



Tabla de contenido

Controladores por retroalimentación.....	2
Funcionamiento de los controladores.....	4
Tipos de controladores de retroalimentación	5
Controlador Proporcional	5
Proporcional-Integral (PI).....	9
Proporcional-Integral-Derivativo	11
Controladores digitales y otros comentarios.....	14
Reajuste excesivo	15
Método de sustitución directa.....	22
Efecto del tiempo muerto.	22
Ajuste de controladores.....	23
Método de Ziegler-Nichols.....	23
Caracterización del proceso.	25
Prueba del proceso de escalón	25
Método de síntesis directa o ajuste de Dahlin.....	27
Ajuste de Murril y Smith.....	30
Criterio de estabilidad de Routh	32
Método del lugar de las raíces.	33
Introducción.	33
Lugar geométrico de las raíces de sistemas de segundo orden.....	35
Lugar geométrico de las raíces de sistemas en lazo cerrado.	37
Construcción del lugar geométrico de las raíces.	39



Controladores por retroalimentación

La unidad 2 tiene como fin presentar los tipos más importantes de controladores industriales y se hace especial énfasis en el significado físico de sus parámetros, como apoyo para la comprensión de su funcionamiento. Lo que se presenta aquí es válido tanto para los controladores neumáticos, electrónicos como para la mayoría de los que se basan en microprocesadores.

El controlador es el “cerebro” del circuito de control. El controlador es el dispositivo que toma la decisión en el sistema de control y, para hacerlo, el controlador:

1. Compara la señal del proceso que llega del transmisor, la variable que se controla, contra el punto de control y
2. Envía la señal apropiada a la válvula de control, o cualquier otro elemento final de control, para mantener la variable que se controla en el punto de control.

En la figura 1 y figura 2 se muestran diferentes tipos de controladores, nótese las diferentes perillas, selectores y botones con los que se hace el ajuste del punto de control, la lectura de la variable que se controla, el cambio entre el modo manual y automático y el ajuste y lectura de la señal de salida del controlador; en la mayoría de los controladores estos selectores se encuentran en el panel frontal, para facilitar la operación.

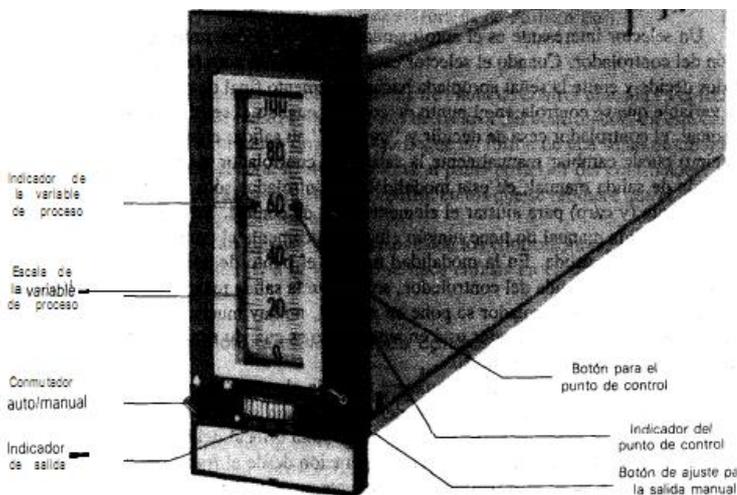


Imagen 1. Controlador de proceso. Cortesía de Taylor (instruments)

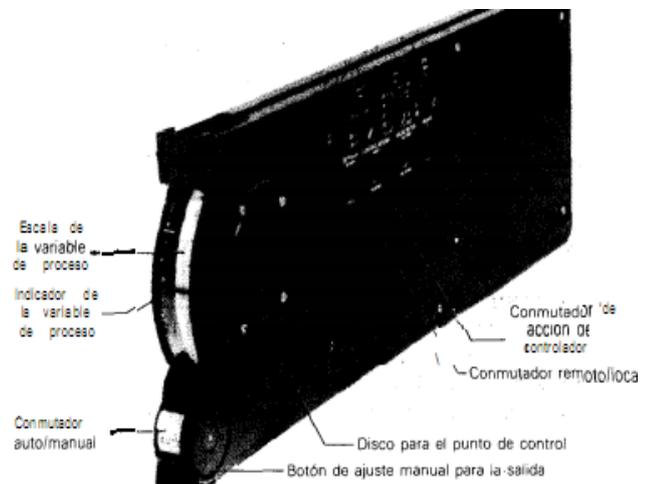


Imagen 2. Controlador de proceso. Cortesía de Fisher Controls

Un selector interesante es el auto/manual, con este se determina el modo de operación del controlador. Cuando el selector está en la posición auto (automático), el controlador decide y emite la señal apropiada hacia el elemento final de control, para mantener la variable que se controla en el punto de control; cuando el selector está en la posición manual, el controlador cesa de decidir y “congela” su salida, entonces el operador o ingeniero puede cambiar manualmente la salida del controlador mediante el disco, rueda o botón de salida manual; en esta modalidad el controlador proporciona un medio conveniente (y caro) para ajustar

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

el elemento final de control. En la modalidad de automático la salida manual no tiene ningún efecto, únicamente el punto de control tiene influencia sobre la salida. En la modalidad manual el punto de control no tiene ninguna influencia sobre la salida del controlador, solamente la salida manual tiene influencia sobre la salida. Si un controlador se pone en manual, no hay mucha necesidad de tenerlo; solamente cuando el controlador esta en automático es cuando se obtienen los beneficios del control automático de proceso.

En las figuras 3 se muestra también el panel lateral del controlador; en la mayoría de los controladores los paneles laterales son similares. Una de las opciones en este panel es la elección entre la operación remota o local del punto de control; si el punto de control lo controla el personal de operación desde el frente del panel, entonces se elige la opción local; esto se logra generalmente mediante el accionamiento de una perilla o un interruptor. Si el punto de fijación lo controla otro dispositivo, controlador, relevador, computadora o algo semejante, entonces se elige la opción remota; cuando la perilla o selector se posiciona en remoto, la perilla de punto de control ubicada en el frente del panel no tiene ningún efecto sobre el punto de control del controlador; en este caso el controlador espera que el punto de control le llegue en forma de una señal desde otro dispositivo, y dicha señal generalmente se conecta al panel posterior del controlador.

A continuación se verán algunas otras opciones de los controladores, se incluyen diferentes tipos de controladores, a la vez que se hace énfasis en el significado físico de sus parámetros.

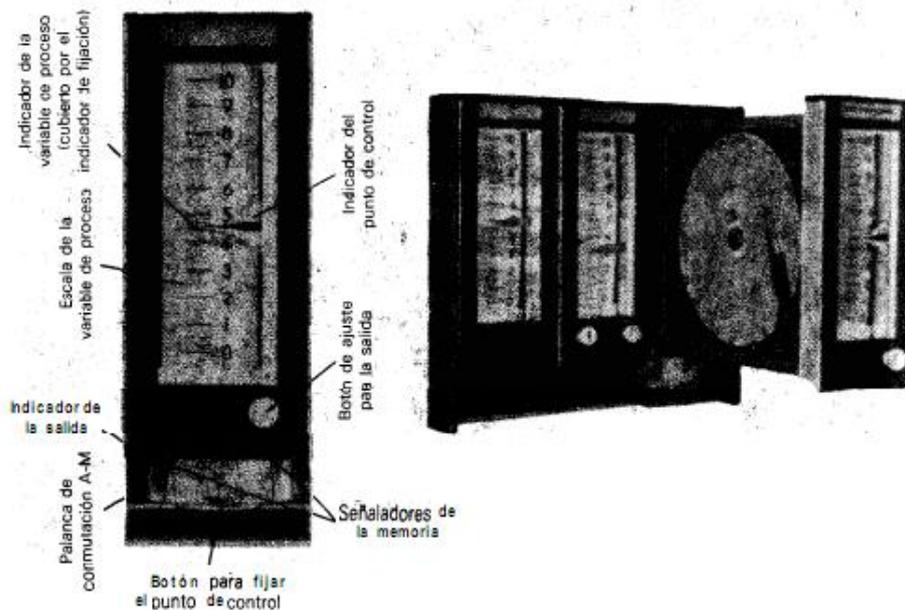
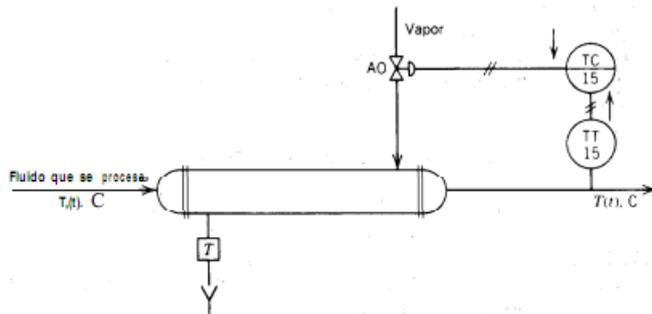


Imagen 3 Controlador de proceso (Cortesía Foxboro)



Funcionamiento de los controladores.

Considérese el circuito de control del intercambiador de calor que se muestra en la figura 4; si la temperatura del fluido sobrepasa el punto de control, el controlador debe cerrar la válvula de vapor. Puesto que la válvula es de aire para abrir (AA), se debe reducir la señal de salida



del controlador (presión de aire o corriente) (ver la flechas en la figura). Para tomar esta decisión el controlador debe estar en acción inversa. Algunos fabricantes designan tal acción como decremento; es decir, cuando hay un incremento en la señal que entra al controlador, entonces se presenta un decremento en la señal que sale del mismo.

Imagen 4 Circuito de control para intercambiador de calor.

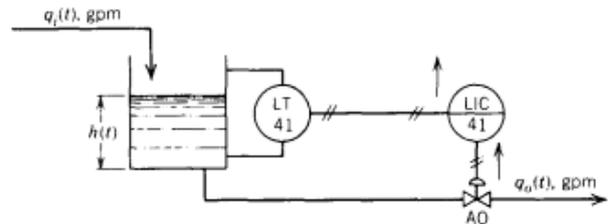


Imagen 5. Circuito para control de nivel de líquido

Considérese ahora el circuito de control de nivel que se muestra en la figura 5, si el nivel del líquido rebasa el punto de fijación, el controlador debe abrir la válvula para que el nivel regrese al punto de control. Puesto que la válvula es de aire para abrir (AA), el controlador debe incrementar su señal de salida (ver las flechas en la figura) y, para tomar esta decisión, el controlador se debe colocar en acción directa. Algunos fabricantes denominan a esta acción incremento; es decir, cuando hay un incremento en la señal que entra al controlador entonces existe un incremento en la señal de salida del mismo.

En resumen, para determinar la acción del controlador, el ingeniero debe conocer:

1. Los requerimientos de control del proceso y
2. La acción de la válvula de control u otro elemento final de control.

Ambas cosas se deben tomar en cuenta. Tal vez el lector se pregunte cual es la acción correcta del controlador de nivel si se utiliza una válvula de aire para cerrar (AC), o si el nivel se controla con el flujo de entrada en lugar del flujo de salida. En el primer caso cambia la acción de la válvula de control; mientras que, en el segundo, cambian los requerimientos de control del proceso.

La acción del controlador se determina generalmente mediante un interruptor en el panel lateral de los controladores neumáticos o electrónicos, mediante un bit de configuración en la mayoría de los controladores que tienen como base un microprocesador.



Tipos de controladores de retroalimentación

La manera en que los controladores por retroalimentación toman una decisión para mantener el punto de control, es mediante el cálculo de la salida con base en la diferencia entre la variable que se controla y el punto de control. En esta sección se abordaran los tipos más comunes de controladores, por medio del estudio de las ecuaciones con que se describe su operación.

Controlador Proporcional

Controlador proporcional (P), El controlador proporcional es el tipo más simple de controlador, con excepción del controlador de dos estados, el cual no se estudia aquí; la ecuación con que se describe su funcionamiento es la siguiente:

$$m(t) = \bar{m} + K_c(r(t) - c(t)) \quad (1)$$

$$\text{ó } m(t) = \bar{m} + K_c(e(t)) \quad (2)$$

Donde:

$m(t)$ = salida del controlador, psig o mA

$r(t)$ = punto de control, psig o mA

$c(t)$ = variable que se controla, psig o mA; ésta es la señal que llega del transmisor.

$e(t)$ = señal de error, psi o mA; ésta es la diferencia entre el punto de control y la variable que se controla.

K_c = Ganancia del controlador (adimensional)

\bar{m} = valor base, psig o mA. El significado de este valor es la salida del controlador cuando el error es cero; generalmente se tija durante la calibración del controlador, en el medio de la escala, 9 psig o 12 mA. (TAMBIÉN LLAMADO BIAS)

Puesto que los rangos de entrada y salida son los mismos (3-15 psig o 4-20 mA), algunas veces las señales de entrada y salida, así como el punto de control se expresan en porcentaje o fracción de rango.

Es interesante notar que la ecuación (1) es para un controlador de acción inversa; si la variable que se controla, $c(t)$, se incrementa en un valor superior al punto de control, $r(t)$, el error se vuelve negativo y, como se ve en la ecuación, la salida del controlador, $m(t)$, decrece. La manera común con que se designa matemáticamente un controlador de acción directa es haciendo negativa la ganancia del controlador, K_c ; sin embargo, se debe recordar que en los controladores industriales no hay ganancias negativas, sino únicamente positivas, lo cual se resuelve con el selector inverso/directo (entrando al menú). La K negativa se utiliza cuando se hace el análisis matemático de un sistema de control en el que se requiere un controlador de acción directa.



En las ecuaciones (1) y (2) se ve que la salida del controlador es proporcional al error entre el punto de control y la variable que se controla; la proporcionalidad la da la ganancia del controlador, K_c ; con esta ganancia o sensibilidad del controlador se determina cuánto se modifica la salida del controlador con un cierto cambio de error. Esto se ilustra gráficamente en la figura 6.

Los controladores que son únicamente proporcionales tienen la ventaja de que solo cuentan con un parámetro de ajuste, K_c , sin embargo, adolecen de una gran desventaja, operan con una DESVIACIÓN, o “error de estado estacionario” en la variable que se controla. A fin de apreciar dicha desviación gráficamente, considérese el circuito de control de nivel que se muestra en la figura 5; supóngase que las condiciones de operación de diseño son $q_i = q_o = 150$ gpm y $h = 6$ pies; supóngase también que, para que pasen 150 gpm por la válvula de salida la presión de aire sobre ésta debe ser de 9 psig. Si el flujo de entrada se incrementa, q_i , la respuesta del sistema con un controlador proporcional es como se ve en la figura 7. El controlador lleva de nuevo a la variable a un valor estacionario pero este valor no es el punto de control requerido; la diferencia entre el punto de control y el valor de estado estacionario de la variable que se controla es la desviación. En la figura 7 se muestran dos curvas de respuesta que corresponden a dos diferentes valores del parámetro de ajuste K_c . En la figura se aprecia que cuanto mayor es el valor de K_c , tanto menor es la desviación, pero la respuesta del proceso se hace más oscilatoria; sin embargo, para la mayoría de los procesos existe un valor máximo de K_c , más allá del cual el proceso se hace inestable.

A continuación se explica de manera simple por qué existe la desviación; considérese el mismo sistema de control de nivel de líquido que aparece en la figura 5, con las condiciones de operación que se dieron anteriormente. Se debe recordar que el controlador proporcional, con acción directa ($-K_c$), resuelve la siguiente ecuación:

$$m(t) = 9 + (-K_c)e(t) \quad (3)$$

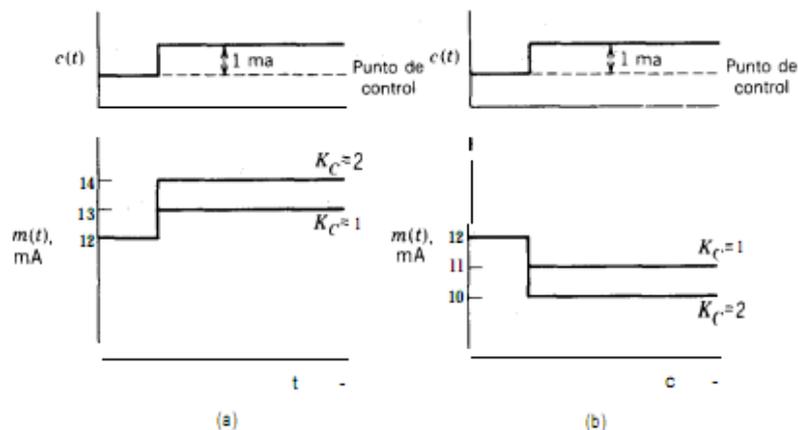


Imagen 6. Efecto de la ganancia del controlador sobre la salida del controlador. (a) Controlador de acción directa, (b) Controlador de acción inversa.

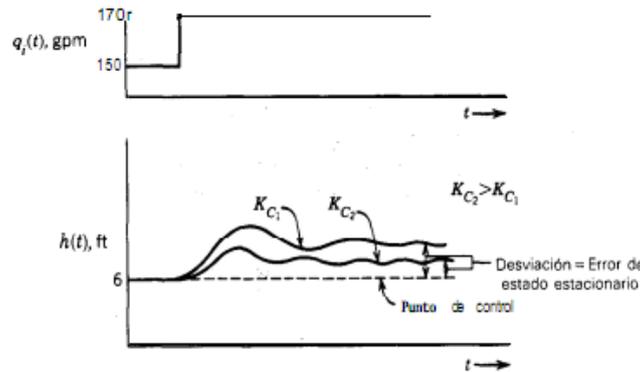


Imagen 7. Respuesta del sistema de nivel de líquido.

Supóngase ahora que el flujo de entrada se incrementa a 170 gpm; cuando esto sucede, el nivel del líquido aumenta y el controlador debe, a su vez, incrementar su salida para abrir la válvula y bajar el nivel. Para alcanzar una operación estacionaria el flujo de salida, q_0 , debe ser ahora de 170 gpm y, para que pase este nuevo flujo, se debe abrir la válvula de salida más que cuando pasaban 150 gpm; puesto que la válvula es de aire para abrir, supóngase que la nueva presión sobre la válvula debe ser de 10 psig; es decir, la salida del controlador, $m(t)$, debe ser de 10 psig. En la ecuación (3) se observa que la única manera de que la salida del controlador sea de 10 psig, es que el segundo término del miembro de la derecha tenga un valor de + 1 psig y, para que esto se cumpla, el término de error, $e(t)$, no puede ser cero en el estado estacionario; este error de estado estacionario es la desviación. Nótese que el error negativo significa que la variable que se controla es mayor que el punto de control. El nivel real, en pies, se puede calcular a partir de la calibración del transmisor de nivel.

En este ejemplo se debe hacer énfasis en dos puntos: Primero, la magnitud del término de desviación depende del valor de la ganancia del controlador, puesto que el término total debe tener un valor de + 1, entonces:

$-K_c$	$-e(\infty)$ (desviación)
1	1
2	0.5
4	0.25

Como se mencionó anteriormente, cuanto mayor es la ganancia, tanto menor es la desviación; el lector debe recordar que arriba de cierta K_c , la mayoría de los procesos se vuelven inestables, sin embargo, esto no lo muestra la ecuación del controlador'. Si desea saber cómo se prueba ver el capítulo 6 de Smith y Corripio.

Segundo, y como resumen de este ejemplo, tal parece que todo lo que los controladores proporcionales logran es alcanzar una condición de operación de estado estacionario la cantidad de alejamiento del punto de operación, o desviación, depende de la ganancia del controlador.

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

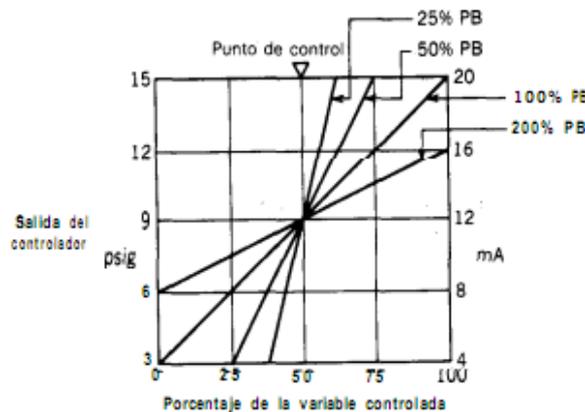
Muchos fabricantes de controladores no utilizan el término ganancia para designa la cantidad de sensibilidad del controlador, sino que utilizan el término Banda Proporcional, PB. La relación entre la ganancia y la banda proporcional se expresa mediante

$$PB = \frac{100}{K_C} \quad (4)$$

y, en consecuencia, la ecuación con que se describe al controlador proporcional, se escribe ahora de la siguiente forma:

$$m(t) = \bar{m} + \frac{100}{PB} (r(t) - c(t)) \quad (5)$$

$$m(t) = \bar{m} + \frac{100}{PB} (e(t)) \quad (6)$$



	Salida del controlador		
	3 psig 4 mA	9 psig 12 mA	15 psig 20 mA
PB = 100%	100 c	200 c	300 c
PB = 50%	150 c	200 c	250 c
PB = 25%	175 c	200 c	225 c
PB = 200%	—	200 c	—

Imagen 8 Definición de la banda proporcional.

Se utiliza el término “100” porque la PB se conoce generalmente como “porcentaje de banda proporcional”.

En la ecuación (4) se aprecia un hecho bastante importante: una ganancia, K_C grande es lo mismo que una banda proporcional baja o estrecha; y una ganancia baja es lo mismo que una banda proporcional grande o ancha. Esto quiere decir que, antes de empezar a ajustar la perilla del controlador, se debe saber si en el controlador se utiliza ganancia o banda proporcional.

A continuación se ofrece otra definición de banda proporcional: la banda proporcional se refiere al error (expresado en porcentaje de rango de la variable que se controla) que se requiere para llevar la salida del controlador del valor más bajo hasta el más alto.



Considérese el circuito de control del intercambiador de calor que se muestra en la figura 4; la escala del transmisor de temperatura va de 100°C a 300°C y el punto de control del controlador está en 200°C. En la figura 5-12 se explica gráficamente la definición de PB; en ella se ve que una PB del 100% significa que, cuando la variable que se controla varía en rango un 100%, la salida del controlador varía 100% en rango; una PB de 50% significa que, cuando la variable que se controla varía un 50% en rango, la salida del controlador varía en rango 100%. También se debe notar que, en un controlador proporcional con PB del 200%, la salida del controlador no se mueve sobre el rango completo; una PB del 200% significa muy poca ganancia o sensibilidad a los errores. Para obtener la función de transferencia del controlador proporcional, la ecuación (1) se puede escribir como

$$m(t) = \bar{m} + K_c(r(t) - 0) \quad (7)$$

Se definen las 2 siguientes variables derivadas:

$$M(t) = m(t) - \bar{m} \quad (8)$$

$$E(t) = e(t) - 0 \quad (9)$$

Entonces

$$M(t) = K_c E(t) \quad (10)$$

La obtención de la transformada de Laplace, y de ahí la siguiente función de transferencia:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_c \quad (11)$$

Para resumir brevemente, los controladores proporcionales son los más simples, con la ventaja de que sólo tienen un parámetro de ajuste, K_c , o PB; la desventaja de los mismos es que operan con una desviación en la variable que se controla, en algunos procesos, por ejemplo, un tanque de mezclado, esto puede no tener mayor consecuencia. En los casos en que el proceso se controla dentro de una banda del punto de control, los controladores proporcionales son suficientes; sin embargo, en los procesos en que el control debe estar en el punto de control, los controladores proporcionales no proporcionan un control satisfactorio.

Proporcional-Integral (PI)

Controlador **proporcional-integral (PI)**. La mayoría de los procesos no se pueden controlar con una desviación, es decir, se deben controlar en el punto de control, y en estos casos se debe añadir inteligencia al controlador proporcional, para eliminar la desviación. Esta nueva inteligencia o nuevo modo de control es la acción integral o de reajuste y en consecuencia, el controlador se convierte en un controlador proporcional-integral (PI). La siguiente es su ecuación descriptiva:

$$m(t) = \bar{m} + K_c(r(t) - c(t)) + \frac{K_c}{T_i} \int [r(t) - c(t)] dt \quad (12)$$



$$m(t) = \bar{m} + K_c(e(t)) + \frac{K_c}{\tau_i} \int [e(t)] dt \quad (13)$$

Donde τ_i = tiempo de integración o reajuste minutos/repetición. Por lo tanto, el controlador PI tiene dos parámetros, K_c y τ_i , que se deben ajustar para obtener un control satisfactorio.

Para entender el significado físico del tiempo de reajuste, τ_i , considérese el ejemplo hipotético que se muestra en la figura 9, donde τ_i es el tiempo que toma al controlador repetir la acción proporcional y, en consecuencia, las unidades son minutos/repetición. Tanto menor es el valor de τ_i , cuanto más pronunciada es la curva de respuesta, lo cual significa que la respuesta del controlador se hace más rápida. Otra manera de explicar esto es mediante la observación de la ecuación (13), tanto menor es el valor de τ_i , cuanto mayor es el término delante de la integral, K_c/τ_i , y, en consecuencia, se le da mayor peso a la acción integral o de reajuste.

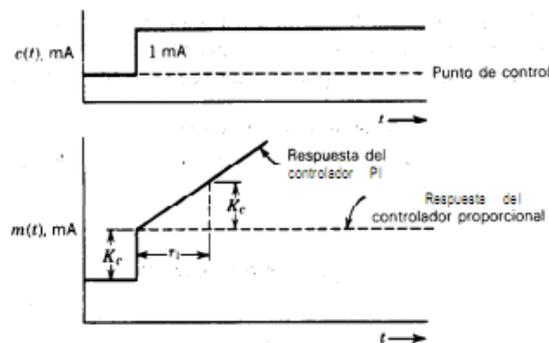


Imagen 9 Respuesta del controlador proporcional integral (PI) acción directa a un cambio escalón en el error.

De la ecuación (13) también se nota que, mientras está presente el término de error, el controlador se mantiene cambiando su respuesta y, por lo tanto, integrando el error, para eliminarlo; recuérdese que integración también quiere decir sumatoria.

Ahora se recurre nuevamente al sistema de control de nivel de líquido que se utilizó para explicar por qué ocurre la desviación. Como se dijo, cuando el flujo de entrada se incrementa a 170 gpm, el flujo de salida se debe incrementar a 170 gpm para alcanzar una condición final de operación de estado estacionario; para que pasen 170 gpm por la válvula de salida se necesita una señal de aire de 10 psig, y la única manera de que la salida de un controlador proporcional sea de 10 psig se logra mediante la conservación del término de error. En un controlador PI, mientras el error está presente, el controlador, se mantiene integrándolo y, por lo tanto, añadiéndolo a su salida hasta que el error desaparece; cuando éste es el caso, la salida del controlador se expresa mediante

$$m(t) = \bar{m} + \frac{K_c}{\tau_i} \int [0] dt \quad (14)$$

El hecho de que el error sea cero no significa que el término con la integral sea cero, esto significa que el controlador integra una función de valor cero; o, mejor aún, “añade cero” a su salida, con



lo cual ésta se mantiene constante. Para el proceso de nivel de líquido el término con la integral tiene un valor de 1 psig y, por lo tanto, la salida del controlador es de 10 psig, sin ningún error. Lo anterior es una explicación breve de por qué con la acción de reajuste se elimina la desviación; en el capítulo 6 esto se prueba nuevamente desde un punto de vista más riguroso.

Algunos fabricantes no utilizan el término de tiempo de reajuste τ_i para su parámetro de ajuste, sino que utilizan lo que se conoce como rapidez de reajuste τ_i^R la relación entre estos dos parámetros es

$$\frac{K_c}{\tau_i} \int [0] dt \quad (15)$$

$$\tau_i^R = \frac{l}{\tau_i} \text{ Repeticiones/min} \quad (16)$$

Por lo tanto, antes de ajustar el parámetro de integración se debe saber si en el controlador se utiliza tiempo de reajuste o rapidez de reajuste, que son recíprocos y, en consecuencia, sus efectos son opuestos.

A continuación se muestran las ecuaciones con que algunos fabricantes describen la operación de sus controladores PI, lo cual refuerza el comentario de que “se debe saber con quién se juega, antes de empezar a jugar”.

Foxboro Co.

$$m(t) = \bar{m} + \frac{100}{PB} e(t) + \frac{100}{PB \cdot \tau_i} \int e(t) dt$$

Fisher Controls

$$m(t) = \bar{m} + \frac{100}{PB} e(t) + \frac{100\tau_i^R}{PB} \int e(t) dt$$

Taylor Co., Honeywell, Inc.

$$m(t) = \bar{m} + K_c e(t) + K_c \tau_i^R \int e(t) dt$$

En resumen, los controladores proporcionales-integrales tienen dos parámetros de ajuste: la ganancia o banda proporcional y el tiempo de reajuste o rapidez de reajuste; la ventaja de este controlador es que la acción de integración o de reajuste elimina la desviación y la manera en que ello afecta la estabilidad de los circuitos de control. Probablemente el 75% de los controladores en servicio son de este tipo.

Proporcional-Integral-Derivativo

Controlador proporcional-integral-derivativo (PID). Algunas veces se añade otro modo de control al controlador PI, este nuevo modo de control es: la acción derivativa, que también se conoce como rapidez de derivación o preactuación; tiene como propósito anticipar hacia dónde va el proceso, mediante la observación de la rapidez para el cambio del error, su derivada. La ecuación descriptiva es la siguiente:

$$m(t) = \bar{m} + K_c(e(t)) + \frac{K_c}{\tau_i} \int [e(t)] dt + K_c \tau_d \frac{de(t)}{dt} \quad (17)$$

Donde τ_d = rapidez de derivación en minutos.

Por lo tanto, el controlador PID tiene tres parámetros, K_c o PB , τ_i y τ_d , que se deben ajustar para obtener un control satisfactorio. Nótese que ~610 existe un parámetro para ajuste de derivación τ_d , el cual tiene las mismas unidades, minutos, para todos los fabricantes.



Como se acaba de mencionar, con la acción derivativa se da al controlador la capacidad de anticipar hacia dónde se dirige el proceso, es decir, “ver hacia adelante”, mediante el cálculo de la derivada del error. La cantidad de “anticipación” se decide mediante el valor del parámetro de ajuste, τ_d .

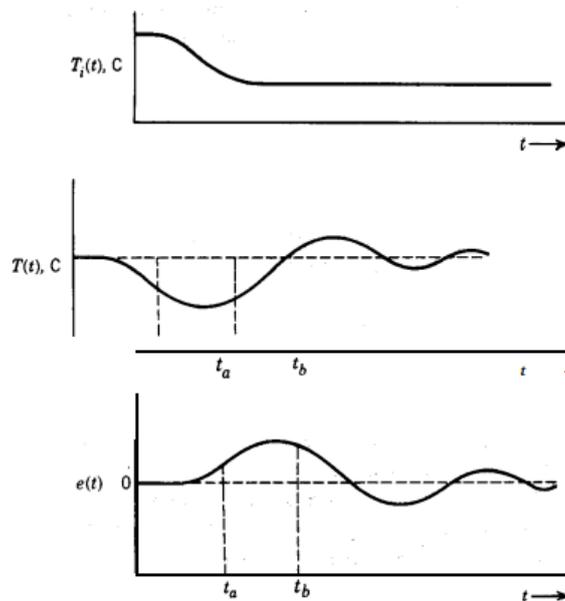


Imagen 10 Control de un intercambiador de calor

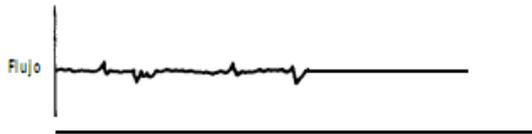
A continuación se utiliza el intercambiador de calor que se muestra en la figura 10 para aclarar el significado de “anticipar hacia dónde se dirige el proceso”. Si se supone que la temperatura de entrada al proceso disminuye cierta cantidad y la temperatura de salida empieza a bajar de manera correspondiente, como se muestra en la figura 10, en el tiempo tal a cantidad de error es positiva y puede ser pequeña; en consecuencia, la cantidad de corrección de control que suministra el modo proporcional e integral es pequeña, sin embargo, la derivada de dicho error, la pendiente de la curva de error, es grande y positiva, lo que hace que la corrección proporcionada por el modo derivativo sea grande.

Mediante la observación de la derivada del error, el controlador sabe que la variable que se controla se aleja con rapidez del punto de control y, en consecuencia, utiliza este hecho para ayudar en el control. En el tiempo τ_d el error aún es positivo y mayor que antes; la cantidad de corrección de control que suministran los modos proporcional e integral también es más grande que antes y se añade aún a la salida del controlador para abrir más la válvula de vapor; sin embargo, en ese momento la derivada del error es negativa, lo cual significa que el error empieza a decrecer; es decir, la variable que se controla empieza a bajar al punto de control y, nuevamente, con la utilización de este hecho, en el modo derivativo se comienza a sustraer de los otros dos modos, ya que se reconoce que el error disminuye. Al hacer esto, se toma más tiempo para que el proceso regrese al punto de control, pero disminuyen el sobrepaso y las oscilaciones alrededor del punto de control.



Los controladores PID se utilizan en procesos donde las constantes de tiempo son largas. Ejemplos típicos de ello son los circuitos de temperatura y los de concentración.

Los procesos en que las constantes de tiempo son cortas (capacitancia pequeña) son rápidos y susceptibles al ruido del proceso, son característicos de este tipo de proceso los circuitos de control de flujo y los circuitos para controlar la presión en corrientes de líquidos. Considérese



el registro de flujo que se ilustra en la figura 11, la aplicación del modo derivativo **solo** da como resultado la amplificación del ruido, porque la derivada del ruido, que cambia rápidamente, es un valor grande. Los procesos donde la constante

de tiempo es larga (capacitancia grande) son generalmente amortiguados y, en consecuencia, menos susceptibles al ruido; sin embargo, se debe estar alerta, ya que se puede tener un

Imagen 11 Registro de un circuito de flujo

proceso con constante de tiempo larga, por ejemplo, un circuito de temperatura, en el que el

transmisor sea ruidoso, en cuyo caso se debe reparar el transmisor antes de utilizar el controlador PID.

La función de transferencia de un controlador PID “ideal” se obtiene a partir de la ecuación (17), la cual se reordena como sigue:

$$m(t) = \bar{m} + K_c(e(t) - 0) + \frac{K_c}{\tau_i} \int [e(t) - 0] dt + K_c \tau_d \frac{d(e(t)-0)}{dt} \quad (18)$$

Se usan las mismas definiciones de variables de desviación que aparecen en las ecuaciones (8) y (9), se obtiene la transformada de Laplace y se reordena para obtener:

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + s \tau_d \right) \quad (19)$$

Esta función de transferencia se conoce como “ideal” porque en la práctica es imposible implantar el cálculo de la derivada, por lo cual se hace una aproximación mediante la utilización de un adelanto/retardo, de lo que resulta la función de transferencia “real”.

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \left(\frac{s \tau_d + 1}{\alpha s \tau_d + 1} \right) \quad (20)$$

Donde α va desde 0.05 a 0.1

En resumen, los controladores PID tienen tres parámetros de ajuste: la ganancia o banda proporcional, el tiempo de reajuste o rapidez de reajuste y la rapidez derivativa.

La rapidez derivativa se da siempre en minutos. Los controladores PID se recomiendan para circuitos con constante de tiempo larga en los que no hay ruido. La ventaja del modo derivativo es que proporciona la capacidad de “ver hacia dónde se dirige el proceso”.



Controlador proporcional/ derivativo (PD). Este controlador se utiliza en los procesos donde es posible utilizar un controlador proporcional, pero se desea cierta cantidad de anticipación. La ecuación descriptiva es

$$m(t) = \bar{m} + K_c(e(t)) + K_c\tau_d \frac{de(t)}{dt} \quad (21)$$

Y su función ideal es

$$\frac{M(s)}{E(s)} = K_c(s\tau_d + 1) \quad (22)$$

Una desventaja del controlador PD es que opera con una desviación en la variable que se controla; la desviación solamente se puede eliminar con la acción de integración, sin embargo, un controlador PD puede soportar mayor ganancia, de lo que resulta una menor desviación que cuando se utiliza un controlador únicamente proporcional en el mismo circuito.

Controladores digitales y otros comentarios.

Como se mencionó anteriormente, la ecuación (20) es la función de transferencia para los controladores industriales analógicos, sin embargo, la ecuación de los controladores digitales es la forma discreta de la ecuación (18). Los métodos para ajustar los controladores digitales no son muy diferentes de los que se utilizan para ajustar los controladores analógicos, lo cual se explica en el siguiente capítulo. Se remite al lector a la referencia bibliográfica [4] para un estudio más profundo acerca de los controladores digitales.

Antes de concluir esta sección son pertinentes algunos otros comentarios. En la ecuación (18) se ve que, en cualquier momento en que cambia el parámetro K_c , esto afecta las acciones de integración y derivación, ya que τ_i y τ_d se dividen o multiplican por dicho parámetro; esto significa que, si únicamente se desea cambiar la acción proporcional pero no la cantidad de reajuste o anticipación, entonces también se deben cambiar los parámetros τ_i y τ_d para adaptarlos al cambio K_c . Todos los controladores analógicos son de este tipo, y algunas veces se les conoce como "controladores interactivos"; la mayoría de los controladores con base en microprocesadores también son del mismo tipo; sin embargo, existen algunos en los que se evita este problema mediante la substitución del término K_c/τ_i por el término único K_c y el término K_c y $K_c\tau_d$, lo cual quiere decir que los tres parámetros de ajuste son K_c , K_d y K_i .

El comentario final se relaciona con la acción derivativa. La forma típica para cambiar el punto de control del controlador es la introducción de un cambio, se muestra en la figura 12 cuando esto ocurre, también se introduce un cambio del error en escalón, como se ilustra en la figura 12b; y, puesto que el controlador toma la derivada del error, ésta produce un cambio súbito en la salida del controlador, como se ve en la figura 12; el cambio en la salida del controlador es innecesario y, posiblemente, va en detrimento de la operación del proceso. Para sortear este problema se ha propuesto (4) la utilización de la derivada de la variable que se controla, pero con signo contrario.

$$- \frac{dc(t)}{dt} \quad (23)$$



$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{d[r(t) - c(t)]}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} - \frac{dc(t)}{dt} \quad (24)$$

En el momento en que se introduce el cambio en el punto de control la “nueva” derivada no ocasiona un cambio súbito, inmediatamente después el comportamiento vuelve a ser el mismo de antes. Esta opción se ofrece en algunos controladores analógicos y en los que tienen como base microprocesadores, y se conoce como derivada sobre la variable que se controla.

Otra posibilidad para evitar el problema de derivación se consigue fácilmente mediante la utilización de controladores digitales; en esta opción se cambia el punto de control en forma de rampa; aun cuando el operador lo cambia en escalón, como se observen la figura 12, la pendiente de la rampa la predetermina el personal de operación.

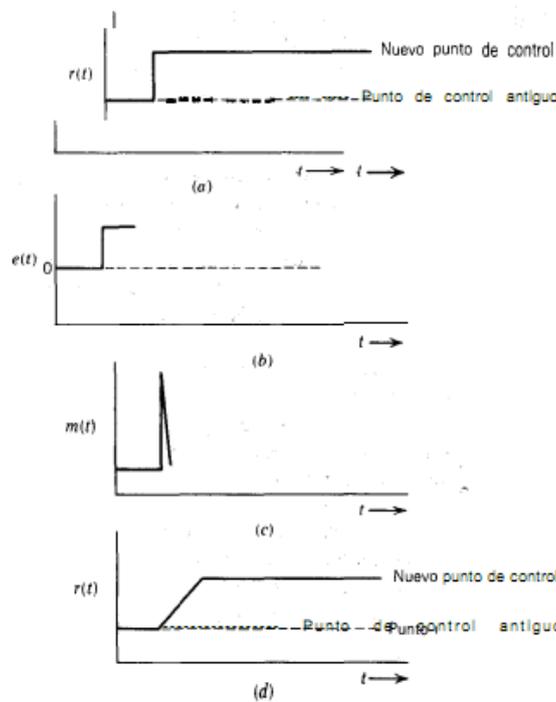


Imagen 12 Efecto de los cambios en el punto de control

Reajuste excesivo

Un problema real e importante en el control de proceso es el reajuste excesivo y puede ocurrir en cualquier momento cuando el controlador tiene el modo integral de control.

Para explicar este problema se utiliza el circuito de control del intercambiador de calor que se muestra en la figura 4.

Supóngase que la temperatura de entrada al proceso desciende en una cantidad significativa; este disturbio provoca que baje la temperatura de salida del proceso y, a su vez, el controlador (PI o PID) hace que la válvula de vapor se abra; puesto que la válvula es de aire para abrir, la

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

señal neumática del controlador se incrementa hasta que, a causa de la acción de reajuste, la temperatura de salida se iguala con el punto de control que se desea. Supóngase que en el esfuerzo por reestablecer la ubicación de la variable que se controla en el punto de control, se integra hasta 15 psig en el controlador, punto en el cual la válvula de vapor está completamente abierta y, por lo tanto, el circuito de control, ya no puede hacer más; esencialmente el proceso está fuera de control, lo cual se ilustra en la figura 13. En la figura se muestra que, cuando la válvula está completamente abierta, la variable que se controla (temperatura de salida) aún no llega al punto de control y, puesto que todavía existe el error, el controlador trata de corregirlo mediante un mayor incremento (integración del error) en su presión de salida, aun cuando la válvula no se puede abrir más allá de 15 psig. En efecto, la salida del controlador se puede integrar hasta la presión de suministro, la cual es generalmente de casi 20 psig; en este punto ya no se puede incrementar la salida del controlador, debido a que la salida está saturada, tal estado del sistema también se muestra en la figura 13. La saturación se debe a la acción de integración (reajuste) del controlador; mientras el error esté presente, el controlador continuará cambiando su salida. Dicho estado de saturación se conoce como “reajuste excesivo”.

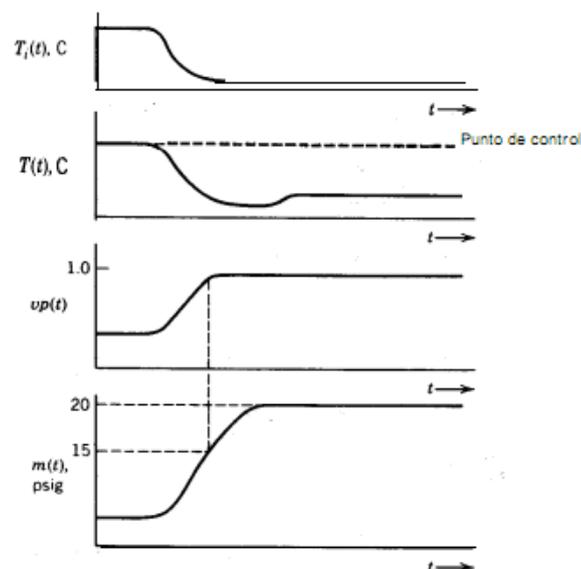


Imagen 13 Respuesta del controlador del intercambiador de calor

Si ahora se supone que la temperatura de entrada sube nuevamente, la temperatura de salida del proceso, a su vez, empezará a incrementarse, como se muestra también en la figura 14, donde se aprecia que la temperatura de salida alcanza y pasa el punto de control y la válvula permanece completamente abierta, aunque, de hecho, debería estar cerrándose, la razón de que no se cierre es porque el controlador debe integrar hacia abajo; desde 20 a 15 psig, antes de que empiece a cerrar la válvula, pero en el momento en que eso sucede, la temperatura de salida ha sobrepasado el punto de control en una cantidad considerable.

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

Como se mencionó anteriormente, este problema de reajuste excesivo puede ocurrir en cualquier momento en que esté presente la integración en el controlador, y se puede evitar si el controlador se pone en manual tan pronto como su salida alcanza 15 psig, ya que así se detiene la integración; el controlador puede volver a ponerse en automático cuando la temperatura empieza a descender. La desventaja de esta operación es que requiere la atención del operador; sin embargo, la mayoría de los controladores que hay a la venta tienen “protección contra reajuste excesivo”, con la cual se detiene la integración automáticamente cuando el controlador alcanza 15 psig (20 mA) o 3 psig (4 mA). Puesto que esta protección es una característica especial del controlador, el ingeniero debe tomar en cuenta si el reajuste excesivo se puede presentar y en ese caso, especificar la protección

El reajuste excesivo se presenta típicamente en los procesos por lotes, el control en cascada y cuando al elemento final de control se le maneja mediante varios controladores, como es el caso de los controles por sobreposición.

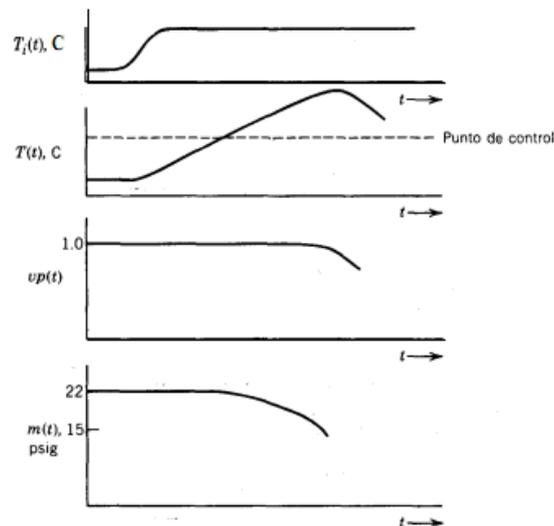
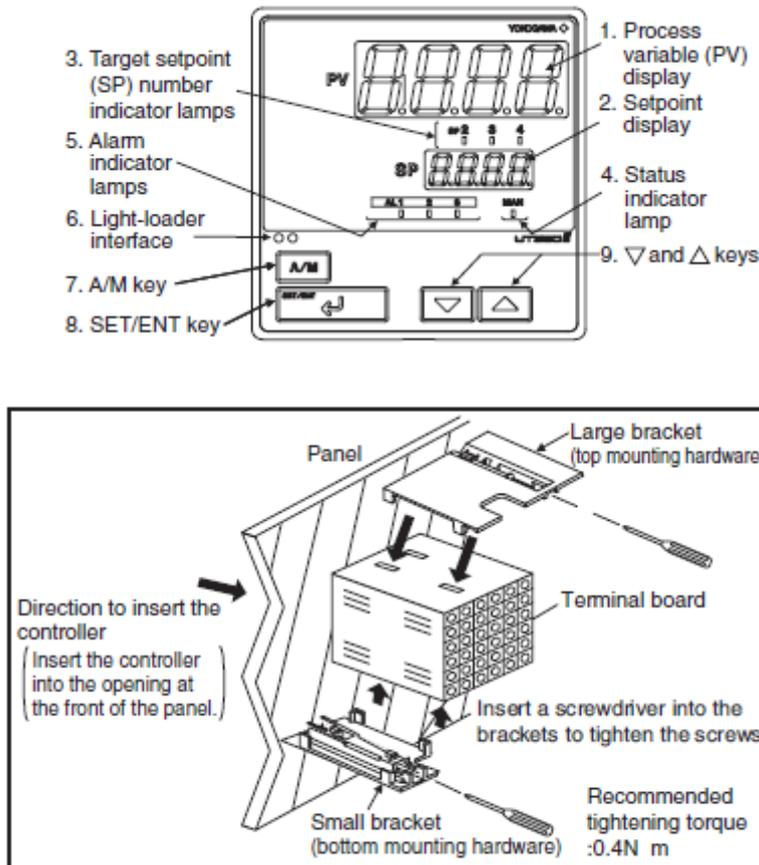
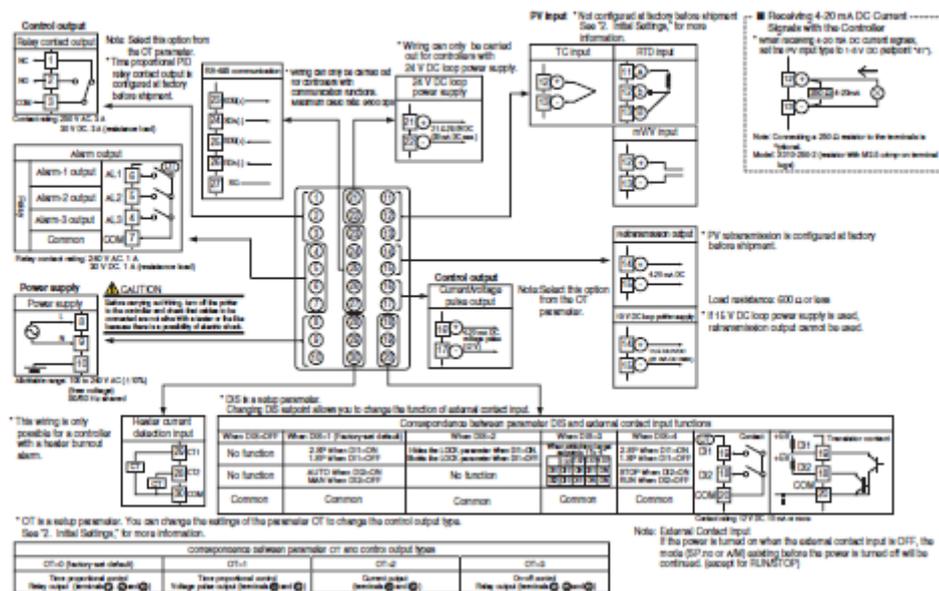


Imagen 13. Respuesta del circuito de control del intercambiador de calor.

Controlador PID Yokogawa (disponible en equipo del Lab Control)

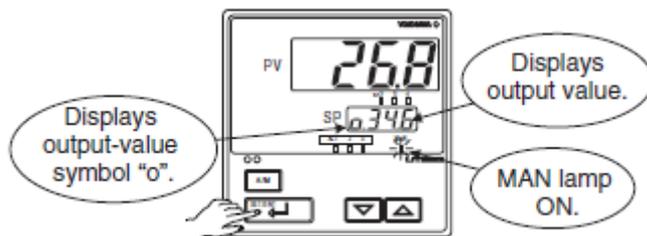
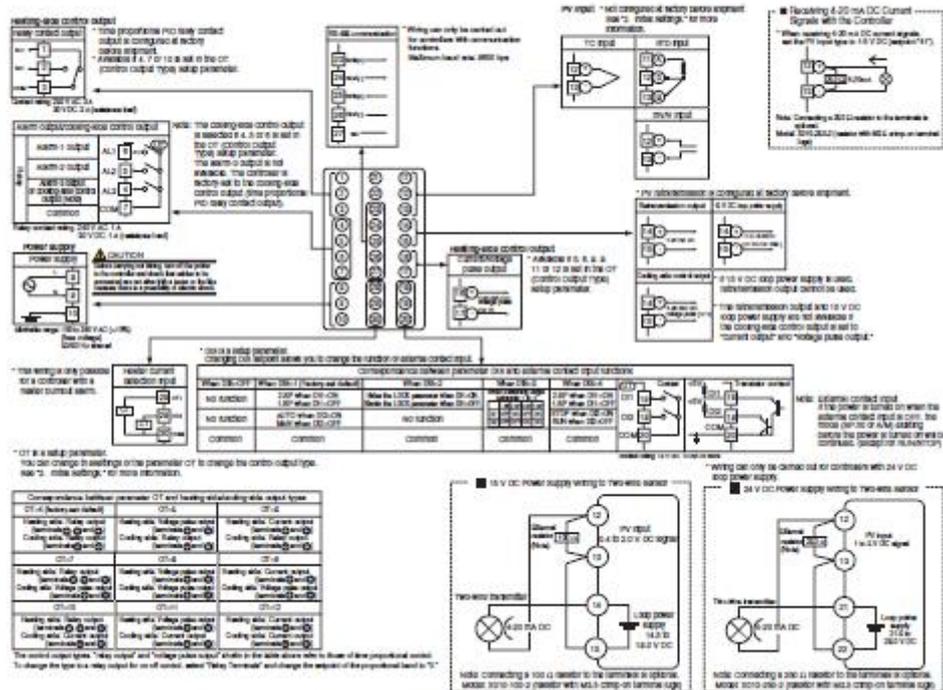


■ UT320 Standard Type (Model UT320-0□ or UT320-3□) or Heating/Cooling Type (Model UT320-2□)





■ UT320 Heating/Cooling Type (Model UT320-2□)



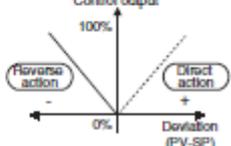
Parameter Symbol	Name of Parameter	Setting Range and Description	Initial Value	User Setting	Target Item in CD-ROM
A1 (A1)	Alarm 1-setpoint	PV alarm / SP alarm: -100.0 to 100.0% of PV Input range Deviation alarm: -100.0 to 100.0% of PV Input range span	PV high limit/SP high limit alarm: 100.0% of PV Input range Deviation alarm: 0.0% of PV Input range span		—
A2 (A2)	Alarm 2-setpoint	Output alarm: -5.0 to 105.0% An alarm common to the 1.SP to 4.SP parameters.	Other PV/SP low limit alarm: 0.0% of PV Input range		—
A3 (A3)	Alarm 3-setpoint		Output high limit alarm: 100.0% Output low limit alarm: 0.0%		—
At (AT)	Auto-tuning	OFF (0): No auto-tuning 1: Auto-tuning for 1.SP 2: Auto-tuning for 2.SP 3: Auto-tuning for 3.SP 4: Auto-tuning for 4.SP AUTO (5): Performs auto-tuning to all groups 1 to 4.	OFF (0)		—

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

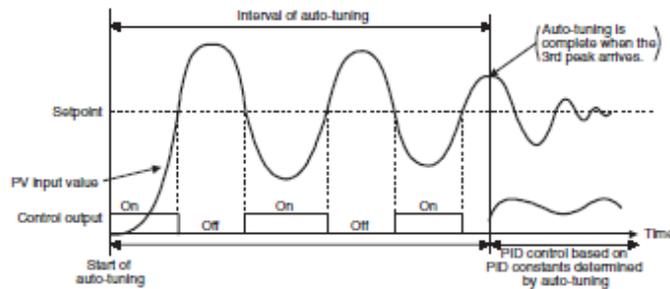
Parameter Symbol	Name of Parameter	Setting Range and Description	Initial Value	User Setting	Target Item in CD-ROM
FL (FL)	PV Input filter	OFF (0), 1 to 120 second. Used when the PV input fluctuates.	OFF (0)		Ref.1.1(1)
bS (BS)	PV Input bias	-100.0% to 100.0% of PV input range span Used to correct the PV input range.	0.0% of PV input range span		
UPr (UPR)	Setpoint ramp-up-rate	OFF (0) 0.0% + 1 digit of PV input range span to 100.0% of PV input range span Set ramp-up-rate or ramp-down-rate per hour or minute. Sets unit in ramp-rate-time unit (TMU).	OFF (0)		Ref.4.1(4)
dnr (DNR)	Setpoint ramp-down-rate		OFF (0)		
oH (OH)	Output high limit Heating-side output high limit (In heating/cooling control)	-5.0 to 105.0% Heating-side limiter in heating/cooling control: 0.0 to 105.0% (OL < OH)	100% Heating/cooling control: 100.0%		Ref.2.1(3)
oL (OL)	Output low limit Cooling-side output high limit (In heating/cooling control)	-5.0 to 105.0% Cooling-side limiter in heating/cooling control: 0.0 to 105.0% (OL < OH)	0.0% Heating/cooling control: 100.0%		
H (H)	ON/OFF control hysteresis Heating-side/cooling-side ON/OFF control hysteresis (In heating/cooling control)	In ON/OFF control: 0.0 to 100.0% of PV input range span In heating/cooling control: 0.0 to 100.0%	ON/OFF control: 0.5% of PV input range span Heating/cooling control: 0.5%		—
dr (DR)	Direct/reverse action switching	0: reverse action, 1: direct action 	0		Ref.2.1(1)

Parameter Symbol	Name of Parameter	Setting Range and Description	Initial Value	User Setting	Target Item in CD-ROM
IP (1.P)	Proportional band/Heating-side proportional band (In heating/cooling control)	0.1 to 999.9% In heating/cooling control: 0.0 to 999.9% (heating-side ON/OFF control applies when 0.0)	5.0%		
I (1.I)	Integral time Heating-side integral time (In heating/cooling control)	OFF (0), 1 to 6000 second.	240 second.		
Id (1.D)	Derivative time Heating-side derivative time (In heating/cooling control)	OFF (0), 1 to 6000 second.	60 second.		
lMr (1.MR)	Manual reset	-5.0 to 105.0% (enabled when integral time "1.I" is OFF) The manual reset value equals the output value when PV = SP is true. For example, if the manual reset value is 50%, the output value is 50% when PV = SP becomes true.	50.0%		



■ Auto-tuning

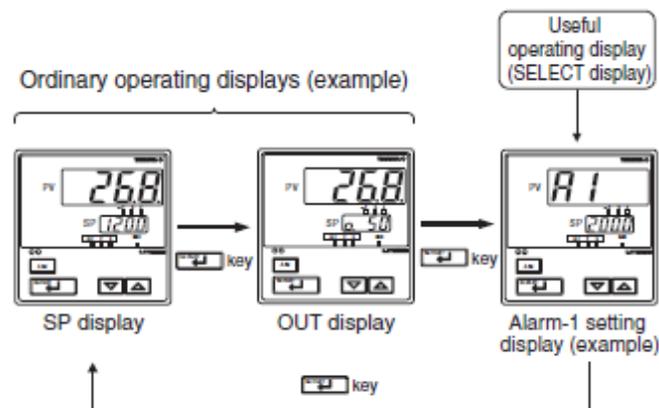
Auto-tuning is a function with which the controller automatically measures the process characteristics to automatically set the optimum PID constants. This function does not work when the controller is performing on-off control. The UT350/UT320 employ the "Limit Cycle Method." As shown in the figure below, the controller temporarily changes its control output in a step-waveform manner. Then, it calculates the optimum proportional band (P), integral time (I) and derivative time (D) from the resulting response to set them in their respective parameters.



If the Output High Limit (OH) and Output Low Limit (OL) parameters are already configured, the control output turns on and off only between the output's high and low limits during auto-tuning.

■ Useful Operating Displays (SELECT Display)

Registering frequently changed parameters in the SELECT display after ordinary operating displays will allow you to change settings easily. A maximum of four displays can be registered.





Método de sustitución directa.

Para que las raíces se muevan del plano izquierdo al derecho, deben cruzar el eje imaginario; en este punto se dice que el circuito es “marginalmente estable” y el término correspondiente de la salida del circuito en el dominio de Laplace es

$$C(s) = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + w_u^2} + (\text{otros terminos}) \quad (25)$$

O, al pasarlo al dominio del tiempo se ve que es una onda sinodal

$$C(t) = b_1 * \sin(w_u T + \theta) + \text{otros terminos} \quad (26)$$

Esto significa que en el punto de estabilidad imaginaria, la ecuación característica debe tener un par de raíces imaginarias

$$r_{1,2} = \pm j w_u \quad (27)$$

La frecuencia w_u con que oscila el circuito es la frecuencia última, justo antes de alcanzar el punto de inestabilidad marginal. T_u Es el período último.

Este método consiste en sustituir $s = j w_u$ en la ecuación característica, de donde resulta una ecuación compleja que se puede convertir en dos ecuaciones simultáneas:

Parte real 0

Parte imaginaria 0

A partir de esto se pueden obtener dos incógnitas: una es la frecuencia última w_u , la otra generalmente cualquier parámetro del circuito, generalmente la ganancia última.

Efecto del tiempo muerto.

La prueba de Routh y la sustitución directa permiten estudiar el efecto de los diferentes parámetros sobre la estabilidad del circuito de control por retroalimentación, pero estos métodos fallan cuando en cualquiera de los bloques del circuito existe un término de tiempo muerto (retraso de transporte o retraso en tiempo), debido a que el tiempo muerto introduce una función exponencial de la variable de la transformada de Laplace en la ecuación característica lo que significa que la ecuación ya no es polinomio y que estos métodos no se aplican, sí el análisis por frecuencia.

Mediante una aproximación a la función de transferencia de tiempo, se puede restablecer una estimación de la ganancia y frecuencias últimas de un circuito con tiempo muerto. Una aproximación usual es la de Padé de primer orden:

$$e^{-t_0 s} = \frac{1 - \frac{1}{2} t_0 s}{1 + \frac{1}{2} t_0 s} \quad (28)$$

Donde t_0 es el tiempo muerto.



De esta manera para una $G_p = \frac{K e^{-t_0 s}}{\tau s + 1}$

Donde:

K es la ganancia

t_0 es el tiempo muerto

τ es la constante de tiempo

Controlada con controlador proporcional tenemos que $G_c = K_c$, por lo tanto la solución es:

$$1 + G_c(s).G_p(s) = 0 \quad (29)$$

$$1 + \frac{K.K_c e^{-t_0 s}}{\tau s + 1} = 0 \quad (30)$$

Al substituir la aproximación de Padé de primer orden, se tiene

$$1 + \frac{K.K_c(1 + \frac{1}{2}t_0 s)(1 + \frac{1}{2}t_0 s)}{(\tau s + 1)(1 + \frac{1}{2}t_0 s)} = 0 \quad (31)$$

$$\frac{1}{2}t_0 \tau s^2 + \left(\tau + \frac{1}{2}t_0 - \frac{1}{2}K K_c t_0\right)s + 1 + K K_c = 0 \quad (32)$$

Por el método de sustitución directa

$$\frac{1}{2}t_0 \tau j^2 w_u^2 + \left(\tau + \frac{1}{2}t_0 - \frac{1}{2}K K_c t_0\right)j w_u + 1 + K K_c = 0 \quad (33)$$

Después de ordenar la ecuación

$$(K K_c)_u = 1 + 2 \frac{\tau}{t_0} \quad (34)$$

$$w_u = \frac{2}{t_0} \sqrt{\frac{t_0}{\tau} + 1} \quad (35)$$

Donde la ganancia última tiende a infinito cuando t_0 tiende a cero. Sin embargo cualquier valor de t_0 impone límite de estabilidad a la ganancia del circuito. La ganancia última se vuelve pequeña cuando se incrementa el tiempo muerto, esto significa que el tiempo muerto hace que la respuesta sea lenta.

Ajuste de controladores

Método de Ziegler-Nichols



Paso 1: determinación de las características dinámicas o personalidad del circuito de control

Paso 2: estimación de los parámetros de ajuste del controlador con los que se produce la respuesta deseada para las características dinámicas determinadas en el primer paso.

Los parámetros mediante los cuales se representan las características dinámicas del proceso son: la *ganancia última* de un controlador proporcional, y el *período último* de oscilación.

Cuando se conocen cuantitativamente las funciones de transferencia, calculan K_{cu} y

W_u , en caso contrario se determinan experimentalmente de la siguiente manera:

1. se desconectan las acciones integrales y derivativas del controlador, de manera de tener un controlador proporcional. En algunos modelos no es posible desconectar la acción integral, se iguala R al valor máximo.
2. con el controlador cerrando el circuito, se incrementa la acción proporcional constante. Luego se registra el valor de K_{cu} . Los incrementos deben ser pequeños, en especial al acercarse al valor de oscilación permanente.
3. del registro del tiempo de la variable controlada, se registra y mide el período de oscilación como T_u , período último, según se muestra en la figura 14.

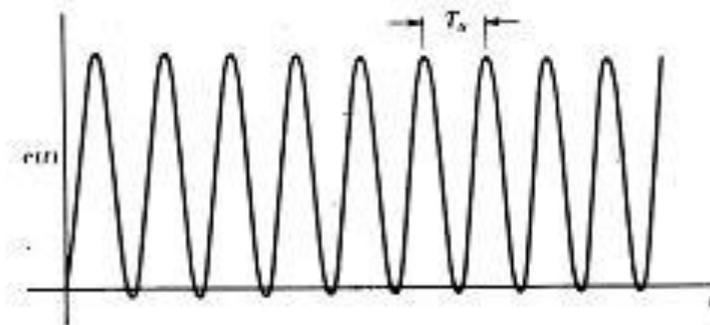


Imagen 14

Para la respuesta que se desea del circuito cerrado, Ziegler y Nichols, especificaron una razón de amortiguamiento de un cuarto.

Su respuesta típica se muestra en las figuras 15 para una perturbación y un cambio en el punto de control.

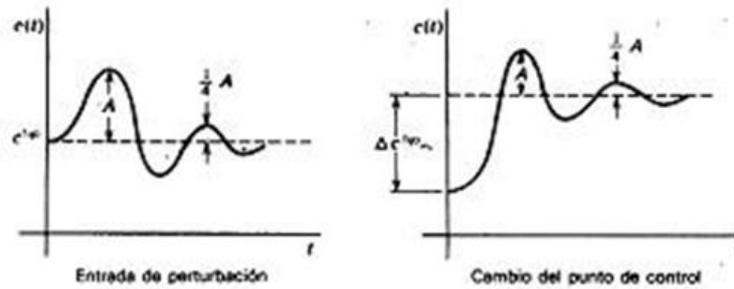


Imagen 15

Una vez determinados K_{cu} y W_U se utilizan las tablas siguientes para calcular los ajustes del controlador. La mayor dificultad es que el conjunto de parámetros de ajuste no es único.

Las puestas a punto que proponen Ziegler y Nichols son valores de campo que producen una respuesta rápida en la mayoría de los circuitos industriales.

Tabla 6-1 Fórmulas para ajuste de razón de asentamiento de un cuarto.

Tipo de controlador		Ganancia proporcional K_C	Tiempo de integración τ_I	Tiempo de derivación τ_D
Proporcional	P	$K_{cu} / 2$	—	—
Proporcional-integral	PI	$K_{cu} / 2.2$	$T_u / 1.2$	—
Proporcional-integral-derivativo	PID	$K_{cu} / 1.7$	$T_u / 2$	$T_u / 8$

Tabla 1

Caracterización del proceso.

Los modelos que comúnmente se utilizan para caracterizar las funciones de transferencia:

- de primer orden + tiempo muerto

$$G(s) = \frac{K_c e^{-t_0 s}}{\tau s + 1} \quad (36)$$

- de segundo orden + tiempo muerto

$$G(s) = \frac{K \cdot K_c e^{-t_0 s}}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} \quad (37)$$

$\xi =$ razón de amortiguamiento efectiva del sistema

La solución consiste en realizar algunas pruebas dinámicas en el sistema real o la simulación del circuito en una computadora.

Prueba del proceso de escalón

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

Con el controlador abierto se aplica una señal escalón en la salida del controlador $m(t)$. Se registra la salida del transmisor con un graficador. Se muestra una curva de reacción del proceso:

$$C(s) = G(s) \frac{\Delta m}{s} \quad (38)$$

Por el modelo del tiempo muerto y la capacitancia

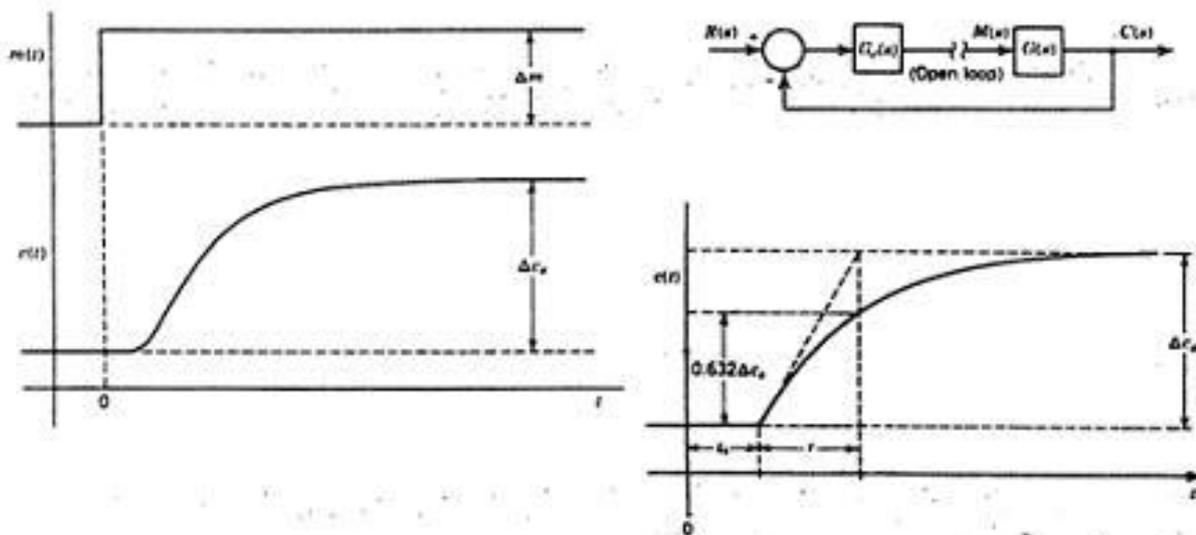
$$C(s) = \frac{K_c e^{-t_0 s}}{\tau s + 1} \frac{\Delta m}{s} \quad (39)$$

Se obtiene $C(t)$ y luego

$$\Delta C(t) = C(t) - C(0) \quad (40)$$

$$\Delta C_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta C(t) = K \Delta m \quad (41)$$

Se obtiene $K = \frac{\Delta C_s}{\Delta m}$ la respuesta del modelo debe coincidir con la curva de reacción del proceso en estado estable. Con estas curvas podemos determinar t_0 y τ Ziegler y Nichols proponen un conjunto de fórmulas que se basan en los parámetros de ajuste.



Controller Type		Proportional Gain K_p	Integral Time τ_i	Derivative Time τ_d
Proportional only	P	$\frac{1}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-1}$	—	—
Proportional-integral	PI	$\frac{0.9}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-1}$	$3.33 t_0$	—
Proportional-integral-derivative	PID	$\frac{1.2}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-1}$	$2.0 t_0$	$\frac{1}{2} t_0$

Imagen 16 Tabla 2



Método de síntesis directa o ajuste de Dahlin

Dado los parámetros de transferencia de los componentes de un circuito de retroalimentación, de debe sintetizar el controlador que se requiere para producir una respuesta específica de circuito cerrado.

A continuación se considera el diagrama de bloques simplificado de la figura 17, en el cual las funciones de transferencia de todas las componentes del circuito, diferentes del controlador, se concentran en un solo bloque, $G(s)$; del álgebra de diagrama de bloques se obtiene que la función de transferencia para el circuito cerrado es

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)} \quad (42)$$

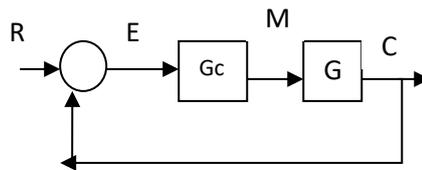


Figura 17

Entonces a partir de esta expresión, para la función de transferencia del controlador se puede resolver.

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \frac{\frac{C(s)}{R(s)}}{1 - \left[\frac{C(s)}{R(s)}\right]} \quad (43)$$

Esta es la *formula de síntesis de controlador*. Para ilustrar la forma en que se utiliza esta fórmula, a continuación se considera la especificación del controlador perfecto, es decir, $C(s) = R(s)$; el controlador que resulta es

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \frac{1}{1-1} = \frac{1}{G(s)} \frac{1}{0} \quad (44)$$

Esto indica que, para que la salida sea siempre igual al punto de control, la ganancia del controlador debe ser infinita y esto no se puede lograr.

La respuesta de circuito cerrado más simple que se puede lograr es la de retardo de primer orden, en ausencia de tiempo muerto en el proceso, y resulta de la función de transferencia de circuito cerrado:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad (45)$$



Donde es τ_c la constante de tiempo de la respuesta de circuito cerrado y, si se ajusta, se convierte en el único parámetro de ajuste del controlador sintetizado; mientras más pequeña es τ_c , el ajuste del controlador es más estricto.

Reemplazando **45** en **43**

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \frac{1}{\tau_c s} \quad (46)$$

τ_c no debe ser muy pequeño para no desestabilizar el sistema controlado y debe ser menor que la constante de tiempo del proceso de lazo abierto.

Cuando el proceso contiene tiempo muerto en la respuesta del circuito cerrado se debe incluir un término de tiempo muerto igual al tiempo muerto del proceso.

Ej:

a) si $G_p = K$ (respuesta instantánea del proceso)

$$G_c(s) = \frac{1}{K} \frac{1}{\tau_c s} \quad (47)$$

Éste es un controlador integral puro, para procesos rápidos

b) Si $G_p = \frac{K}{\tau s + 1}$ (proceso de 1° orden)

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{K} \frac{1}{\tau_c s} = \frac{1}{\tau_c K} \left(1 + \frac{1}{s\tau}\right) \quad (48)$$

Éste es un controlador PI, con los siguientes parámetros de ajuste:

$$K_C = \frac{\tau}{K\tau_c} \quad (49)$$

$$\tau_i = \tau$$

c) Si $G_p = \frac{K}{(\tau s + 1)(\tau_1 s + 1)}$ (proceso de 2° orden)

$$G_c(s) = \frac{\tau_1}{K} \frac{1}{\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s}\right) (\tau_2 s + 1) \quad (50)$$

Para procesos de orden mayor, el algoritmo se complica apareciendo más ceros que polos, lo que es un factor desestabilizante en el sistema controlado. Para evitar este problema, se utiliza un filtro de alta frecuencia de la forma $\frac{1}{(1 + \tau_r s)^2}$

Donde τ_r es un valor pequeño y un número entero que da cuenta del exceso de ceros.

El algoritmo resultante es un controlador PID de tipo comercial, con la mayor de las constantes de tiempo integral y la menor como tiempo derivativo.

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

d) Si $G_p = \frac{Ke^{-t_0s}}{(\tau s + 1)}$ (proceso de primer orden + tiempo muerto)

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K} \frac{1}{\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s} \right) e^{-t_0s} \quad (51)$$

El controlador es físicamente no realizable, no por defecto en el algoritmo de control, sino por el proceso y su tiempo muerto.

Supongamos una respuesta de primer orden retrase en un tiempo muerto por lo menos igual al tiempo muerto presente en el proceso:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{e^{-t_0s}}{\tau_c s + 1} \quad (52)$$

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{K e^{-t_0s}} \frac{e^{-t_0s}}{\tau_c s + 1 + e^{-t_0s}} \quad (53)$$

La solución solo puede ser posible con controladores digitales. Sin embargo existe una fórmula aproximada de Padé que nos permite una solución parcial.

$$e^{-t_0s} = \frac{e^{-\frac{t_0s}{2}}}{e^{\frac{t_0s}{2}}} = \frac{1 - \frac{t_0s}{2}}{1 + \frac{t_0s}{2}} \quad (54)$$

Reemplazando G_c

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) \frac{\frac{t_0s}{2} + 1}{\frac{at_0s}{2} + 1} \quad (55)$$

Este algoritmo responde a un controlador PID comercial

$$G_c(s) = \frac{K_c \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) (1 + \tau_d s)}{(1 + a \tau_d s)} \quad (56)$$

$$K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c t_0)} \quad (57)$$

Donde $\tau_d = \frac{t_0}{2}$

$$a = \frac{\tau_c}{\tau_c + t_0} \quad (58)$$

Proceso	Controlador	Parámetros de ajuste
$G(s) = K$	I	$K_c = \frac{1}{K\tau_c}$ ajustable
$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$	PI	$K_c = \frac{\tau}{K\tau_c}$ ajustable $\tau_1 = \tau$
$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$ $\tau_1 > \tau_2$	PID	$K_c = \frac{\tau_1}{K\tau_c}$ ajustable $\tau_1 = \tau_1$ $\tau_0 = \tau_2$
$G(s) = \frac{K_0 e^{-t_0s}}{\tau s + 1}$	PID*	$K_c = \frac{\tau}{K(t_0 + \tau_c)}$ ajustable



Ajuste de Murril y Smith

Murril y Smith utilizaron índices de comportamiento como:

- La integral de error al cuadrado (ISE)
- La integral del valor absoluto del error (IAE)
- La integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo

Todos ellos para encontrar el ajuste óptimo.

Desarrollaron ajustes para sistemas controlados que experimentan repetidos cambios de referencia y para sistemas donde principalmente ocurren perturbaciones no deseadas en un modelo de proceso de primer orden con tiempo muerto.

Modelo del proceso : $G(s) = \frac{K e^{-\tau s}}{T s + 1}$

Controlador proporcional (P): $G_c(s) = K_c$

Integral del error

$$K_c = \frac{a}{K} \left(\frac{L}{\tau} \right)^a$$

ICE

$$a = 1.411$$

IAE

$$0.902$$

IAET

$$0.490$$

$$b = -0.917$$

$$-0.985$$

$$-1.064$$

Controlador proporcional-integral (PI)

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)$$

Integral de error

$$K_c = \frac{a_1}{K} \left(\frac{L}{\tau} \right)^{a_1}$$

ICE

$$a_1 = 1.305$$

IAE

$$0.984$$

IAET

$$0.859$$

$$b_1 = -0.959$$

$$-0.986$$

$$-0.977$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{a_2} \left(\frac{L}{\tau} \right)^{a_2}$$

$$a_2 = 0.492$$

$$0.608$$

$$0.674$$

$$b_2 = 0.739$$

$$0.707$$

$$0.680$$

Controlador proporcional-integral-derivativo (PID):

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right)$$



Modelo del proceso: $G(s) = \frac{K e^{-t_0 s}}{\tau s + 1}$

Controlador proporcional-integral (PI):

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right)$$

Integral del error:

$$K_c = \frac{a_1}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{a_1}$$

$$\tau_i = \frac{\tau}{a_2 + b_2(t_0/\tau)}$$

IAE

$$a_1 = 0.758$$

$$b_1 = -0.861$$

$$a_2 = 1.02$$

$$b_2 = -0.323$$

IAET

$$0.586$$

$$-0.916$$

$$1.03$$

$$-0.165$$

Controlador proporcional-integral-derivativo (PID):

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_D s \right)$$

Integral del error

$$K_c = \frac{a_1}{K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{a_1}$$

$$\tau_i = \frac{\tau}{a_2 + b_2(t_0/\tau)}$$

$$\tau_D = a_3 \tau \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{a_3}$$

IAE

$$a_1 = 1.086$$

$$b_1 = -0.869$$

$$a_2 = 0.740$$

$$b_2 = -0.130$$

$$a_3 = 0.348$$

$$b_3 = 0.914$$

IAET

$$0.965$$

$$-0.855$$

$$0.796$$

$$-0.147$$

$$0.308$$

$$0.9292$$

Tabla 5



Criterio de estabilidad de Routh

Es un test de fácil realización que indica cuantas raíces de encuentran en el polígono semiplano derecho, sin calcular dichas raíces. Sea el polinomio racional en s;

$$a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_n = 0 \text{ (59)}$$

1. la condición necesaria para que no existan raíces en el semiplano derecho, es que todos los coeficientes del polinomio tengan el mismo signo.

Ejemplo:

$$s^3 + 3s^2 + 6s + 4 = 0 \text{ (60)}$$

Cumple con la condición necesaria. No podemos afirmar que no existan raíces en el SPD porque la condición no es suficiente.

En cambio $s^3 + 3s^2 + 6s - 4 = 0 \text{ (61)}$

No cumple con la condición necesaria y por lo tanto, a priori, sabemos que existen raíces en el SPD.

2. Arreglo de Routh: si todos los coeficientes a_i del polinomio tienen el mismo signo, generamos el arreglo siguiente;

1	a_0	a_2	a_4	a_6
2	a_1	a_3	a_5	a_7
3	b_1	b_2	b_3	
4	c_1	c_2	c_3	
$n + 1$	h_1	h_2	h_3	

Con:

$$b_1 = \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1} ; b_2 = \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1} ; \dots$$

$$c_1 = \frac{b_1a_3 - a_1b_2}{b_1} ; b_2 = \frac{b_1a_5 - a_1b_3}{b_1} ; \dots \text{ (62)}$$

El teorema de Routh establece que todas las raíces del polinomio están en el SPI si y sólo si, todos los elementos de la primero columna son mayores que cero.

Corolario I



Hay tantas raíces del polinomio en el SPD como cambios de signo haya en los elementos de la primera columna.

Corolario II

Si el coeficiente de la fila enésima, columna 1 es cero (o condicionalmente cero), existe un par de raíces imaginarias conjugadas, que son solución de la ecuación.

Ejemplo:

$$s^3 + 7s^2 + 14s + (8 + 9,6K) = 0$$

Arreglo de Routh	1	14	0
	7	$8 + 9.6K_c$	0
	$(90 - 9.6K_c) / 7$	0	0
	$8 + 9.6K_c$	0	0

De aquí obtenemos las condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad;

$$(90 - 9.6K_c) / 7 > 0 \quad y \quad 8 + 9.6K_c > 0$$

Del corolario II:

Si $(90 - 9.6K_c) / 7 = 0$ $K_c = 9.375$ y reemplazando este valor, resulta

$$7s^2 + 98 = 0 \quad W=3.74$$

El proceso es entonces, condicionalmente estable para $K_c < 9.375$. Si la ganancia se le asigna este último valor, entonces existen raíces imaginarias que implican oscilación con frecuencia 3.74. Para cualquier valor de la ganancia mayor que 9.375, el sistema se desestabiliza por existir polos en el lazo cerrado en el SPD. Por esta razón, este valor límite de la ganancia se denomina **ganancia última Kcu**.

Método del lugar de las raíces.

Introducción.

Las raíces del polinomio del denominador de la función de transferencia de un sistema, denominadas polos, determinan la forma general de la respuesta transitoria de ese sistema. La figura 18 muestra para un sistema con la función de transferencia

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+p_2)} \quad (63)$$

INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL AUTOMÁTICO

UNIDAD N° 2



Universidad Nacional de Cuyo
Facultad de Ingeniería

Cómo al cambiar la posición de los polos en el plano s , cambia la respuesta transitoria cuando el sistema está sujeto a un impulso. La técnica que se utiliza en este análisis se denomina *método del lugar geométrico de las raíces*.

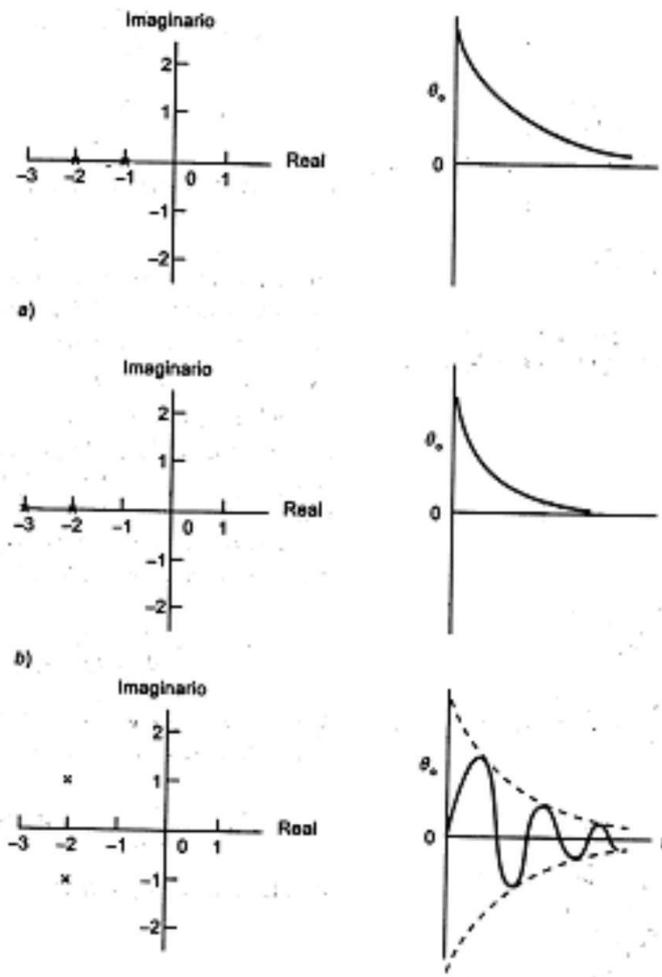


Imagen 18

Lugar geométrico de las raíces de sistemas de segundo orden.

Supongamos un sistema de segundo orden cuya función de transferencia en lazo abierto $G_0(s)$ del sistema es $K/[s(s+1)]$ y puesto que la realimentación es unitaria, el sistema tiene una función de transferencia de

$$G(s) = \frac{\frac{K}{[s(s+1)]}}{1 + \frac{K}{[s(s+1)]}} \quad (64)$$

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + s + K}$$

Las raíces de una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c$ están dadas por

$$\text{Raíces} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (65)$$

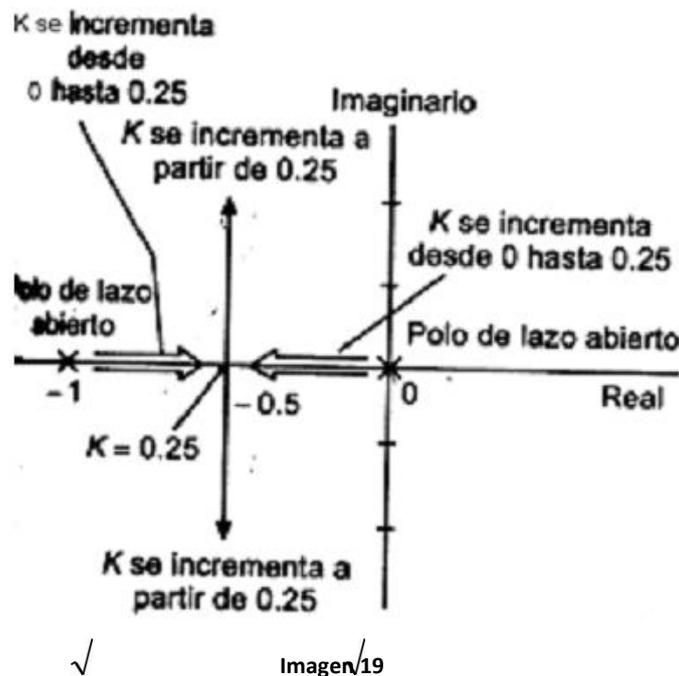


Y así las raíces del polinomio del denominador de la función de transferencia son

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4K}}{2}$$

$$p = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 4K} \quad (66)$$

Cuando $K=0$ entonces $P = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$, es decir, las raíces en lazo abierto ($K=0$) están en 0 y -1 cuando $K=1/4$, entonces $p=-1/2$, es decir ambas raíces están en -1/2. Para los valores de K entre 0 a $1/4$ la raíz es cero se hace más negativa y se mueve hacia $1/2$ mientras que la raíz en -1 se hace menos negativa y se mueve hacia -1/2, como señala la figura 19.



Para $K=1$ las raíces están dadas por $p = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{-3}$ y, de este modo, están en $-\frac{1}{2} + j\sqrt{3}$ y $-\frac{1}{2} - j\sqrt{3}$. Para todos los valores de K mayores de 0.25 se presenta un par de raíces complejas, siendo constante la componente real de valor -1/2 y la parte imaginaria tiene un valor que se incrementa a medida que K aumenta.

Puesto que los valores de las raíces dependen del valor de K , la respuesta del sistema a entradas externas también depende del valor de K . La figura 20 muestra la respuesta del sistema con diferentes valores de K a una entrada escalón unitario. Para valores de K entre 0 y 0.25 se tiene la respuesta sobreamortiguada de un sistema de segundo orden. Para $K=0.25$ el sistema es críticamente amortiguado.

Para K mayor que 0.25 es sistema es subamortiguado y presenta oscilaciones

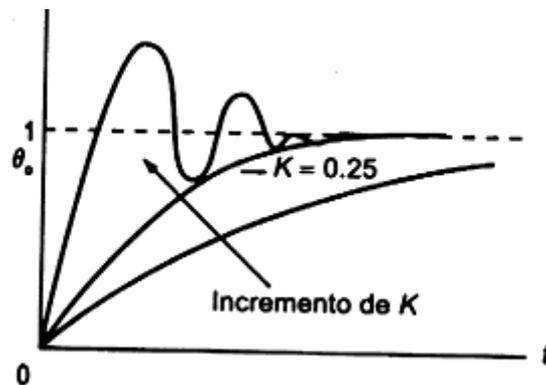


Imagen 20

Lugar geométrico de las raíces de sistemas en lazo cerrado.

Considere un sistema general en lazo cerrado, con función de transferencia en lazo abierto $G_0(s)$ y, así, con realimentación unitaria, la función de transferencia $G(s)$ para el sistema es.

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \quad (67)$$

Los polos serán los valores de s para los cuales el polinomio del denominador es cero, es decir,

$$1 + G_0(s) = 0$$

Y de este modo

$$G_0(s) = -1$$

$G_0(s)$ se puede obtener a partir del amortiguamiento de varios elementos, cada uno de los cuales tienen su propia función de transferencia. En general es posible escribir

$$G_0(s) = \frac{K(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\dots(s - p_n)} \quad (68)$$



Donde K es una constante; z_1, z_2, \dots, z_m , los ceros, y p_1, p_2, \dots, p_n , los polos. Si los valores de s en la ecuación anterior van a ser los valores de los polos y, de esta manera, estar sobre el lugar geométrico de las raíces, entonces también se debe satisfacer la ecuación **68**) De este modo, para los puntos sobre el lugar geométrico de las raíces

$$\frac{K(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} = -1 \quad (69)$$

Debido a que s es una variable compleja la ecuación anterior se puede escribir en forma polar. Puesto que la magnitud del producto de dos números complejos es el producto de sus magnitudes, la ecuación **69**) en forma polar para magnitudes es

$$\frac{K|s - z_1||s - z_2| \dots |s - z_m|}{|s - p_1||s - p_2| \dots |s - p_n|} = 1 \quad (70)$$

Dado a que el argumento del producto de dos números complejos es la suma de sus argumentos y el cociente su diferencia, la ecuación **69**) en forma polar para los argumentos

$$\begin{aligned} & [\angle(s - z_1) + \angle(s - z_2) + \dots + \angle(s - z_m)] - [\angle(s - p_1) + \angle(s - p_2) + \dots + \angle(s - p_n)] = \\ & = \pm \text{múltiplo impar de } \pi \quad (71) \end{aligned}$$

La ecuación anterior se utiliza para determinar si un punto en el plano s está sobre un lugar geométrico de las raíces. Si el punto está sobre el lugar geométrico de las raíces cumplirá la ecuación **71** si el punto no está sobre el lugar geométrico de las raíces, ésta no se cumplirá. mediante prueba y error se puede establecer el lugar geométrico de las raíces. La ecuación **70** dará el valor de K en los puntos a lo largo del lugar geométrico de las raíces.

Para ilustrar lo anterior considere un sistema con función de transferencia en lazo abierto de

$$G_0(s) = \frac{K(s + 1)}{s(s + 2)} \quad (72)$$

Y realimentación unitaria. La función de transferencia del sistema será



$$G(s) = \frac{K(s+1)/[s(s+2)]}{1 + K(s+1)/[s(s+2)]} \quad (73)$$

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2) + K(s+1)} \quad (74)$$

El sistema tiene los polos en lazo abierto, es decir, cuando $K=0$, en 0 y -2 y un cero en -1. Considere algún punto sobre el plano s , sea s_1 Fig 21 . Se dibujan líneas para conectar el punto con los polos y el cero. Para que s_1 esté sobre el lugar geométrico de las raíces debe tener que, al aplicar la ecuación 71

$$\beta - (\alpha_1 + \alpha_2) = \pm \text{múltiplo impar de } \pi$$

Aplicando la ecuación 70

$$\frac{Kb}{ac} = 1 \quad \text{y así} \quad K = \frac{ac}{b}$$

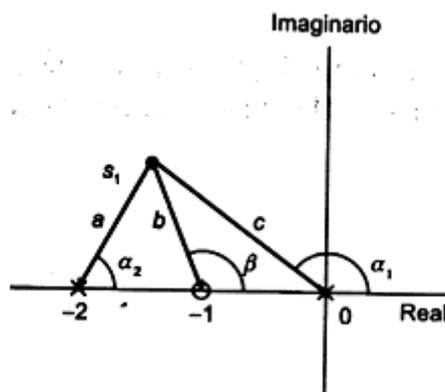


Imagen 21

Construcción del lugar geométrico de las raíces.

Existen varias reglas que ayudan a elegir en forma apropiada los puntos sobre el lugar geométrico de las raíces.

- 1) El número de lugares geométricos es igual al grado n de la ecuación característica de la función de transferencia en lazo abierto, es decir, el polinomio del denominador
- 2) Los lugares geométricos de las raíces de un sistema con una ecuación característica real son simétricos respecto al eje real. Esto se debe a que las raíces complejas se presentan en pares de la forma $\sigma \pm j\omega$.
- 3) Los lugares geométricos de las raíces comienzan en los n polos del sistema donde $K=0$
- 4) Los lugares geométricos de las raíces finalizan en los m ceros del sistema, donde $K \rightarrow \infty$. Si hay más polos que ceros, que es el caso más común, entonces m lugares geométricos terminan en los m ceros finitos y los $(n-m)$ lugares geométricos restantes terminan en infinito.



5) Las porciones del eje real son secciones de los lugares geométricos de las raíces si el número de polos y ceros a la derecha de dicha porción es impar, como lo ilustra la fig. 22

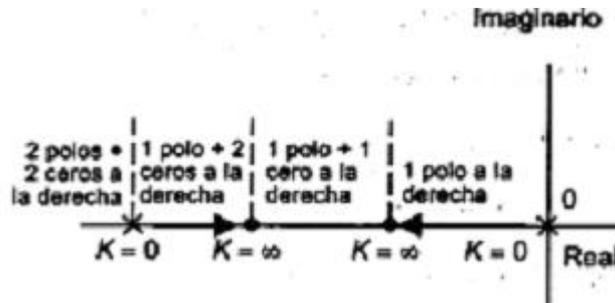


Imagen 22

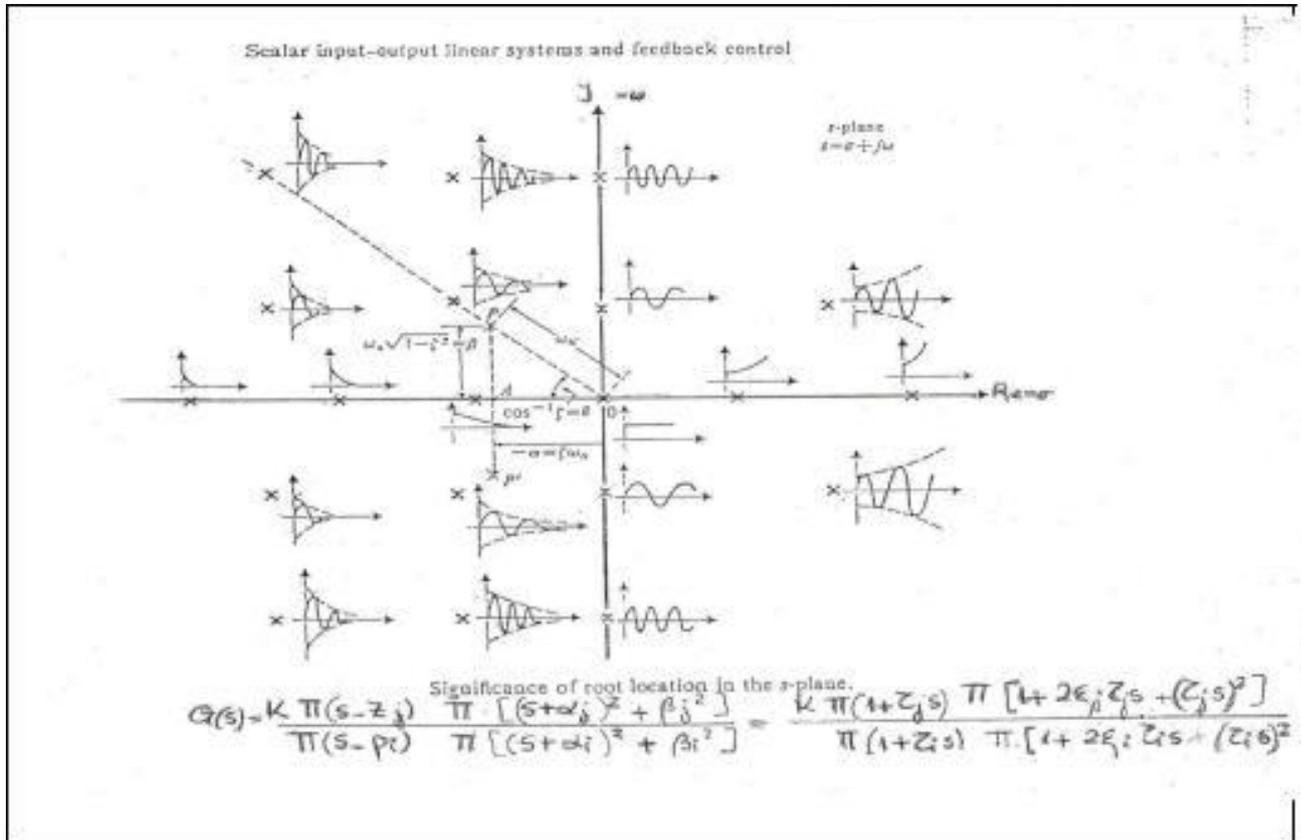
6) Aquellos lugares geométricos que terminan en infinito tienden hacia las asíntotas que forman ángulos respecto al eje real positivo de

$$\frac{\pi}{n-m}, \frac{3\pi}{n-m}, \frac{5\pi}{n-m}, \dots \quad (75)$$

7) Las asíntotas interceptan sobre el eje real en un punto, algunas veces llamado *centro de gravedad* o *centroide* de las asíntotas, dado por

$$cg = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m} \quad (76)$$

8) el término punto de desprendimiento o ruptura se usa cuando dos o más lugares geométricos se encuentran en un punto y en forma subsecuente se “separan” de ese punto siguiendo trayectorias separadas.





Anexo

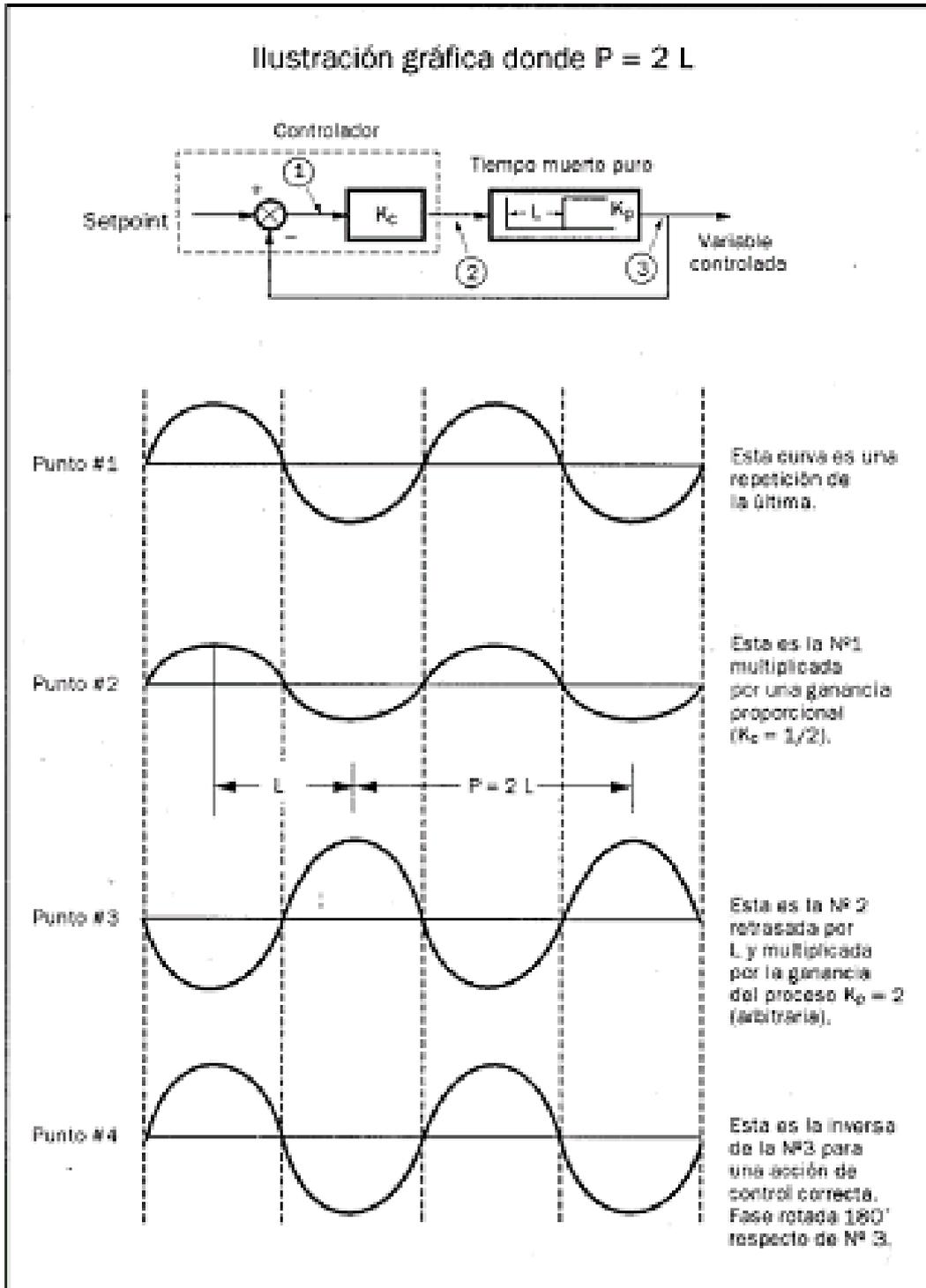
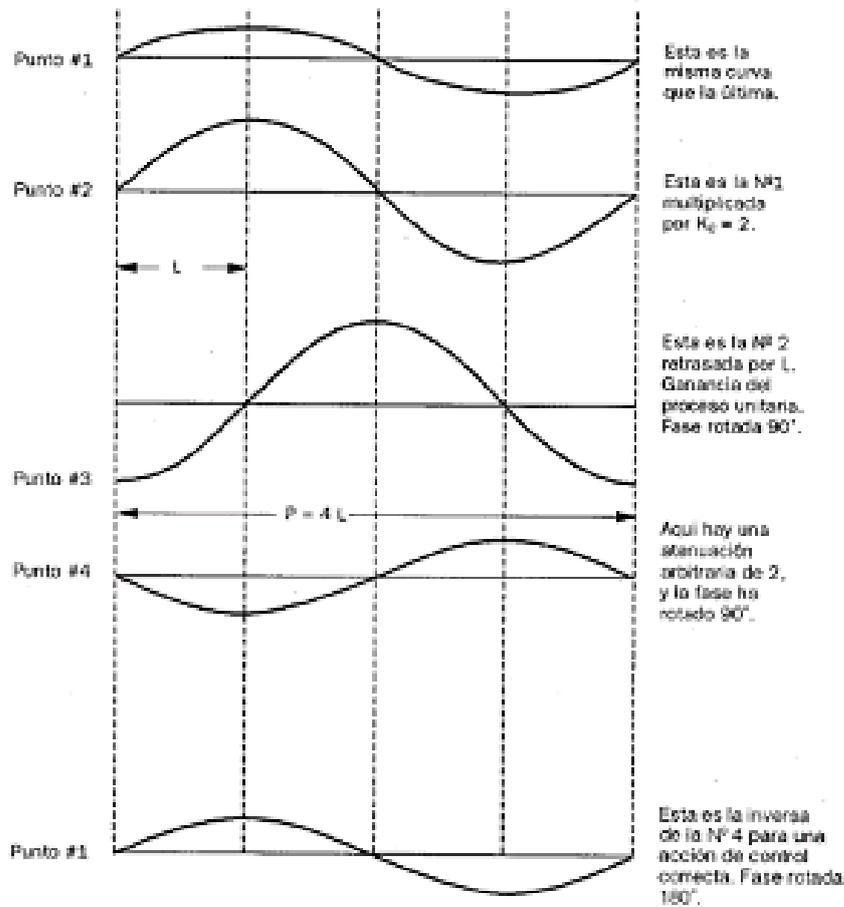
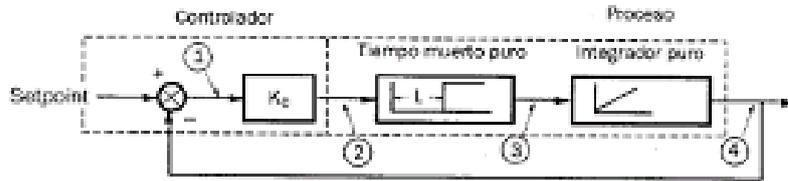




Ilustración gráfica donde $P = 4 L$



Profesor Titular: Ing. Alfredo Ernesto Puglesi

Profesor Adjunto: Ing. María Susana Bernasconi

JTP: Ing. Esther Bibiana Castiglione

Colaboró: Agustina Galiana