



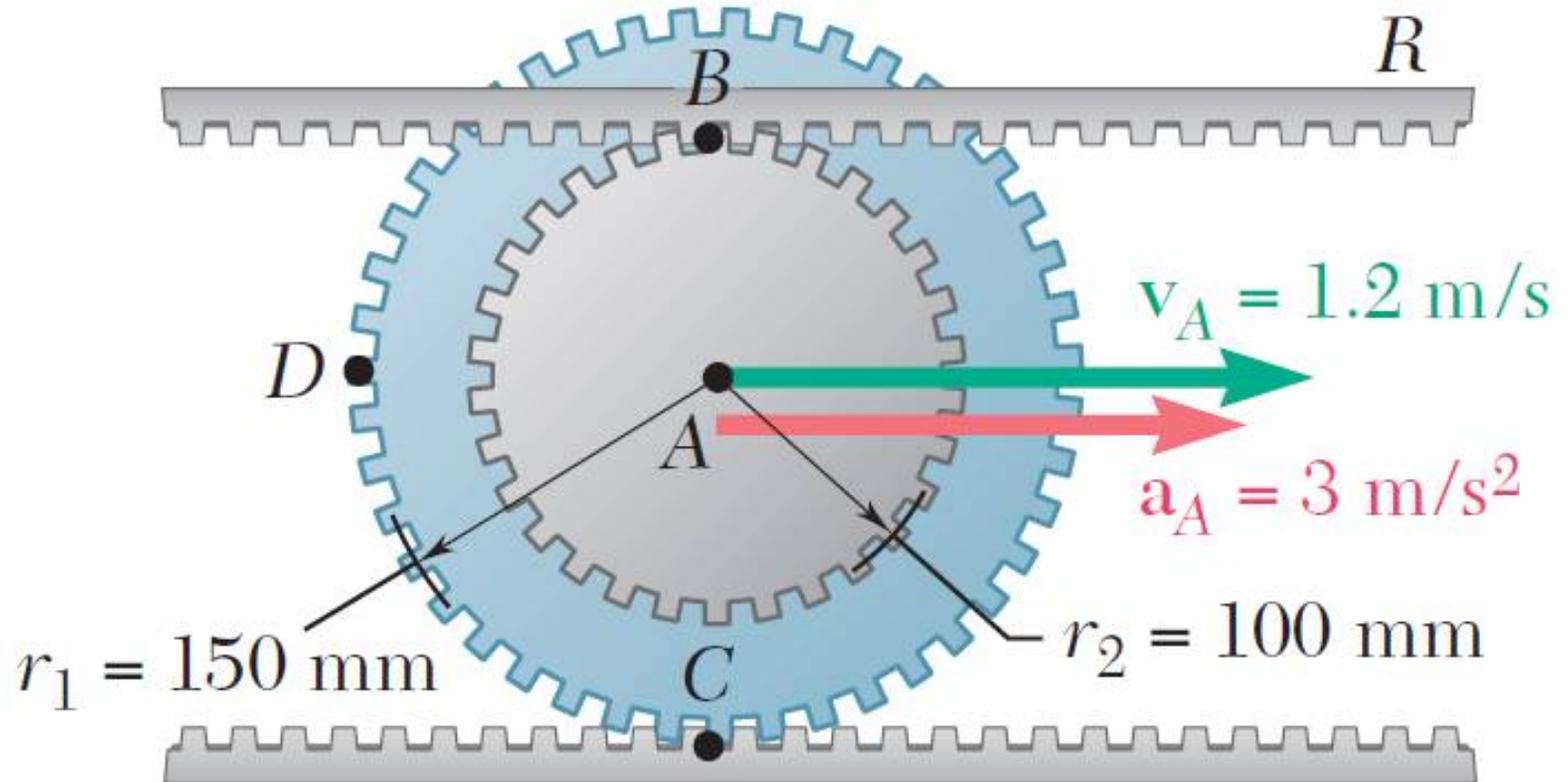
FACULTAD
DE INGENIERÍA

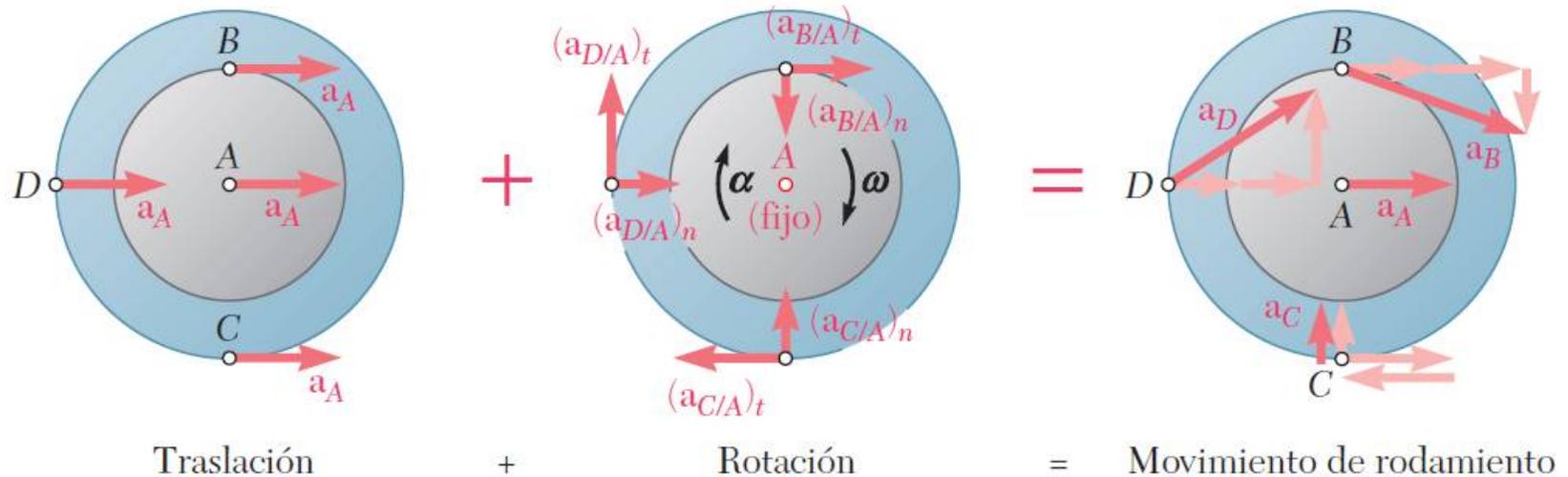
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

ACELERACIONES ABSOLUTA Y RELATIVA

Ing. Carlos Barrera-2023

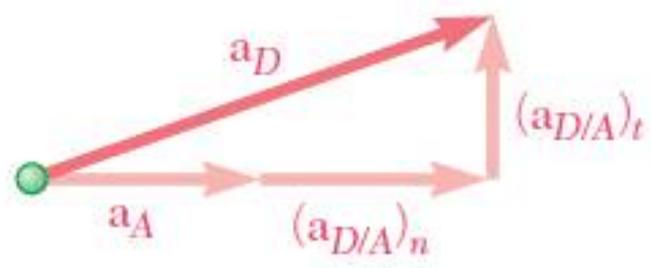
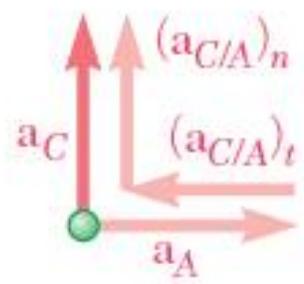
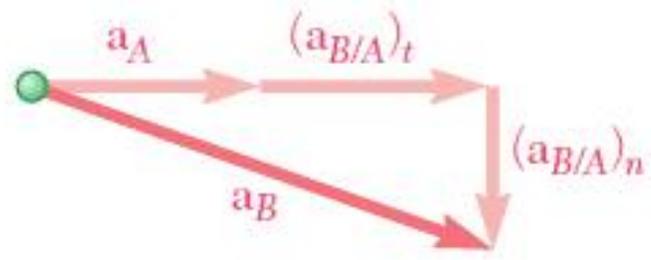
1) El centro del engrane doble del problema del práctico anterior de $1,2 \text{ m/s}$ hacia la derecha y una aceleración de 3 m/s^2 hacia la derecha. La cremallera inferior es estacionaria, determine a) la aceleración angular del engrane b) la aceleración de los puntos B, C, D del engrane.





a) Aceleración angular del engrane. En el problema resuelto 15.2, $x_A = -r_1\theta$ y $v_A = -r_1\omega$. Diferenciando la última ecuación con respecto al tiempo, se obtiene $a_A = -r_1\alpha$.

$$\begin{aligned}
 v_A &= -r_1\omega & 1.2 \text{ m/s} &= -(0.150 \text{ m})\omega & \omega &= -8 \text{ rad/s} \\
 a_A &= -r_1\alpha & 3 \text{ m/s}^2 &= -(0.150 \text{ m})\alpha & \alpha &= -20 \text{ rad/s}^2 \\
 & & & & \alpha &= \alpha\mathbf{k} = -(20 \text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \quad \blacktriangleleft
 \end{aligned}$$



Aceleración del punto B. Al sumar vectorialmente las aceleraciones correspondientes a la traslación y a la rotación, se obtiene

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_B &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A} = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n \\
 &= \mathbf{a}_A + \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/A} \\
 &= (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (20 \text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \times (0.100 \text{ m})\mathbf{j} - (8 \text{ rad/s})^2(0.100 \text{ m})\mathbf{j} \\
 &= (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (2 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (6.40 \text{ m/s}^2)\mathbf{j} \\
 &\qquad \qquad \qquad \mathbf{a}_B = 8.12 \text{ m/s}^2 \searrow 52.0^\circ \quad \blacktriangleleft
 \end{aligned}$$

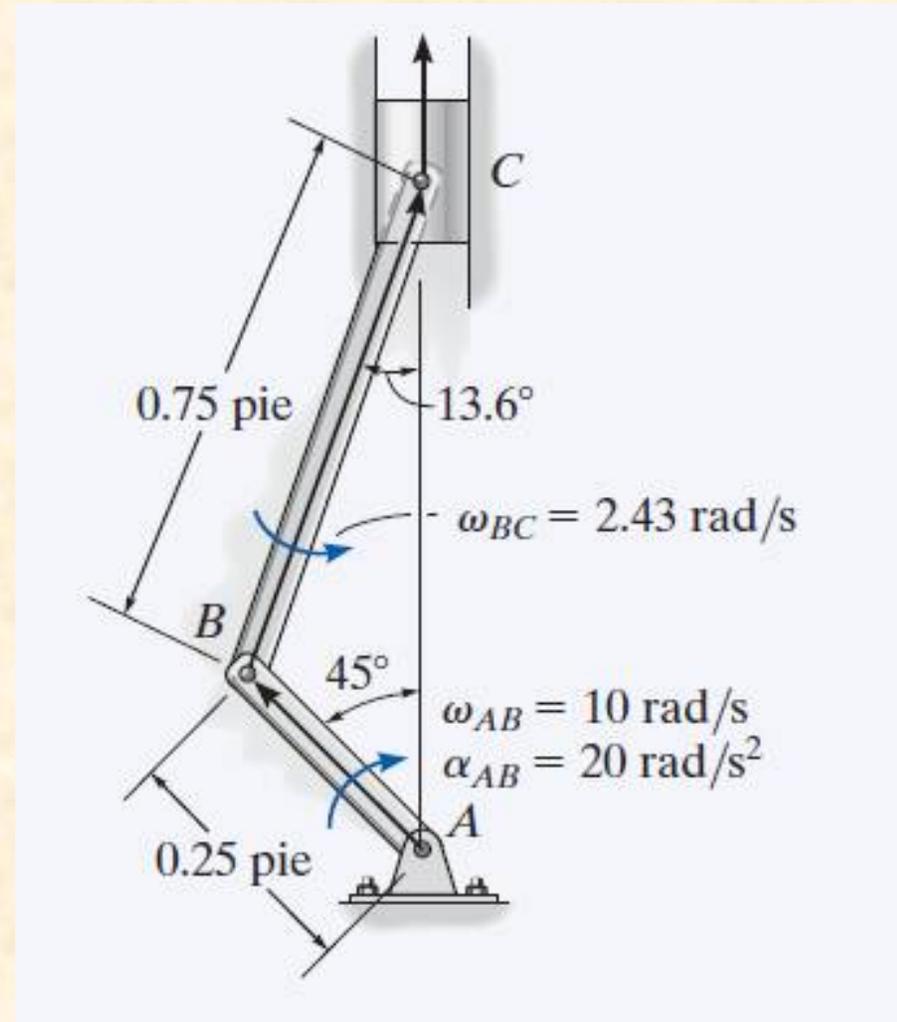
Aceleración del punto C

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_C &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{C/A} = \mathbf{a}_A + \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{C/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{C/A} \\
 &= (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (20 \text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \times (-0.150 \text{ m})\mathbf{j} - (8 \text{ rad/s})^2(-0.150 \text{ m})\mathbf{j} \\
 &= (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (9.60 \text{ m/s}^2)\mathbf{j} \\
 &\qquad \qquad \qquad \mathbf{a}_C = 9.60 \text{ m/s}^2 \uparrow \quad \blacktriangleleft
 \end{aligned}$$

Aceleración del punto D

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a}_D &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{D/A} = \mathbf{a}_A + \alpha \mathbf{k} \times \mathbf{r}_{D/A} - \omega^2 \mathbf{r}_{D/A} \\
 &= (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (20 \text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \times (-0.150 \text{ m})\mathbf{i} - (8 \text{ rad/s})^2(-0.150 \text{ m})\mathbf{i} \\
 &= (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (3 \text{ m/s}^2)\mathbf{j} + (9.60 \text{ m/s}^2)\mathbf{i} \\
 &\qquad \qquad \qquad \mathbf{a}_D = 12.95 \text{ m/s}^2 \nearrow 13.4^\circ \quad \blacktriangleleft
 \end{aligned}$$

2) El cigüeñal AB de un motor gira con aceleración angular constante de 20 rad/s^2 , en el sentido de las agujas del reloj. Calcular la aceleración del pistón en el instante en que AB está en la posición mostrada. En este instante $\omega_{AB} = 10 \text{ rad/s}$ y $\omega_{BC} = 2,43 \text{ rad/s}$.



Ecuación de la aceleración: Expresando cada uno de los vectores de posición en forma vectorial cartesiana

$$\mathbf{r}_B = \{-0.25 \text{ sen } 45^\circ \mathbf{i} + 0.25 \text{ cos } 45^\circ \mathbf{j}\} \text{ pies} = \{-0.177 \mathbf{i} + 0.177 \mathbf{j}\} \text{ pies}$$

$$\mathbf{r}_{C/B} = \{0.75 \text{ sen } 13.6^\circ \mathbf{i} + 0.75 \text{ cos } 13.6^\circ \mathbf{j}\} \text{ pies} = \{0.177 \mathbf{i} + 0.729 \mathbf{j}\} \text{ pies}$$

Cigüeñal AB (rotación alrededor de un eje fijo):

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_B &= \boldsymbol{\alpha}_{AB} \times \mathbf{r}_B - \omega_{AB}^2 \mathbf{r}_B \\ &= (-20 \mathbf{k}) \times (-0.177 \mathbf{i} + 0.177 \mathbf{j}) - (10)^2 (-0.177 \mathbf{i} + 0.177 \mathbf{j}) \\ &= \{21.21 \mathbf{i} - 14.14 \mathbf{j}\} \text{ pies/s}^2 \end{aligned}$$

Biela BC (movimiento plano general): con el resultado de \mathbf{a}_B y si observamos que \mathbf{a}_C está en la dirección vertical, tenemos

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \alpha_{BC} \times \mathbf{r}_{C/B} - \omega_{BC}^2 \mathbf{r}_{C/B}$$

$$a_{Cj} = 21.21\mathbf{i} - 14.14\mathbf{j} + (\alpha_{BC}\mathbf{k}) \times (0.177\mathbf{i} + 0.729\mathbf{j}) - (2.43)^2(0.177\mathbf{i} + 0.729\mathbf{j})$$

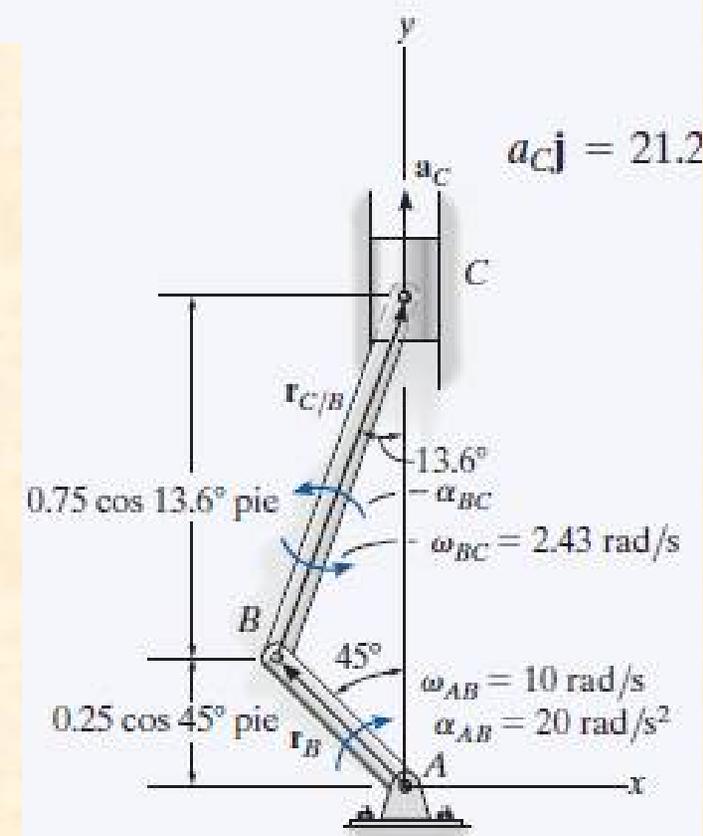
$$a_{Cj} = 21.21\mathbf{i} - 14.14\mathbf{j} + 0.177\alpha_{BC}\mathbf{j} - 0.729\alpha_{BC}\mathbf{i} - 1.04\mathbf{i} - 4.30\mathbf{j}$$

$$0 = 20.17 - 0.729\alpha_{BC}$$

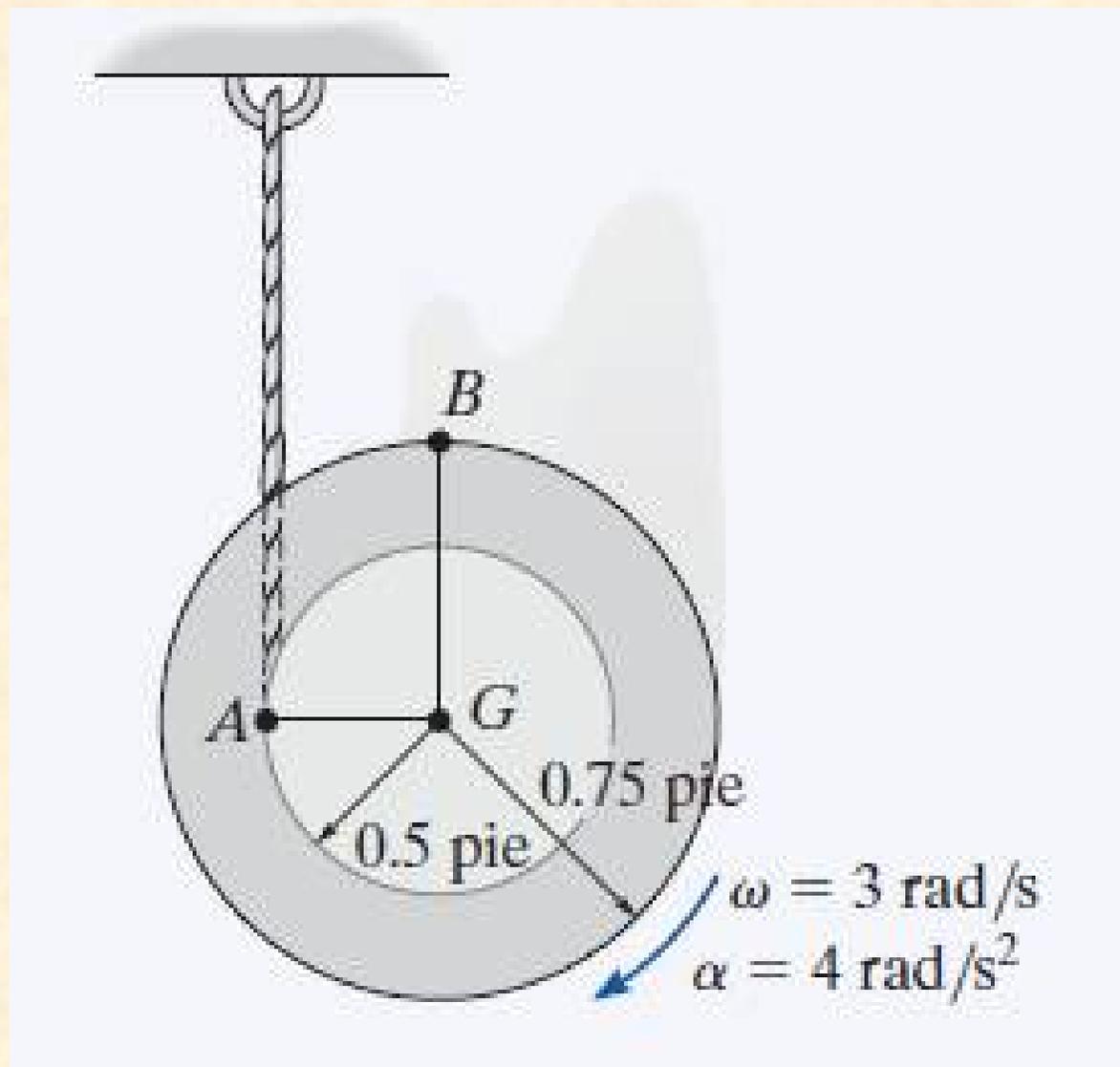
$$a_C = 0.177\alpha_{BC} - 18.45$$

$$\alpha_{BC} = 27.7 \text{ rad/s}^2 \curvearrowright$$

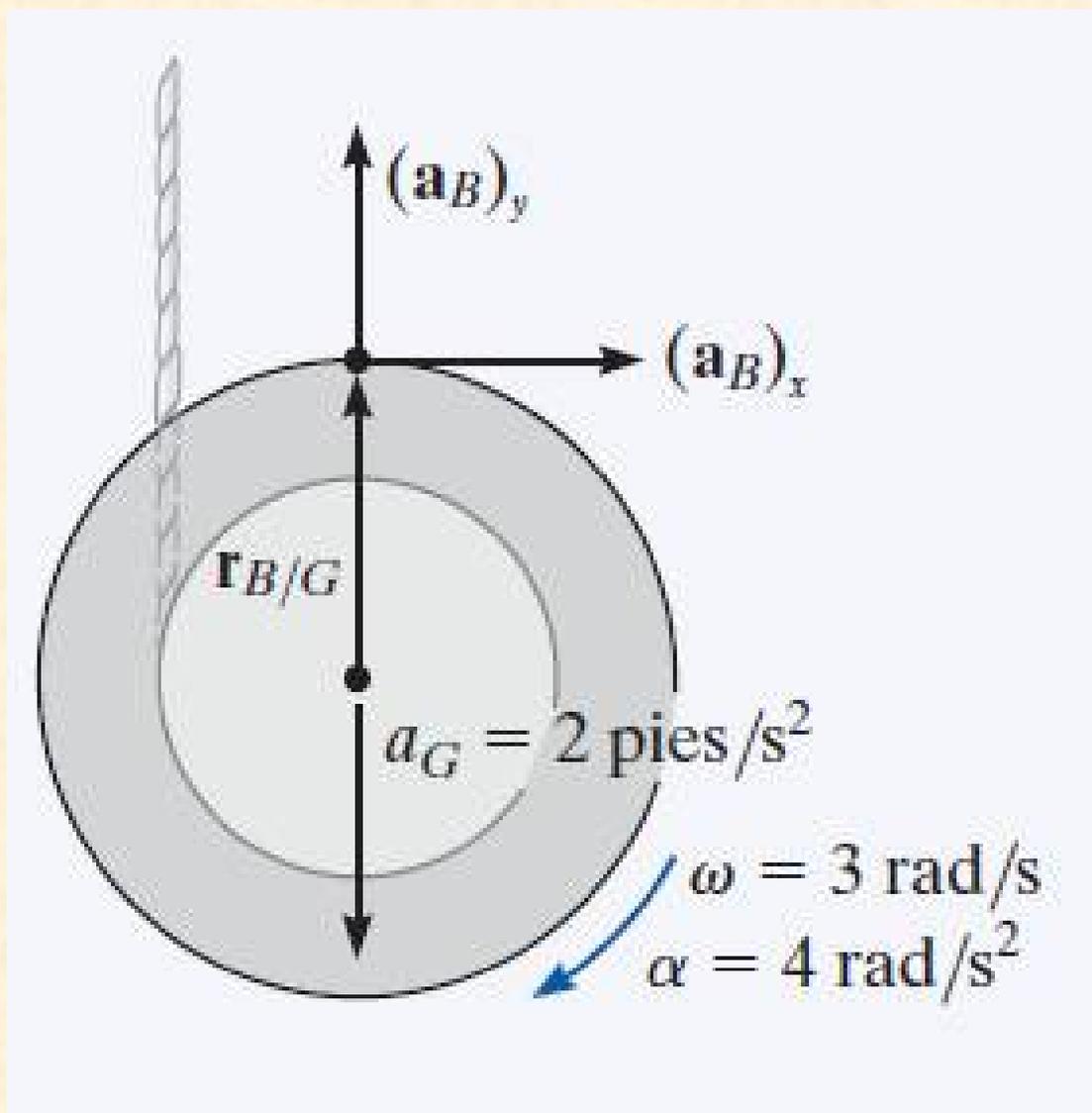
$$a_C = -13.5 \text{ pies/s}^2$$



Ejerc. N° 3) El carretel se desenrolla de la cuerda, de tal modo que en ese instante tiene velocidad angular de 3 rad/s y aceleración angular de 4 rad/s². Hallar la aceleración del punto B



$$a_G = \alpha r = (4 \text{ rad/s}^2)(0.5 \text{ pies}) = 2 \text{ pies/s}^2$$



Ecuación de aceleración.

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_G + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/G} - \omega^2 \mathbf{r}_{B/G}$$

$$(a_B)_x \mathbf{i} + (a_B)_y \mathbf{j} = -2\mathbf{j} + (-4\mathbf{k}) \times (0.75\mathbf{j}) - (3)^2(0.75\mathbf{j})$$

Al igualar los términos \mathbf{i} y \mathbf{j} , las ecuaciones de componentes son

$$(a_B)_x = 4(0.75) = 3 \text{ pies/s}^2 \rightarrow$$

$$(a_B)_y = -2 - 6.75 = -8.75 \text{ pies/s}^2 = 8.75 \text{ pies/s}^2 \downarrow$$

La magnitud y dirección de \mathbf{a}_B son, por consiguiente,

$$a_B = \sqrt{(3)^2 + (8.75)^2} = 9.25 \text{ pies/s}^2 \quad \mathbf{R}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{8.75}{3} = 71.1^\circ \quad \mathbf{R}$$