

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 1 de 16 hojas

UNIDAD 3: MOVIMIENTO DEL AGUA SUBTERRÁNEA

1 Parámetros Hidráulicos

Los parámetros hidráulicos del acuífero determinan cómo se moverá el agua dentro de ese sistema.

1.1 Tipos de Porosidad

1.1.1 Porosidad total (p):

$$p = \text{Volumen Huecos} / \text{Volumen total} = V_h / V$$

Es la relación entre el volumen total de huecos (V_h) que contiene el volumen de suelo (V) o roca. Puede expresarse en % o en tanto por 1 (es adimensional).

1.1.2 Porosidad eficaz (p_e):

Es la relación entre el volumen de agua contenida en los poros que están interconectados y puede moverse por gravedad (V_g) y el volumen de suelo (V).

$$p_e = \text{Volumen agua que se mueve por gravedad} / \text{Volumen total} = V_g / V$$

Coefficiente de retención específica (r_e): es el volumen de agua que queda en la muestra de suelo después de drenar por gravedad (V_r).

1.1.3 Coeficiente de Retención específica

Coefficiente de retención específica (r_e): es el volumen de agua que queda en la muestra de suelo después de drenar el agua por gravedad (V_r).

$$r_e = \text{Vol. agua que permanece después de drenar por gravedad} / \text{Volumen total} = V_r / V$$

En el caso de la porosidad intergranular, la porosidad total no depende del tamaño de grano. La porosidad total es igual a la suma de la porosidad eficaz más el coeficiente de retención específico. En cambio la porosidad eficaz sí se ve muy afectada por el tamaño de grano: si es más fino, la retención específica aumenta, como se observa en la Fig. 1.1. En los materiales con intersticios grandes (por ejemplo, gravas gruesas) la porosidad eficaz tiene un valor cercano a la porosidad total. En cambio, en materiales finamente divididos como arenas muy finas o arcillas, la porosidad eficaz puede ser muy pequeña. Las arcillas o limos pueden tener una porosidad total grande, porque la retención específica es tan grande, que puede alcanzar el valor total de la porosidad ($p_e \approx 0$), por ello los terrenos formados por estos materiales, aun estando saturados no son utilizables en el aprovechamiento de aguas subterráneas.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 2 de 16 hojas

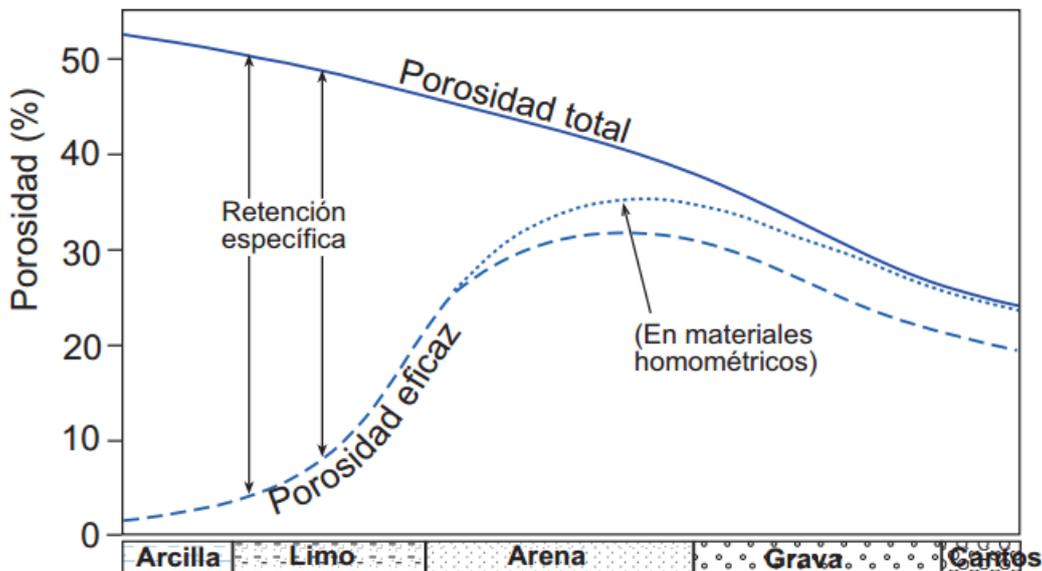


Figura 1.1: Relación entre las distintas porosidades

1.1.4 Porosidad por fisuración

No sólo están los poros del material detrítico, como las arenas. Las rocas compactas también pueden contener agua en su interior en sus fisuras (Fig. 1.2). Las fisuras son fracturas producidas por esfuerzos tectónicos, pero pueden deberse a otras causas: enfriamiento (rocas volcánicas), planos de descompresión o discontinuidades sedimentarias, etc. Tras su formación, estas fisuras pueden ser ocluidas por los minerales arcillosos resultantes de la alteración, o por el contrario la disolución hace aumentar la abertura, a veces hasta formar amplios conductos (especialmente calizas).

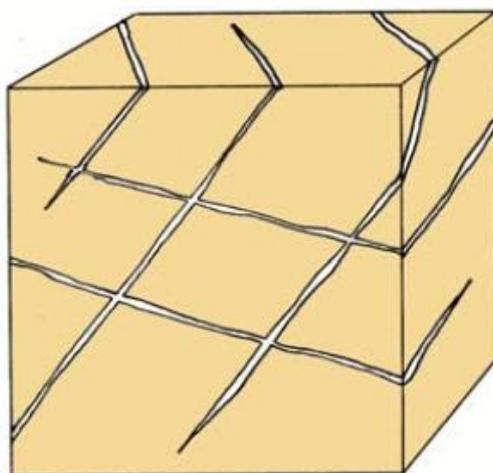


Figura 1.2: Porosidad por fisuración o secundaria

La porosidad por fisuración también llamada porosidad secundaria. Como se explicó en la Unidad 2, la porosidad primaria es la que resulta al originarse la formación geológica. Porosidad secundaria será cualquier abertura que se produce posteriormente del origen de la formación geológica.

Los poros de unas arenas son porosidad primaria. Las fracturas que se producen en

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 3 de 16 hojas

una roca compacta debido a esfuerzos tectónicos son porosidad secundaria. En ocasiones se presentan los dos tipos en la misma formación geológica (porosidad dual): una arenisca presenta porosidad primaria entre los granos y porosidad secundaria a través de las fracturas u otros planos de discontinuidad de la roca.

La porosidad por fracturación está determinada por la historia tectónica de la zona y por la litología, es decir, cómo la roca ha respondido a los esfuerzos. En este tipo de porosidad es determinante la posibilidad de procesos de disolución, o por el contrario, por colmatación de minerales arcillosos o precipitación de otros minerales.

1.2 Permeabilidad o Conductividad Hidráulica

La Permeabilidad es la facilidad con que una formación geológica puede ser atravesada por un fluido. La permeabilidad o conductividad Hidráulica (K) es la constante de proporcionalidad lineal entre el caudal y el gradiente hidráulico por la sección dada en la Ley de Darcy. En 1856 el Ingeniero Henry Darcy descubrió la ley que regula el movimiento de las aguas subterráneas, ensayó con columnas de arena y observó el flujo de agua a través de las mismas.

$$Q = K \cdot A \cdot \text{gradiente hidráulico} = K \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l}$$

Donde:

K es el coeficiente de permeabilidad en (L/T)

$\Delta h/\Delta l$: gradiente hidráulico en (L/L)

A: área perpendicular al flujo (L²)

Q: caudal (L³/T)

Podemos expresar la ecuación anterior de la siguiente manera, también llamada velocidad de Darcy.

$$Q/A = q = K \cdot \text{gradiente hidráulico} = K \cdot \frac{\Delta h}{\Delta l} = \text{velocidad de Darcy}$$

La velocidad “q” es una velocidad aparente, ya que es el cociente entre el caudal y la sección transversal. El gradiente hidráulico i es la pérdida de carga por unidad de longitud, es un parámetro importante en la circulación de las aguas subterráneas. Es adimensional, porque resulta del cociente de dos longitudes.

El coeficiente de permeabilidad o conductividad hidráulica K depende de las características del suelo y del fluido. Está relacionado con la permeabilidad intrínseca (k) que depende del diámetro medio de las partículas del suelo. La conductividad hidráulica K, con la permeabilidad intrínseca se relacionan por la siguiente ecuación, a través del peso específico (γ) y de la viscosidad (μ). En la Tabla 1, se pueden observar valores de K para distintos sedimentos.

$$K = k \frac{\gamma}{\mu}$$

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 4 de 16 hojas

Tabla 1: Valores de permeabilidad o conductividad Hidráulica para algunos sedimentos

Permeabilidad cm/seg	10 ²	10 ¹	1	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	
Tipo de terreno	Grava limpia		Arena limpia, mezcla grava y arena		Arena fina, arcillosa, mezcla de arena, limo y arcilla, estratiformes			arena arcillas		Arcillas no meteroizadas		
Calificación	Buenos acuíferos				Acuíferos pobres				Impermeables			
Capacidad de drenaje	Drenan bien						Drenan mal			No drenan		
Usos en presas	Partes permeables de la presa						Uso en pantallas impermeables					

1.2.1 Límites de la fórmula de Darcy

La fórmula de Darcy, como se ha visto, establece que la velocidad de circulación de un flujo a través de un medio permeable es proporcional a la primera potencia del gradiente hidráulico.

$$\frac{\Delta h}{\Delta l} = i = \frac{1}{K} q$$

En el movimiento laminar la velocidad también es proporcional a la primera potencia del gradiente de energía (J), que en este caso es energía piezométrica.

$$J = 32 \frac{\mu}{\gamma} \frac{1}{D^2} U$$

Por lo tanto, para que se cumpla la Ley de Darcy, el régimen debe ser laminar.

El número de Reynolds para agua subterránea se calcula como:

$$Re = \frac{Ud}{\nu}$$

Donde:

U es la velocidad del flujo.

d es el diámetro medio de los granos del medio permeable.

ν es la viscosidad cinemática del fluido ($\nu = \mu/\delta$)

δ es la densidad del fluido

μ es la viscosidad dinámica del agua.

Las experiencias llevadas a cabo por Darcy demuestran que la Ley de Darcy se cumple cuando el número de Reynolds es $Re < 1$, y deja de cumplirse cuando $Re > 10$.

Entre $1 < Re < 10$ puede cumplirse o no Re . En aguas subterráneas al ser las velocidades bajas prácticamente siempre se cumple Re bajos, salvo en las proximidades de algunas captaciones bombeando caudales elevados.

1.3 Transmisibilidad o Transmisividad

El coeficiente de transmisibilidad o simplemente transmisibilidad, indicado con la letra **T**, se define como el caudal que se filtra a través de una faja vertical de terreno, de ancho unitario y de altura igual a la del manto permeable saturado **m**, bajo un

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 5 de 16 hojas

gradiente hidráulico unitario.

La Figura 1.3 muestra los conceptos de permeabilidad y transmisibilidad. Si m es el espesor saturado de la formación permeable, la transmisibilidad es igual al producto de la permeabilidad por el espesor saturado del acuífero, las unidades serán $[L^2/T]$.

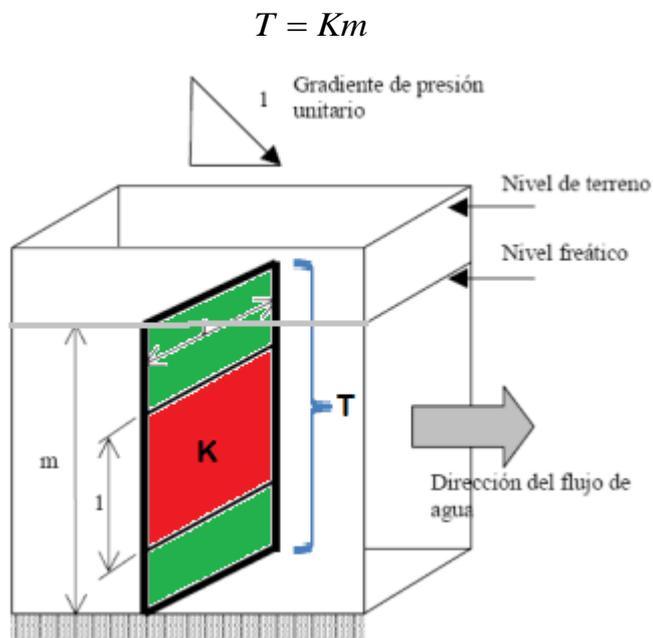


Figura 1.3: Relación entre K (Conductividad Hidráulica) y T (Transmisividad).

1.4 Coeficiente de Almacenamiento

En un acuífero libre el coeficiente de almacenamiento (S) es el volumen de agua que un acuífero puede ceder o aceptar dentro de un prisma de base unitaria y altura igual al espesor del acuífero cuando desciende o asciende el nivel piezométrico en una unidad (Fig. 1.4a). En los acuíferos libres el coeficiente de almacenamiento S es igual a la porosidad eficaz, puede tomar valores entre 10^{-1} a 10^{-2} es un valor adimensional.

En un acuífero confinado el coeficiente de almacenamiento (S) es el volumen de agua que un acuífero puede ceder o aceptar dentro de un prisma de base unitaria y altura igual a la altura del nivel piezométrico cuando desciende o asciende el nivel piezométrico en una unidad (Fig. 1.4b). En el este caso los efectos mecánicos de compresión del terreno y de compresión del agua entran en juego. Los valores que toma en este caso son del orden 10^{-3} hasta 10^{-6} . También en este caso es un factor adimensional.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 6 de 16 hojas

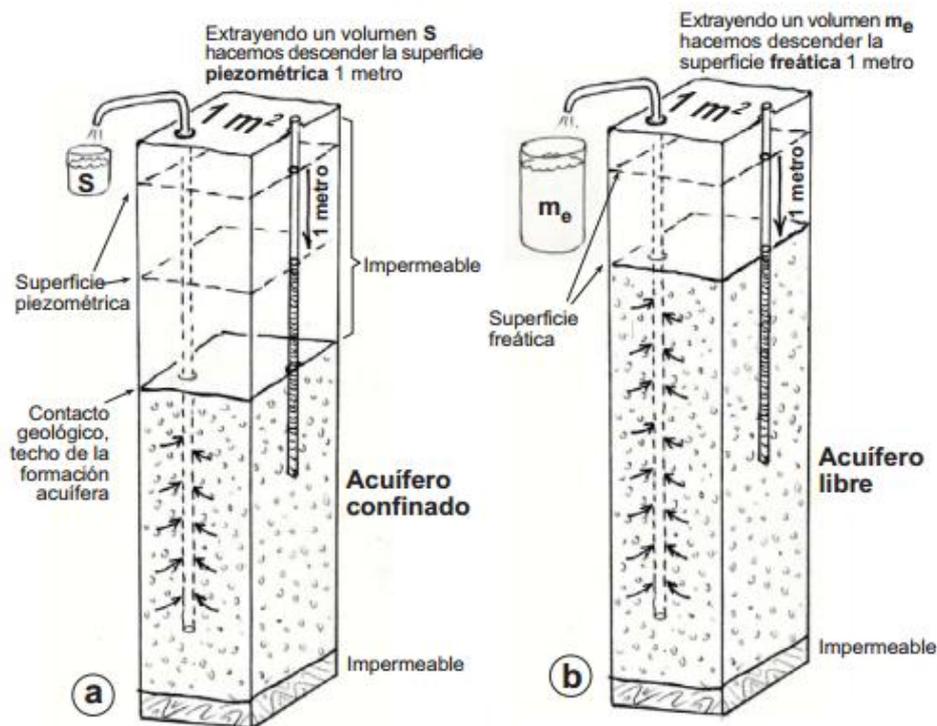


Figura 1.4: Concepto de Coeficiente de Almacenamiento para acuífero libre y acuífero confinado. Extraído de Apuntes Universidad de Salamanca, España

2 Relación de los parámetros hidrodinámicos

La ecuación de flujo diferencial establece la relación entre los parámetros hidrodinámicos. La ecuación establece una igualdad entre la variación del caudal en el espacio (es decir entre un punto y otro) y la variación de las reservas o almacenamiento del sistema en el tiempo.

Se puede deducir recordando la ecuación de la continuidad, que establece que todo lo que entra en un sistema es igual a lo que sale más una variación de sus reservas.

$$\text{Entra} - \text{Sale} = \text{Variación Reservas}$$

Para un sistema hidrológico puede expresarse como:

$$Q_{entra} - Q_{sale} = \Delta \text{Volumen}$$

Si se expresa para un volumen diferencial puede escribirse:

$$\frac{\partial Q}{\partial l} = -\frac{\partial V}{\partial t} \quad (1)$$

El primer sumando de la Ecuación anterior, representa la variación del caudal en el espacio, y se puede calcular aplicando la Ecuación de Darcy, de tal manera que el caudal en cada dirección de flujo podría representarse del siguiente modo:

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 7 de 16 hojas

$$\frac{Q}{A} = Ki = K \frac{dh}{dl} = q$$

$$\text{para eje } x: q_x = K_x \frac{\partial h}{\partial x}; \quad \text{para eje } y: q_y = K_y \frac{\partial h}{\partial y}; \quad \text{para eje } z: q_z = K_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$\text{Caudal en el espacio: } q = q_x + q_y + q_z = K_x \frac{\partial h}{\partial x} + K_y \frac{\partial h}{\partial y} + K_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$\text{La derivada en el espacio del caudal: } \frac{\partial q}{\partial l} = K_x \frac{\partial^2 h}{\partial^2 x} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial^2 y} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial^2 z} \quad (2)$$

Reemplazando la ec. (2) en la ec. (1) se obtiene:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial^2 x} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial^2 y} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial^2 z} = -\frac{\partial V}{\partial t} \quad (3)$$

En cuanto a la variación del volumen en el tiempo, que es el otro término de la Ecuación (1), se calcula considerando el volumen de agua extraíble mediante el concepto del coeficiente de almacenamiento S. El coeficiente S es el volumen de agua extraíble si:

- La sección del prisma es unitaria.
- Con una altura de manto m
- Una altura de prisma igual a la distancia vertical al plano de carga piezométrico.
- Gradiente piezométrico unitario.

Si el prisma se considera así:

- En lugar de considerar un gradiente piezométrico unitario, se considera un descenso piezométrico h, por lo tanto, se debe multiplicar S por h.

Después de estas correcciones el volumen extraíble bajo estas nuevas condiciones es:

$$Sh$$

Si se deriva respecto del tiempo para encontrar el segundo término de la Ecuación (3).

$$-\frac{\partial V}{\partial t} = -S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4)$$

Reemplazando la ecuación (4) en (3) se obtiene la ecuación general de flujo en medio poroso:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial^2 x} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial^2 y} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial^2 z} = -S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5)$$

Si la permeabilidad es la misma en todas las direcciones se simplificaría la ecuación de la se simplificaría la ecuación de la siguiente manera y se le agrega un valor de caudal que representa todas las influencias que pueden venir del exterior y no corresponden al flujo entre las caras del volumen diferencial:

$$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) + q_{ext} = -S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6)$$

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 8 de 16 hojas

Que puede expresarse también, como:

$$K \cdot \nabla^2 h + q_{ext} = -S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (7)$$

La ecuación (7) es la denominada Ecuación de Laplace para movimiento tridimensional.

Si las conductividades hidráulicas varían en las tres direcciones, la ecuación genera de flujo será:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial^2 x} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial^2 y} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial^2 z} + q_{ext} = -S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (8)$$

Si el flujo es bidimensional y permanente o estacionario o estable la Ecuación (7) se transforma en:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (9)$$

La Ecuación (8) es la denominada Ecuación de Laplace para movimiento bidimensional.

La resolución matemática de ecuaciones tridimensionales es compleja, por lo tanto, en la mayoría de los casos se utilizan hipótesis bidimensionales, donde la componente vertical de la velocidad es cero ($w = 0$), y por lo tanto el flujo es sólo horizontal. Esta hipótesis es acertada si se considera que las pendientes de las superficies freáticas son muy bajas, presentando sólo efectos tridimensionales locales, como en las zonas inmediatas a los pozos o en las galerías de captación.

2.1 Tipos de régimen de flujo

A partir de la expresión

$$Q_{entra} - Q_{sale} = \Delta Volumen \quad (9)$$

Se pueden considerar dos opciones que

- $\Delta V = 0$ en este caso $Q_{entra} = Q_{sale}$ el sistema se comportará como transmisor. A esto se lo llama **régimen permanente o constante**. Es importante decir que en un sistema hidrológico donde siempre hay variaciones de las reservas de un año a otro, se puede considerar que existe régimen permanente cuando se consideran varios años (más de 20 años) de tal manera que al sumar las variaciones de almacenamiento en el tiempo estos se compensan. La ecuación general de flujo para este caso se puede expresar como:

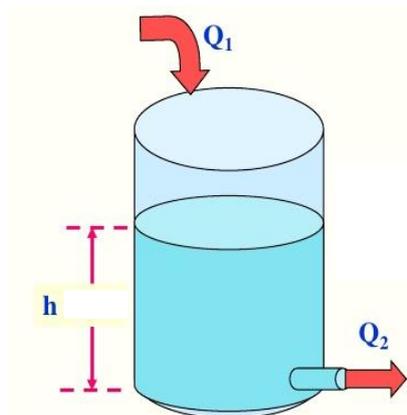
$$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) + q_{ext} = 0$$

- $\Delta V \neq 0$ en este caso el sistema sufrirá una variación de las reservas o el almacenamiento del sistema, a esta situación se la llama **régimen variable o transitorio**. Esta situación es la más general y cuando se consideran tiempos cortos de tiempo.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 9 de 16 hojas

$$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) + q_{ext} = -S \frac{\partial h}{\partial t}$$

Para comprender mejor esto, se podría pensar en el tanque de abastecimiento de agua de una casa. Considerando que entre los caudales que entran y salen y la altura del tanque de agua, se pueden dar los siguientes casos:



Caso 1

$$Q_{entra} = Q_{sale} \Rightarrow h = cte \Rightarrow \Delta S = 0 \text{ Reg. Permanente}$$

Caso 2

$$Q_{entra} > Q_{sale} \Rightarrow h \text{ crece} \Rightarrow \Delta S \text{ aumenta}$$

Caso 3

$$Q_{entra} < Q_{sale} \Rightarrow h \text{ decrece} \Rightarrow \Delta S \text{ disminuye}$$

Reg.
Transitorio

3 Hidráulica de Pozos o captaciones. Determinación de Parámetros

La Hidráulica de pozo, en ella se estudian distintos métodos matemáticos, que aplicando hipótesis a la ecuación general de flujo (ec. 8) establecen funciones para determinar los parámetros hidrodinámicos.

Cuando comienza el bombeo se va formando un cono alrededor del pozo, como el que se puede observar en la Fig. 3.1, el cono va descendiendo y aumenta su área de captación. El descenso que se forma, en el cono de bombeo, permite generar el gradiente hidráulico ($\Delta h/\Delta l$) necesario para que pueda extraerse un caudal.

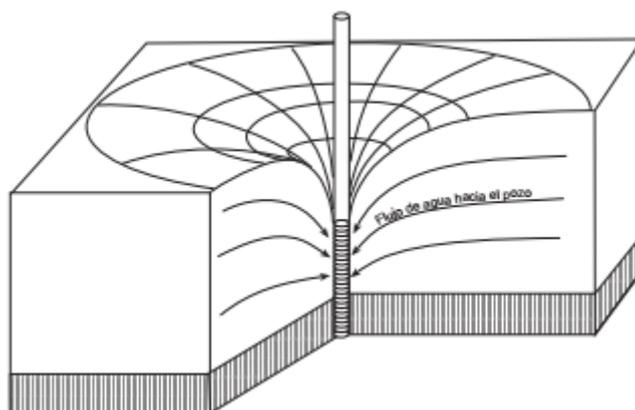


Fig. 3.1: Cono que se forma en el acuífero cuando el pozo comienza a extraer el agua. A medida que descende el nivel del agua el cono abarca mayor área (Extraído de Sánchez San Roman, Hidráulica de Captaciones).

La hidráulica de captaciones ofrece múltiples aplicaciones prácticas. Si conocemos los parámetros del acuífero (transmisividad, coeficiente de almacenamiento o porosidad eficaz) se puede:

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 10 de 16 hojas

- Calcular el caudal que podrá obtenerse sin superar un cierto descenso. Este máximo descenso vendrá determinado por la profundidad del pozo, de la bomba de extracción o por razones económicas o medioambientales.
- Calcular el descenso producido por un caudal dado a cierta distancia. Por ejemplo, si ya existe un sondeo y se proyecta una segunda captación, sería deseable realizarla a la distancia suficiente para que ambas no se afecten o lo hagan mínimamente.
- Calcular el radio del cono de descensos o radio de influencia de la captación. Si a cierta distancia existe en superficie una fuente de contaminación, podremos calcular si el cono de descensos llega hasta el punto contaminante. Para las aplicaciones indicadas necesitamos conocer los parámetros hidráulicos del acuífero, por tanto, también debemos aprender a calcular dichos parámetros observando los descensos generados por los bombeos (ensayos de bombeo)

Para realizarlos se establece un ensayo de campo que se denomina Ensayo de Bombeo, de este ensayo se obtienen los valores para aplicar las distintas metodologías, las metodologías a aplicar se eligen según sea el régimen del pozo (se observa en los datos) y el tipo de acuífero. El pozo puede penetrar todo el espesor del acuífero, en ese caso se llama pozo completo o una parte del mismo y entonces se llama pozo incompleto.

3.1 Ensayo de bombeo en régimen permanente

Las ecuaciones de los modelos matemáticos que se usan para interpretar los datos de los ensayos de bombeos en régimen permanente, se cumplen bajo el supuesto de ciertas hipótesis simplificadoras:

- a. Régimen permanente
- b. Pozo que atraviese el acuífero en todo su espesor, o pozo completo
- c. El agua y el suelo del acuífero son incompresibles.
- d. Superficies equipotenciales planas. La componente horizontal de la velocidad de todas las líneas de corriente es la misma en todos los puntos de una misma vertical.
- e. La ley de Darcy es aplicable.
- f. La componente vertical de la velocidad es casi nula con relación a la componente horizontal.
- g. El medio es homogéneo e isótropo.
- h. Alimentación continua, el caudal extraído mediante bombeo es igual al caudal que ingresa (de alimentación del acuífero).
- i. El caudal extraído no puede volver al acuífero.

3.1.1 Acuífero confinado

Supondremos un acuífero confinado indefinido, de espesor (b) y permeabilidad uniforme, sobre un terreno impermeable. Antes de comenzar a bombear la superficie piezométrica, que está en un nivel de equilibrio, de altura h es horizontal. Bajo estas condiciones se bombea un caudal constante en un pozo, que atraviesa todo el manto permeable (pozo completo).

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 11 de 16 hojas

En condiciones de equilibrio, como es régimen permanente, el caudal bombeado (Q) es el mismo que atraviesa el cilindro imaginario de radio r (Fig. 3.2).

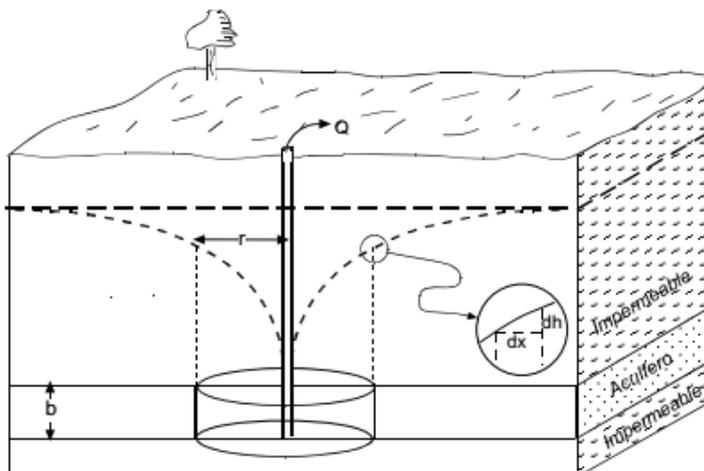


Figura 3.2: Bombeo en Acuífero confinado en régimen permanente.

Aplicamos la Ley de Darcy al flujo del agua subterránea a través de una de esas secciones cilíndricas, de radio r medido desde el eje del sondeo:

$$Q = K \cdot A \cdot \Delta h / \Delta l = K \cdot A \cdot i$$

Donde:

Q : caudal que atraviesa la sección de área A (igual al caudal que está siendo bombeado)

A = sección por la que circula el agua $A = 2\pi r b$

b : espesor del acuífero

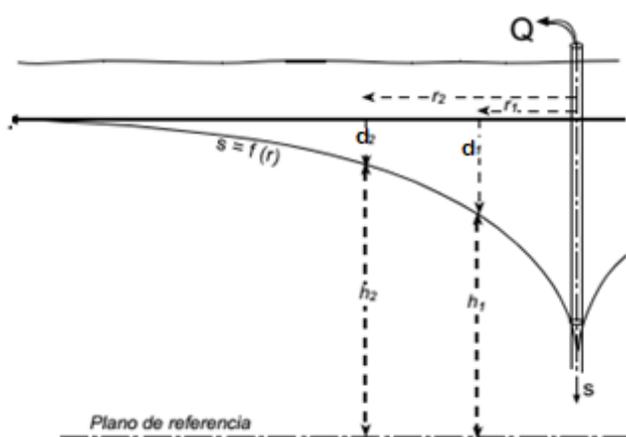
i : gradiente hidráulico: $\Delta h / \Delta l$

$$Q = (2\pi b r) K \frac{dh}{dr}$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\pi b K}{Q} dh$$

Alineados existen dos pozos de observación 1 y 2, ubicados a una distancia del pozo A, r_1 y r_2 , tal como puede observarse en la Figura 3.3.

Integrando entre r_1 y r_2 :



$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi b K}{Q} \int_{h_1}^{h_2} dh$$

$$[\ln r]_{r_1}^{r_2} = \frac{2\pi b K}{Q} [dh]_{h_1}^{h_2}$$

$$\ln r_2 - \ln r_1 = \frac{2\pi T}{Q} (h_2 - h_1)$$

$$(h_2 - h_1) = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Figura 3.3: Dos puntos de observación 1 y 2 entre los que se integra

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 12 de 16 hojas

Como $h_2 - h_1 = s_1 - s_2$, la última ecuación puede expresarse así:

$$d_1 - d_2 = \frac{Q}{2\pi T} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (10)$$

Esta expresión se conoce como fórmula de Dupuit-Thiem, y refleja la forma del cono de descensos en función de la distancia, y, tal como habíamos aventurado anteriormente, también en función del caudal y de la transmisividad.

Cálculo del descenso a cualquier distancia: Necesitamos el dato de un solo punto de observación (a una distancia r_1 se ha medido un descenso s_1). Conociendo el caudal, Q , y la transmisividad del acuífero, T , se puede calcular el descenso (s_2) a cualquier distancia (r_2).

Un caso particular sería el cálculo del descenso en el propio pozo de bombeo. Para ello debemos conocer los datos r_2 , s_2 y calcular s_1 para una distancia r_1 : radio del pozo. Esto siempre con lleva un error porque el radio efectivo del sondeo no es el mismo que su radio real.

Cálculo del radio del cono ("radio de influencia"): Basta calcular la distancia a la que el descenso es 0. Para ello, tomaremos la pareja de valores: $r_2=R$; $s_2=0$, con lo que la fórmula (2) resulta:

$$d_1 = \frac{Q}{2\pi bK} \ln \frac{R}{r_1}$$

El radio del cono también se puede evaluar sin conocer el caudal ni la transmisividad, si disponemos de dos descensos a dos distancias (r_1, s_1 ; r_2, s_2): Se representan los dos puntos en un gráfico semilogarítmico y prolongando la recta hasta el eje de abscisas se obtiene el radio del cono.

3.1.2 Acuífero libre

La deducción realizada para obtener la fórmula (10) no es válida para acuíferos libres, ya que no se cumplen varios supuestos, el principal: que el espesor (b) no es constante; en acuíferos libres se trata del espesor saturado, que disminuye al aproximarse al pozo (Figura 3.4). No obstante, el error es aceptable si los descensos producidos son despreciables frente al espesor saturado del acuífero; habitualmente se acepta si los descensos no superan el 10% ó el 15% de dicho espesor, aunque esta condición no se cumplirá en las proximidades del pozo que bombea, en acuíferos libres de poco espesor.

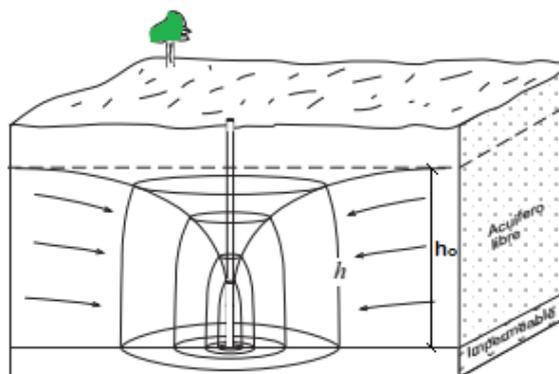


Figura 3.2: Régimen Permanente, variación del espesor saturado en un Acuífero libre

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 13 de 16 hojas

Aplicando la Ley de Darcy en una superficie cilíndrica genérica, ahora el área a tener en cuenta sería: $A = 2\pi rh$

$$Q = (2\pi hr)K \frac{dh}{dr}$$

Aplicando integral

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi K}{Q} \int_{h_1}^{h_2} h dh$$

Integrando quedaría

$$\begin{aligned} [\ln r]_{r_1}^{r_2} &= \frac{2\pi K}{Q} \left[\frac{h^2}{2} \right]_{h_1}^{h_2} \\ \ln r_2 - \ln r_1 &= \frac{\pi K}{Q} (h_2^2 - h_1^2) \\ \ln \frac{r_2}{r_1} &= \frac{\pi K}{Q} (h_2^2 - h_1^2) \end{aligned}$$

Reemplazando el binomio cuadrado perfecto

$$(h_2^2 - h_1^2) = (h_2 + h_1) \cdot (h_2 - h_1) \sim 2h_0(d_1 - d_2)$$

Reemplazando y reordenando queda:

$$d_1 - d_2 = \frac{Q}{2\pi K h_0} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (11)$$

3.2 Ensayo de bombeo en Régimen variable

3.2.1 Acuífero confinado

La primera expresión matemática que refleja la forma del cono de descenso en régimen variable se debe a **Theis**, que en 1935 la elaboró a partir de la similitud entre el flujo del agua y el flujo de calor, estudiando el flujo radial del calor en una placa. La expresión es:

$$d = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (12) \quad u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (13)$$

Q : Caudal de bombeo constante

T, S : Transmisividad y coeficiente de almacenamiento del acuífero

t : tiempo transcurrido desde el comienzo del bombeo

d = descenso

r = distancia a la que se produce el descenso d

u : no es una variable que tenga significado físico, sólo se trata de una abreviatura en la formulación.

$W(u)$: es una función compleja de u bien conocida en matemáticas, que en hidráulica se denomina "función de pozo" (se utiliza W es porque pozo en inglés es *Well*):

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 14 de 16 hojas

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (14)$$

La solución de esta integral para los distintos valores de u aparece tabulada en todos los textos de Hidrogeología. Se presenta a continuación una versión simplificada de dicha tabla, suficiente para un cálculo aproximado.

Esta integral puede expresarse en forma de *serie* (suma de infinitos sumandos)

$$W(u) = -0,5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2.2!} + \frac{u^3}{3.3!} - \dots \quad (15)$$

Fórmula de Jacob

Se aprecia que en la serie (15) que expresa $W(u)$, si u tiene un valor pequeño, la suma del tercer sumando y sucesivos es despreciable frente a los dos primeros. Sustituyendo en (12) $W(u)$ por los dos primeros sumandos $(-0.5772 - \ln u)$, y sustituyendo u por su valor (13), se obtiene la expresión:

$$d = \frac{Q}{4\pi T} W(u) = \frac{Q}{4\pi T} (-0,5772 - \ln(u)) = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2,25Tt}{r^2 S} \quad (16)$$

Las expresiones (15) y (16) son la simplificación de Jacob de la fórmula de Theis, y permiten el cálculo de descensos (d) en régimen variable sin necesidad del uso de la tabla de $W(u)$ para valores de u pequeños.

Suele adoptarse el valor de $u < 0,03$ para que esta simplificación sea aceptable. Estos valores pequeños de u se dan con valores grandes de t y pequeños de r : en general, no es aplicable en los primeros momentos del bombeo.

Las curvas pueden realizarse son:

- 1) Curva logarítmica descensos en función del tiempo.
- 2) Recta descensos en función del logaritmo del tiempo.
- 3) Recta descensos en función del logaritmo del $1/r_2$.
- 5) Recta descensos específicos en función del logaritmo de t/r_2 .

3.3 Interferencia de pozos

Una perforación en explotación genera una depresión en el nivel piezométrico, formando lo que se ha llamado "cono de depresión", disminuyendo los niveles piezométricos dinámicos en mayor medida al acercarse al pozo.

Se ha denominado con R , al radio máximo de este cono, que responde al radio de influencia del pozo, para el cual la depresión de los niveles piezométricos es cero.

Si se perfora otro pozo, a una distancia menor que R , es decir dentro de la zona del cono de depresión del primer pozo, el funcionamiento de ambos pozos interferirá en el desarrollo de cada cono de depresión.

La interferencia de perforaciones de agua subterránea se puede expresar como la influencia que tiene una perforación sobre otra, de modo que los conos de depresión

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 15 de 16 hojas

formados por cada una de ellas, se interceptan, originando una depresión del nivel piezométrico dinámico mayor que la que produciría cada una de ellas por separado.

Para el cálculo de la depresión total puede utilizarse el método de superposición de los efectos, obviamente sumando las depresiones originadas por cada uno de ellos.

$$d_{total}=d_1+d_2$$

Si hay un acuífero cuyo nivel estático (NE) es H, Figura 3.3, en el cual se ubica un pozo P₁ bombeando un caudal Q₁ y origina un cono de depresión (ND₁) cuyo radio de influencia es R₁. En un punto tal como el A, ubicado a una distancia r₁ se produce una depresión que llamamos d₁ que se puede calcular, por ejemplo, aplicando la de Ecuación de JACOB.

Un pozo P₂, cuyo radio de influencia es R₂, se ubica a una distancia menor que (R₁+R₂), y que está bombeando en caudal Q₂, origina otro cono de depresión (ND₂) que se superpone al anterior, Figura 3.3. Y a una distancia r₂, que coincide con el mismo punto A, se produce una depresión d₂.

Aplicando la Ecuación de Jacob a los dos pozos podemos obtener la depresión total en el punto A.

$$d_T = \frac{0,183Q_1}{T} \log\left(\frac{2,25Tt}{r_1^2 S}\right) + \frac{0,183Q_2}{T} \log\left(\frac{2,25Tt}{r_2^2 S}\right)$$

$$d_T = \frac{0,183}{T} \left[Q_1 \log\left(\frac{2,25Tt}{r_1^2 S}\right) + Q_2 \log\left(\frac{2,25Tt}{r_2^2 S}\right) \right]$$

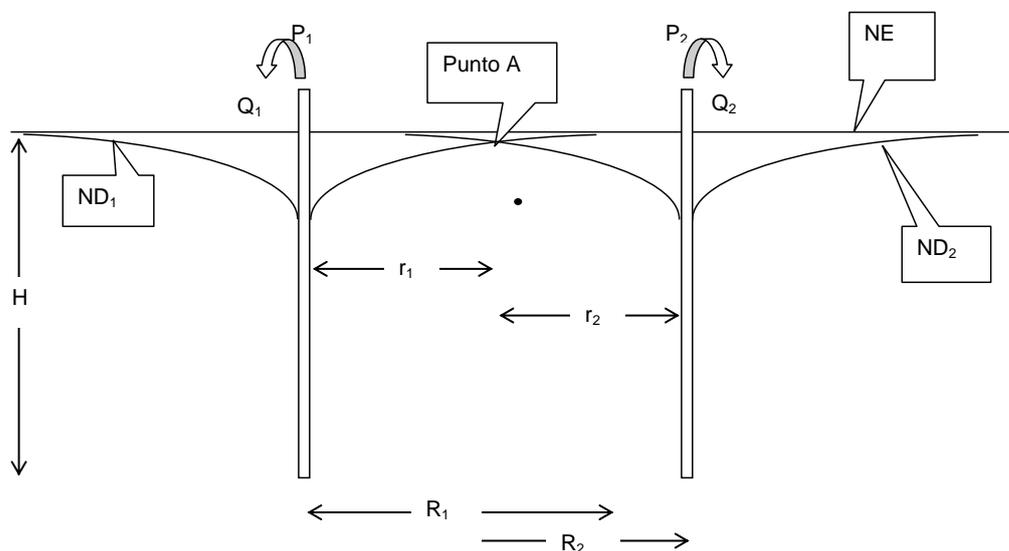


Figura 3.3: Superposición de los conos de depresión de ambas perforaciones

4 Bibliografía

Alba, A. (1971). Explotación, Captación y Exploración de Agua Subterránea. Apuntes de la UNCuyo.

FACULTAD DE INGENIERÍA UNCUYO	AGUAS SUBTERRÁNEAS	
4º AÑO INGENIERÍA EN PETRÓLEOS	UNIDAD 3: Movimiento del agua subterránea	Hoja Nº 16 de 16 hojas

Benítez, A. (1972). Captación de aguas subterráneas nuevos métodos de prospección y de cálculo de caudales. Madrid, Dossat.

Castany, G. 1975. Prospección y Exploración de las Aguas Subterráneas. Ediciones Omega, S.A. Barcelona.

Custodio, E y M.R Llamas. 1996. Hidrología Subterránea. Tomos I y II. Segunda Edición Corregida. Editorial Omega. España.

Fetter, C.W. 1988. Applied Hydrogeology. Second Edition. Macmillan.

Lohman S. W. (1977). Hidráulica Subterránea. España. Editorial Ariel.

Ojeda, R. (1985). Introducción a la Explotación del Agua Subterránea. Apuntes de la UNCuyo.

Sanchez San Román, Javier. Hidráulica Subterránea: Conceptos Básicos. Universidad de Salamanca. <http://hidrología.usal.es>

Schuldz, C.J. y García; R., 2015. Aguas Subterráneas. Balance Hídrico y Recarga de Acuíferos. Asociación Internacional de Hidrogeólogos, Grupo Chileno. Universidad Nacional de La Pampa. Universidad Nacional de Salta.