FACULTAD
DE INGENIERÍA

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

VELOCIDAD RELATIVA Y ANGULAR

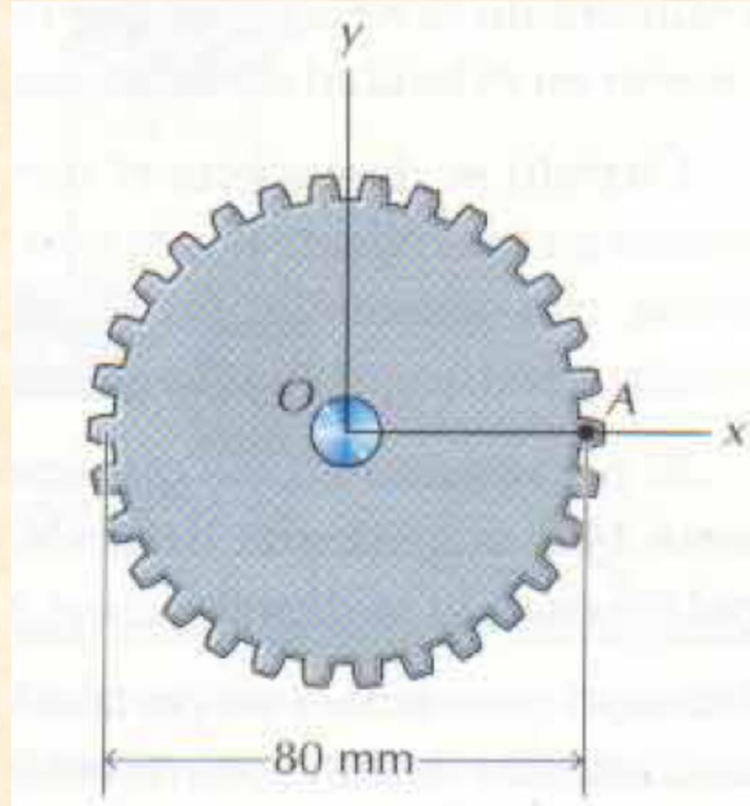
Ing. Carlos Barrera-2023

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

1) Una rueda dentada de 80mm de diámetro gira en torno a un eje que pasa por su centro O. En cierto instante, la velocidad angular de la rueda es de 2 rad/s, aumentando a razón de 1 rad/s2. Calcular la aceleración del diente A en dicho instante.



$$a_A(= (r\alpha e_t + r\omega^2 e_n) = (40)(1)j + (40)\ (2)^2 - i)$$

$$= -160i + 40j\ mm/s^2$$

$$=164{,}9\ \ {}^{mm}/_{s^2}$$

Ing. Carlos Barrera

13:10

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

Otra forma de calcular:

$$\boldsymbol{a_A}(= \ \boldsymbol{\alpha} * \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} * (\boldsymbol{\omega} * \boldsymbol{r}))$$

$$= [(1\boldsymbol{k}) * (40\boldsymbol{i}) + (2\boldsymbol{k}) * (2\boldsymbol{k}) * (40\boldsymbol{i})]$$

$$= (40\boldsymbol{j} + (2\boldsymbol{k}) * (80\boldsymbol{j}) = 40\boldsymbol{j} + 160 \ - \boldsymbol{i})$$

$$= \ -160\boldsymbol{i} + 40\boldsymbol{j} \ {}^{\boldsymbol{mm}}/_{\boldsymbol{s}^2}$$

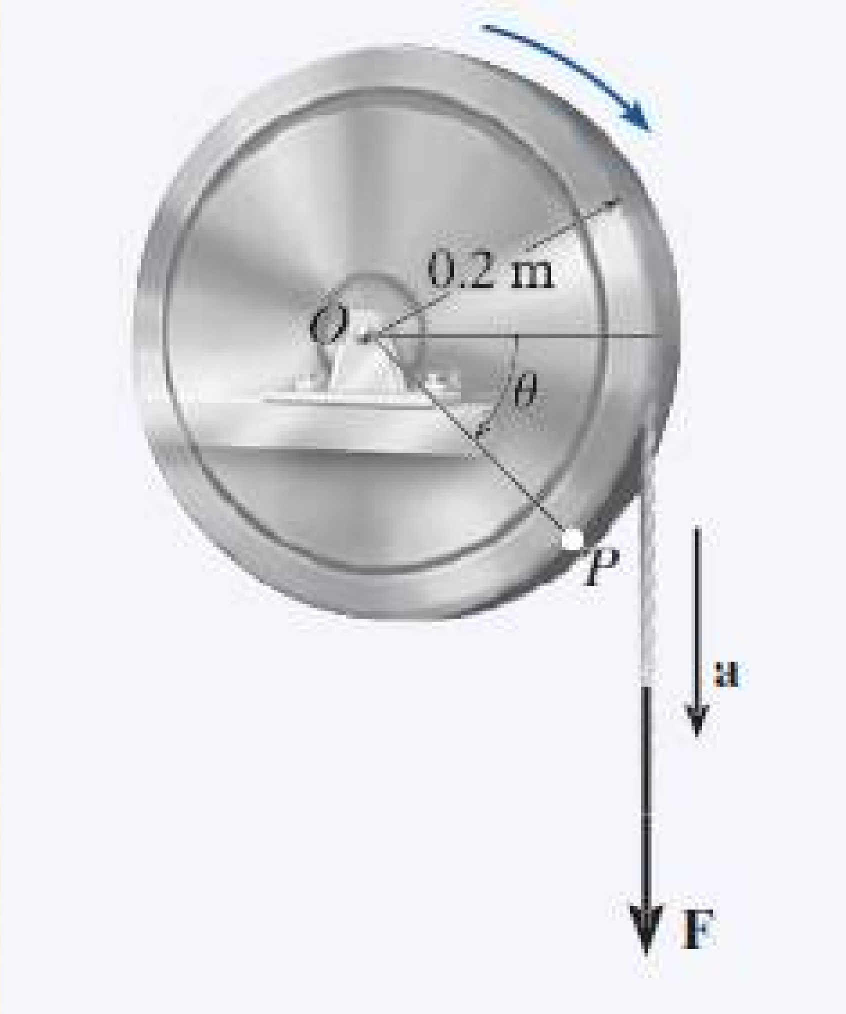
$$= 164{,}9 \ {}^{\boldsymbol{mm}}/_{\boldsymbol{s}^2}$$

Ing. Carlos Barrera

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

2) Una cuerda se enrolla alrededor de una rueda que está en reposo. Si una fuerza aplicada a la cuerda le da una aceleración a= 4t m/s2, donde t está en segundos, calcular en función del tiempo a) la velocidad angular de la rueda b) la posición angular de la línea OP en radianes.



Ing. Carlos Barrera

13:10

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

$$\left(a_p\right) = \alpha r$$

$$\frac{(4t)m}{s^2} = \alpha(0,2)$$

$$\alpha = 20t\,\frac{rad}{s^2}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = (20t)\,{}^{rad}/_{s^2}$$

$$\int_0^{\omega} d\omega = \int_0^{t} 20t\,dt$$

$$\omega = 10t^2\,{}^{rad}/_{s}$$

Ing. Carlos Barrera

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = (10t^2)\, {}^{rad}/_{s}$$

$$\int_0^{\theta} d\theta = \int_0^{t} 10t^2\, dt$$

$$\theta = 3,33t^3 rad$$

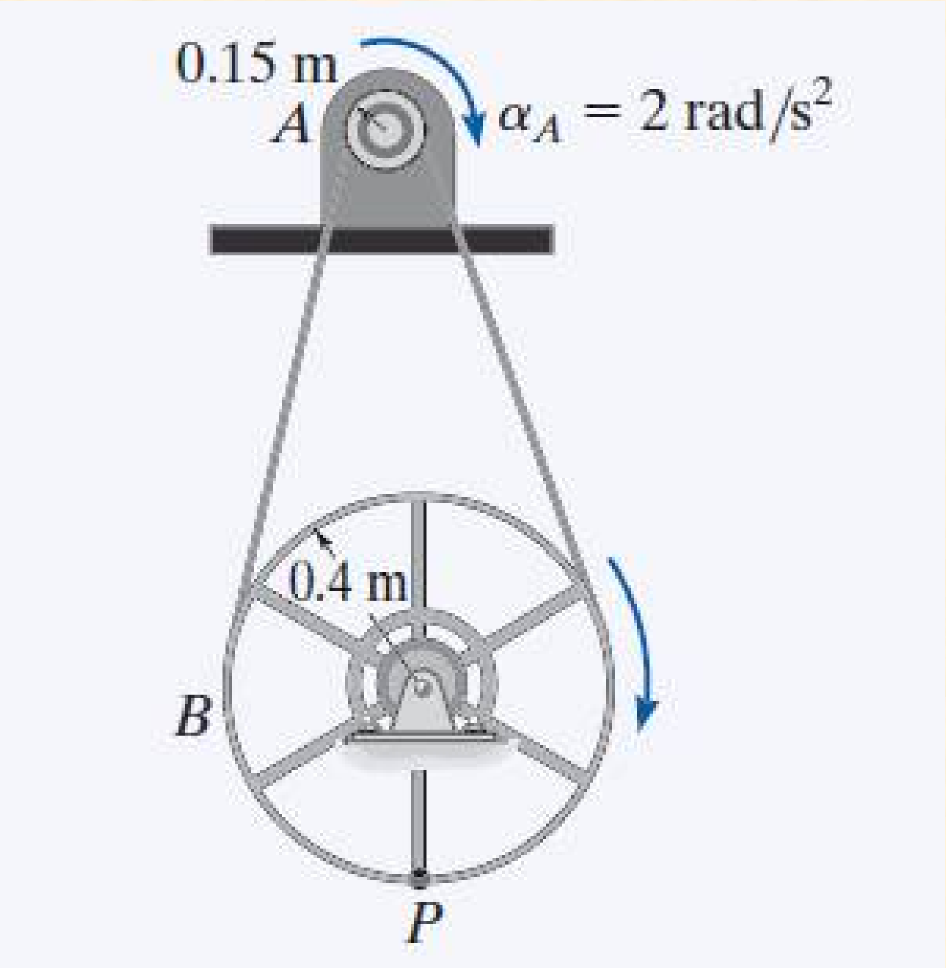
Ing. Carlos Barrera

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

3) El motor se usa para hacer girar una rueda y el ventilador. Si la polea A conectada al motor comienza a girar desde el reposo con aceleración angular 2 rad/s2. Calcular las magnitudes de la velocidad y la aceleración del punto P sobre la rueda, después que la rueda B ha girado una revolución. Suponer que la correa no resbala sobre la polea ni sobre la rueda.



Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-
MECÁNICA Y
MECANISMOS

$$\theta_B = 1\,rev\left(\frac{2\pi\,rad}{1rev}\right) = 6{,}283\,rad$$

$$s = \theta_A r_A = \theta_B r_B$$

$$\theta_A(0{,}15\,m) = 6{,}283\,(0{,}4\,m)$$

$$\theta_A = 16{,}76\,rad$$

$$\omega^2(= \omega_0^2 + 2\alpha_C\theta - \theta_0)$$

$$\omega_A^2 = 0 + 2(2\;{}^{rad}/_{s^2})(16{,}76\,rad - 0)$$

$$\omega_A = 8{,}188\;{}^{rad}/_{s}$$

Ing. Carlos Barrera

13:10

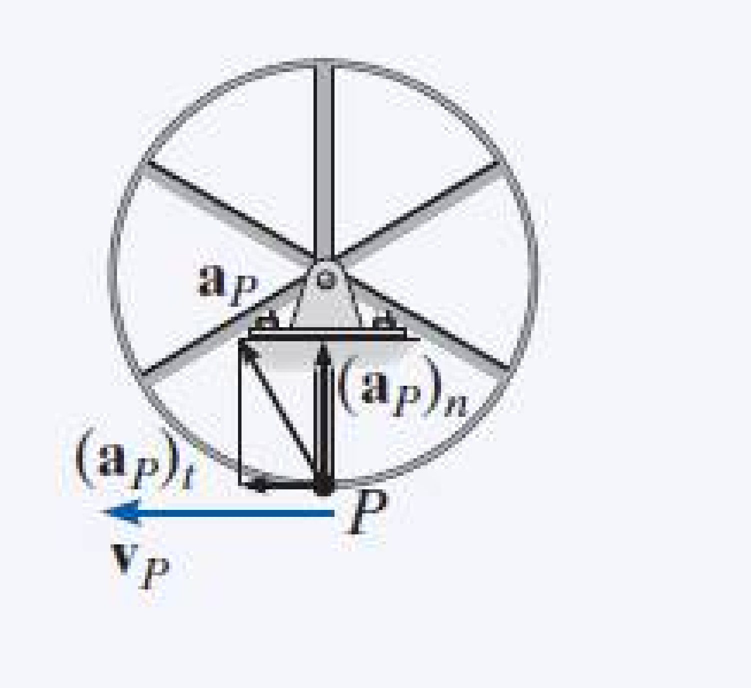
Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-
MECÁNICA Y
MECANISMOS

$$v = \omega_A r_A = \omega_B r_B \rightarrow \; 8{,}188 \, {rad}/{s} \, (0{,}15 \, m) = \omega_B (0{,}4 \, m)$$

$$\omega_B = 3{,}070 \, {rad}/{s}$$

$$a_t = \alpha_A r_A = \alpha_B r_B \rightarrow 2 \, {rad}/{s^2} \, (0{,}15 \, m) = \alpha_B (\, 0{,}4 \, m)$$

$$\alpha_B = 0{,}75 \, {rad}/{s^2}$$



Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-
MECÁNICA Y
MECANISMOS

$$v_P = \omega_B r_B = 3{,}070\ {rad}/{s}\,(0{,}4\ m) = 1{,}23\ {m}/{s}$$

$$(a_P)_t = \alpha_B r_B = 0{,}750\ {rad}/{s^2}\,(0{,}4\ m) = 0{,}3\ {m}/{s^2}$$

$$(a_P)_n = \omega_B^2 r_B = \left(3{,}070\ {rad}/{s}\right)^2 (0{,}4m) = 3{,}77\ {m}/{s^2}$$

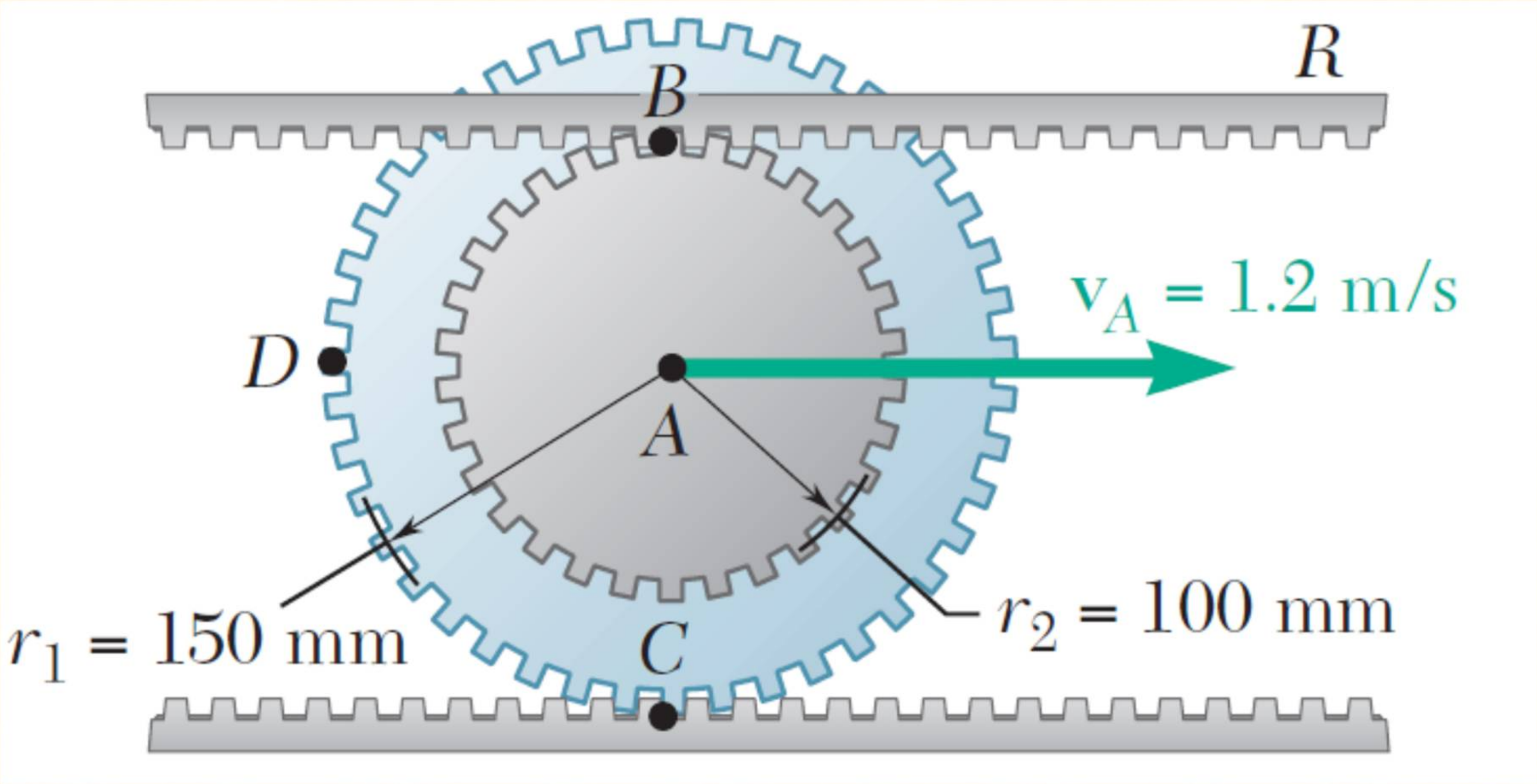
$$a_P = \sqrt{0{,}3^2 + 3{,}77^2} = 3{,}78\ {m}/{s^2}$$

Ing. Carlos Barrera

13:10

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-
MECÁNICA Y
MECANISMOS

4) El engrane doble tiene una velocidad de su centro A de 1,2 m/s dirigida hacia la derecha. Calcular: a) velocidad angular del engrane b) velocidades de la cremallera superior R y del punto D del engrane.



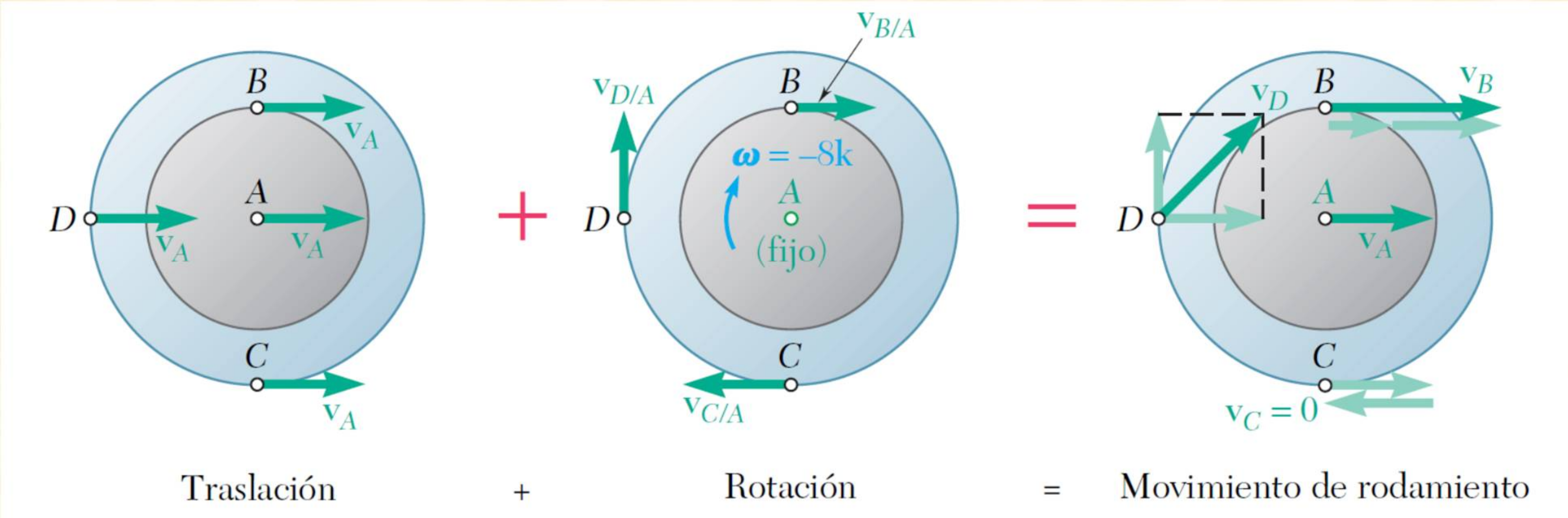
Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-
MECÁNICA Y
MECANISMOS

$$\frac{x_A}{2\pi r_1} = -\frac{\theta}{2\pi} \rightarrow x_A = -r_1\theta$$

$$v_A = -r_1\omega \qquad 1{,}2\ {}^{m}/_{s} = -(0{,}150m)\omega$$

$$\omega = -8\ {}^{rad}/_{s} \qquad \boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{k} = -\left(8\ {}^{rad}/_{s}\right)\mathbf{k}$$



Ing. Carlos Barrera

13:10

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

$$v_R = v_B = v_A + v_{B/A} = v_A + \omega k * r_{B/A}$$

$$= (1{,}2\ {}^{m}/_{s})i - \left(8\ {}^{rad}/_{s}\right)k * (0{,}100\ m)j$$

$$= (1{,}2\ {}^{m}/_{s})i + (0{,}8\ {}^{m}/_{s})i = (2\ {}^{m}/_{s})i$$

$$\mathbf{v}_D = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{D/A} = \mathbf{v}_A + \omega\mathbf{k} \times \mathbf{r}_{D/A}$$
$$= (1.2\ \text{m/s})\mathbf{i} - (8\ \text{rad/s})\mathbf{k} \times (-0.150\ \text{m})\mathbf{i}$$
$$= (1.2\ \text{m/s})\mathbf{i} + (1.2\ \text{m/s})\mathbf{j}$$

$$\mathbf{v}_D = 1.697\ \text{m/s} \measuredangle 45°$$

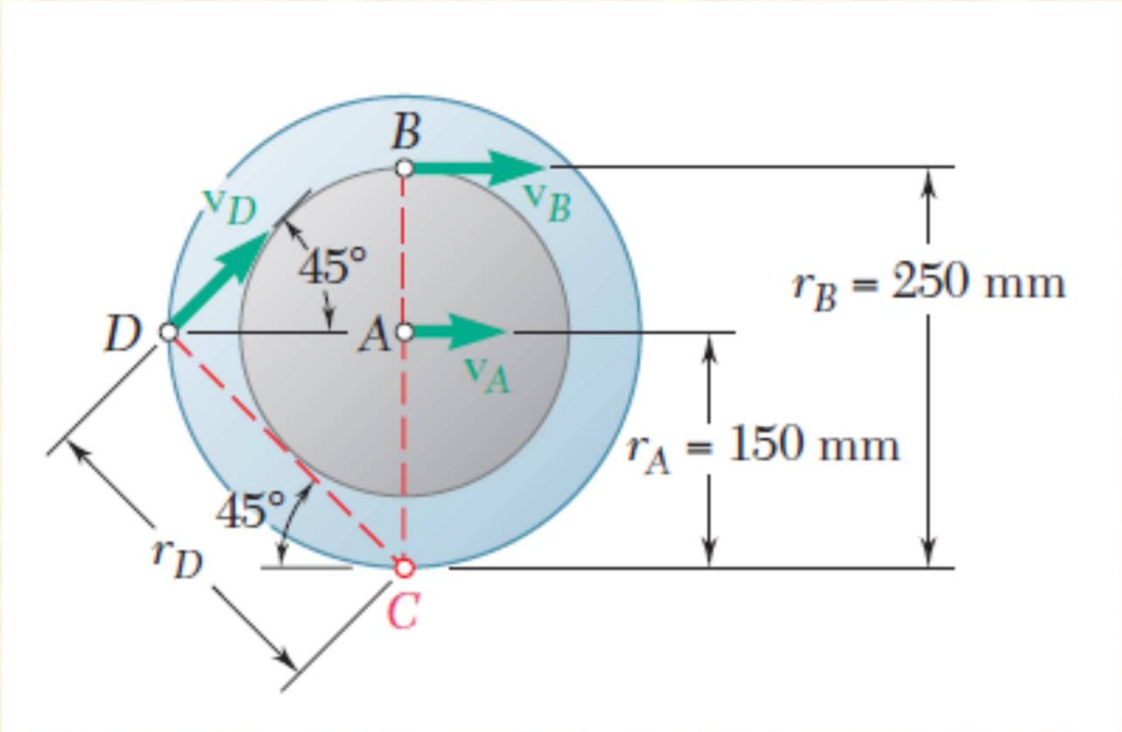
Ing. Carlos Barrera

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

5) Resolver el problema de la cremallera con el método del centro instantáneo de rotación



$$v_A = r_A\omega \qquad 1{,}2\ {}^{m}/_{s} = (0{,}150\ m)\omega \qquad \omega = 8\ {}^{rad}/_{s}$$

Ing. Carlos Barrera

13:10

$$v_R = v_B = r_B\omega$$

$$v_R = (0{,}250m)\left(8\ {}^{rad}/_{s}\right) = 2\ {}^{m}/_{s}$$

$$r_D = (0{,}150m)\sqrt{2} = 0{,}2121\ m$$

$$v_D = r_D\omega \qquad v_D = (0{,}2121\ m)\left(8\ {}^{rad}/_{s}\right) = 1{,}697\ {}^{m}/_{s}$$

Ing. Carlos Barrera

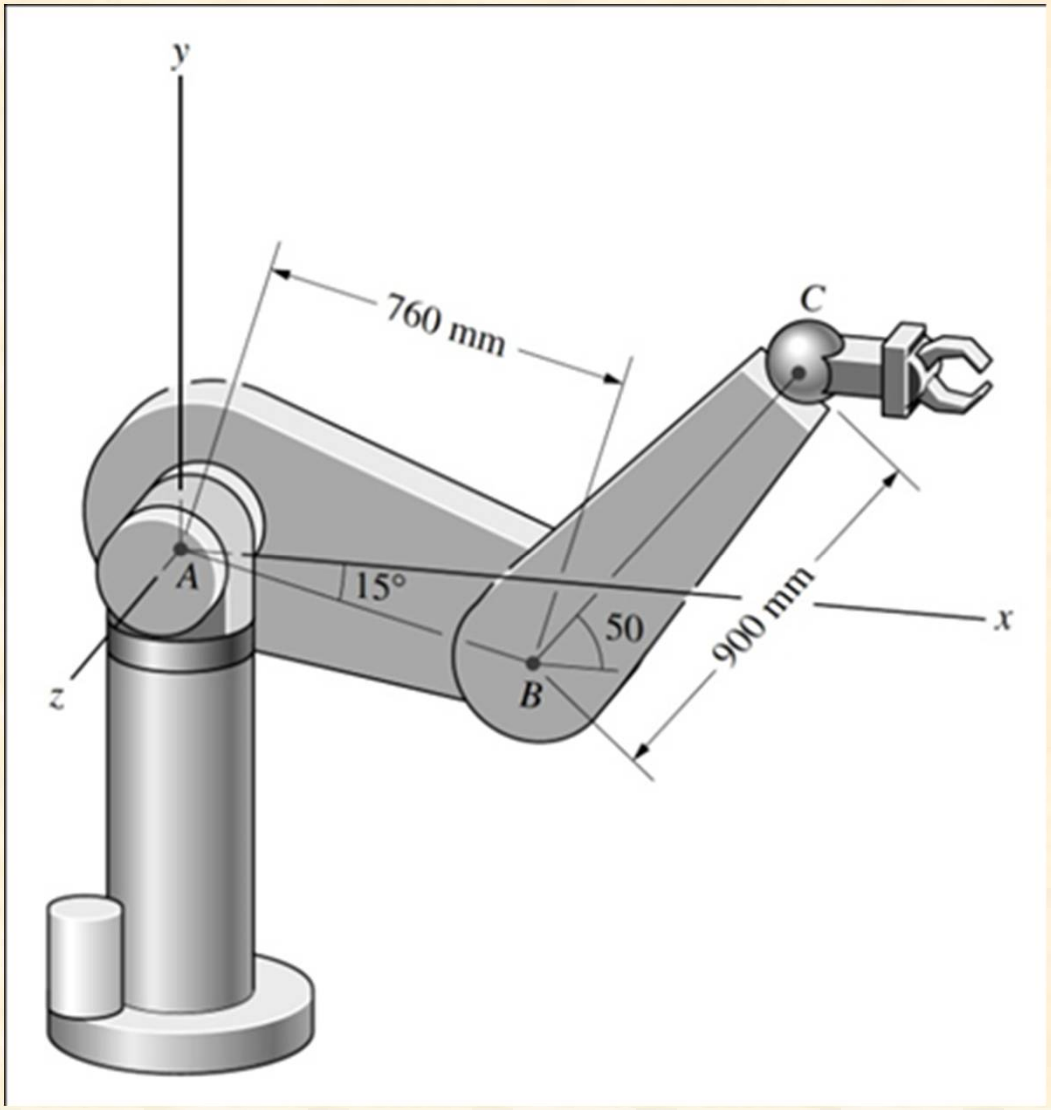
UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:

MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

6) En la figura los puntos B y C están en el plano x-y. Los vectores de velocidad angular de los brazos AB y BC son wAB =-0,5 k rad/s ; wBC = 2 k rad/s. Calcular la velocidad del punto C



Ing. Carlos Barrera

13:10

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA-MECÁNICA Y MECANISMOS

Como primer paso en la solución del problema, se plantean los vectores distancia de los brazos *AB* y *BC*:

$$r_{B/A} = (760mm \cdot \cos(15°))\mathrm{i} - (760mm \cdot \sin(15°))\mathrm{j}$$
$$r_{B/A} = (734{,}1mm)\mathrm{i} - (196{,}7mm)\mathrm{j}$$

$$r_{C/B} = (900mm \cdot \cos(50°))\mathrm{i} + (900mm \cdot \sin(50°))\mathrm{j}$$
$$r_{C/B} = (578{,}5mm)\mathrm{i} + (689{,}4mm)\mathrm{j}$$

Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA- MECÁNICA Y MECANISMOS

$$\mathrm{v}_B = \left(\omega_{AB} \times \mathrm{r}_{B/A}\right) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -0{,}5 \\ 734{,}1 & -196{,}7 & 0 \end{vmatrix} = -(98{,}35 mm/s)\mathrm{i} - (364{,}05 mm/s)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{v}_B = -(98{,}35 mm/s)\mathrm{i} - (364{,}05 mm/s)\mathrm{j}$$

El brazo BC tiene un movimiento de traslación determinado por la velocidad vB, más un movimiento de rotación, definido por la velocidad angular ω_{BC}. Analíticamente:

$$\mathrm{v}_C = \mathrm{v}_B + \mathrm{v}_{C/B} = \mathrm{v}_B + \left(\omega_{BC}\mathrm{k} \times \mathrm{r}_{C/B}\right)$$

$$\mathrm{v}_{C/B} = \left(\omega_{BC}\mathrm{k} \times \mathrm{r}_{C/B}\right)$$

$$\mathrm{v}_{C/B} = \left(\omega_{BC} \times \mathrm{r}_{C/B}\right) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 2 \\ 578{,}5 & 689{,}4 & 0 \end{vmatrix} = -(1378{,}9 mm/s)\mathrm{i} + (1157 mm/s)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{v}_{C/B} = -(1378{,}9 mm/s)\mathrm{i} + (1157 mm/s)\mathrm{j}$$

Ing. Carlos Barrera

$$\mathrm{v}_C = \mathrm{v}_B + \mathrm{v}_{C/B} =$$
$$= \left(-\left(98{,}35\,mm/s\right)\mathrm{i} - \left(364{,}05\,mm/s\right)\mathrm{j}\right) + \left(-\left(1378{,}9\,mm/s\right)\mathrm{i} + \left(1157\,mm/s\right)\mathrm{j}\right)$$

$$\mathrm{v}_C = -\left(1477{,}2\,mm/s\right)\mathrm{i} + \left(790\,mm/s\right)\mathrm{j}$$