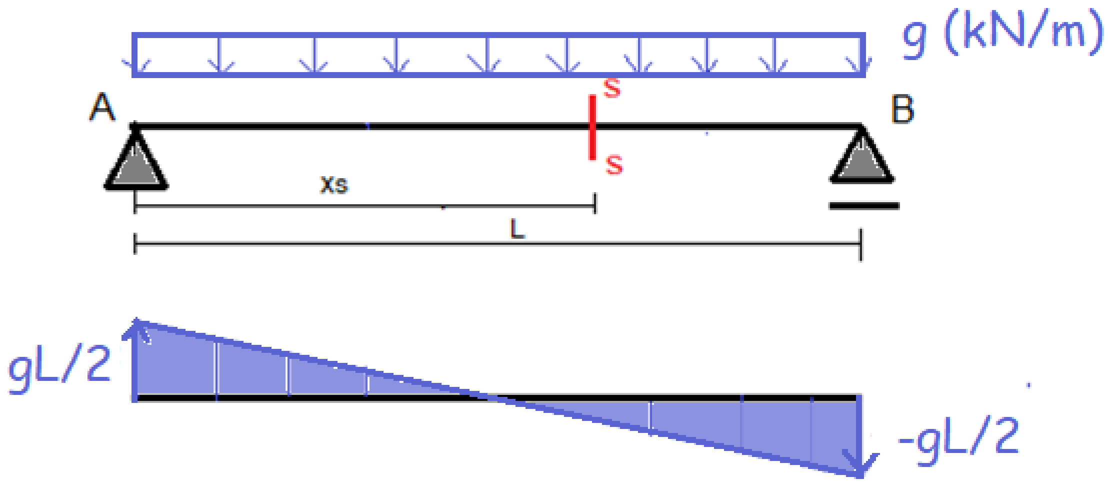
DIAGRAMAS ENVOLVENTES

DEFINICIÓN

- Se llama **Envolvente** al diagrama de todos los máximos y mínimos posibles de un determinado esfuerzo interno que se pueden presentar en una estructura.
- Estos diagramas permiten dimensionar todas las secciones de la estructura para las solicitaciones más peligrosas que puedan presentarse en ellas.
- Para poder trazarlos es necesario diferenciar entre cargas *permanentes* y *accidentales*.
- ***Cargas permanentes****:* son cargas concentradas o distribuidas cuya posición e intensidad permanecen invariables en el tiempo.
- ***Cargas accidentales****:* cargas concentradas o distribuidas que pueden o no actuar, variando su posición pero manteniendo constante su intensidad.

VIGA SIMPLEMENTE APOYADA. ENVOLVENTE DE CORTE.

- **Diagrama envolvente para peso propio**

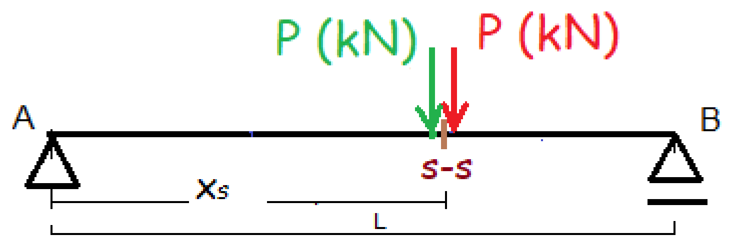


$$Q_{xs} = R_A - g.\ x_s = g.L/2 - g.\ x_s$$

A partir de este estado de carga se analizan los posibles estados de cargas más desfavorables a los que estará sometida la viga.

Carga concentrada P(kN)

A partir de la línea de influencia se carga con **P** infinitésimamente a la derecha de s-s para obtener en corte máximo, y **P** infinitésimamente a la izquierda de s-s para el corte máximo negativo. Se considera la posición de la sección s-s variable desde 0 hasta L.

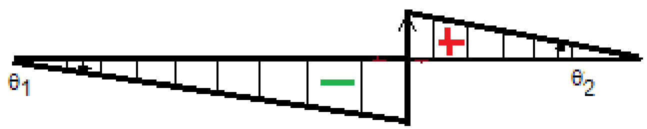


$$\sum M_B = 0 \quad R_A.L - P.(L-x_s)=0$$

$$\boxed{R_A=\frac{P(L-x_s)}{L}}$$

$$\sum M_A = 0 \quad -R_B.L + P.x_s=0$$

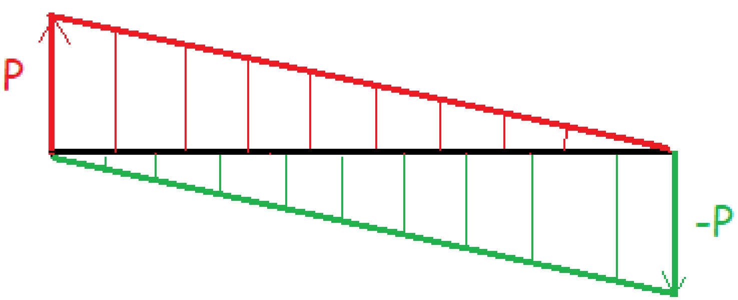
$$\boxed{R_B=\frac{P.x_s}{L}}$$



$$\boldsymbol{Q}_{\mathbf{max(+)}} = R_A=\frac{\boldsymbol{P(L-x_s)}}{\boldsymbol{L}}$$

$x_s=0$ $\quad Q_{max(+)} = \mathbf{P}$

$x_s=L$ $\quad Q_{max(+)} = \mathbf{0}$



$$\boldsymbol{Q}_{\mathbf{max(-)}} = -R_B=-\frac{\boldsymbol{P.x_s}}{\boldsymbol{L}}$$

$x_s=0$ $\quad Q_{max(-)} = \mathbf{0}$

$x_s=L$ $\quad Q_{max(-)} = \mathbf{-P}$

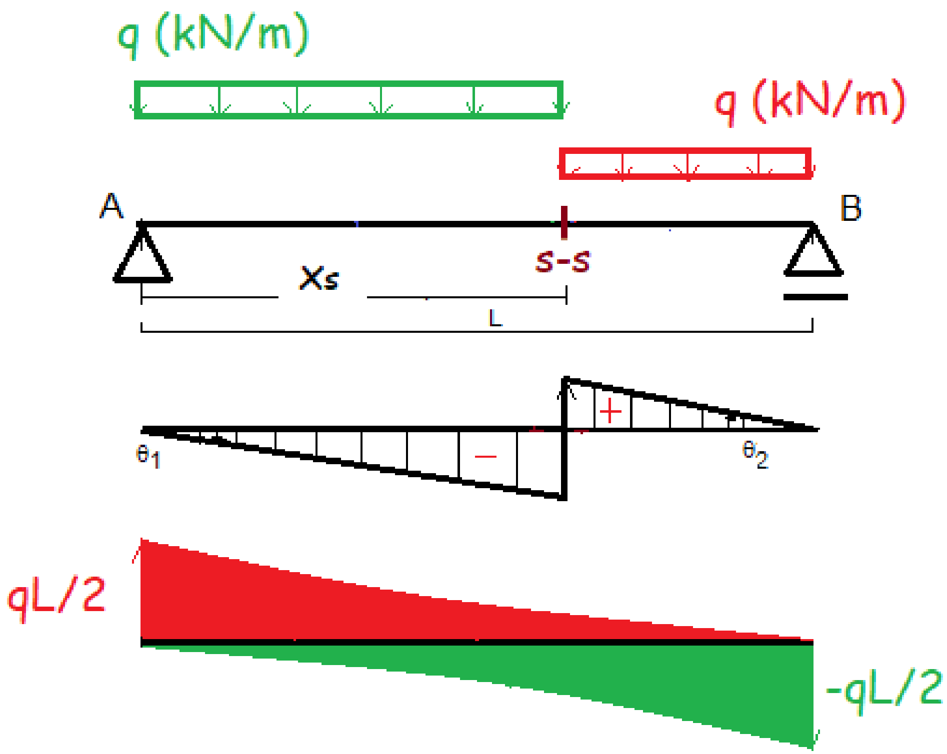
Carga distribuida uniformemente q(kN/m)

$\sum M_B = 0 \quad R_A.L - q.\,(L-x_s)^2 / 2=0$

$$\boxed{R_A = \frac{q(L-x_s)^2}{2L}}$$

$\sum M_A = 0 \quad -R_B.L + q.\,x^2{}_s / 2=0$

$$\boxed{R_B = \frac{q.x^2{}_s}{2L}}$$



$$Q_{max(+)} = R_A = \frac{q(L-x_s)^2}{2L}$$

$x_s = 0 \quad Q_{max(+)} = qL/2$

$x_s = L \quad Q_{max(+)} = 0$

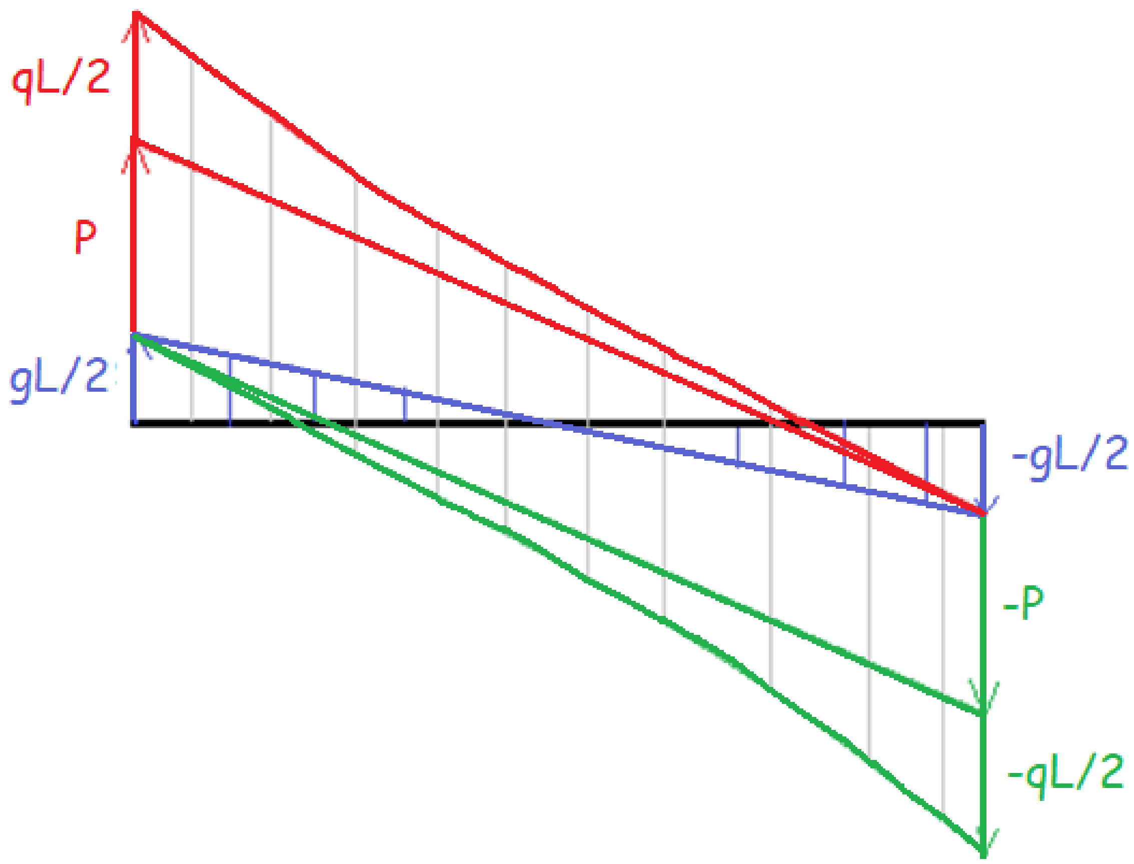
$$Q_{max(-)} = -R_B = \frac{q.x^2{}_s}{2L}$$

$x_s = 0 \quad Q_{max(-)} = 0$

$x_s = L \quad Q_{max(-)} = -qL/2$

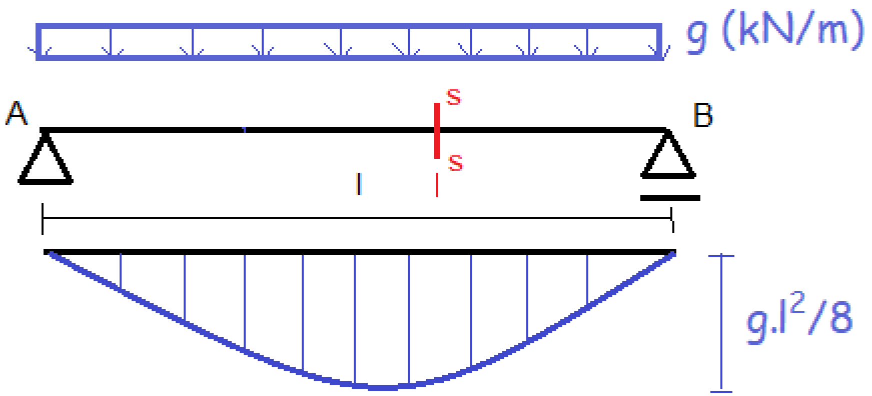
Diagrama Envolvente de corte para (g+P+q)

$$Q_{\max(+)} = \mathrm{g.L}/2 - \mathrm{g}.\,x_s + \frac{P(L-x_s)}{L} + \frac{q(L-x_s)^2}{2L}$$



$$Q_{\max(-)} = \mathrm{g.L}/2 - \mathrm{g}.\,x_s - \frac{P.\,x_s}{L} - \frac{q.\,x^2{}_s}{2L}$$

Viga simplemente apoyada. Envolvente de Momento flector.



- **Envolvente para peso propio**

$$M_{xs} = R_A .\ x_s - g.\ x^2{}_s/2 = g.L/2.\ x_s - g.\ x^2{}_s\ /2$$

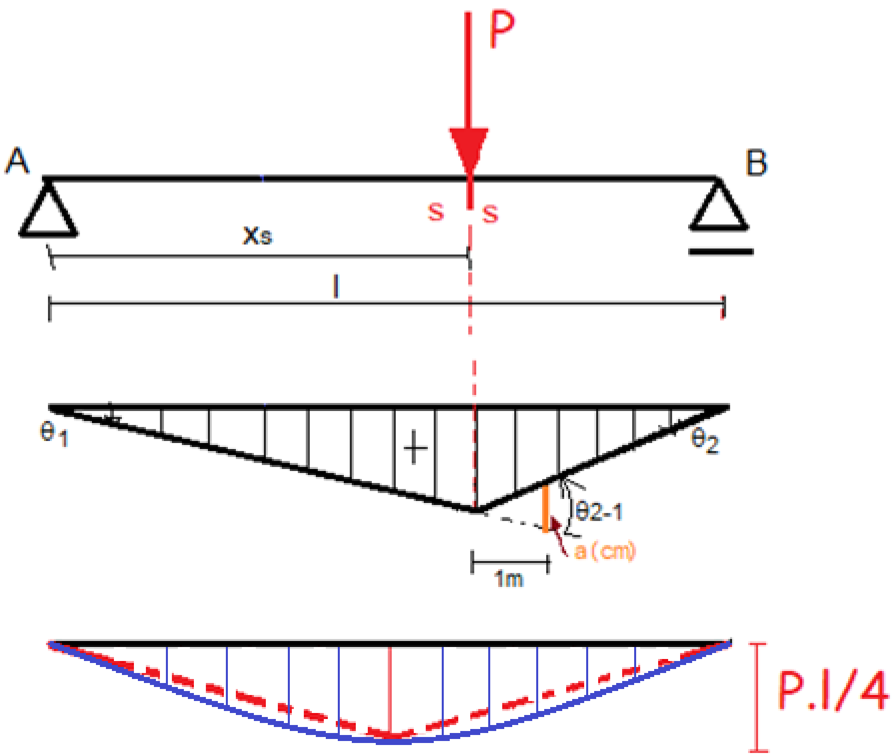
A partir de este estado de carga se analizan los posibles estados de cargas más desfavorables a los que estará sometida la viga.

Carga concentrada P(kN)

A partir de la línea de influencia se carga con **P** en la sección s-s para obtener en momento flector máximo, en este caso la línea de influencia no cambia de signo por lo que solo habrá máximo (+). Se considera la posición de la sección s-s variable desde 0 hasta L.

$$\sum M_B = 0 \quad R_A.\mathrm{L} - \mathrm{P}.\ (\mathrm{L}-x_s)=0$$

$$\boxed{R_A=\frac{P(L-x_s)}{L}}$$



$$M_{\max(+)s-s} = R_A.\ x_s = \frac{P(L-x_s)}{L}.\ x_s$$

$x_s = 0 \quad M_{\max(+)s\text{-}s} = \mathbf{0}$

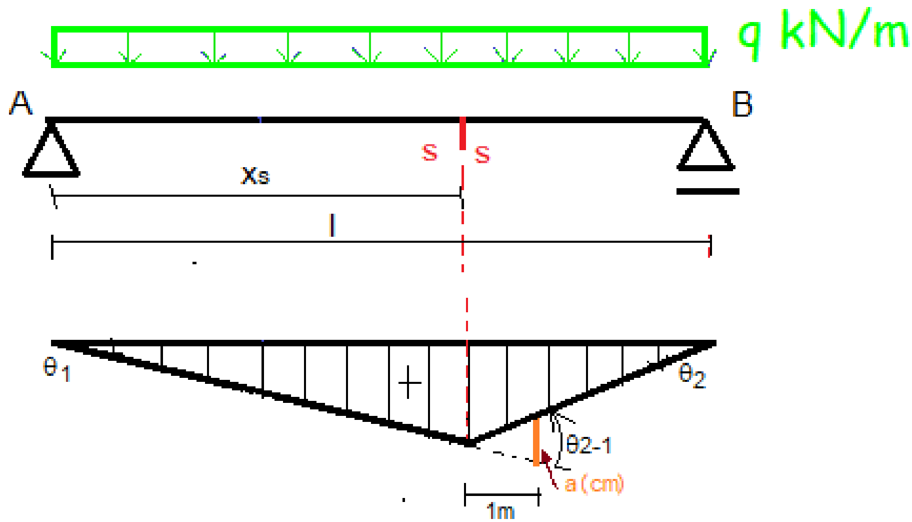
$x_s = L/2 \quad M_{\max(+)s\text{-}s} = \mathbf{P.L/4}$

$x_s = L \quad M_{\max(+)s\text{-}s} = \mathbf{0}$

Carga distribuida uniformemente q(kN/m)

$$\sum M_B = 0 \quad R_A.L - q.\ L^2 / 2=0$$

$$\boxed{R_A=\frac{qL}{2}}$$



$$M_{\max(+)s-s} = R_A.x_s - q.\ x^2{}_s/2$$

$x_s = 0$ $\quad M_{\max(+)s-s}$ = **0**

$x_s = L/2$ $\quad M_{\max(+)s-s}$ = **$q.L^2 / 8$**

$x_s = L$ $\quad M_{\max(+)s-s}$ = **0**

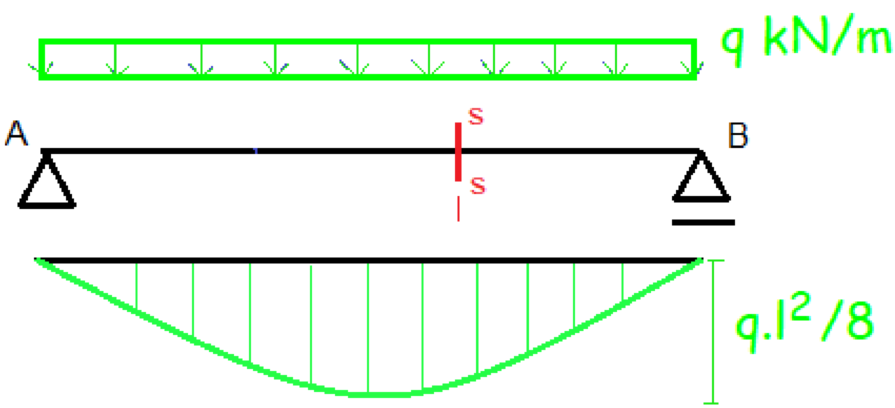
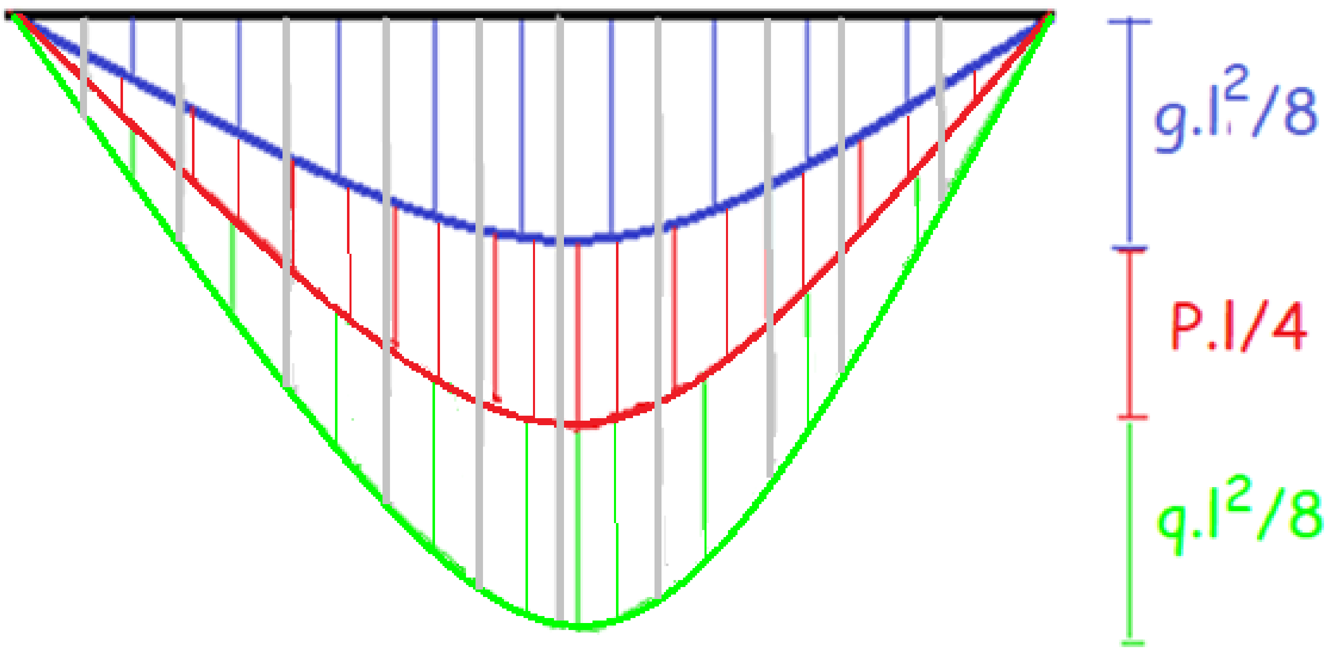


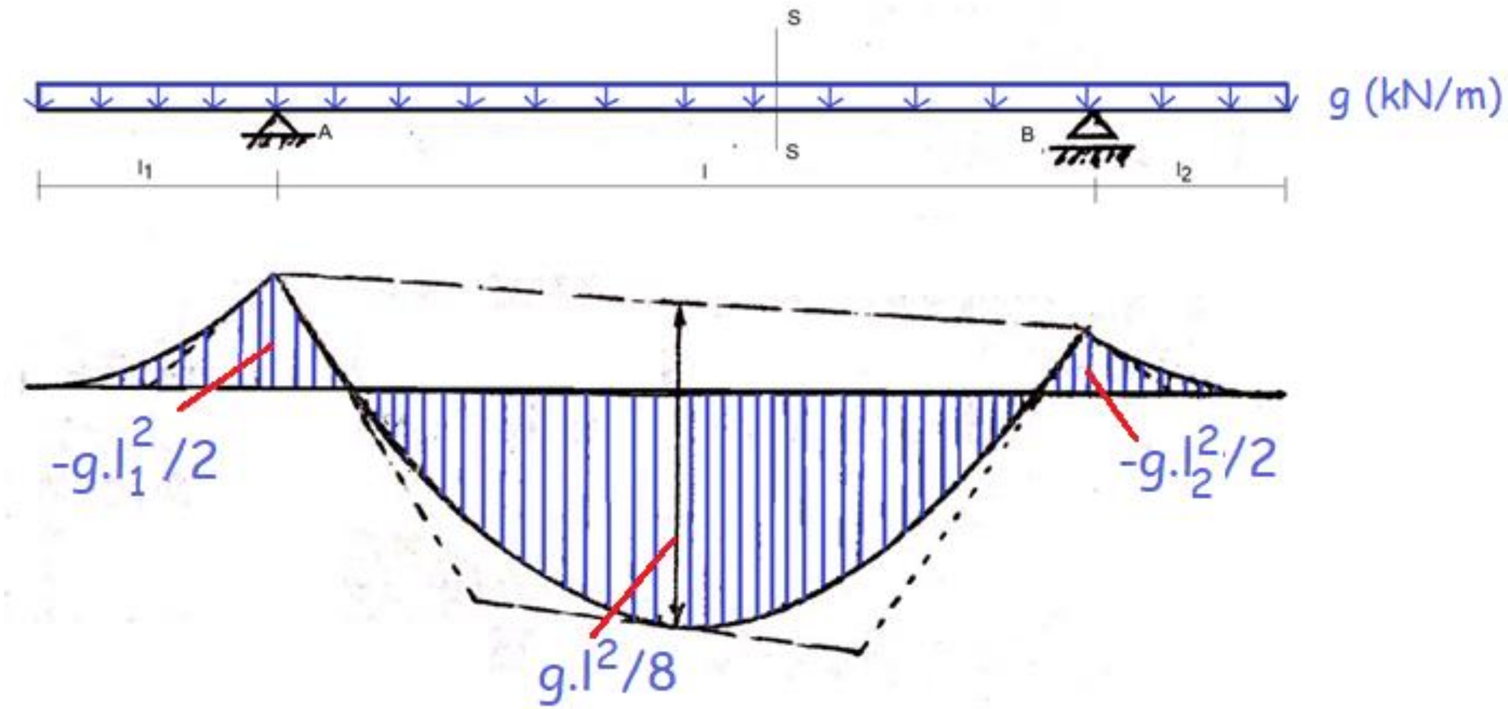
Diagrama Envolvente de momento flector para (g+P+q)



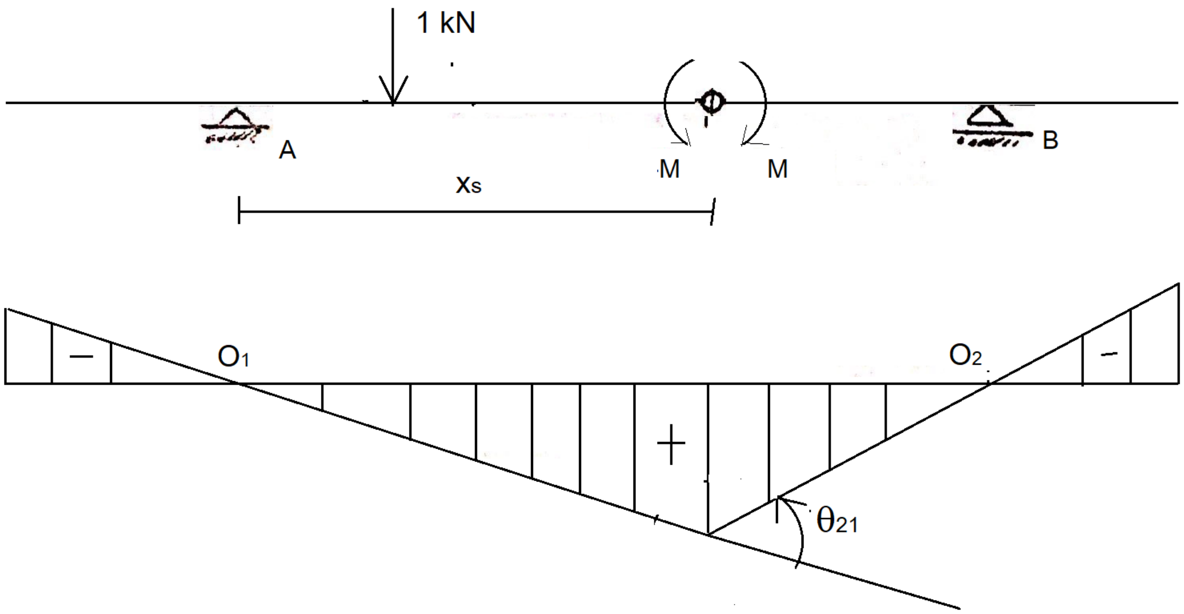
$$M_{max} = g.L/2.\ x_s - g.\ x^2{}_s\ /2 + q.L/2.x_s - q.\ x^2{}_s/2 + \frac{P(L-x_s)}{L}.\ x_s$$

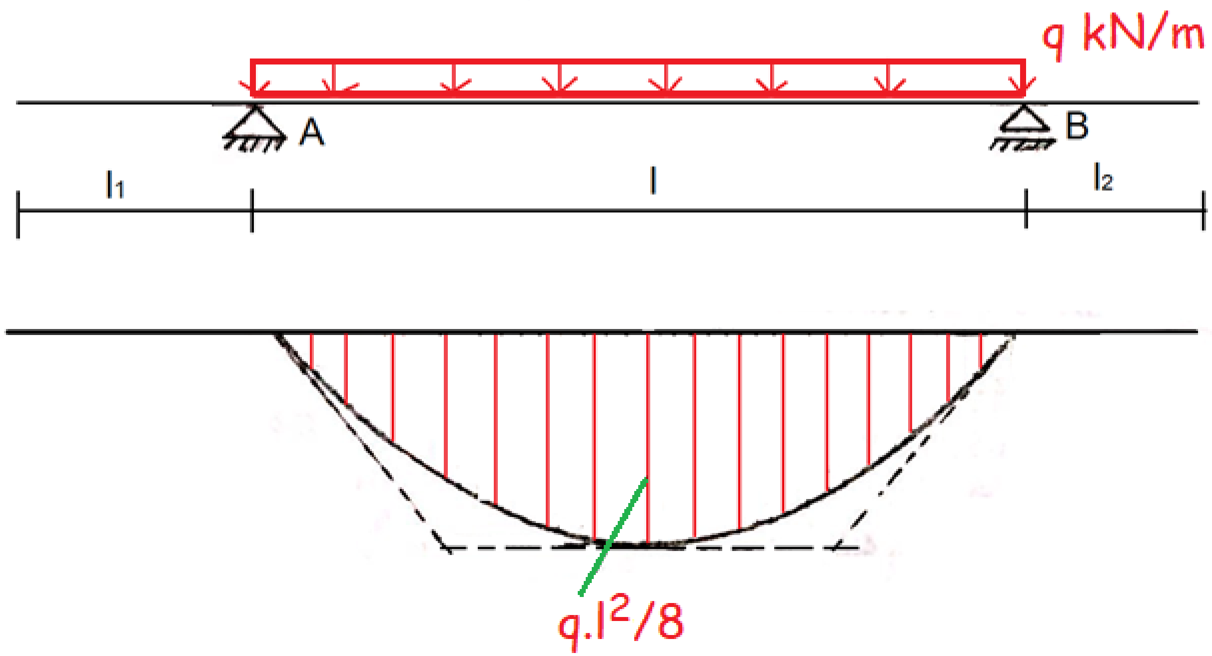
Viga simplemente apoyada con voladizo. Envolvente de Momento flector.

- **Envolvente para peso propio**



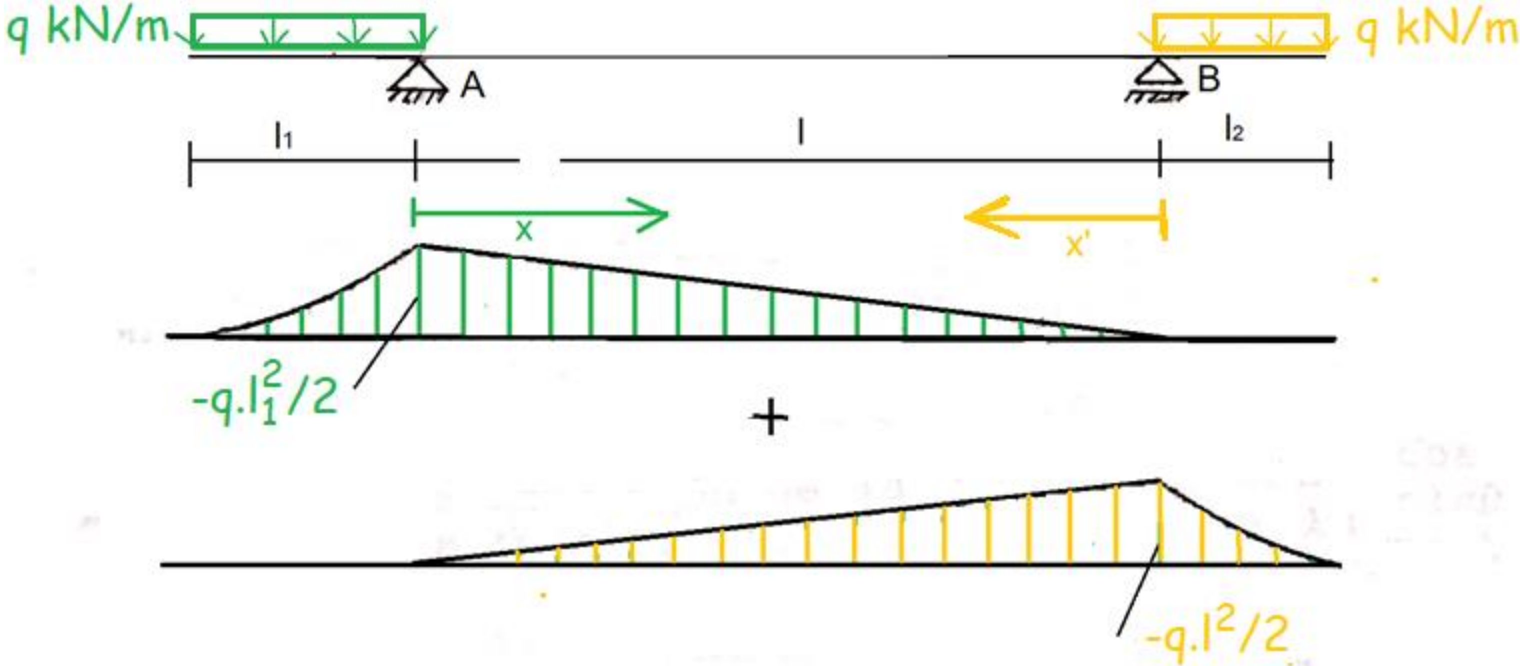
A partir de la línea de influencia se carga con **q** en los tramos donde la línea de influencia es positiva para obtener el momento flector máximo (+) y en las partes negativas para obtener el momento flector máximo (-) Se considera la posición de la sección s-s variable.





$$\sum M_B = 0 \qquad V_A.l - q.\frac{l^2}{2} = 0 \qquad V_A = q.\frac{l}{2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{M_{\max(+)} = q.\frac{l}{2}.\frac{l}{2} - q.\frac{l}{2}.\frac{l}{4} = q.\frac{l^2}{8}}}$$

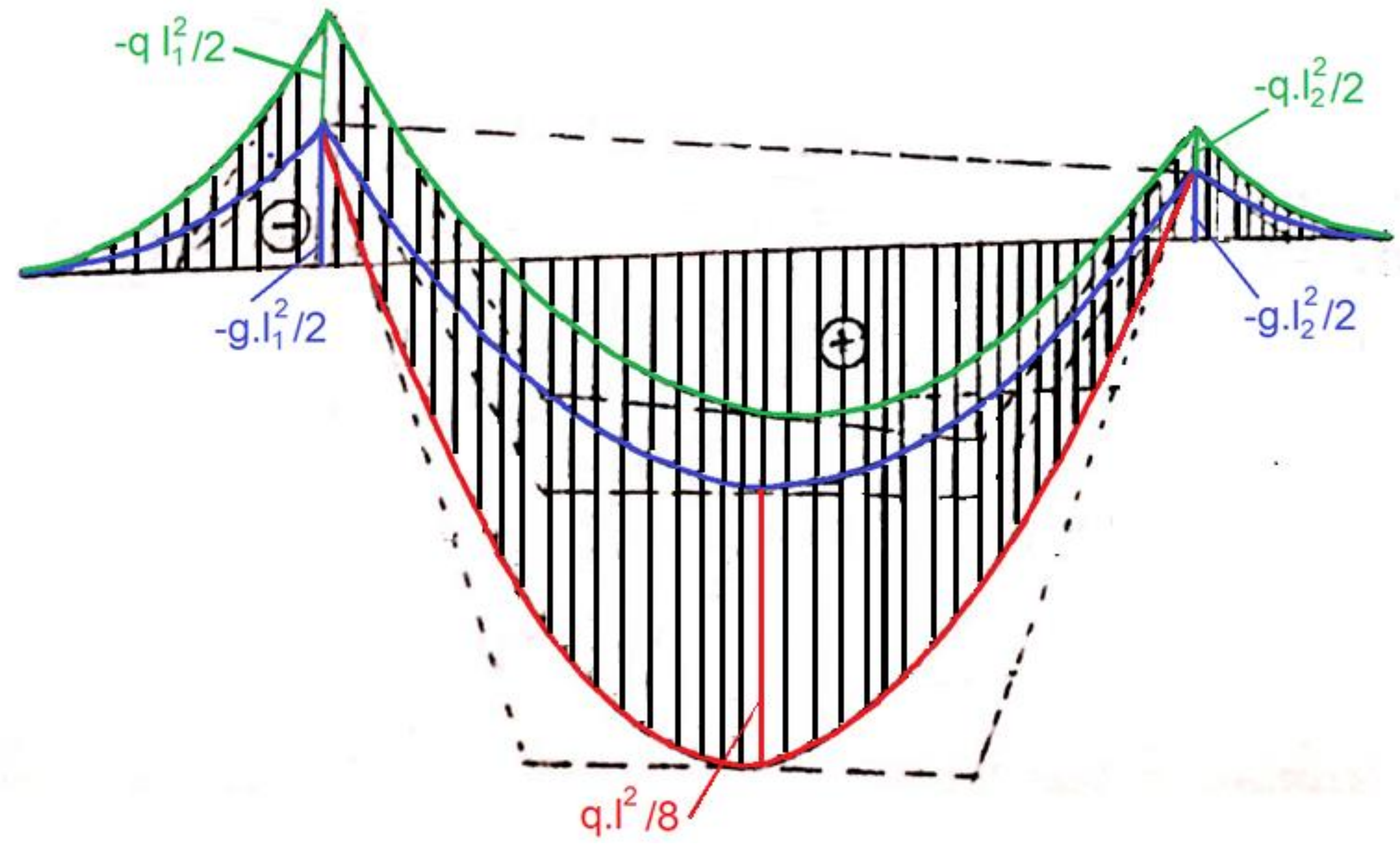


$$\sum M_B = 0 \quad V_A.l - q.l_1.\left(\frac{l_1}{2} + l\right) = 0 \quad V_A = q.\frac{l_1}{l}.\left(\frac{l_1}{2} + l\right)$$

$$\boxed{M_{max(-)} = -q.l_1.\left(\frac{l_1}{2} + x_s\right) + q.\frac{l_1}{l}.\left(\frac{l_1}{2} + l\right).x_s}$$

$$\sum M_A = 0 \quad -V_B.l + q.l_2.\left(\frac{l_2}{2} + l\right) = 0 \quad V_B = q.\frac{l_2}{l}\left(\frac{l_2}{2} + l\right)$$

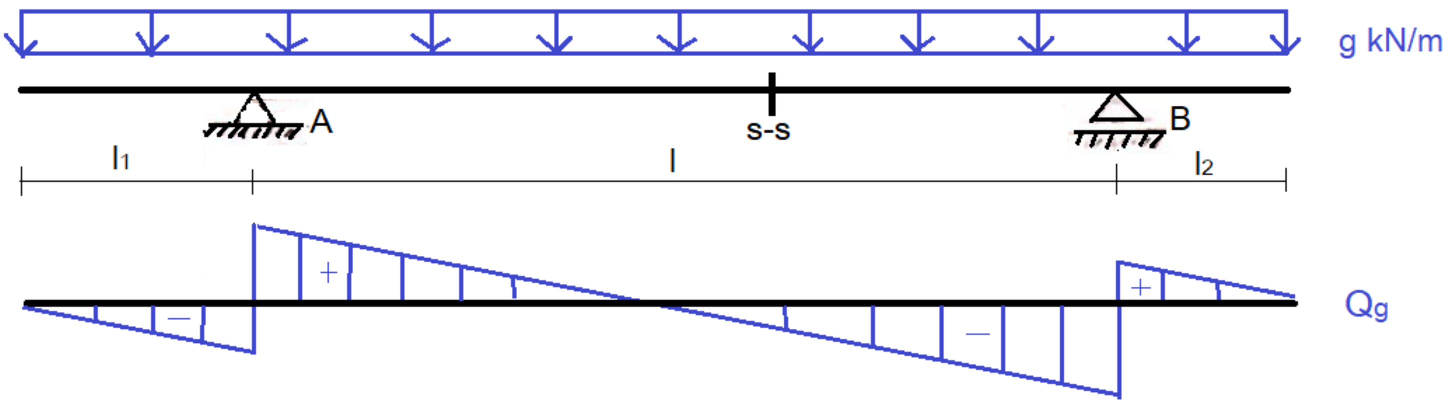
$$\boxed{M_{\max(-)} = q.\frac{l_2}{l}\left(\frac{l_2}{2} + l\right)(x') - q.l_2.\left(\frac{l_2}{2} + x'\right)}$$



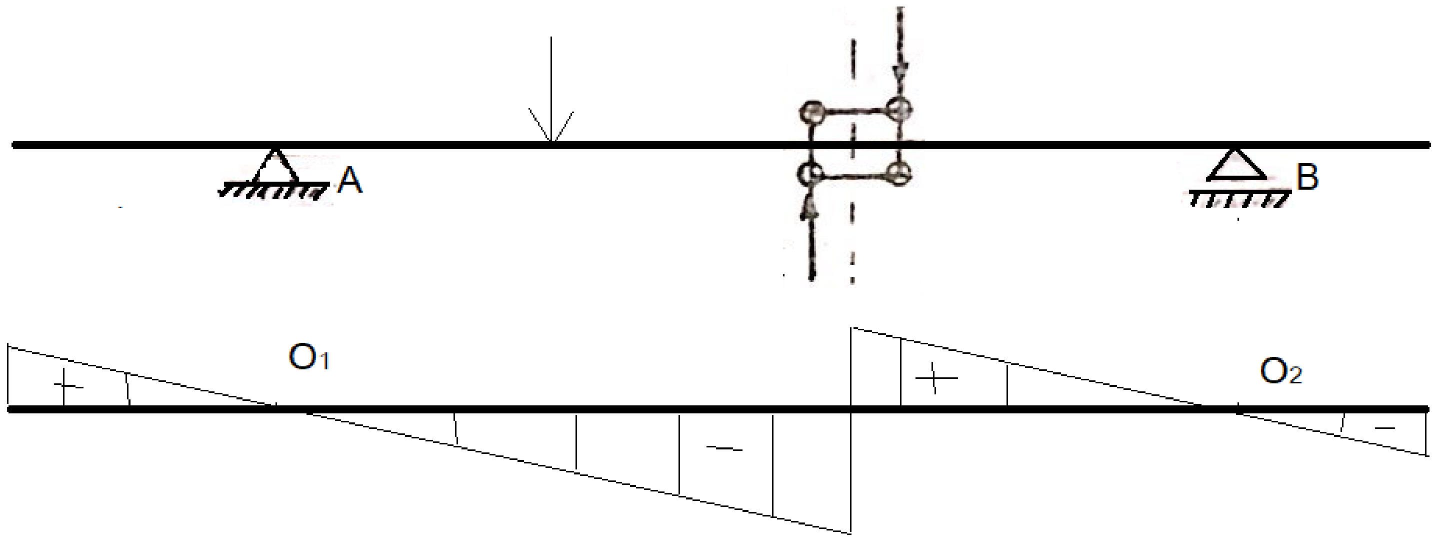
$-q\ l_1^2/2$
$-q.l_2^2/2$
$-g.l_1^2/2$
$-g.l_2^2/2$
$q.l^2/8$

Viga simplemente apoyada con voladizo. Envolvente de Corte.

- Lo primero que se debe trazar es el diagrama envolvente para carga permanente g, es decir peso propio de la estructura. Como esta carga no varia su posición, el diagrama envolvente coincide con el diagrama de esfuerzos internos.

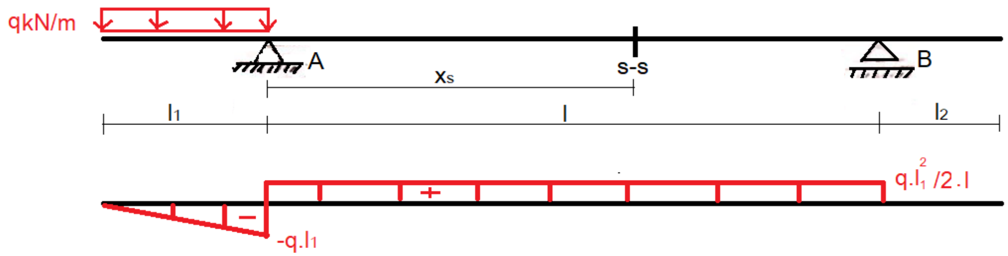


Observando el diagrama de Líneas de Influencia del corte para una sección s-s se determina que zonas de la viga cargar para obtener los máximos cortes positivos y negativos.

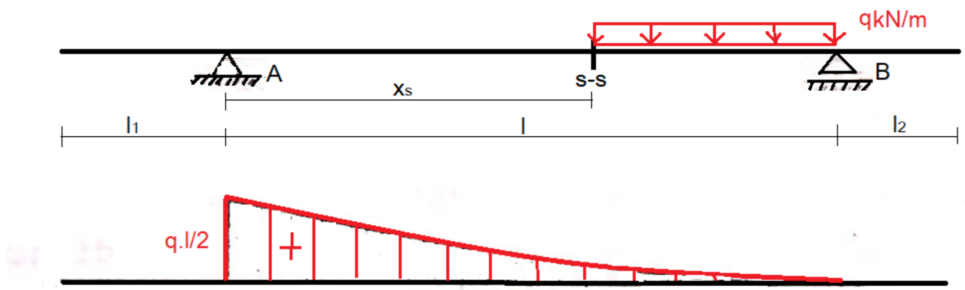


Estados de carga para corte máximo (+)

1)



2)



1) $\Sigma M_A = 0 \quad q\dfrac{l_1^2}{2} - V_B \cdot l = 0 \qquad V_B = q\dfrac{l_1^2}{2l}$

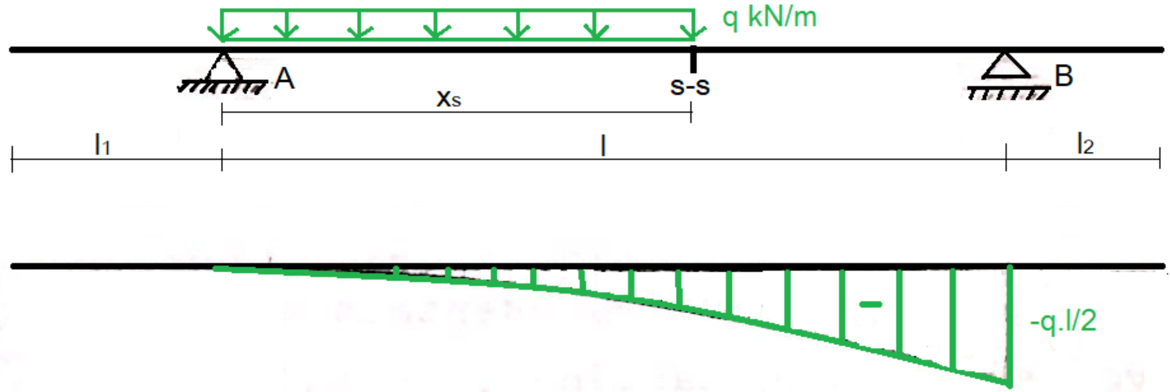
$$Q_{s-s}^{(+)} = V_B = q\frac{l_1^2}{2l}$$

2) $\Sigma M_B = 0 \quad V_A \cdot l - q\dfrac{(l-x_s)^2}{2} = 0 \qquad V_A = q\dfrac{(l-x_s)^2}{2l}$

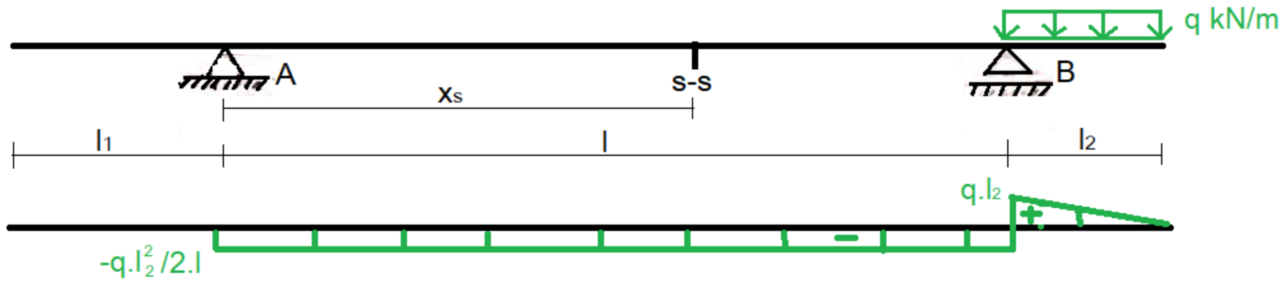
$$Q_{s-s}^{(+)} = V_A = q\frac{(l-x_s)^2}{2l}$$

1) + 2) $\boxed{Q_{s-s}^{(+)} = q\dfrac{(l-x_s)^2}{2l} + q\dfrac{l_1^2}{2l}}$

1)



2)



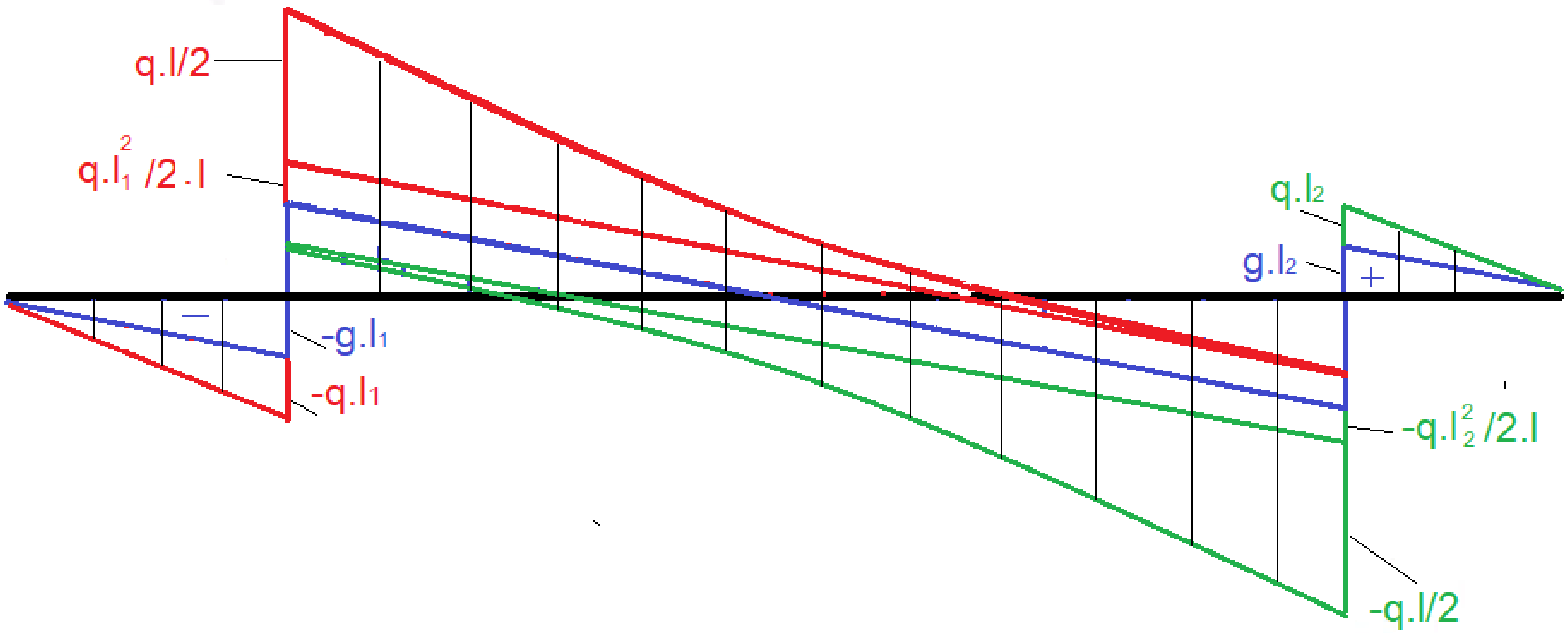
1) $\Sigma M_A = 0 \qquad q \cdot \frac{x_s^2}{2} - V_B \cdot l = 0 \qquad V_B = q\frac{x_s^2}{2l}$

$$\boxed{Q^{(-)}_{s-s} = -V_B = -q\frac{x_s^2}{2l}}$$

2) $\Sigma M_B = 0 \qquad -V_A \cdot l + q\frac{l_2^2}{2} = 0 \qquad V_A = q\frac{l_2^2}{2l}$

$$\boxed{Q^{(-)}_{s-s} = -V_A = -q\frac{l_2^2}{2l}}$$

1)+2) $$\boxed{Q^{(-)}_{s-s} = -q\frac{x_s^2}{2l} - q\frac{l_2^2}{2l}}$$



$Q_{\min\, Aizq.}$= -g.l_1-q.l_1 Voladizo izquierda

$Q_{\max\, Bder.}$= g.l_2 + q.l_2 Voladizo derecha

$$Q_{\max(s-s)} = V_{Ag} - g.l_1 - g.x_s + q.\frac{l_1^2}{2l} + q.\frac{(l-x_s)^2}{2l}$$

$$Q_{\min(s-s)} = V_{Ag} - g.l_1 - g.x_s - q.\frac{x_s^2}{2l} - q.\frac{l_2^2}{2l}$$

Válidas entre apoyos