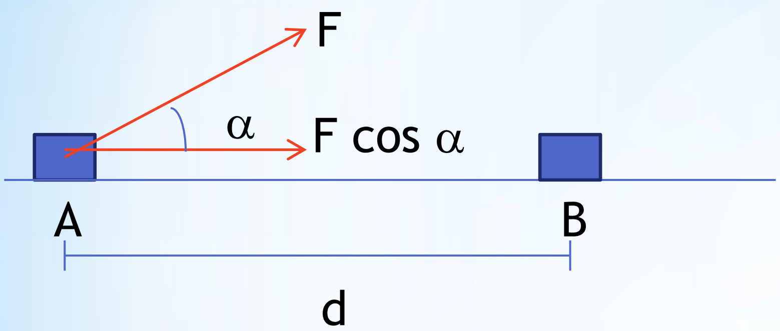
Desplazamiento virtual

Se entiende por desplazamiento virtual de un sistema a todo desplazamiento infinitésimo compatible con sus condiciones de vínculo.

Una chapa en el plano admite tantos desplazamientos virtuales como los grados de libertad dejados por las condiciones de vinculo a que se halla sometida.

Sea un sistema constituido por una viga simplemente apoyada en equilibrio como la de la figura. Si se pone en evidencia la reacción en B mediante la supresión del apoyo móvil B, se obtiene un sistema equivalente en equilibrio pero con un grado de libertad, al cual se le puede imponer como *desplazamiento virtual una rotación infinitésima alrededor de A (Polo)*.

Definición de Trabajo

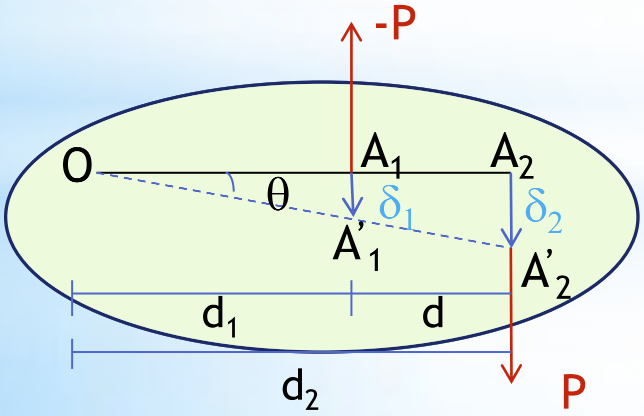


El trabajo W de la fuerza F para mover el objeto desde A hasta B es igual a la componente de la fuerza F en la dirección del desplazamiento por la distancia desplazada.

$$W = F \,.\, d \,.\, \cos \alpha$$

El trabajo será positivo si la componente de la fuerza y el desplazamiento tienen el mismo sentido que éste.

Supongamos que sobre la chapa actúa un par de fuerza P y –P, y le damos una rotación infinitésima θ alrededor de O.

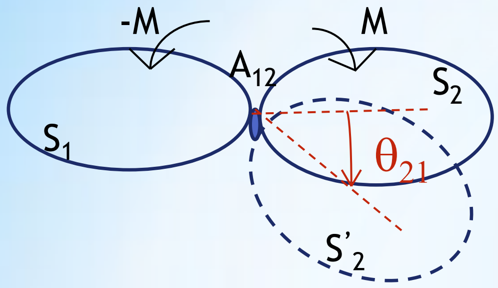


El trabajo que desarrolla el par será:

$$W = P.\delta_2 - P.\delta_1 = P.\theta.d_2 - P.\theta.d_1 = P.\theta. \ (d_2 - d_1)$$

$$W = P.\theta.d = M.\theta$$

El trabajo de un par es igual al trabajo del momento del par por la rotación.



Si dos pares iguales y opuestos actúan sobre dos chapas consecutivas de una cadena cinemática de un grado de libertad, el trabajo desarrollado por los pares cuando se produce una rotación virtual del sistema será:

$$W = M \cdot \theta_{21}$$

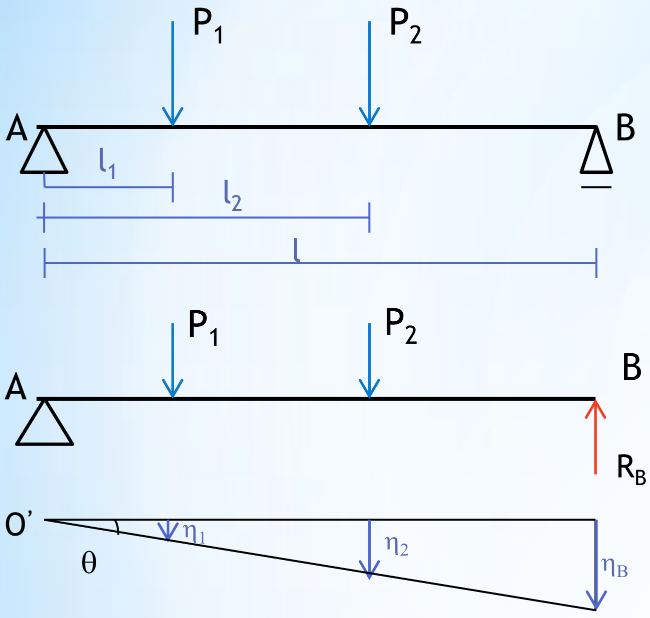
donde θ_{21} es la rotación relativa entre ambas chapas.

Principio de los Trabajos Virtuales

La suma de los trabajos de la fuerzas externas e internas que actúan en un sistema, cuando en este se produce un desplazamiento virtual, debe ser nulo para que el sistema permanezca en equilibrio.

$$\sum W_e = \sum W_i$$

Ejemplo 1: Se desea calcular la reacción en el apoyo móvil B de la viga simplemente apoyada aplicando el PTV.



El primer paso consiste en poner en evidencia la incógnita suprimiendo el vínculo y colocando la reacción R_B

La chapa posee ahora un grado de libertad y puede experimentar un desplazamiento virtual.
Damos una rotación arbitraria θ y trazamos el diagrama de desplazamientos verticales.

Planteamos el PTV

$$P_1.n_1 + P_2.n_2 - R_B.n_B = 0$$

$$\eta_1 = \theta.l_1 \qquad \eta_2 = \theta.l_2 \qquad \eta_B = \theta.l$$

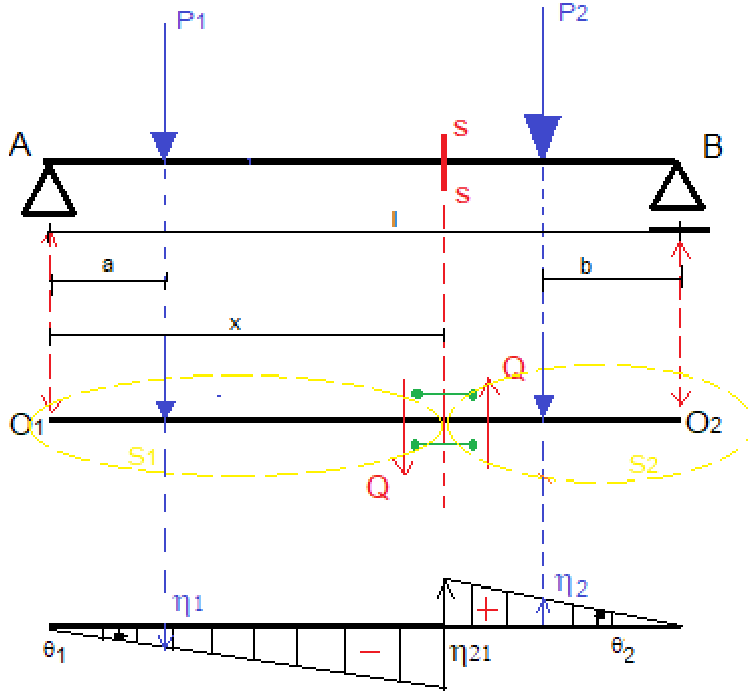
$$P_1.\ \theta.l_1 + P_2.\ \theta.l_2 - R_B.\ \theta.l = 0$$

$$\boxed{R_B = (P_1.l_1 + P_2.l_2)/l}$$

La ecuación es igual a la obtenida aplicando condiciones de equilibrio.

Sugerencia: aplicar el PTV al ejercicio Nº 1 del TP3 y comparar con los valores obtenidos aplicando ecuaciones de equilibrio estático.

Ejemplo 2: Se desea calcular el corte en la sección s-s de la viga simplemente apoyada aplicando el PTV.



PTV: $P_1.\eta_1 + Q.\eta_{21} - P_2.\eta_2 = 0$

$\theta_1=\theta_2$

$\eta_1=\theta_1.a \qquad \eta_{21}=\theta_1.x+\theta_1.(l-x)=\theta_1.l$

$\eta_2=\theta_1.b$

$$\boxed{Q=\left[P_2.b - P_1.a\right]/l}$$

Si se va a poner en evidencia el corte en s-s se debe colocar un mecanismo cinemático que no permita rotaciones ni desplazamientos horizontales y libere los desplazamientos en la dirección del corte. Esto se logra disponiendo dos bielas paralelas al eje de la viga en s-s.

El sistema se convierte en una cadena cinemática de dos chapas con un grado de libertad perdiendo así el equilibrio, para restituirlo suponemos actuando dos fuerzas Q, que si impiden el desplazamiento entre las dos chapas, será el esfuerzo de corte en la sección.