

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS



**FACULTAD
DE INGENIERÍA**

CINEMÁTICA

CUERPOS RÍGIDOS

Ing. Carlos Barrera - 2023

OBJETIVOS

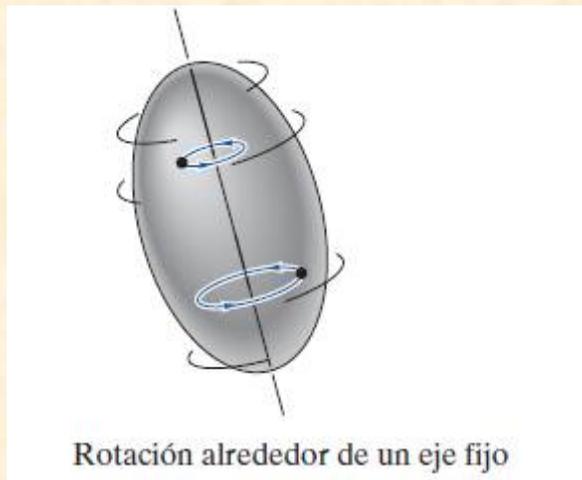
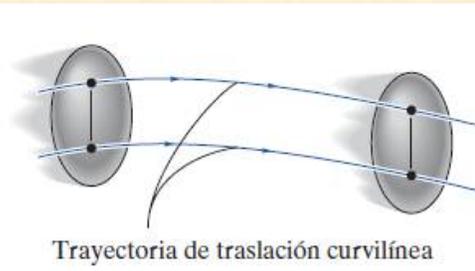
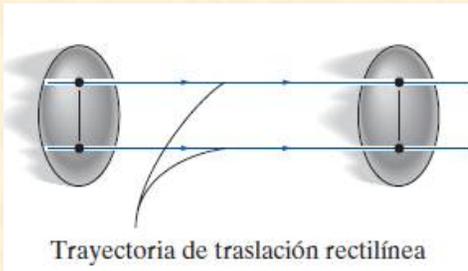
- **Clasificar los diversos tipos de movimiento plano de un cuerpo rígido.**
- **Analizar la traslación de un cuerpo rígido y estudiar el movimiento alrededor de un eje fijo.**
- **Estudiar el movimiento plano.**
- **Analizar el movimiento relativo de velocidad y aceleración.**
- **Determinar el centro instantáneo de velocidad cero**

TRASLACIÓN

El movimiento es de traslación si toda línea recta en el cuerpo mantiene la misma dirección durante el movimiento

Rectilínea

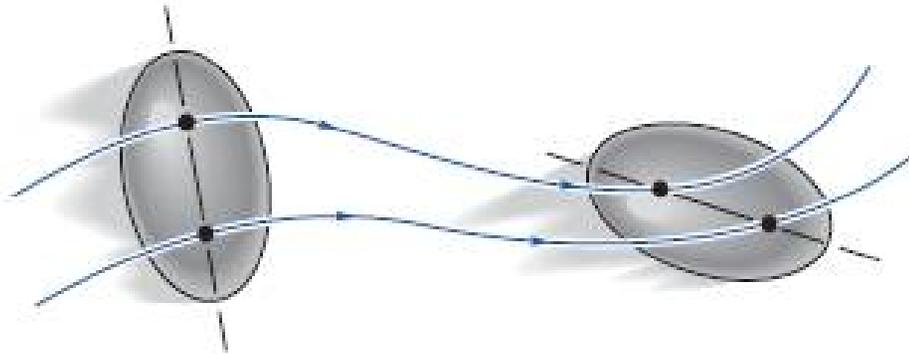
Curvilínea



Las partículas que forman el cuerpo rígido se mueven en planos paralelos siguiendo círculos centrados sobre el mismo eje fijo.

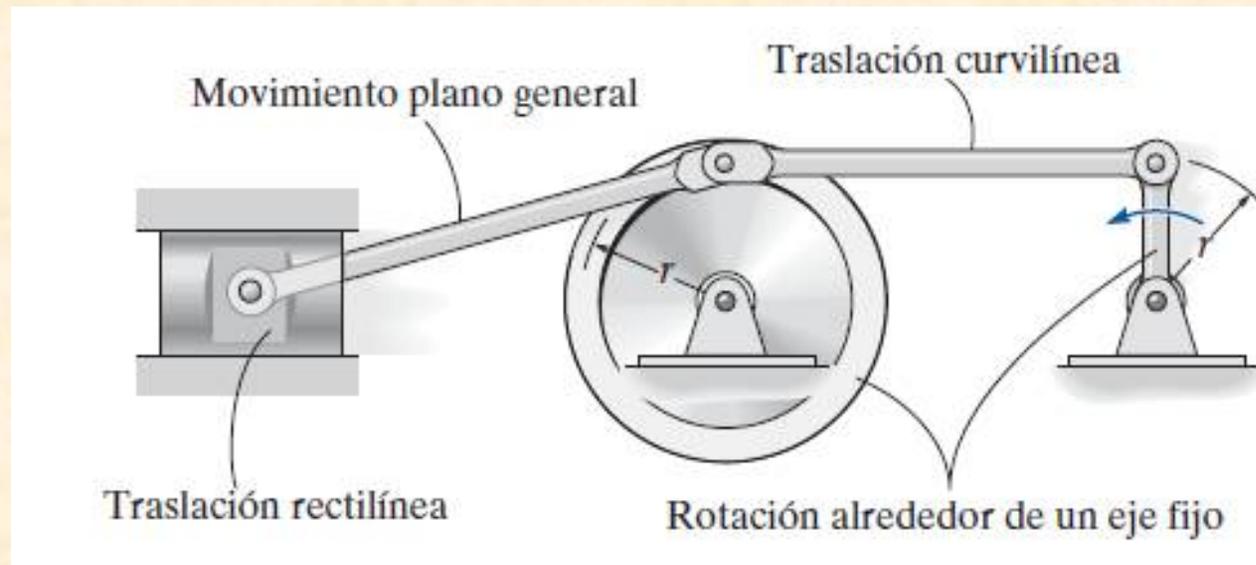
ROTACIÓN
ALREDEDOR
DE UN EJE
FIJO

MOVIMIENTO PLANO GENERAL

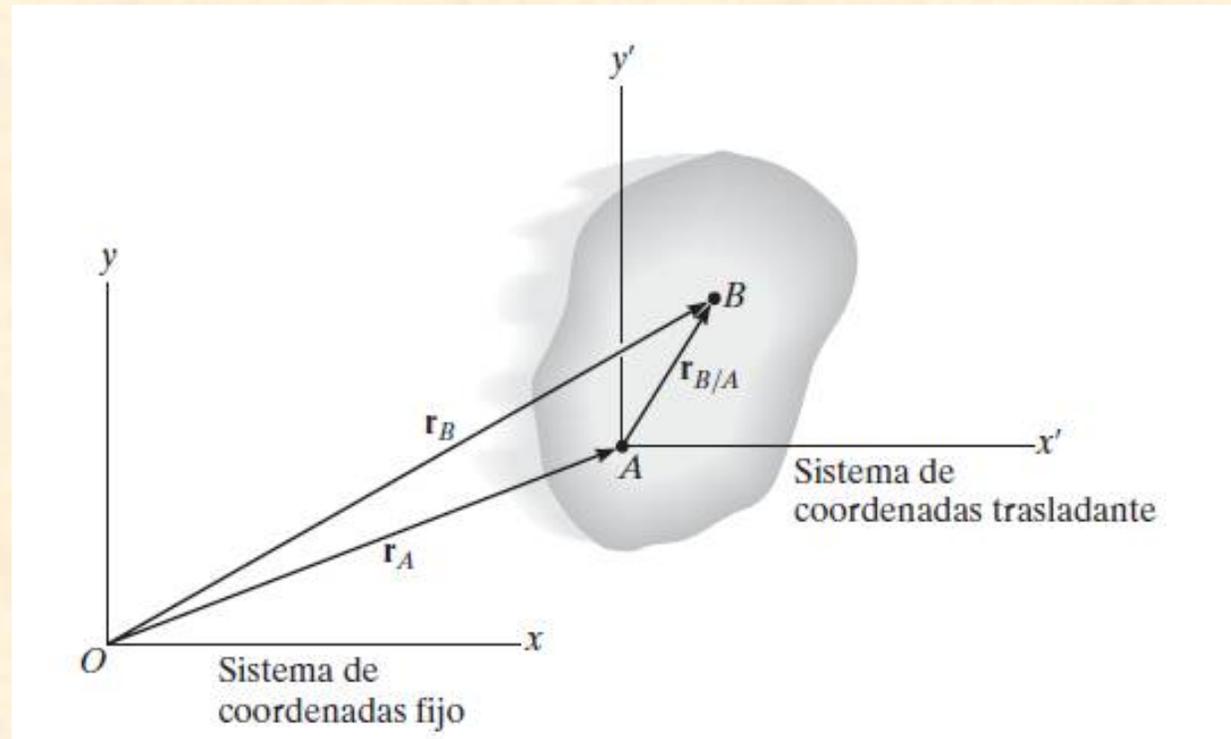


Movimiento plano general

Cualquier movimiento plano que no es ni una rotación ni una traslación se conoce como **MOVIMIENTO PLANO GENERAL**



TRASLACIÓN

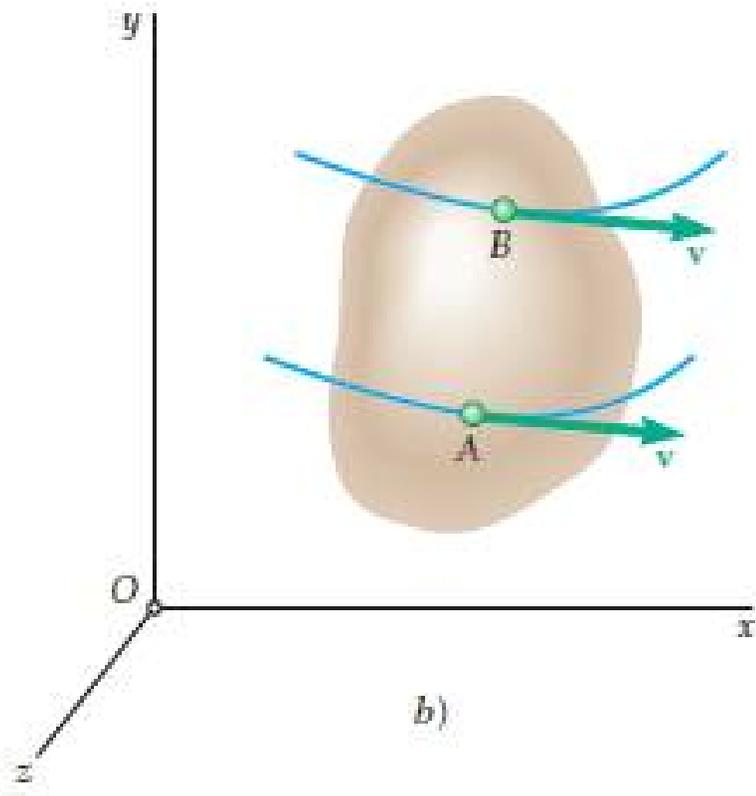


$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

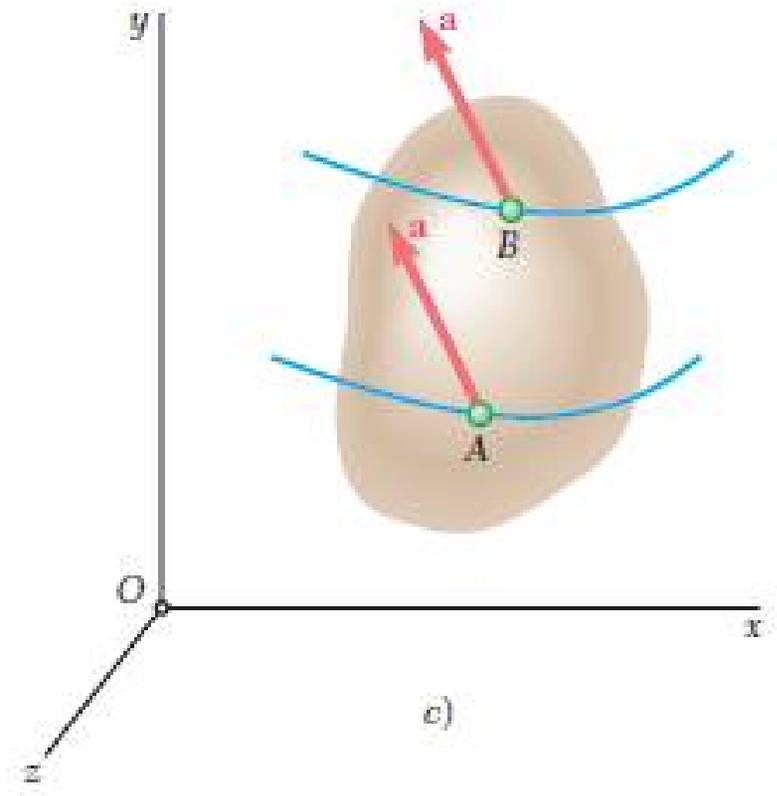
$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A$$

Cuando un cuerpo rígido está en traslación, todos los puntos del cuerpo tienen la misma velocidad y aceleración en cualquier instante

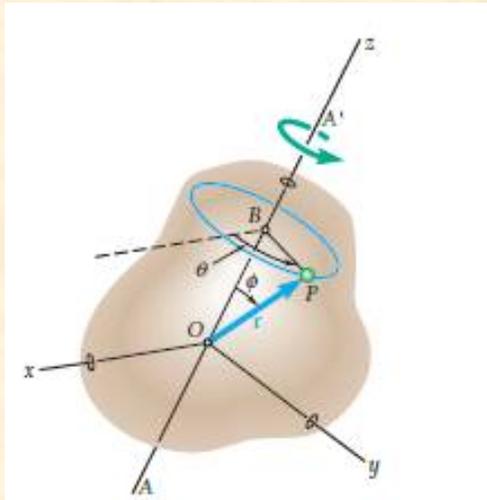


b)



c)

Rotación alrededor de un eje fijo



$$\Delta s = (BP) \Delta\theta = (r \text{ sen } \phi) \Delta\theta$$

$$v = \frac{ds}{dt} = r\dot{\theta} \text{ sen } \phi$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{k} = \dot{\theta} \mathbf{k}$$

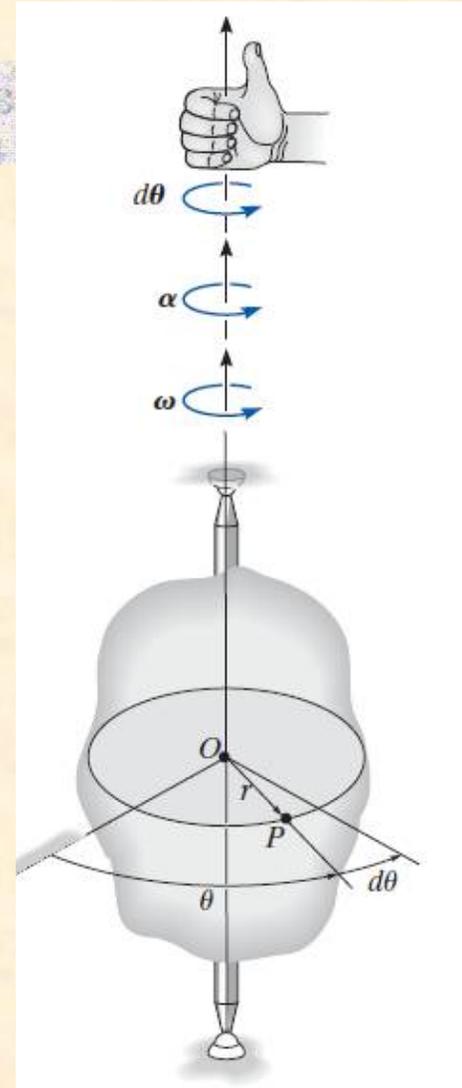
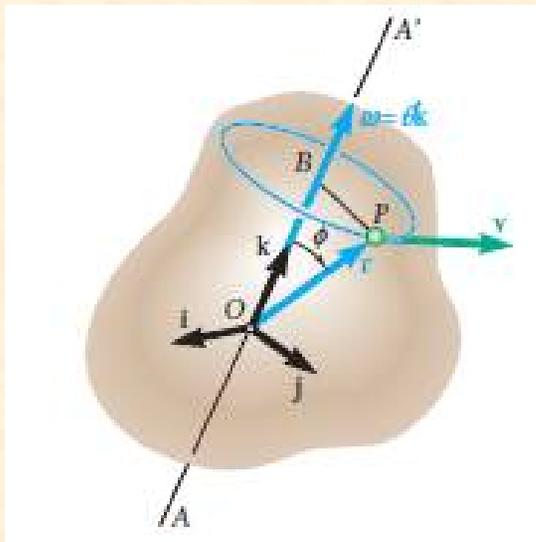
$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

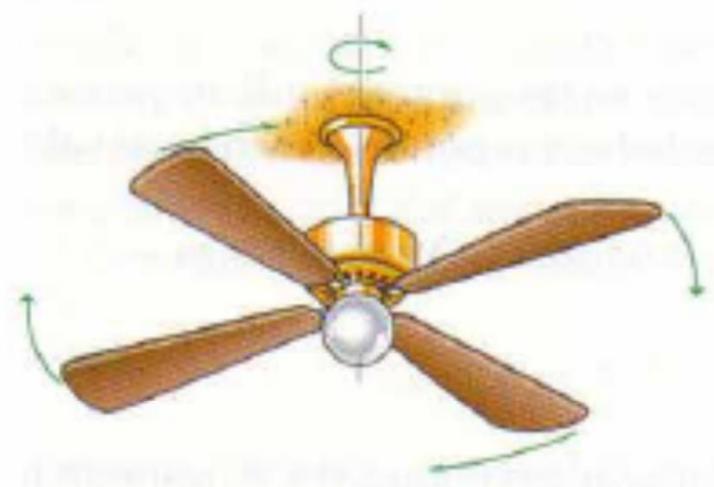
$$= \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$= \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$$

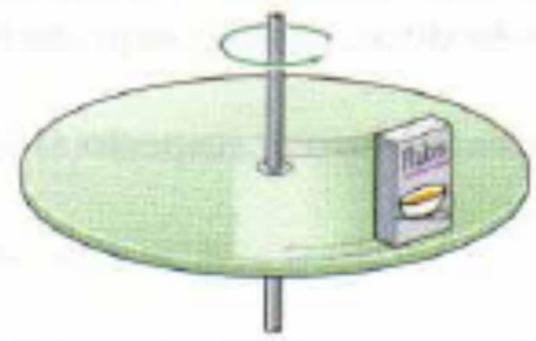
$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \alpha \mathbf{k} = \dot{\omega} \mathbf{k} = \ddot{\theta} \mathbf{k}$$

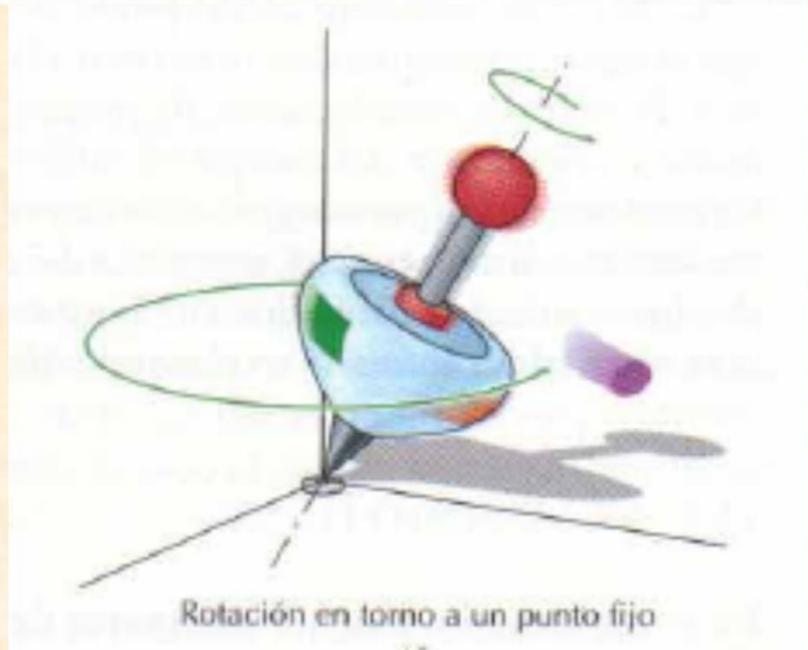




(c)



Rotación en torno a un eje fijo
(d)

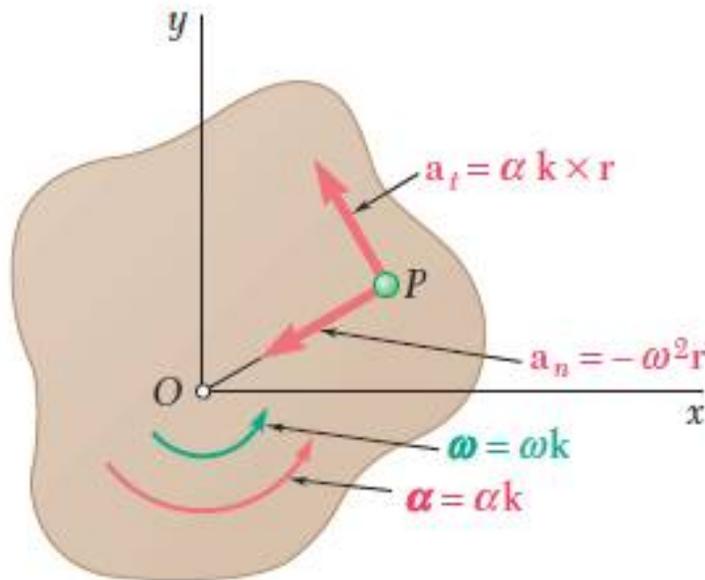
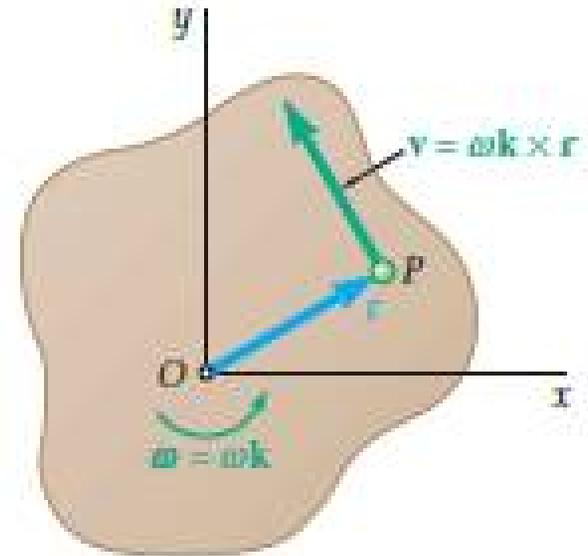


Rotación en torno a un punto fijo

Rotación de una placa

$$\mathbf{v} = \omega \mathbf{k} \times \mathbf{r}$$

$$v = r\omega$$

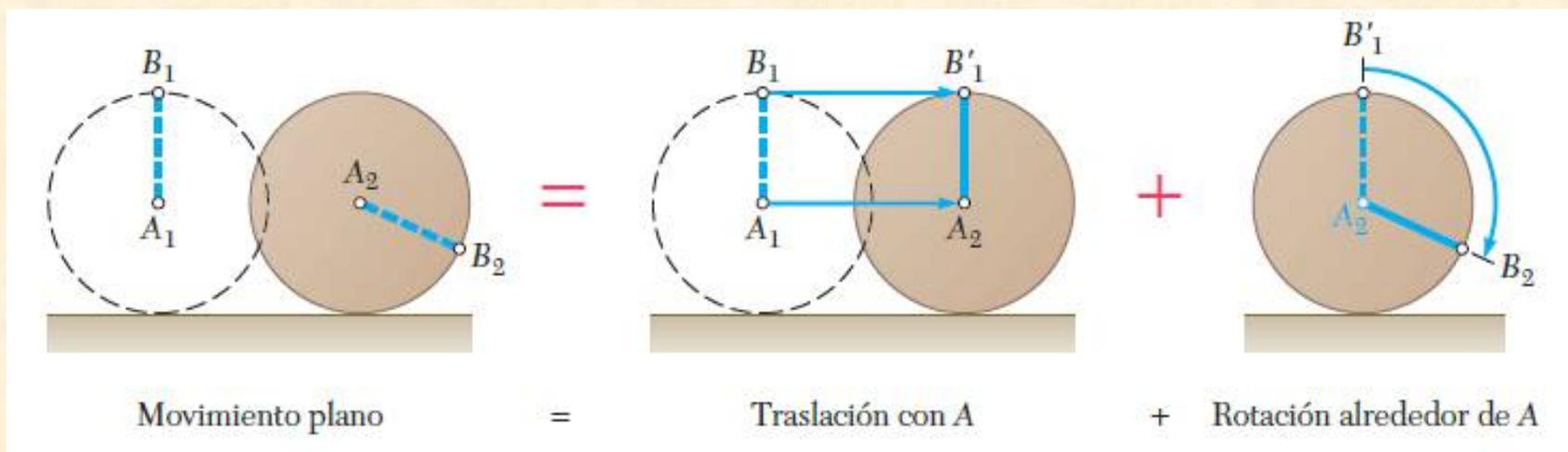


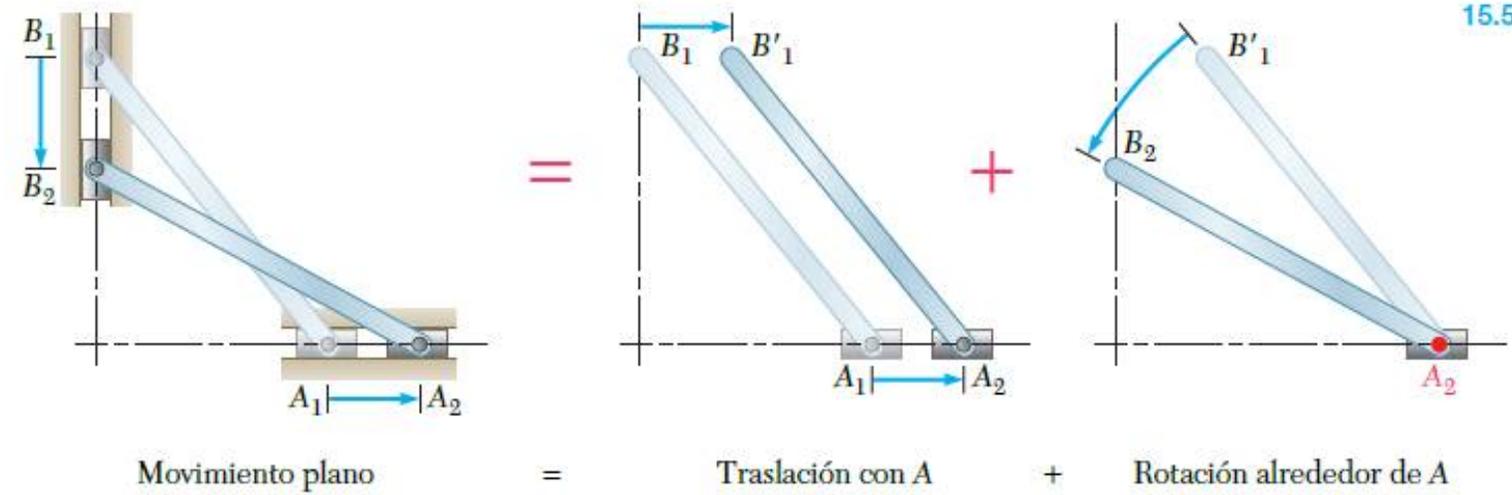
$$\mathbf{a} = \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r} - \omega^2 \mathbf{r}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t &= \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r} & a_t &= r\alpha \\ \mathbf{a}_n &= -\omega^2 \mathbf{r} & a_n &= r\omega^2 \end{aligned}$$

Movimiento Plano General

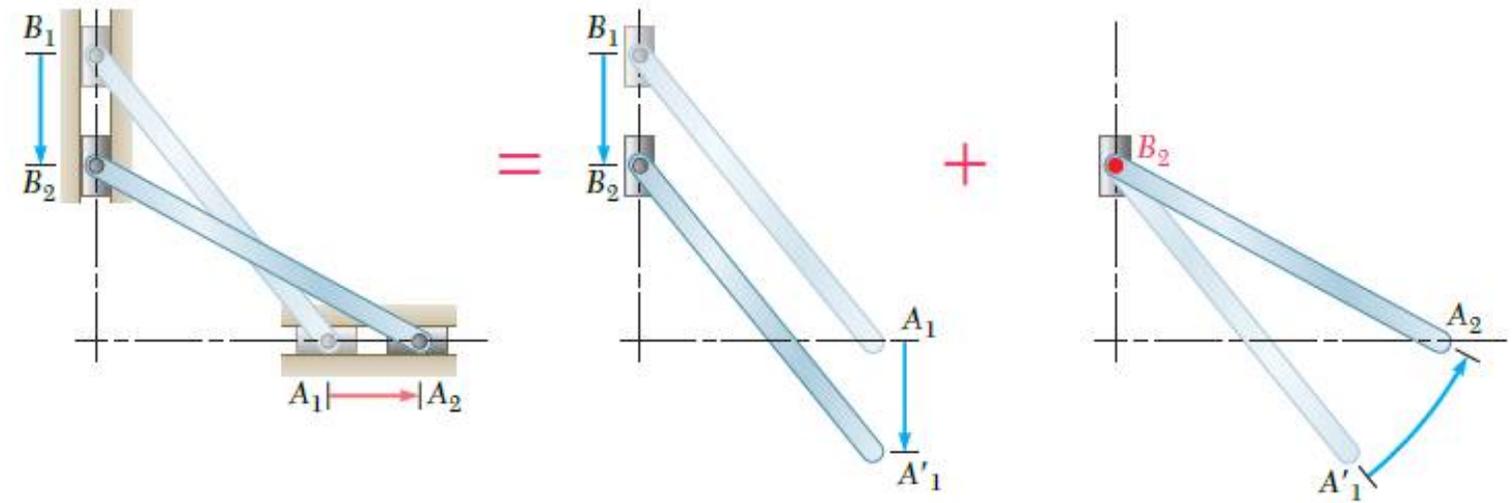
Puede considerarse como la suma de una traslación y una rotación.





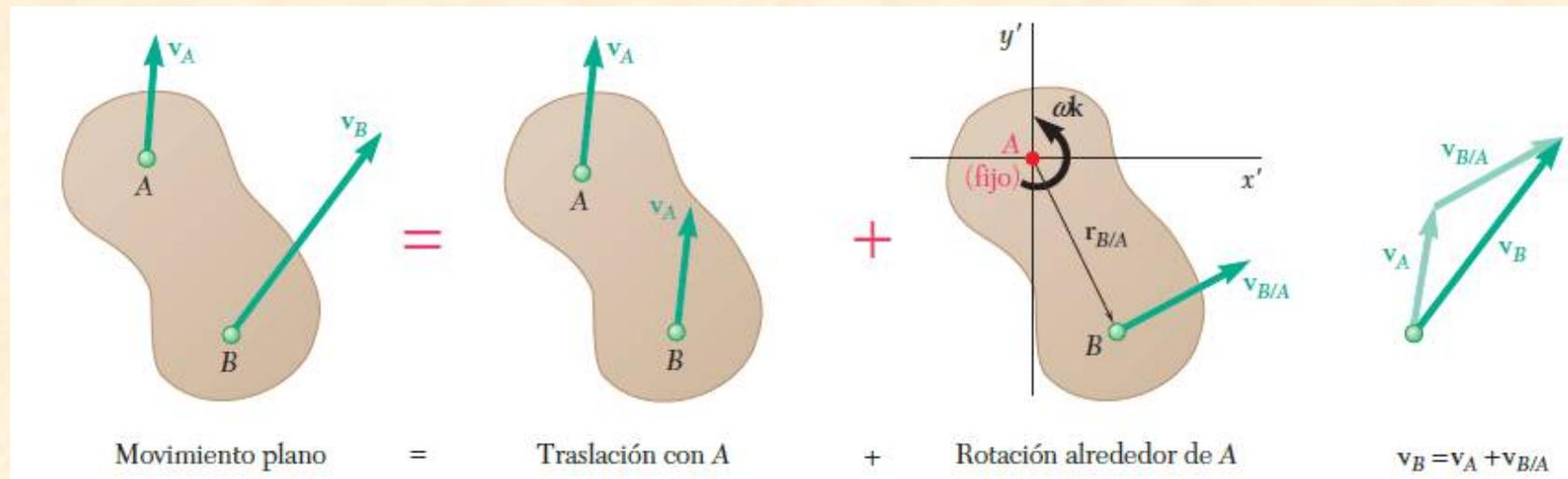
Movimiento plano = Traslación con A + Rotación alrededor de A

a)



Movimiento plano = Traslación con B + Rotación alrededor de B

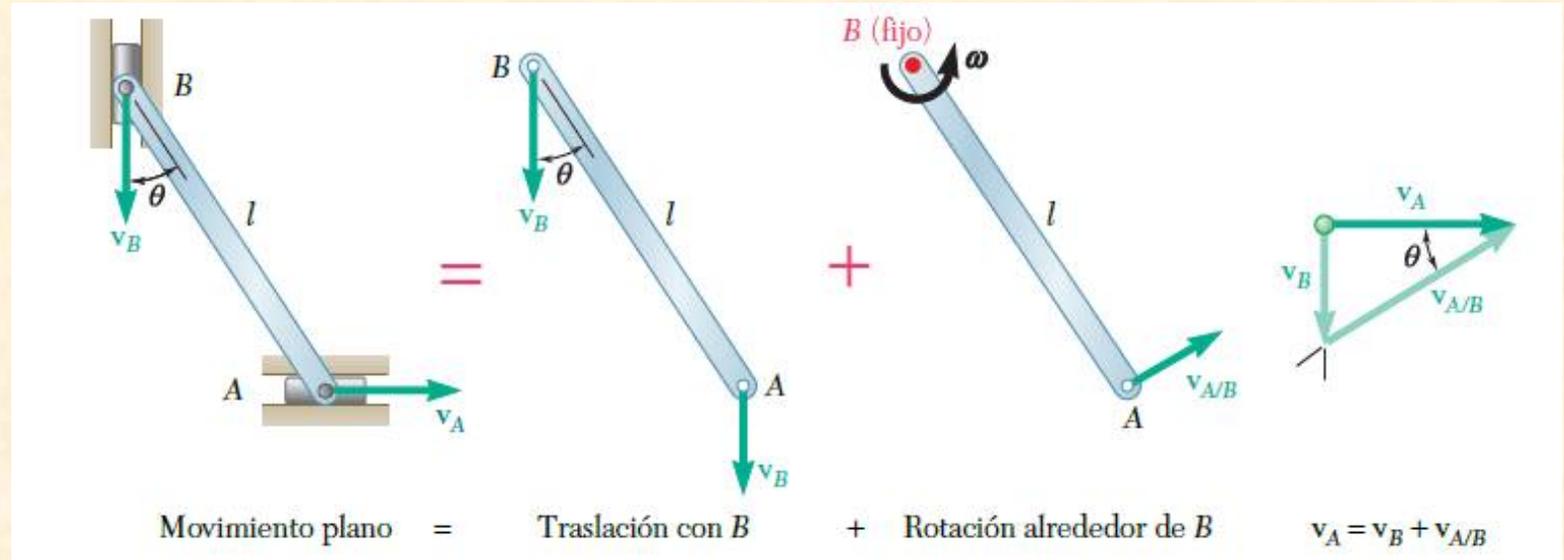
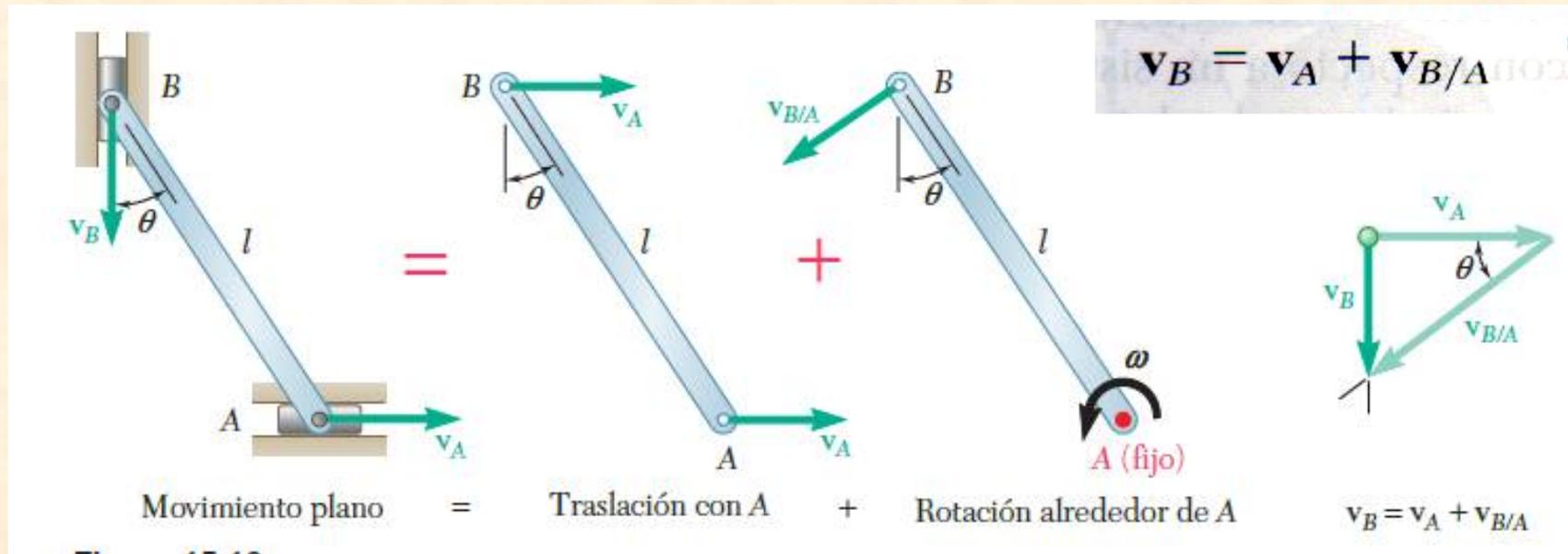
Velocidad Absoluta y Velocidad Relativa en el movimiento plano



$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$$

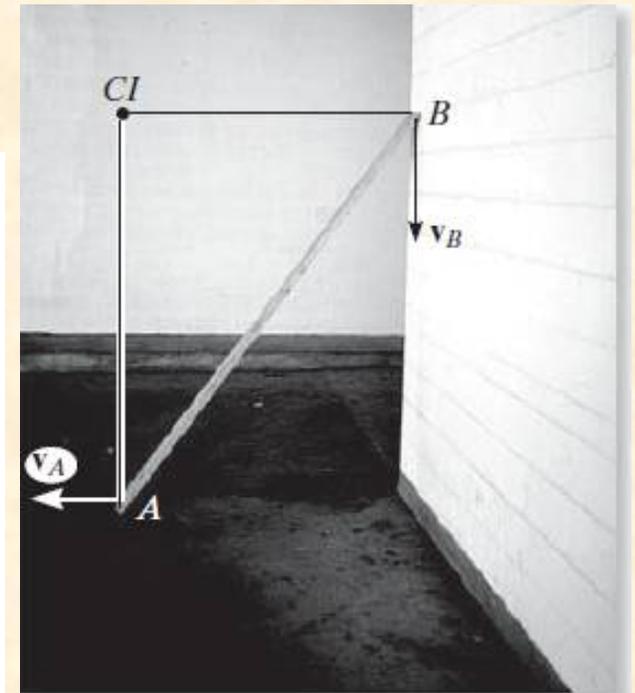
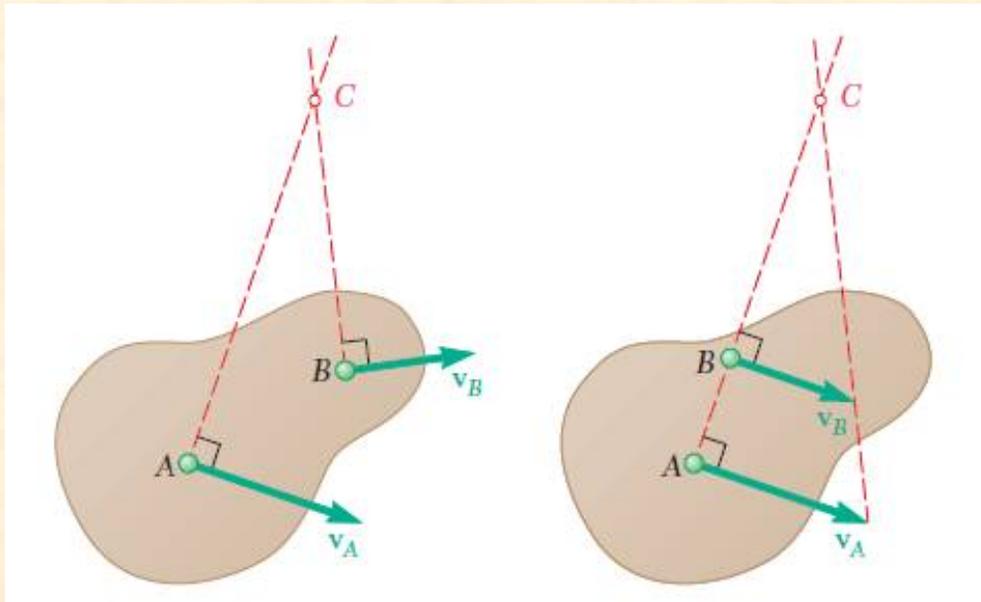
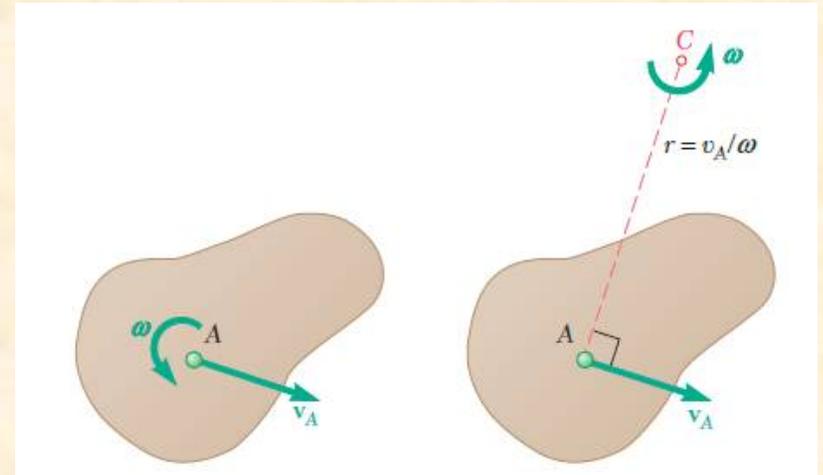
$$\mathbf{v}_{B/A} = \omega \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{B/A} \quad v_{B/A} = r\omega$$

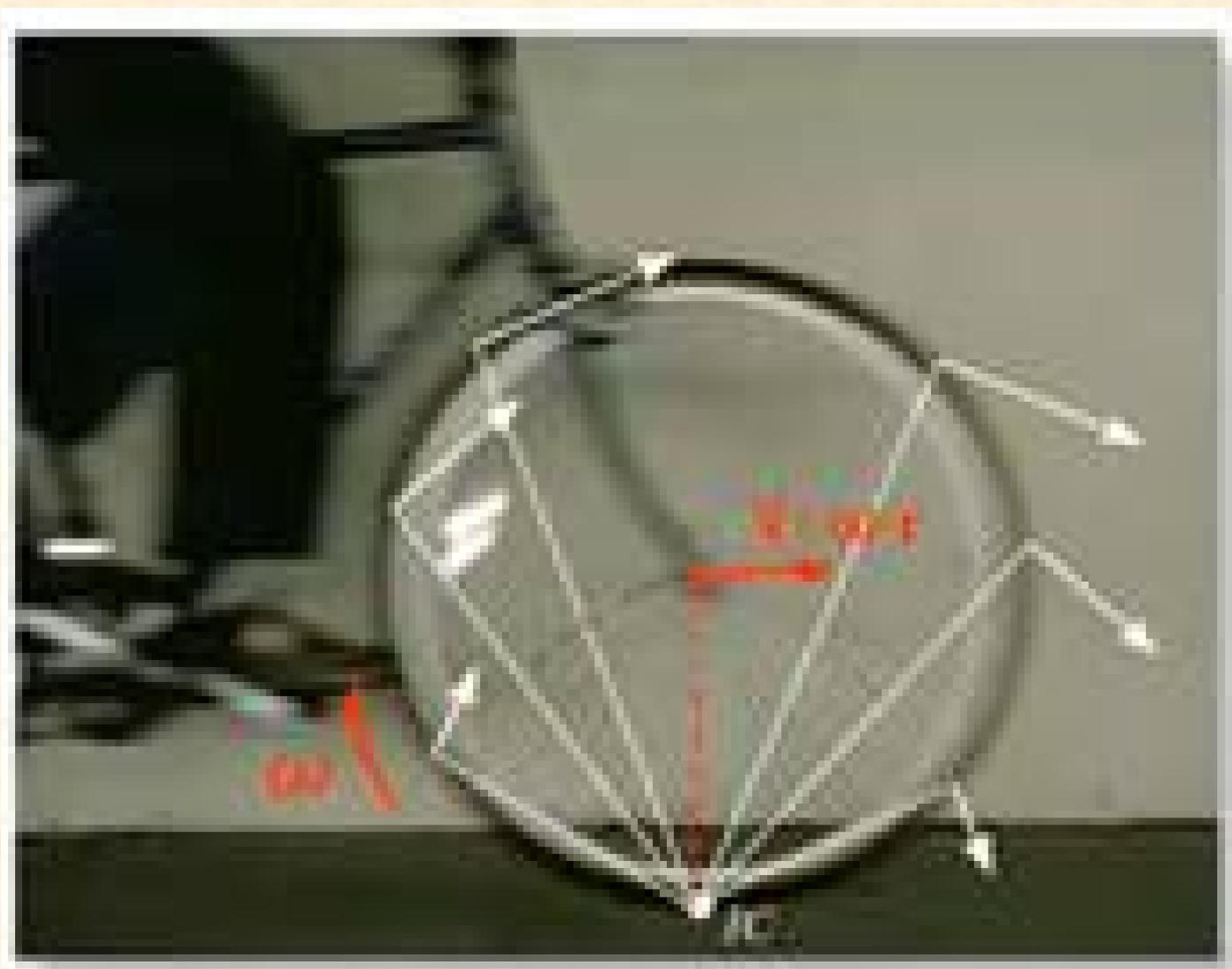
$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \omega \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{B/A}$$



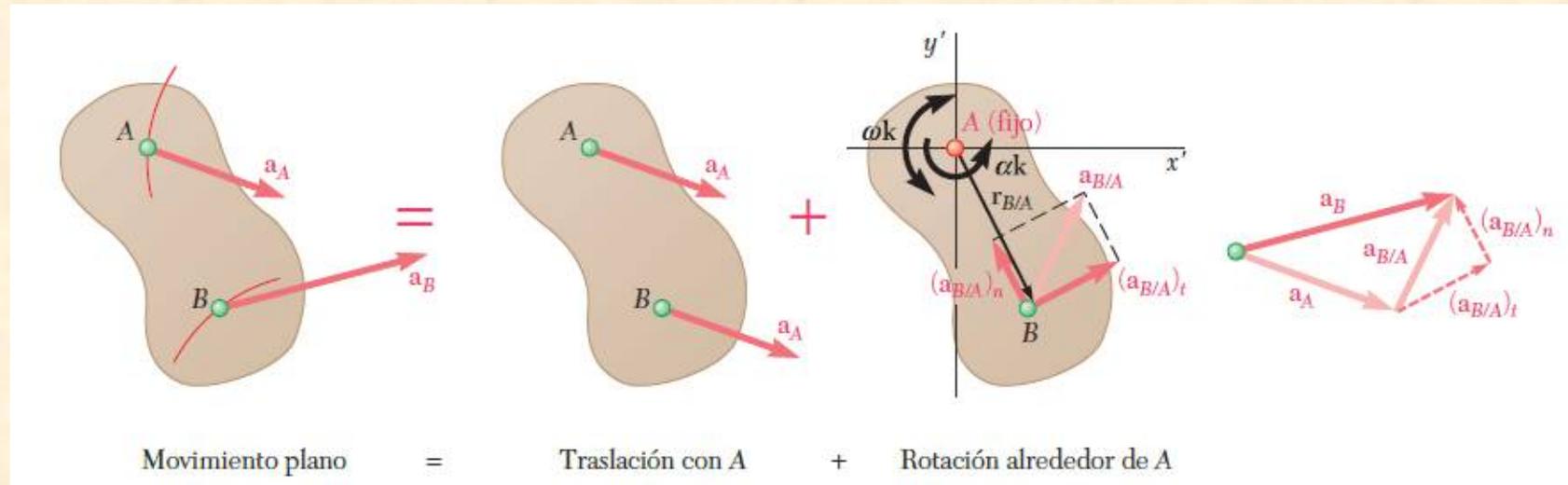
CENTRO DE ROTACION INSTANTÁNEO

Como las direcciones de las velocidades A y B son conocidas, el CI está ubicado como se muestra. En este instante la tabla girará alrededor de este punto.





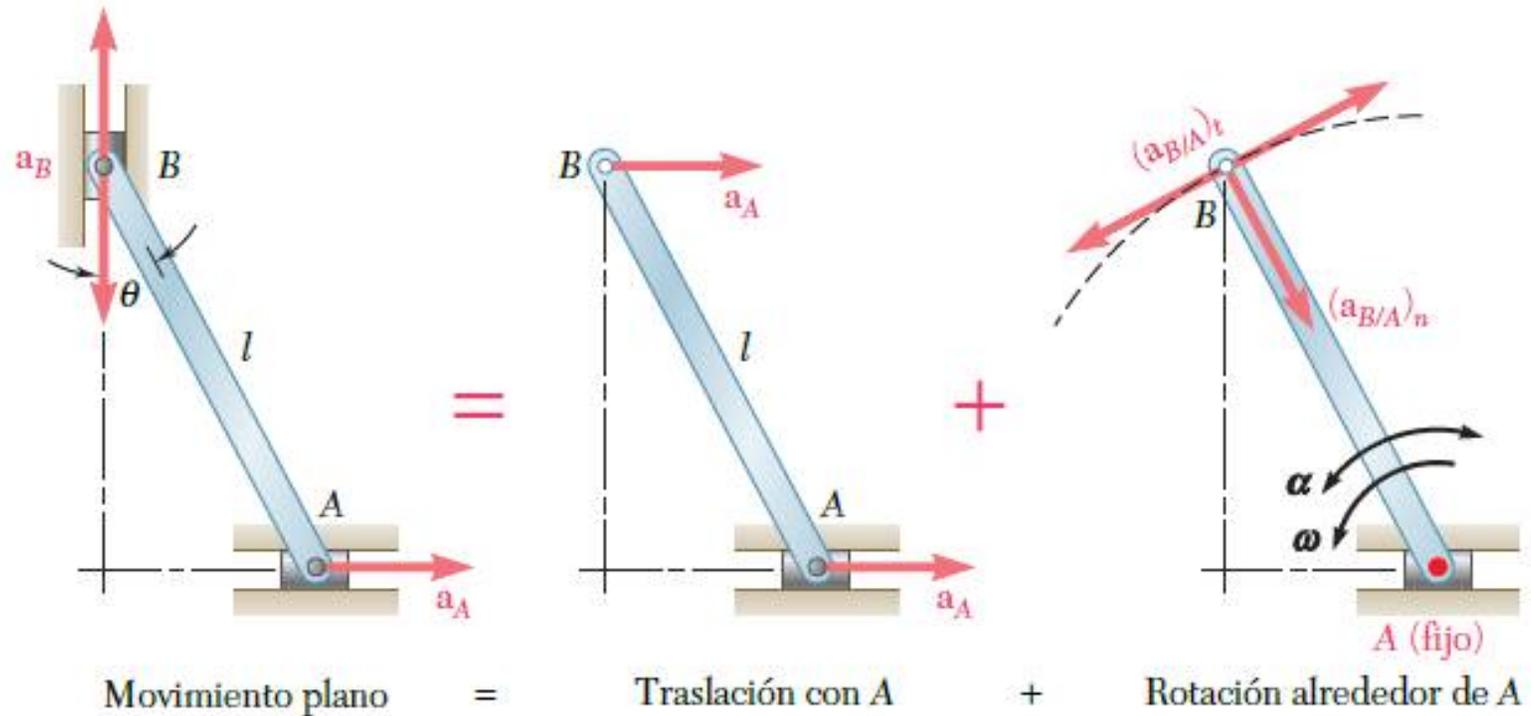
Aceleraciones absoluta y relativa



$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}_{B/A})_t &= \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{B/A} & (a_{B/A})_t &= r\alpha \\ (\mathbf{a}_{B/A})_n &= -\omega^2 \mathbf{r}_{B/A} & (a_{B/A})_n &= r\omega^2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/A}$$



$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_B &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A} \\
 &= \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_n + (\mathbf{a}_{B/A})_t
 \end{aligned}$$

BIBLIOGRAFIA A CONSULTAR

- **Mecánica Vectorial para Ingenieros** Beer Johnston
- **Dinámica** Hibbeler