



FACULTAD
DE INGENIERÍA

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

CINÉTICA DE PARTÍCULAS

TRABAJO Y ENERGÍA

Ing. Carlos Barrera - 2023

OBJETIVOS

1. Definir diversas maneras en que una fuerza y un par desarrollan trabajo.
2. Desarrollar formulaciones para calcular la energía cinética.
3. Aplicar el principio del trabajo y la energía.

Trabajo de una fuerza

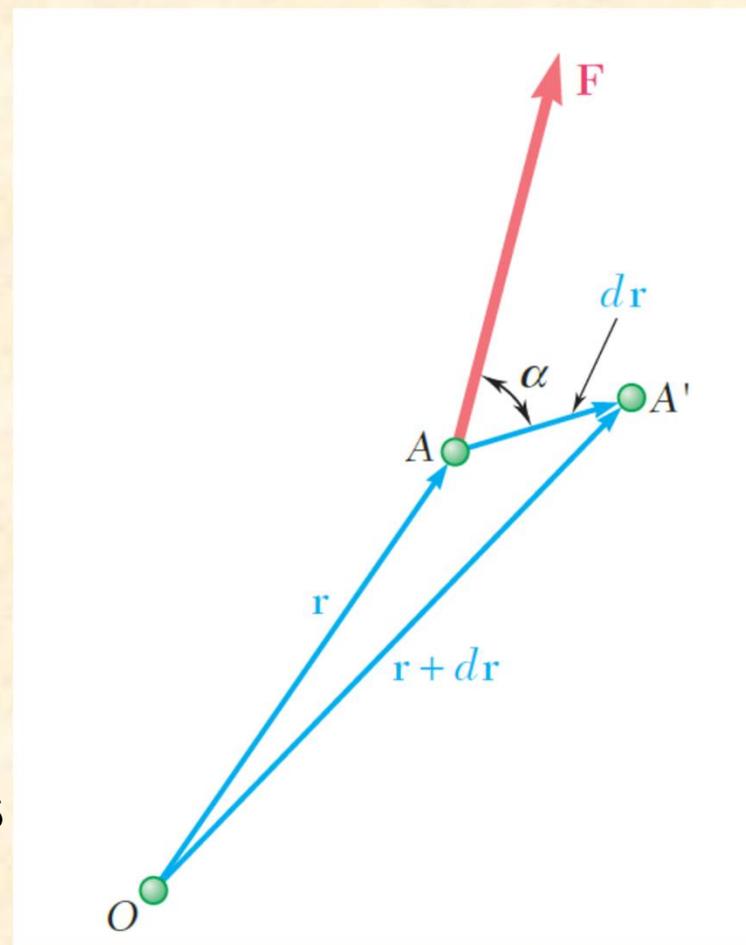
$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

En módulo:

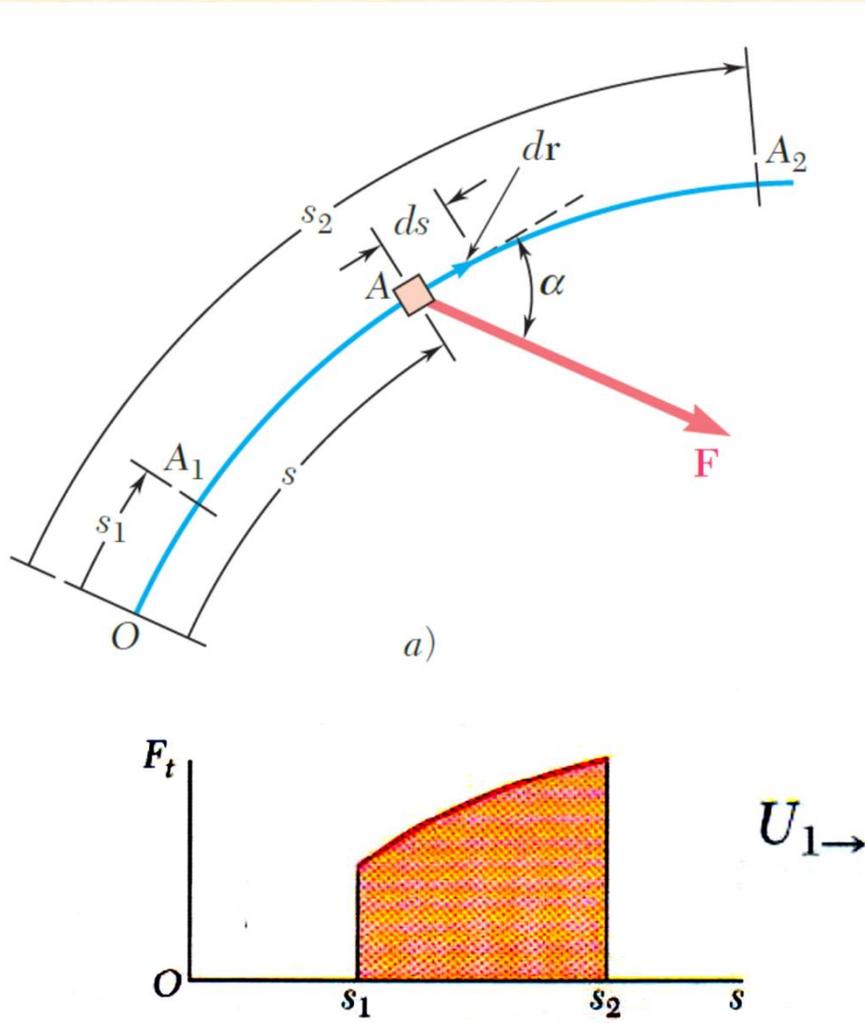
$$dU = F ds \cos \alpha$$

En componentes rectangulares

$$dU = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$



El trabajo durante un desplazamiento finito de la partícula:

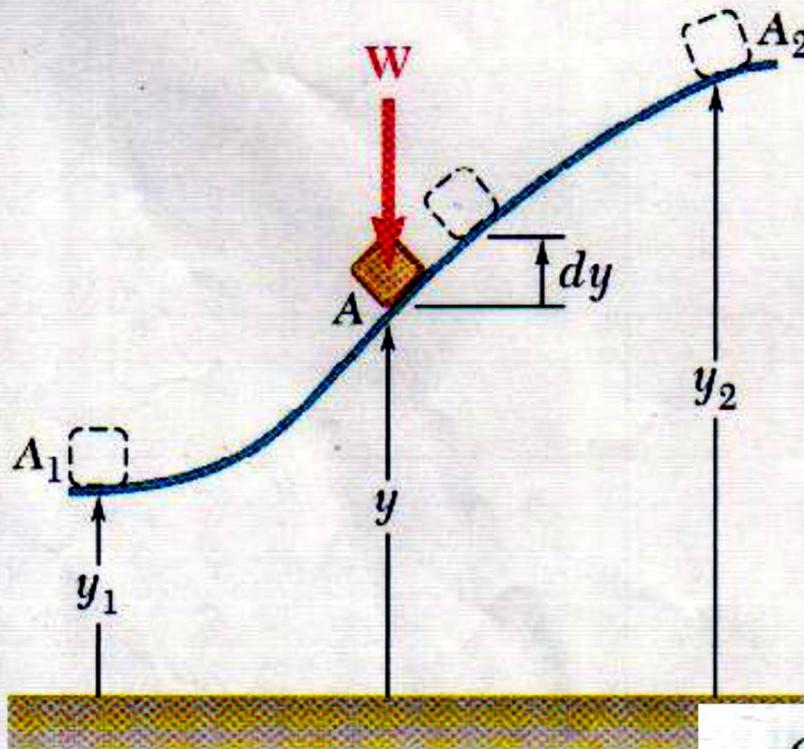


$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{A_1}^{A_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{s_1}^{s_2} (F \cos \alpha) ds = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{A_1}^{A_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

Trabajo realizado por la fuerza de gravedad



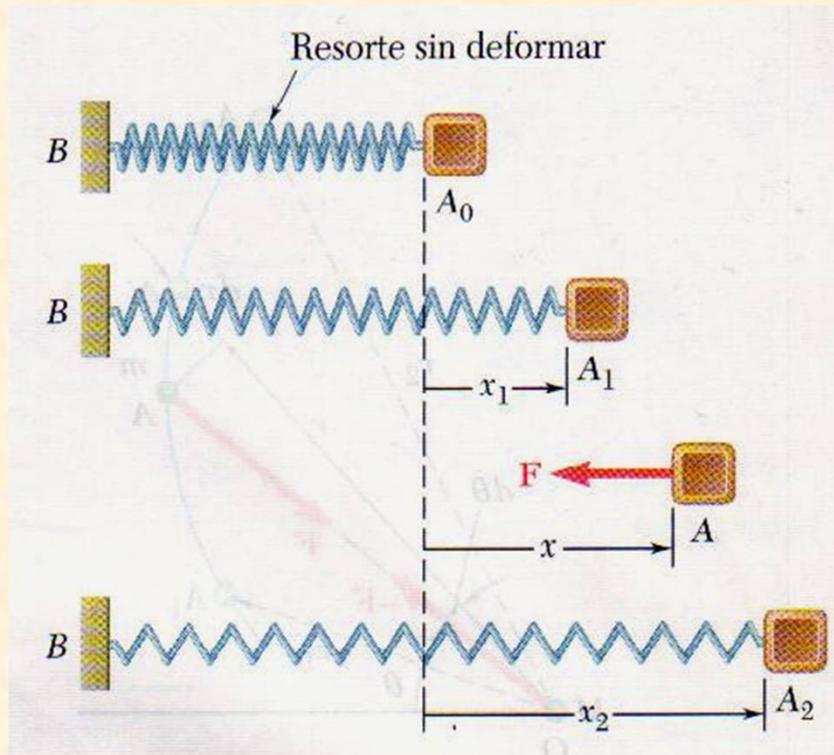
$$F_x = 0, F_y = -W, \text{ y } F_z = 0,$$

$$dU = -W dy$$

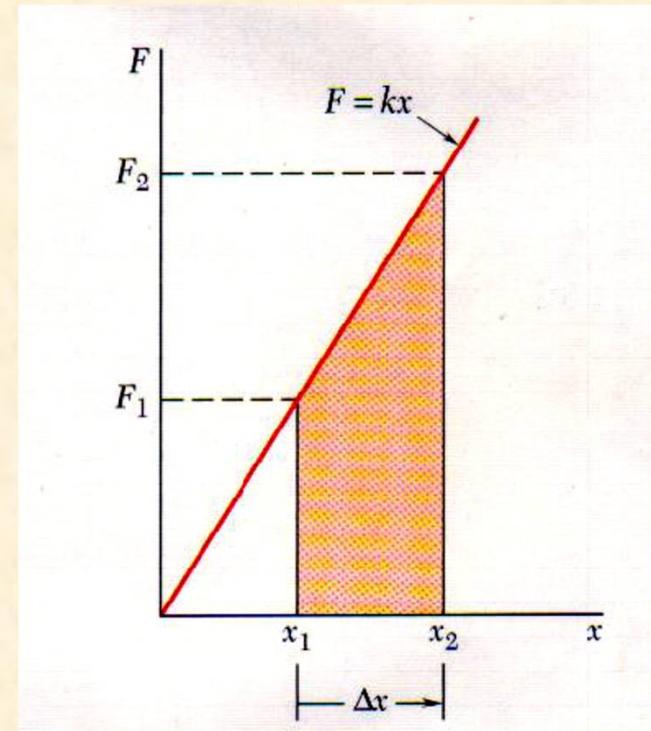
$$U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{y_1}^{y_2} W dy = Wy_1 - Wy_2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -W(y_2 - y_1) = -W \Delta y$$

Trabajo realizado por la fuerza que ejerce un resorte



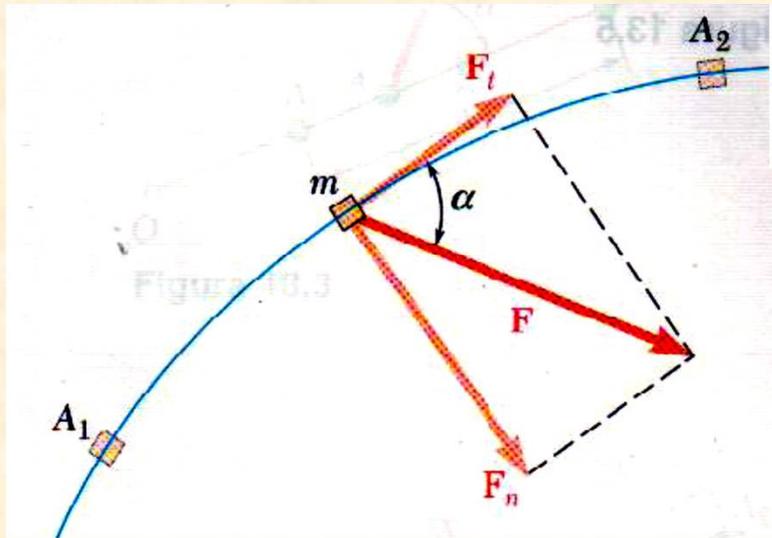
$$F = kx$$



$$dU = -F dx = -kx dx$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -\int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -\frac{1}{2}(F_1 + F_2) \Delta x$$



$$F_t = ma_t \quad \text{o} \quad F_t = m \frac{dv}{dt}$$

$$v = ds/dt$$

$$F_t = m \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = mv \frac{dv}{ds}$$

$$F_t ds = mv dv$$

$$\int_{s_1}^{s_2} F_t ds = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Energía cinética de la partícula

Principio del trabajo y la energía

$$U_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

El trabajo de la fuerza es igual a la variación de la energía cinética de la partícula

Sistema Internacional

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \text{kg}(\text{m/s})^2 = (\text{kg} \cdot \text{m/s}^2)\text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Sistema inglés

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = (\text{lb} \cdot \text{s}^2/\text{ft})(\text{ft/s})^2 = \text{ft} \cdot \text{lb}$$

Aplicaciones

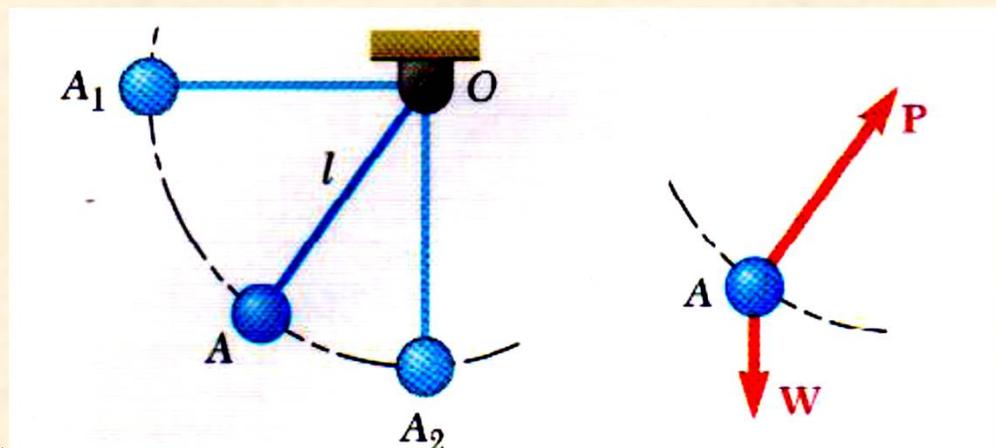
$$U_{1 \rightarrow 2} = Wl.$$

Considerando la energía cinética de la esfera

$$T_1 = 0 \quad T_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{W}{g} \right) v_2^2$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad 0 + Wl = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gl.}$$



- No es necesario determinar aceleración
- Todas las cantidades son escalares.
- Las fuerzas que no realizan trabajo se eliminan.

Potencia y rendimiento

$$\text{Potencia promedio} = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

$$\text{Potencia} = \frac{dU}{dt}$$

$$\text{Potencia} = \frac{dU}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\text{Potencia} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$$

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

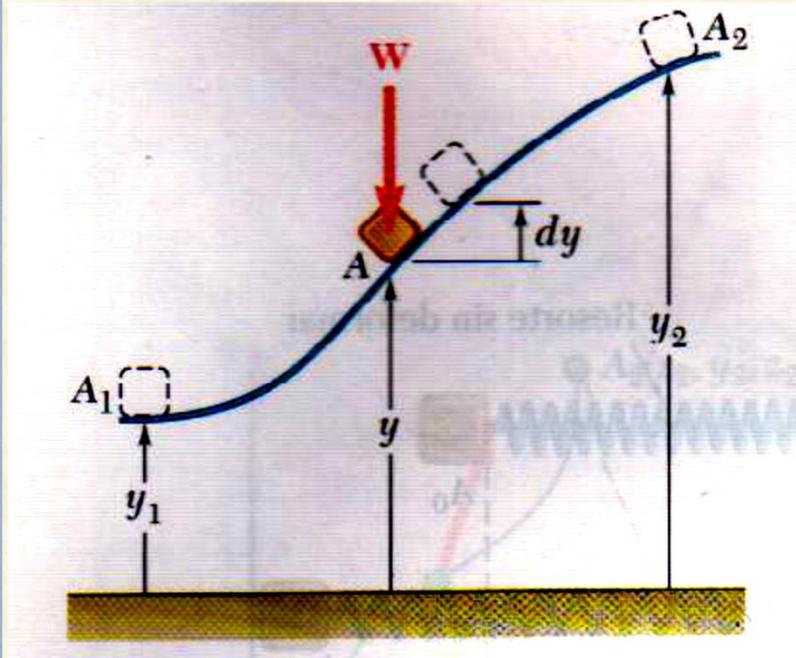
$$1 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} = 1.356 \text{ J/s} = 1.356 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 550(1.356 \text{ W}) = 746 \text{ W} = 0.746 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}}$$

Da una medida del total de las pérdidas de energías puestas en juego

Energía Potencial



$$U_{1 \rightarrow 2} = Wy_1 - Wy_2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = (V_g)_1 - (V_g)_2 \quad \text{con } V_g = Wy$$

V_g

•Energía potencial del cuerpo respecto a la fuerza de gravedad

La energía potencial proporciona una medida del trabajo que puede realizarse mediante su peso.

Si la energía potencial aumenta durante el desplazamiento el trabajo es negativo. Si el trabajo es positivo disminuye la energía potencial

CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UNA PARTICULA

Variación de la cantidad de movimiento

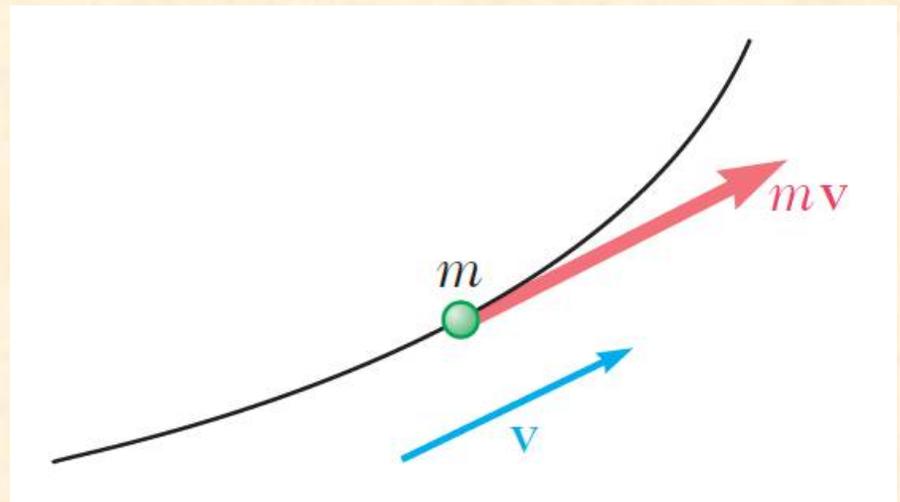
$$\Sigma \mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

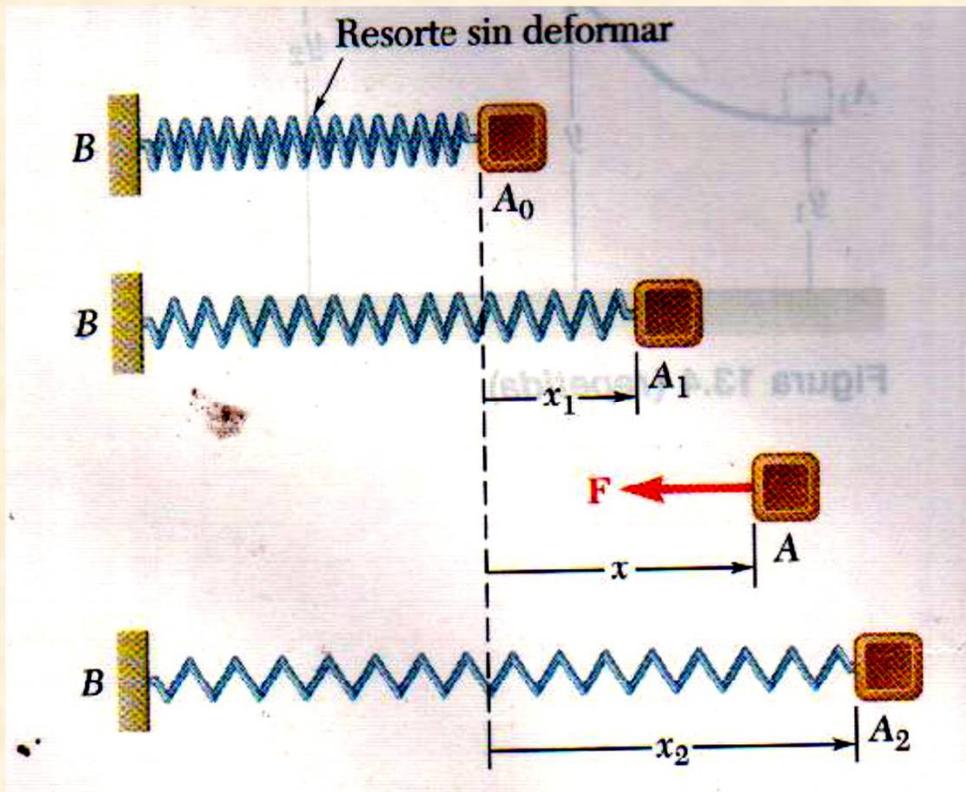
$$\Sigma \mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

El vector $m\mathbf{v}$ es la **cantidad de movimiento lineal** o cantidad de movimiento de la partícula. Tiene la misma dirección que la velocidad de la partícula.

$$\mathbf{L} = m\mathbf{v}$$

$$\Sigma \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}}$$

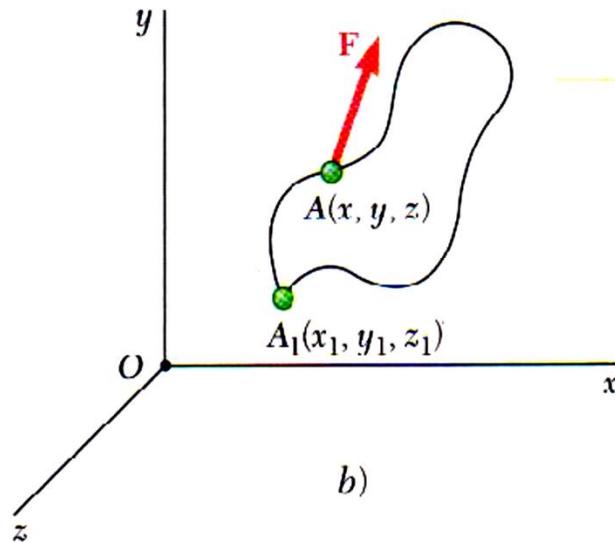
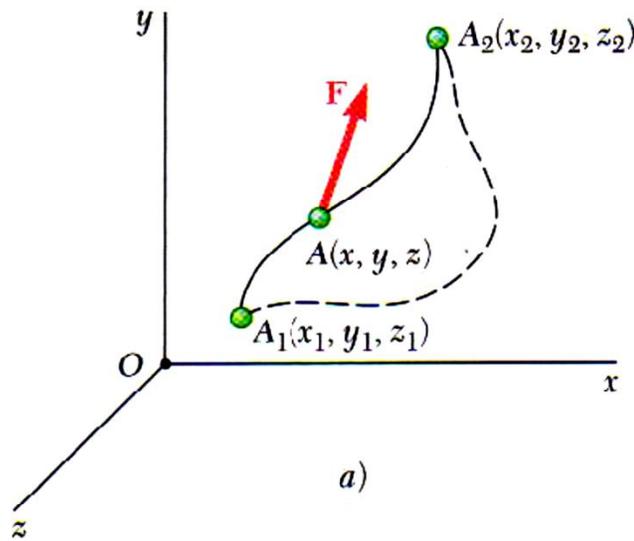




$$U_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Energía potencial del cuerpo con respecto a la fuerza elástica

$$U_{1 \rightarrow 2} = (V_e)_1 - (V_e)_2 \quad \text{con } V_e = \frac{1}{2}kx^2$$



Fuerzas conservativas

$$U_{1 \rightarrow 2} = V(x_1, y_1, z_1) - V(x_2, y_2, z_2)$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = V_1 - V_2$$

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

Conservación de la energía

Cuando una partícula se mueve por la acción de fuerzas conservativas, el principio del trabajo y la energía puede expresarse:

$$V_1 - V_2 = T_2 - T_1$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

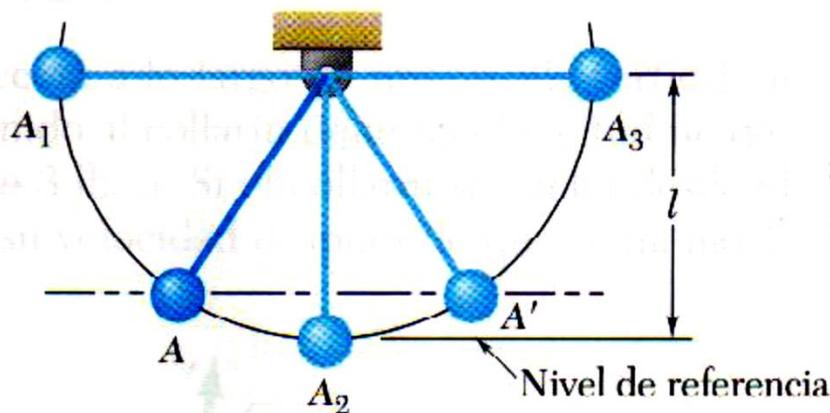
La suma de la energía cinética y de la energía potencial de la partícula permanece constante. La suma de $T + V$ es la energía mecánica total de la partícula.

$$T_1 = 0 \quad V_1 = Wl \quad T_1 + V_1 = Wl$$

$$v_2 = \sqrt{2gl},$$

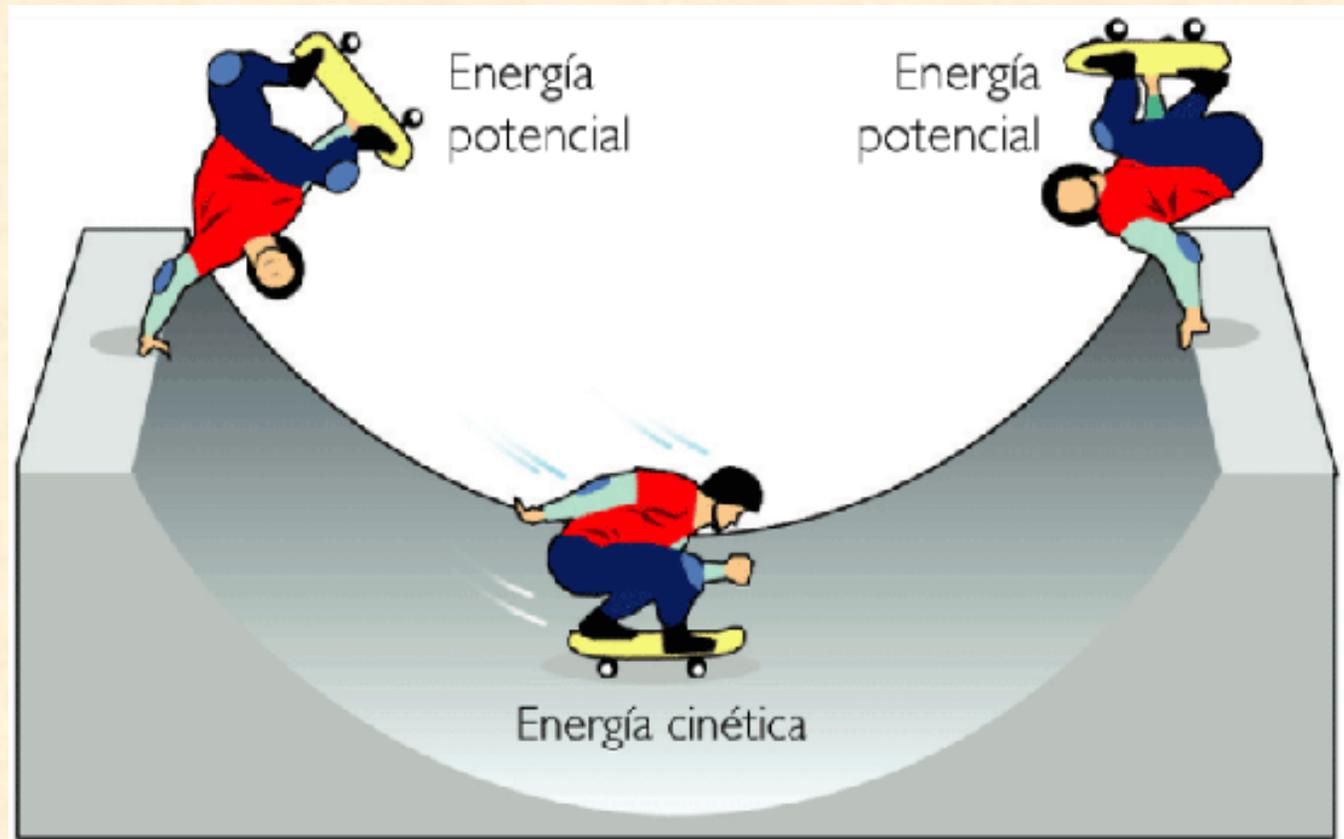
$$T_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (2gl) = Wl \quad V_2 = 0$$

$$T_2 + V_2 = Wl$$





Si un auto golpea la pared la energía cinética se transformará en trabajo, lo cual causará que la pared y el auto se deformen. Conociendo la cantidad de energía absorbida por la pared, es posible diseñar un colchón antichoque.



El patinador transforma la energía potencial gravitatoria en energía cinética.



**Al descender las
cajas
transforman la
energía
potencial en
energía cinética**

BIBLIOGRAFIA

- **Mecánica Vectorial para Ingenieros** **Beer Johnston**
- **Ingeniería Mecánica Dinámica** **Hibbeler**