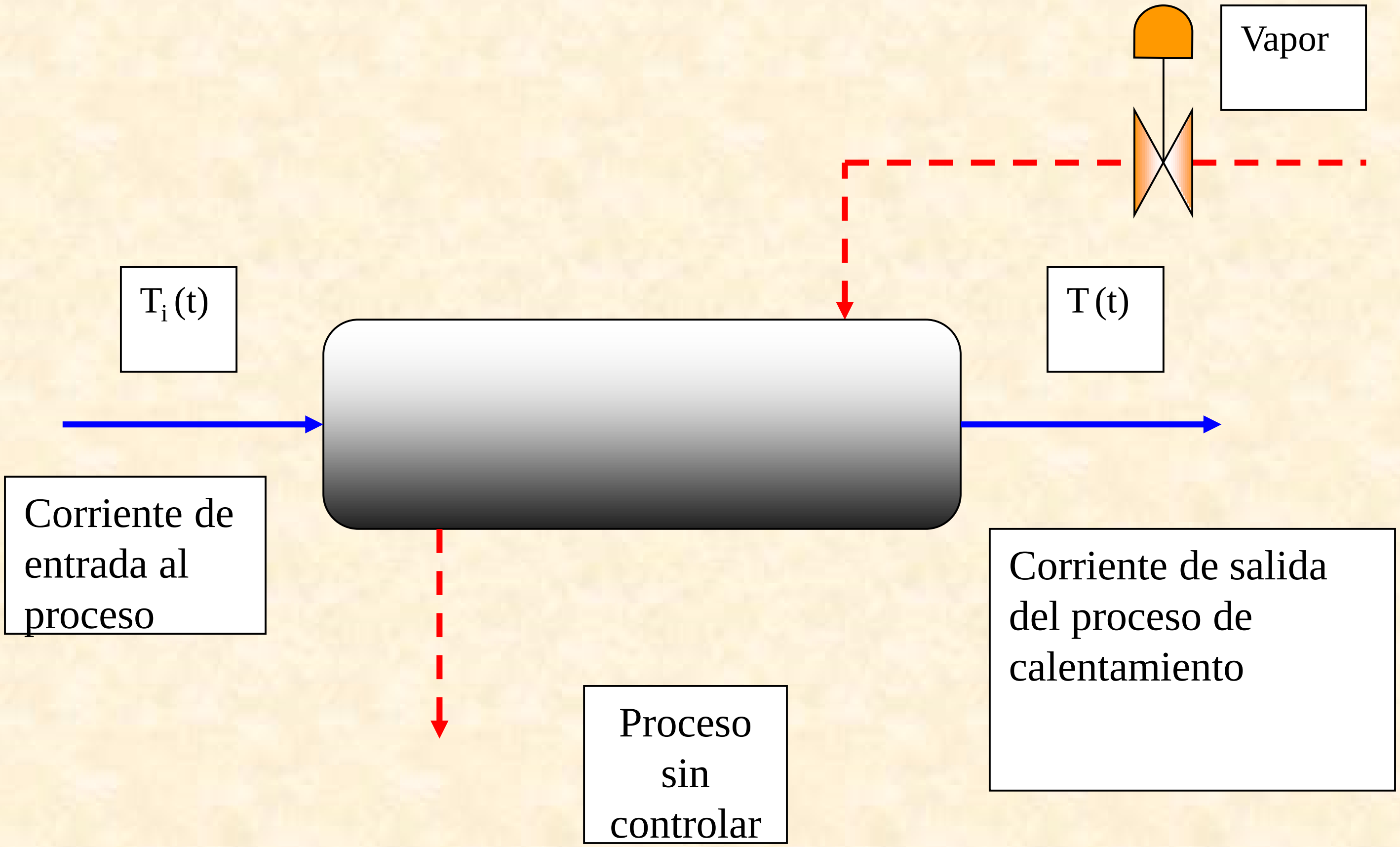
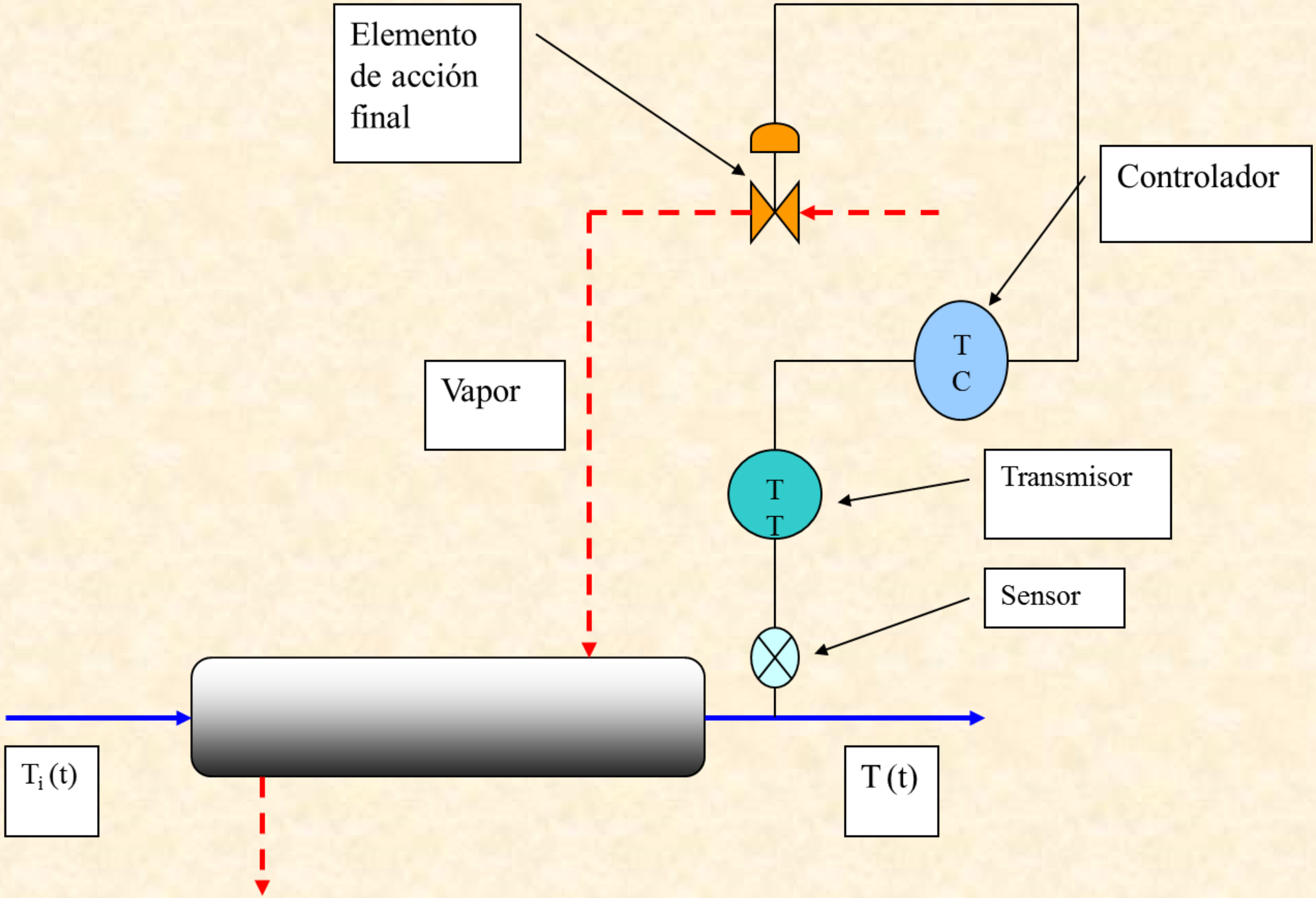
INSTRUMENTACION Y CONTROL AUTOMÁTICO

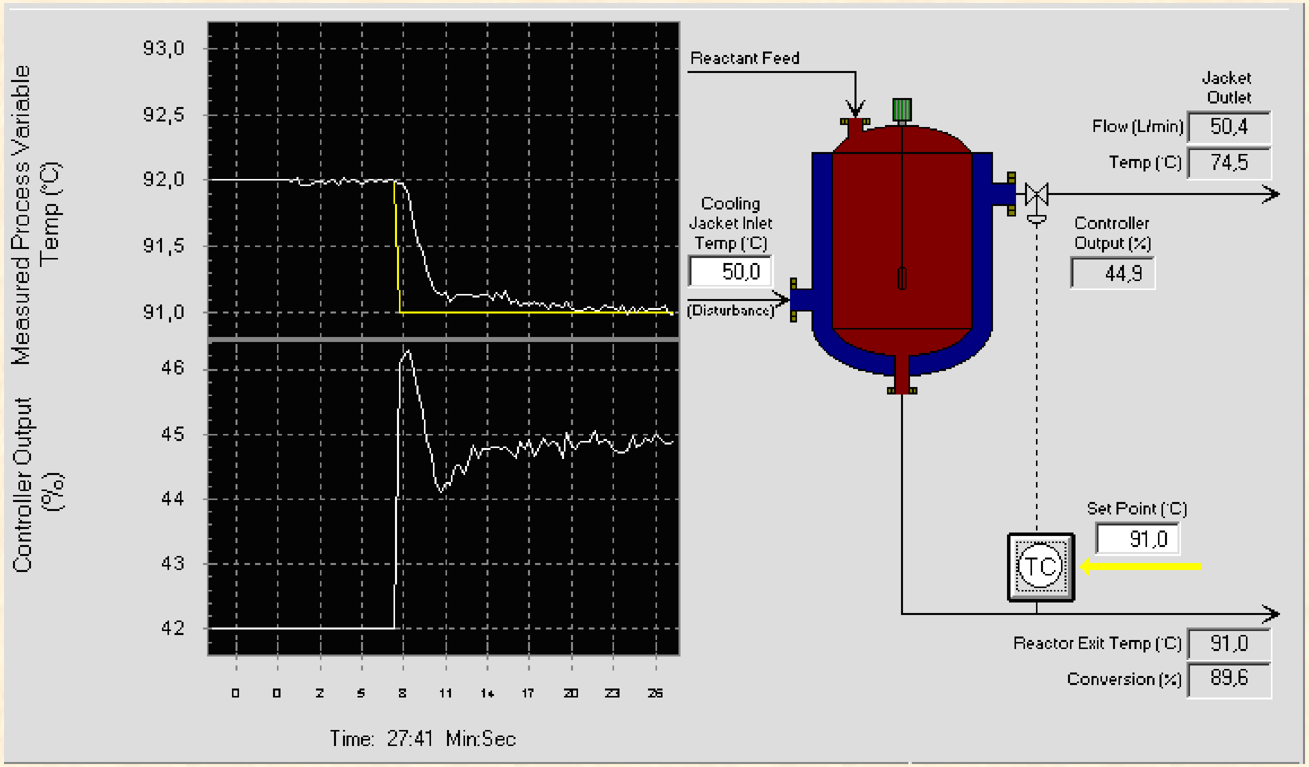
UNIDAD 1- Parte 1

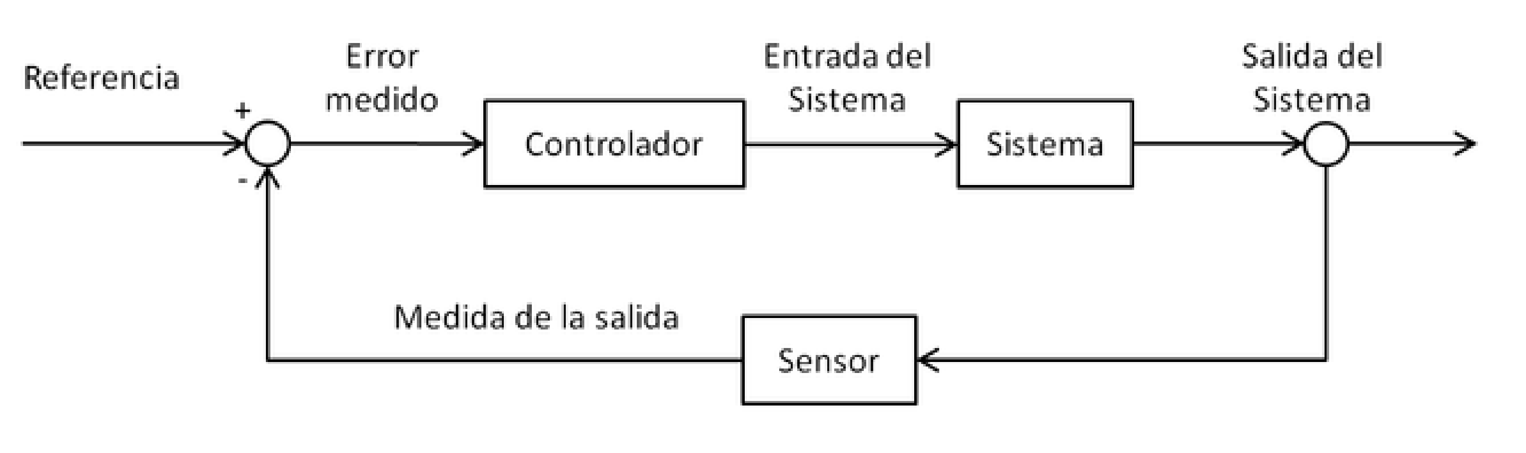
Introducción

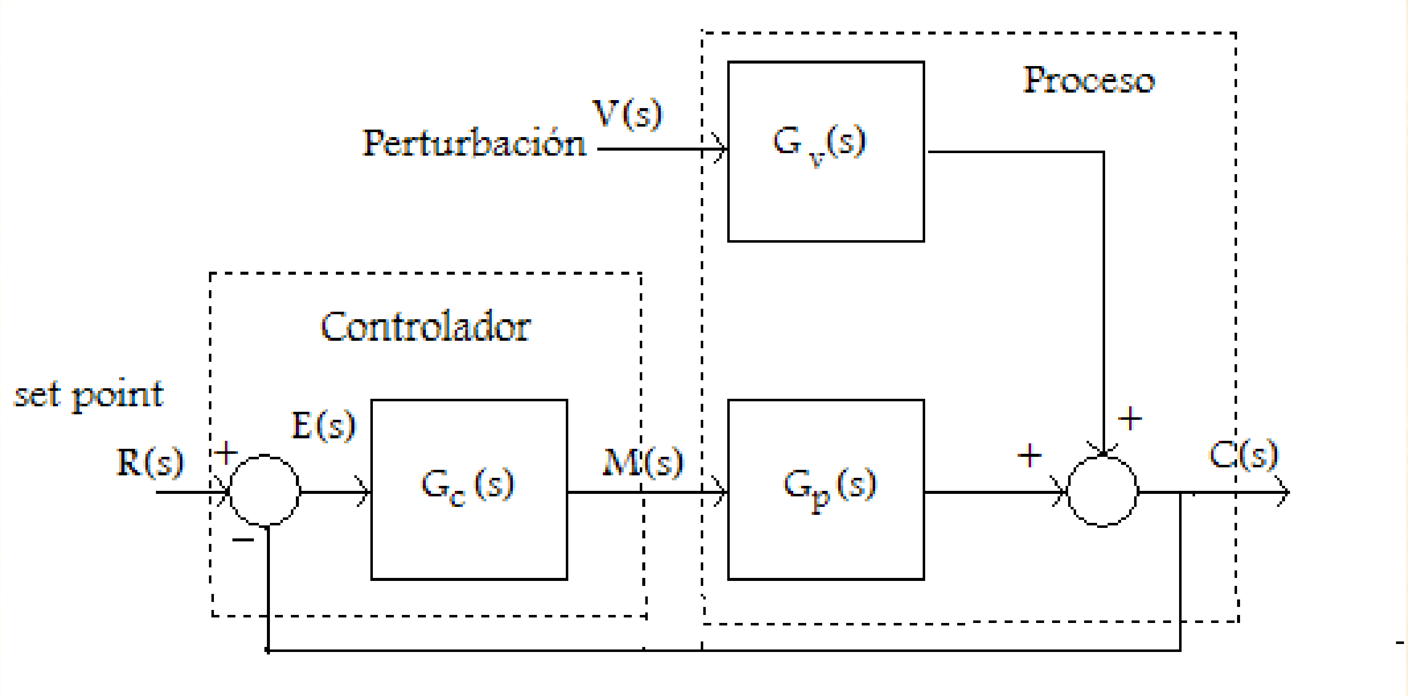
Lazo de control realimentado

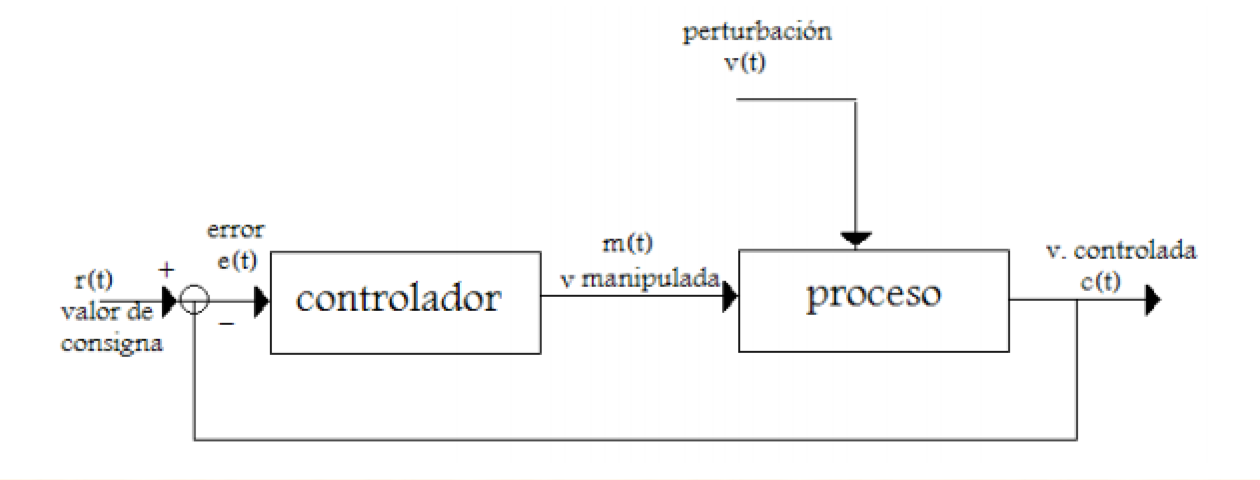

Vapor
$T_i\,(t)$
$T\,(t)$
Corriente de entrada al proceso
Corriente de salida del proceso de calentamiento
Proceso sin controlar


Elemento de acción final
Controlador
Vapor
T C
T T
Transmisor
Sensor
T_i (t)
T (t)


Measured Process Variable Temp (°C)
Controller Output (%)
93,0
92,5
92,0
91,5
91,0
46
45
44
43
42
Time: 27:41 Min:Sec
Reactant Feed
Jacket Outlet
Flow (L/min) 50,4
Temp (°C) 74,5
Cooling Jacket Inlet Temp (°C)
50,0
(Disturbance)
Controller Output (%)
44,9
Set Point (°C)
91,0
TC
Reactor Exit Temp (°C) 91,0
Conversion (%) 89,6


Referencia
Error medido
Entrada del Sistema
Salida del Sistema
+
-
Controlador
Sistema
Medida de la salida
Sensor


Proceso
V(s)
Perturbación
G v(s)
Controlador
set point
E(s)
R(s)
+
−
Gc (s)
M(s)
Gp (s)
+
+
C(s)


perturbación
v(t)
error
e(t)
m(t)
v manipulada
v. controlada
c(t)
r(t)
valor de
consigna
+
−
controlador
proceso

Variable controlada: esta es la variable que se debe mantener o controlar dentro de algún valor deseado. **c(t)**

Punto de control o set-point: valor que se desea tenga la variable controlada. **r(t)**

Variable manipulada: es la variable que se utiliza para mantener a la variable controlada en el punto de control.(por ejemplo el caudal de vapor del caso anterior). **m(t)**

Perturbación: cualquier variable que ocasione que la variable de control se desvíe del punto de control. (por ejemplo la temperatura de ingreso del producto a procesar del caso anterior T_i (t)). **d(t)**

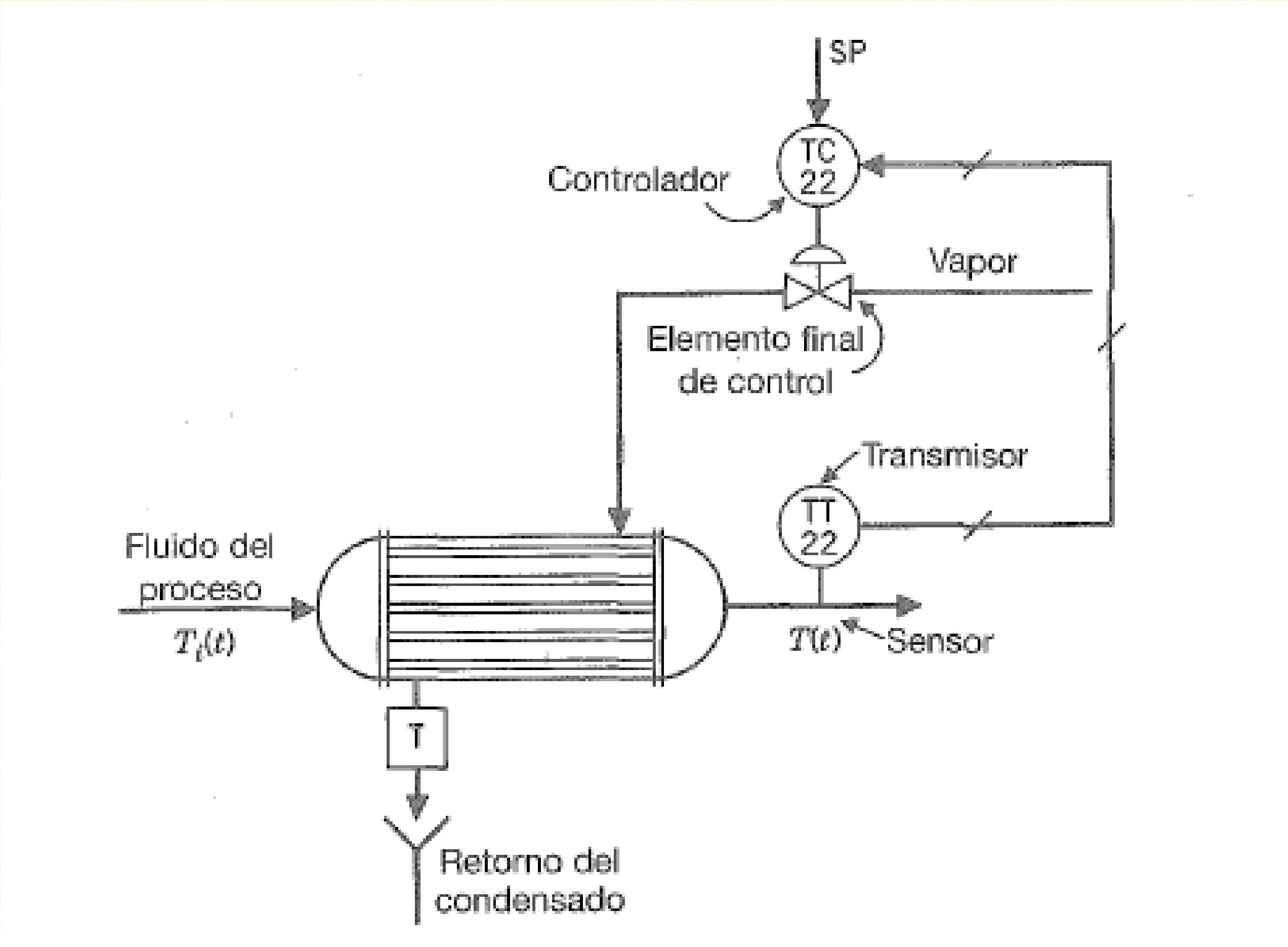
Sensor: elemento primario de medición.

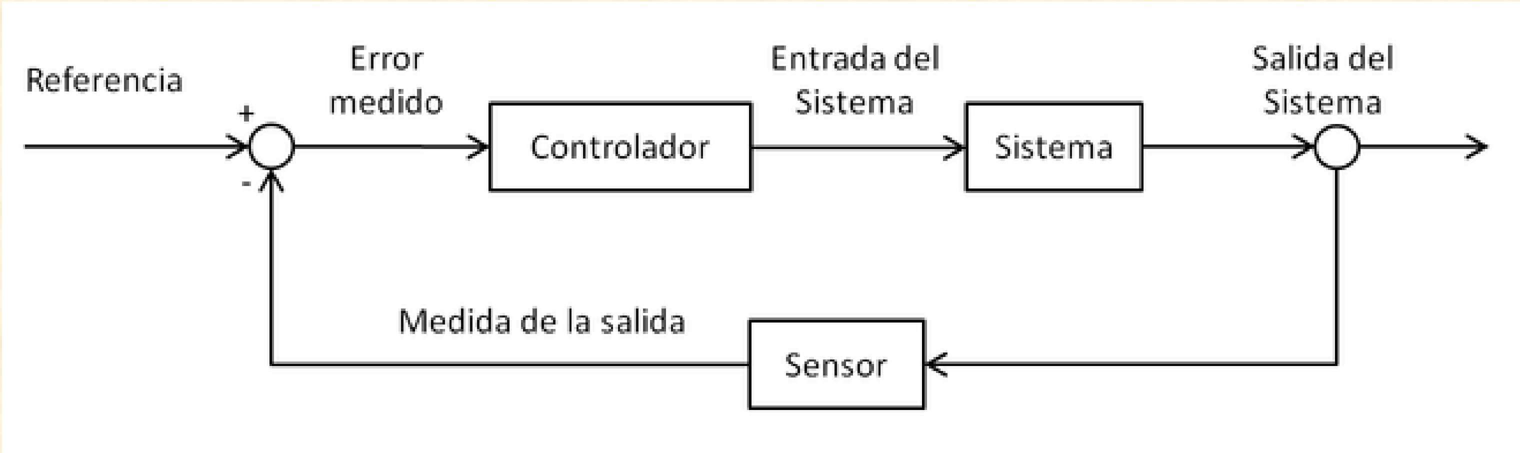
Transmisor: elemento transductor / transmisor de la señal.

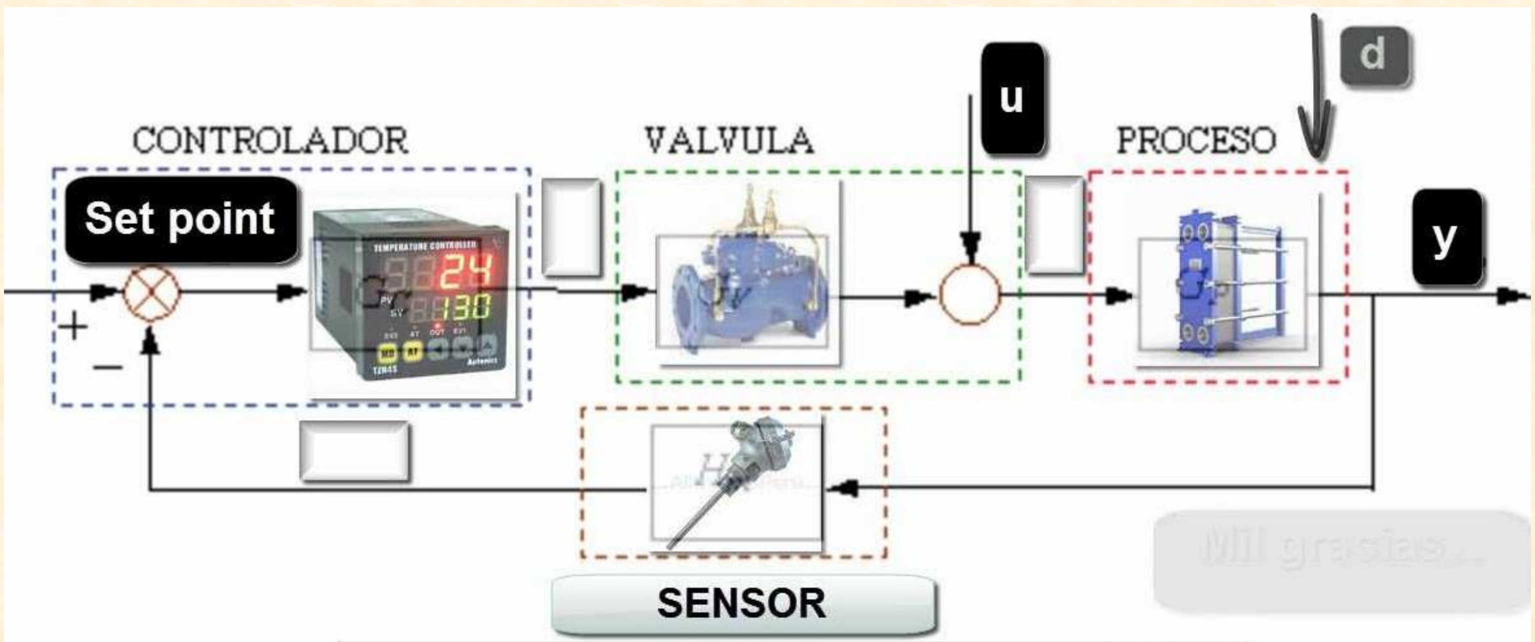
Controlador: núcleo del sistema de control, siendo el algoritmo PID el más utilizado.

Elemento final de control: frecuentemente se trata de una válvula de control aunque no siempre. Otros elementos finales de control comúnmente utilizados son las bombas con motores eléctricos dotados de variadores de velocidad.

Lazo de control realimentado: los elementos citados mas el proceso a controlar.


SP
TC 22
Controlador
Vapor
Elemento final de control
Transmisor
TT 22
Fluido del proceso
$T_i(t)$
$T(t)$
Sensor
T
Retorno del condensado


Referencia
+
-
Error
medido
Controlador
Entrada del
Sistema
Sistema
Salida del
Sistema
Medida de la salida
Sensor


CONTROLADOR
Set point
+
−
VALVULA
u
PROCESO
d
y
SENSOR

UNIDAD 1 - Parte 2

TRANSFORMADA DE LAPLACE

La transformada de Laplace se define por,

$$\mathsf{L}[f(t)] = \overline{\mathrm{F}}(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt \qquad (1.1)$$

Donde: f (t) existe para todo $0 \leq t < \infty$

$s = \sigma + j\omega$ variable compleja

Es decir que la función f (t) en el dominio del tiempo es convertida mediante la transformada de Laplace en una función F(s) en el dominio de s.

Para la integral (1.1) tenga sentido se debe satisfacer en particular la condición:

$$f(t)e^{-st} \to 0 \quad \text{para} \quad t \to \infty$$

Satisfecha esta condición e integrando por partes tenemos que:

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = \int_0^{\infty} f'(t)e^{-st}\,dt$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$u = e^{-st} \to du = -se^{-st}\,dt$$

$$dv = f'(t)dt \to v = \int dv = f(t)$$

$$\int_0^{\infty} f'(t)e^{-st}\,dt = e^{-st}f(t) - \int_0^{\infty} f(t)(-s)e^{-st}\,dt$$

$$= f(t)e^{-st}\Big|_0^{\infty} + s\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt$$

$$\boxed{\mathcal{L}[f'(t)] = -f(0) + sF(s)} \qquad (1.2)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+3\frac{dx}{dt}+2x=u(t)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2x}{dt^2}+3\frac{dx}{dt}+2x\right]=\mathcal{L}[u(t)]$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right]+\mathcal{L}\left[3\frac{dx}{dt}\right]+\mathcal{L}[2x]=U(s)$$

$$\mathcal{L}[2x]=2X(s)$$

$$\mathcal{L}\left[3\frac{dx}{dt}\right]=3sX(s)-3X(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right]=\mathcal{L}\left[\frac{dx'}{dt}\right]=s\mathcal{L}[x']-x'(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right]=s[sX(s)-x(0)]-x'(0)=s^2X(s)-sx(0)-x'(0)$$

$$s^2X(s)+3sX(s)+2X(s)-x'(0)-sx(0)-3x(0)=U(s)$$

$$s^2X(s)+3sX(s)+2X(s)-x'(0)-sx(0)-3x(0)=U(s)$$

$$X(s)=\frac{sx(0)+3x(0)+x'(0)+U(s)}{s^2+3s+2}$$

$$X(s)=\frac{sx(0)+3x(0)+x'(0)+U(s)}{(s+2)(s+1)}$$

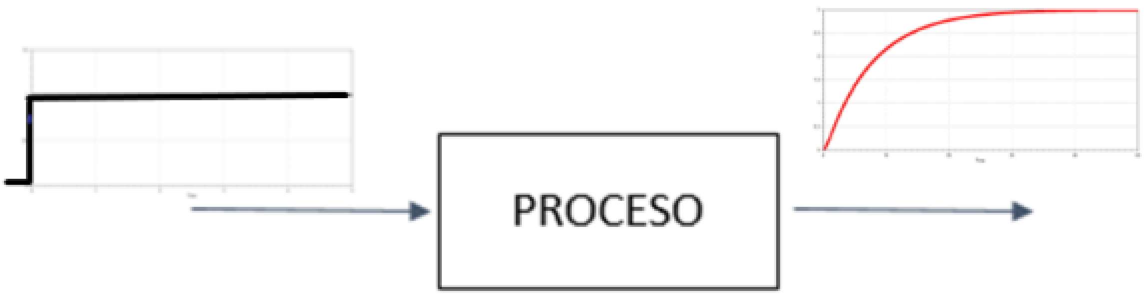
$$U(s)=\frac{1}{s} \Rightarrow X(s)=\frac{sx(0)+3x(0)+x'(0)+1/s}{(s+2)(s+1)}$$

$$X(s)=\left(\frac{s+3}{(s+2)(s+1)}\right)x(0)+\left(\frac{1}{(s+2)(s+1)}\right)x'(0)+\frac{1}{(s+2)(s+1)s}$$

$$X(s)=\left(\frac{s+3}{(s+2)(s+1)}\right)x(0)+\left(\frac{1}{(s+2)(s+1)}\right)x'(0)+\frac{1}{(s+2)(s+1)s}$$

$$X(s)=\left(\frac{-1}{s+2}+\frac{2}{s+1}\right)x(0)+\left(\frac{-1}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right)x'(0)+\frac{1/2}{s}+\frac{1/2}{s+2}-\frac{1}{s+1}$$

$$x(t)=\left(-e^{-2t}+2e^{-t}\right)x(0)+\left(-e^{-2t}+e^{-t}\right)x'(0)+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}-e^{-t}$$



Función del tiempo $f(t)=\mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	Transformada de Laplace $F(s)=\mathcal{L}[f(t)]$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
1	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}-e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\delta(t)$	1
$\delta(t-T)$	e^{-sT}
$sen(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$e^{-bt}sen(at)$	$\frac{a}{(s+b)^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{-bt}\cos(at)$	$\frac{s+b}{(s+b)^2+a^2}$

Propiedades fundamentales de la función trasformada

Linealidad

$$\mathcal{L}[a_1 y_1 + a_2 y_2] = a_1 \mathcal{L}[y_1] + a_2 \mathcal{L}[y_2]$$

Traslado

$$\mathcal{L}[y(t \pm d)] = e^{\pm td.s} Y(s)$$

Derivadas

$$\mathcal{L}\left[\frac{dy}{dt}\right] = sY(s) - y(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 y}{dt^2}\right] = s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n y}{dt^n}\right] = s^n Y(s) - s^{n-1} y(0) - \left.\frac{d^n y}{dt^n}\right|_{t=0}$$

Integrales

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{1}{s} Y(s)$$

Teorema del valor inicial y del valor final

Los teoremas de los valores inicial y final, pueden brindar información de cómo se comporta el sistema al principio y al final de la respuesta a una perturbación, examinando el limite de x(s) para s→ ∞ y para s→0.

El teorema del valor inicial es:

$$\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{s \to \infty} sF(s)$$

El teorema del valor final es:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} sF(s)$$

a) para el teorema del valor final

$$\lim_{s \to 0} sX(s) = \lim_{s \to 0} s.\left[\frac{sx(0) + 3x(0) + x'(0) + 1/s}{s^2 + 3s + 2}\right]$$

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = \lim_{s \to 0} sX(s) = \frac{1}{2}$$

b) para el teorema del valor inicial

Es conveniente dividir numerador y denominador de (1.13) por s^2 con lo que

$$\lim_{s \to \infty} sX(s) = \lim_{s \to \infty}\left[\frac{x(0) + \frac{3x(0)}{s} + \frac{x'(0)}{s} + \frac{1}{s^2}}{s^2 + 3s + s}\right]$$

$$\lim_{t \to 0} x(t) = \lim_{s \to \infty} sX(s) = x(0)$$

Función de transferencia

$$\text{Funcion de transferencia} = G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{salida}(t)]}{\mathcal{L}[\text{entrada}(t)]}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t} + e^{-t} \longrightarrow X(s) = \frac{1/2}{s} + \frac{1/2}{s+2} + \frac{1}{s+1}$$

u(t)=0 para t <0
u(t)=1 para t ≥ 0

$$\longrightarrow U(s) = \frac{1}{s}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2+3s+2}}$$