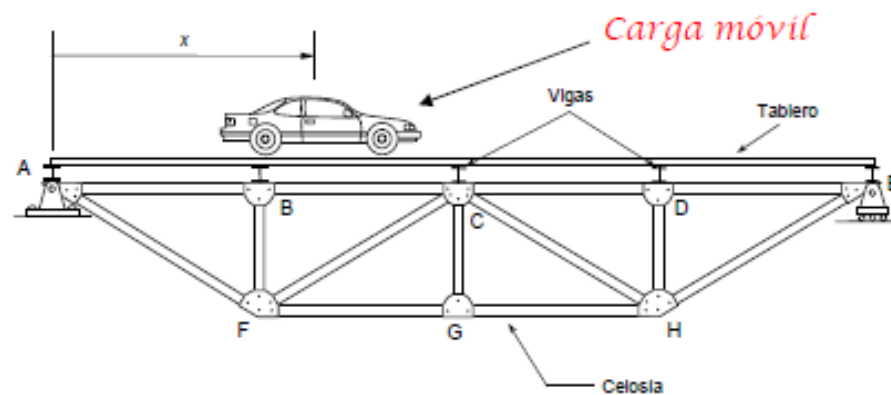


# Líneas de Influencia

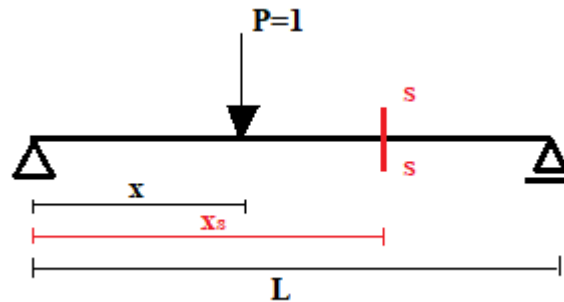
En algunos casos las cargas no son fijas sino móviles a lo largo de la estructura, como es el caso de un puente recorrido por un vehículo, o una viga carril sobre la que se desplaza un puente grúa, o la pluma de una grúa de construcción a lo largo de la cual se desplaza el carro que sustenta la carga: en estos casos varía el punto de aplicación de la carga (carga móvil), y por tanto, los esfuerzos y deformaciones que se originan en la estructura, ya que estos valores dependen de la posición que ocupa la carga.



El valor máximo de la respuesta de la estructura, se producirá para una posición particular y determinada de la carga, que por lo general será desconocida y que se deberá determinar.

Supongamos que la viga se encuentra solicitada por una carga concentrada, unitaria y móvil  $P$ , aplicada en un punto cualquiera de abscisa  $x$ .

Esta carga provocara en una sección s-s determinada por la abscisa  $x_s$  (fija) un cierto efecto que podrá ser algunos de los siguientes esfuerzos internos:  $M_s$ ,  $Q_s$ ,  $N_s$



A ese efecto lo designaremos genéricamente  $E_s$  y será función de la posición  $x$  de la carga unitaria.

$$E_s = f(x)$$

**Función de influencia**

La función de influencia representa el valor o influencia que tiene la carga unitaria y móvil  $P$  sobre la magnitud  $E$  en una sección fija s-s .

Su representación gráfica se llama **LÍNEA DE INFLUENCIA DE  $E_s$**

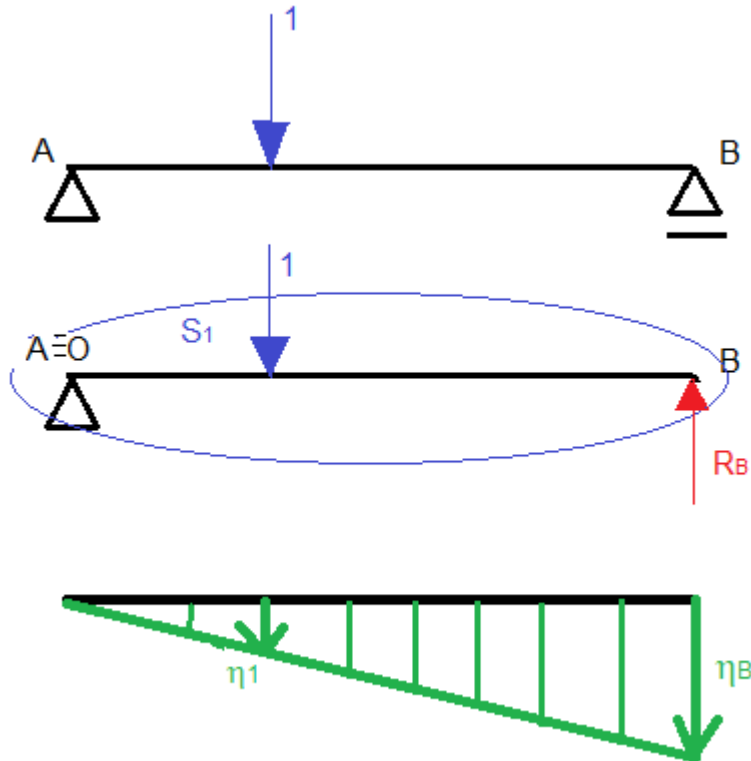
**Definición:** Línea de influencia es el diagrama cuyas ordenadas, leídas en una cierta escala, dan el valor de la magnitud  $E$  en la sección fija s-s, cuando la carga unitaria móvil  $P$  se ubica en la abscisa correspondiente a la ordenada que se lee.

## Método cinemático para el trazado de líneas de influencias

Este procedimiento aplica el principio de los Trabajos Virtuales a un desplazamiento virtual que se da a la chapa o cadena cinemática con un grado de libertad, la cual resulta luego de poner en evidencia la incógnita para la cual se desea trazar la línea de influencia.

Supongamos una viga simplemente apoyada y que se desea trazar la Línea de influencia de la reacción en B.

Pasos a seguir:



1- Dar a la estructura un grado de libertad compatible con el vínculo que se desea conocer. En este caso eliminar el apoyo en B. Se obtiene así una cadena cinemática de una chapa con un grado de libertad.

2- Para restituir el equilibrio se coloca una fuerza que será igual a la reacción incógnita.

3- Identificado el polo de la chapa, se da un giro virtual arbitrario a la chapa y se traza el diagrama de desplazamientos verticales correspondiente.

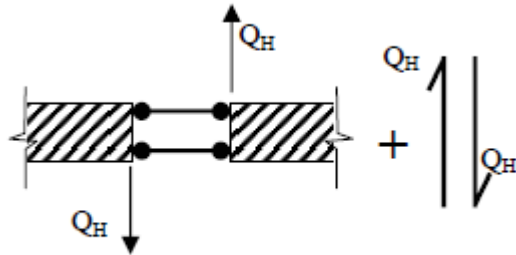
4- Se plantea el PTV.

$$1(\text{kN}) \cdot \eta_1 (\text{cm}) - R_B (\text{kN}) \cdot \eta_B (\text{cm}) = 0$$

$$R_B = \frac{1}{\eta_B(\text{cm})} \eta_1(\text{cm})$$

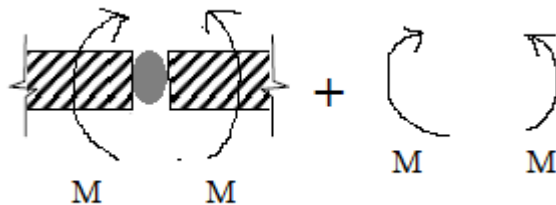
Escala de Influencia

## Mecanismos cinemáticos compatibles con los esfuerzos internos



Para determinar el esfuerzo de corte se debe permitir el desplazamiento perpendicular al eje del elemento, esto se logra usando dos bielas paralelas de longitud infinitesimal ubicadas paralelamente al eje del elemento en la sección a analizar.

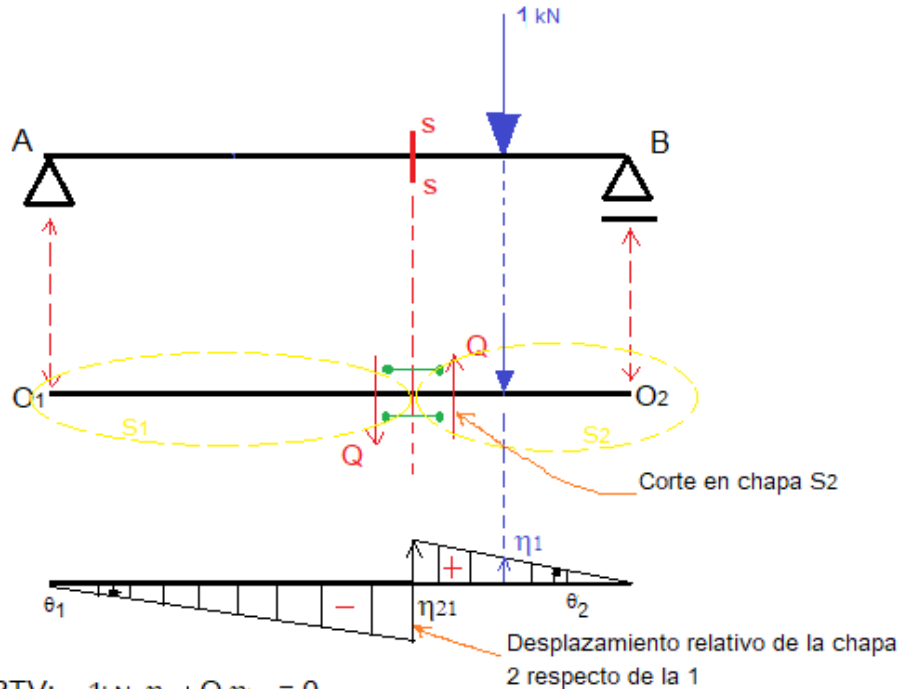
Estas bielas no permitirán rotación ni desplazamientos en la dirección de las mismas.



Para determinar el momento flector se debe permitir la rotación en la sección a analizar pero no debe desplazarse en dirección al eje del elemento o perpendicular al mismo. Esto se logra con una articulación.

# Línea de Influencia del esfuerzo de corte

Se quiere determinar el esfuerzo de corte en la sección s-s cuando una carga unitaria móvil se mueve por la viga.



$$\text{PTV: } -1\text{ kN} \cdot \eta_1 + Q \cdot \eta_{21} = 0$$

$$Q = \left[ \frac{1 \text{ kN}}{\eta_{21}(\text{cm})} \right] \cdot \eta_1(\text{cm})$$

-Se libera el grado de libertad asociado al corte, es decir el desplazamiento perpendicular al eje de la viga. Para ello se coloca un par de bielas de longitud infinitésima paralelas entre si y paralelas al eje de la barra.

-La viga se convierte así en una cadena cinemática de dos chapas con un grado de libertad y pierde el equilibrio. Para restituirlo colocamos en cada cara de la sección s-s las fuerzas Q que representan el corte en dicha sección.

-Se encuentran los polos de rotación de cada chapa y se traza el diagrama de desplazamientos verticales dándole a alguna de las chapas (en el ejemplo a la chapa S1) una rotación infinitésima arbitraria.

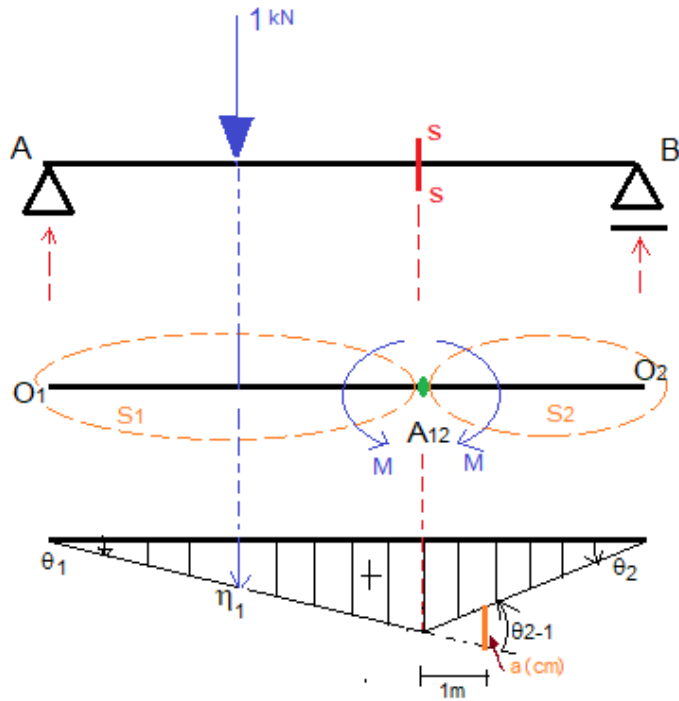
-Para plantear el PTV se define cual chapa se considera fija y cual se desplaza relativamente (en el ejemplo queda fija S1 y se mueve S2).

Como se supone que la chapa 1 no se mueve, solamente la fuerza Q de la derecha genera trabajo y será positivo porque el sentido del desplazamiento y Q coinciden para esa posición de la carga unitaria.

El signo del diagrama de Línea de Influencia se obtiene al observar el sentido de Q aplicado en la chapa que se mueve (S2), según la convención de signos de esfuerzos internos ese corte entrando por izquierda es positivo, por lo tanto la parte del diagrama de línea de Influencia correspondiente al lado donde esta aplicada la carga unitaria será positivo.

# Línea de influencia del momento flector

Se quiere determinar el momento flector en la sección s-s cuando una carga unitaria móvil se mueve por la viga.



$$\text{PTV: } 1 \text{ kN} \cdot \eta_1 - M \cdot \theta_{2-1} = 0 \implies M = \frac{1 \text{ kN}}{\theta_{2-1}} \cdot \eta_1 \text{ (cm)}$$

$$\theta_{2-1} \propto \frac{a \text{ (cm)}}{1 \text{ (m)}} \quad M = \frac{1 \text{ kNm}}{a \text{ (cm)}} \cdot \eta_1 \text{ (cm)}$$

-Se libera el grado de libertad asociado al momento, es decir la rotación en la sección s-s. Para ello se coloca una articulación en dicha sección.

-La viga se convierte así en una cadena cinemática de dos chapas con un grado de libertad y pierde el equilibrio. Para restituirlo colocamos en cada cara de la sección s-s los pares M que representan el momento flector en dicha sección.

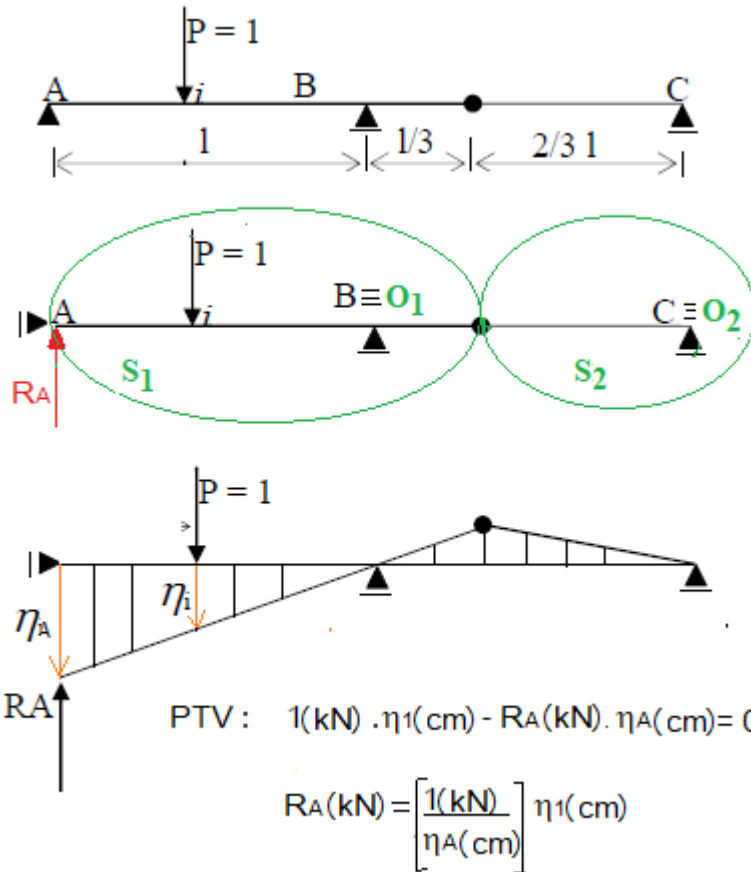
-Se encuentran los polos de rotación de cada chapa y se traza el diagrama de desplazamientos verticales dándole a alguna de las chapas (en el ejemplo a la chapa S1) una rotación infinitésima arbitraria.

-Para plantear el PTV se define cual chapa se considera fija y cual se desplaza relativamente (en el ejemplo queda fija S1 y se mueve S2).

Como se supone que la chapa 1 no se mueve, solamente el momento aplicado en la chapa de la derecha genera trabajo y será negativo porque el sentido de la rotación relativa es antihoraria y M es horario para esa posición de la carga unitaria.

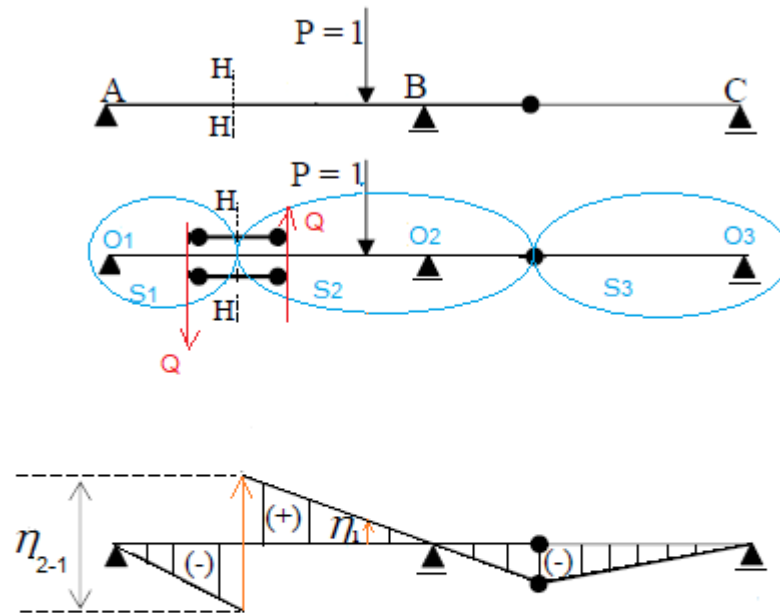
El signo del diagrama de Línea de Influencia se obtiene al observar el sentido de M aplicado en la chapa que se mueve (S2), según la convención de signos de esfuerzos internos ese momento entrando por izquierda es positivo, por lo tanto el diagrama de línea de Influencia será positivo.

# Trazado de línea de influencia de la reacción en viga Gerber





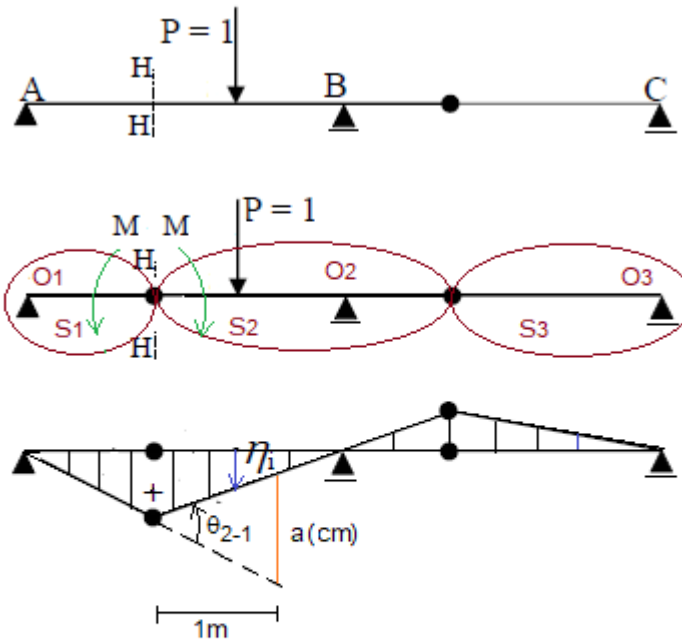
# Trazado de línea de influencia del esfuerzo de corte en la sección H-H de una viga Gerber



$$PTV : -1(\text{kN}) \cdot \eta_1(\text{cm}) + Q (\text{kN}) \cdot \eta_{2-1}(\text{cm}) = 0$$

$$Q (\text{kN}) = \left[ \frac{1(\text{kN})}{\eta_{2-1}(\text{cm})} \right] \eta_1(\text{cm})$$

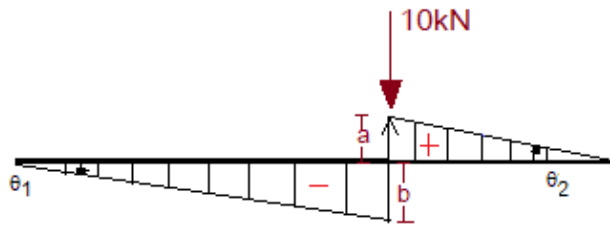
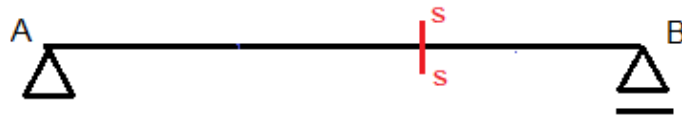
# Trazado de línea de influencia del momento flector en la sección H-H de una viga Gerber



$$\text{PTV: } 1(\text{kN}) \cdot \eta_1(\text{cm}) - M(\text{kNm}) \cdot \theta_{2-1} = 0$$

$$M(\text{kNm}) = \left[ \frac{1(\text{kN})1(\text{m})}{a(\text{cm})} \right] \eta_1(\text{cm})$$

# Esfuerzos de corte máximos y mínimos para una viga simplemente apoyada.



$$Q = \underbrace{\left[ \frac{1 \text{ kN}}{\eta_{21}(\text{cm})} \right]}_{\text{Esc. Inf.}} \cdot \eta_1 (\text{cm})$$

$$Q_{\max} = \text{Esc. Inf.} \times 10 \times a (\text{cm})$$

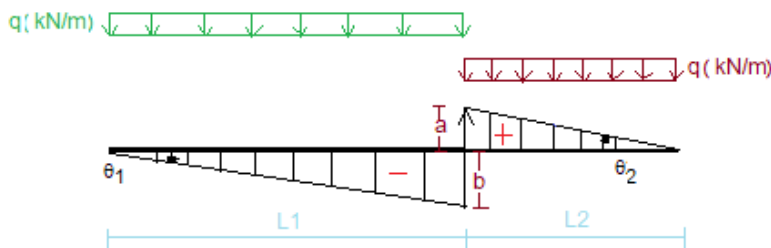
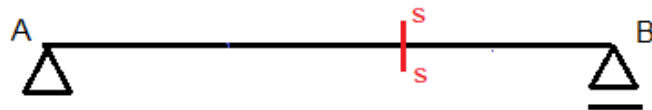
$$Q_{\min} = \text{Esc. Inf.} \times 10 \times (-b)(\text{cm})$$

## Como determinar el corte máximo positivo o negativo para una carga puntual

Para obtener el corte máximo positivo  $Q_{\max}$  se debe ubicar la carga puntual en correspondencia con la mayor ordenada positiva del diagrama de LI, es decir, infinitésimamente a la derecha de s-s.

Para obtener el corte máximo negativo  $Q_{\min}$  se debe ubicar la carga puntual en correspondencia con la mayor ordenada negativa del diagrama de LI, es decir, infinitésimamente a la izquierda de s-s.

## Como determinar el corte máximo positivo o negativo para una carga distribuida uniforme



$$Q = \underbrace{\left[ \frac{1 \text{ kN}}{\eta_{21}(\text{cm})} \right]}_{\text{Esc. Inf.}} \cdot \eta_1 (\text{cm})$$

$$A1 = L1(\text{m}) \times b(\text{cm}) / 2$$

$$A2 = -L2(\text{m}) \times a(\text{cm}) / 2$$

$$Q_{\max} = \text{Esc. Inf.} \times q(1/\text{m}) \times A1(\text{m.cm})$$

$$Q_{\min} = \text{Esc. Inf.} \times q(1/\text{m}) \times A2(\text{m.cm})$$

Para obtener el corte máximo positivo  $Q_{\max}$  se debe ubicar la carga distribuida en correspondencia con el área (+) del diagrama de LI, es decir, infinitésimamente a la derecha de s-s hasta B.

Para obtener el corte máximo negativo  $Q_{\min}$  se debe ubicar la carga distribuida en correspondencia con el área (-) del diagrama de LI, es decir, infinitésimamente a la izquierda de s-s hasta A.