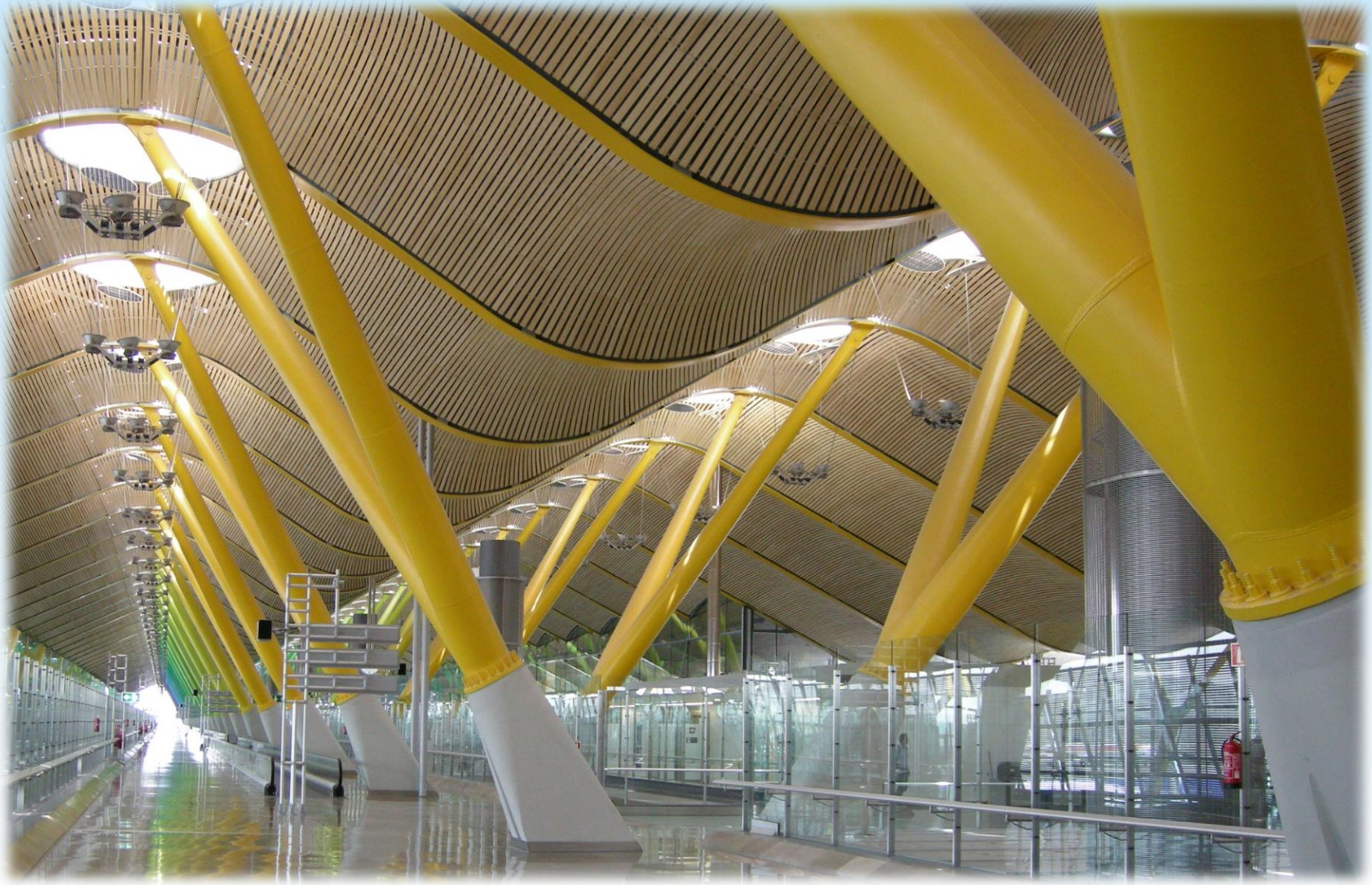
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

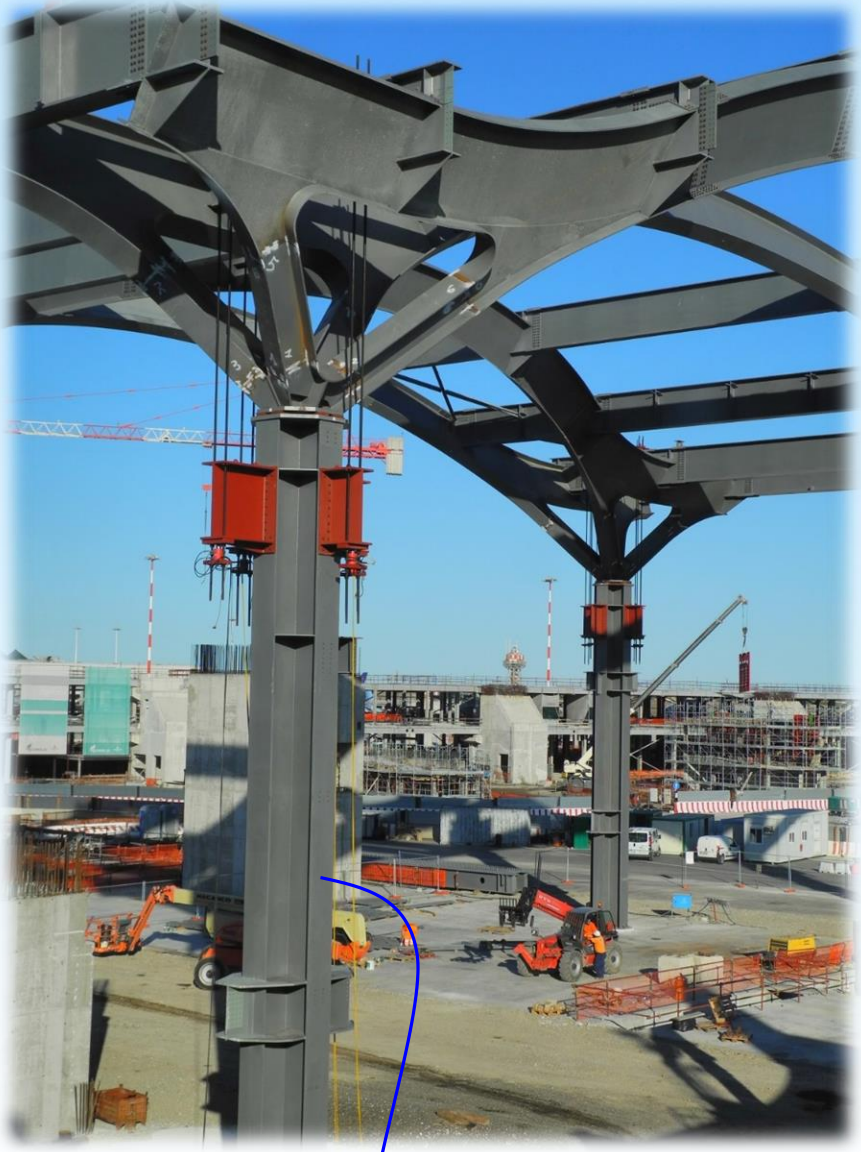
FACULTAD DE INGENIERÍA

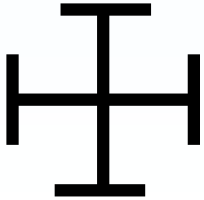
Elementos comprimidos – Columnas Criterios de diseño según CIRSOC 301-2005

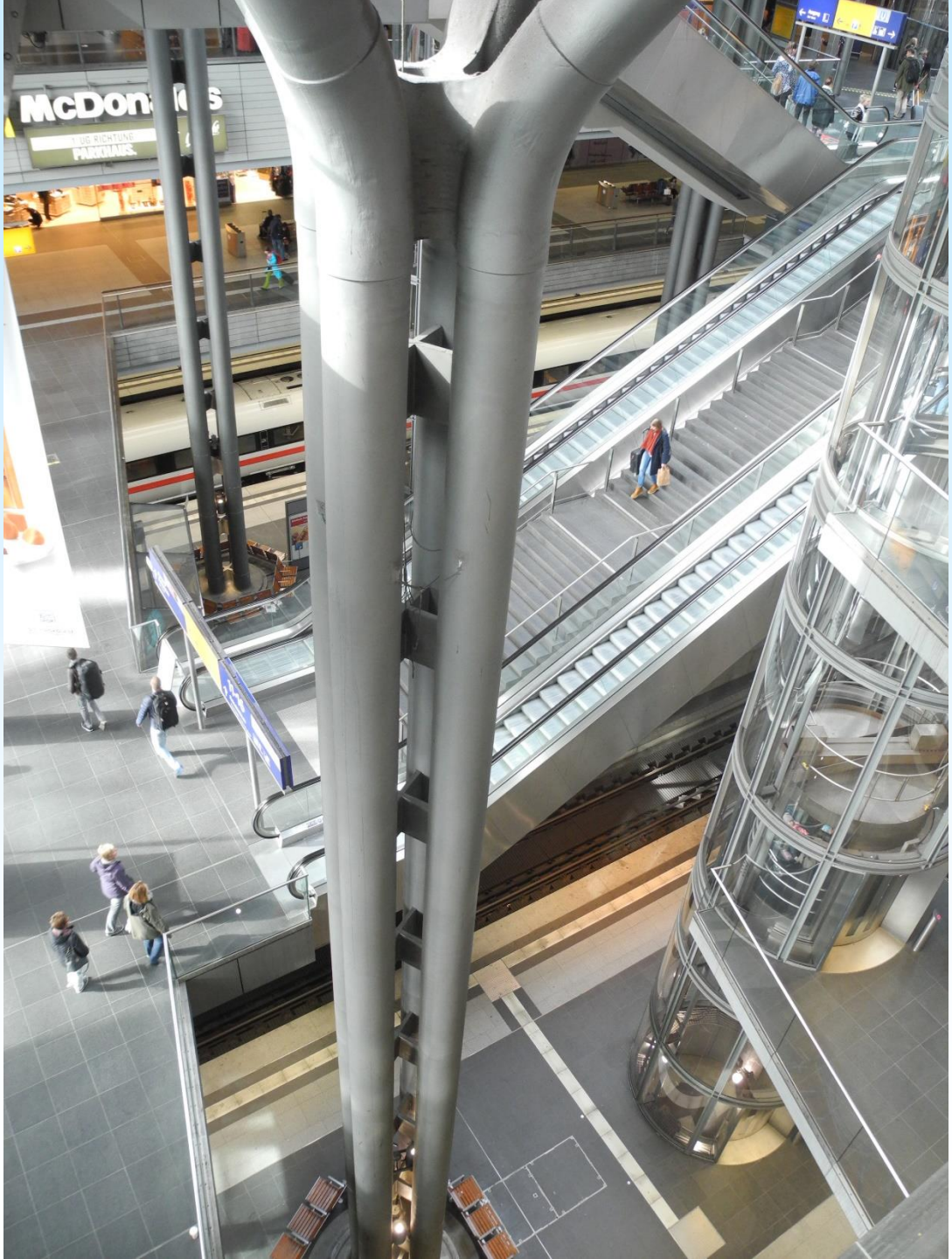
Guía de estudio

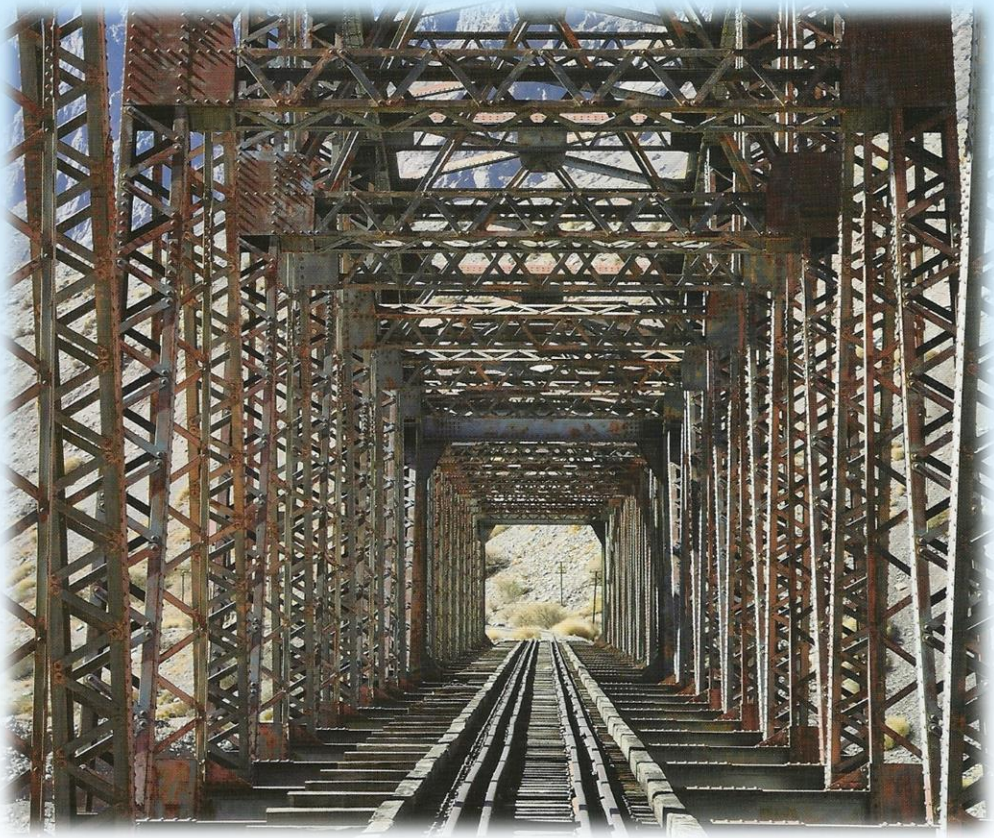
Dr. Francisco J. Crisafulli
Profesor Titular
2017. Modificado 2020 – 2021 - 2023








McDonald's



Elementos comprimidos - Columnas

Columnas simples: Barras prismáticas formadas por perfiles laminados o secciones armadas donde todos los elementos están conectados en forma continua.

Secciones compactas y no compactas: Capítulo E y Apéndice E.

Secciones con elementos esbeltos: Apéndice B y E.

Columnas armadas: barras prismáticas formadas por dos o más barras (o conjunto de barras) longitudinales, llamadas cordones, unidas entre ellas a intervalos mediante conectores, cordones de soldadura, celosías o presillas. Se consideran 5 tipos de columnas diferentes (Grupo I a V).

Capítulo E.

Apéndice E: Método alternativo para Grupos IV y V.

Barras con almas de altura variable: Capítulo E y Apéndice F .

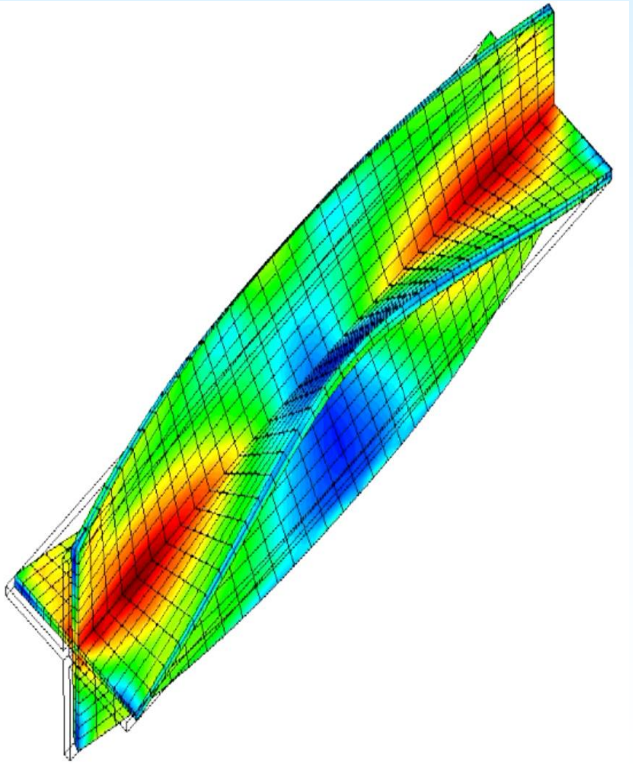
Problemas de inestabilidad en columnas

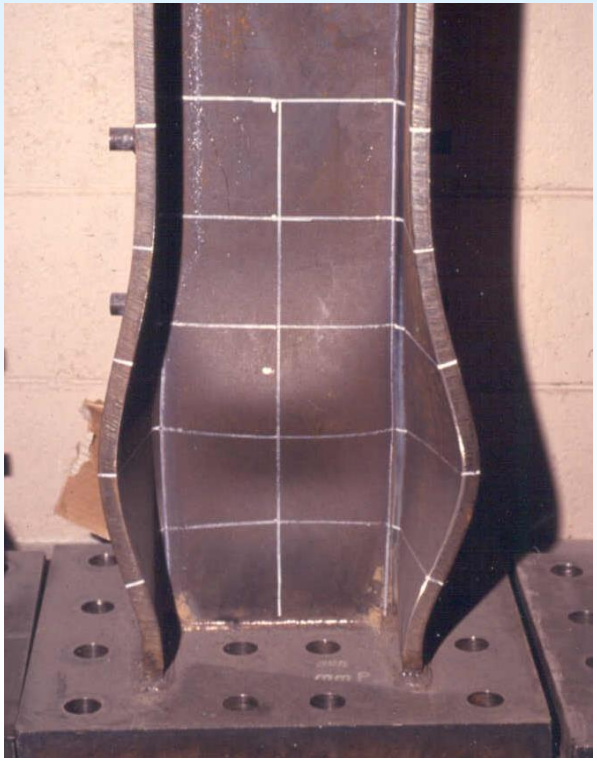
Pandeo global

1. Pandeo flexional

2. Pandeo torsional o flexo-torsional

3. Pandeo local o abollamiento





Estados límites últimos, ELU, en compresión:

- Pandeo flexional.
- Pandeo torsional o flexo-torsional.
- Pandeo local o abollamiento.

$$P_n = F_{cr} A_g (10^{-1})$$

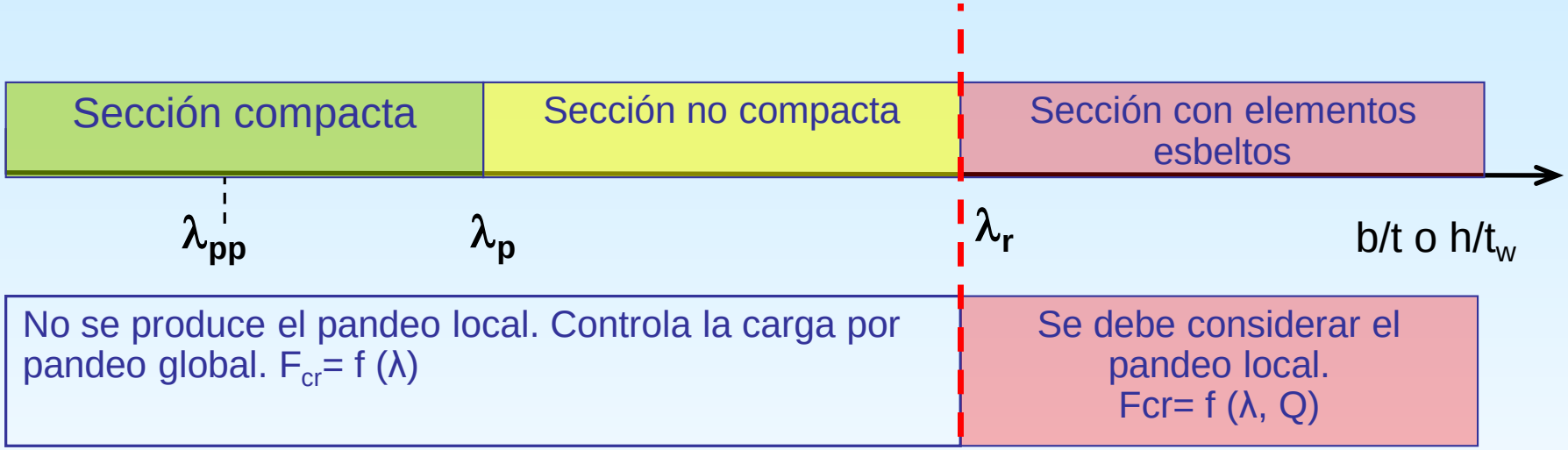
$$\phi = 0.85$$

La ecuación para determinar la resistencia nominal es la misma para todos los casos, sin embargo, el cálculo de la tensión crítica F_{cr} es diferente.

A_g es el área bruta de la sección.

ELU Compresión:

- Pandeo local o abollamiento.



En barras comprimidas el ELU de pandeo local se considera solamente para el caso de secciones con elementos esbeltos.

Verificación de barras comprimidas:

Además de la verificación de los estados límites últimos, el reglamento indica que se debe cumplir la siguiente condición:

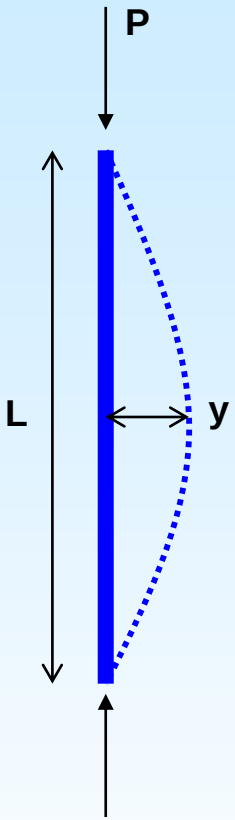
Esbeltez límite de barras comprimidas:

$kL/r \leq \lambda_{lim} = 200$ (150 para acciones dinámicas excepto viento).

Columnas simples. Pandeo flexional

Ecuación de Euler: se deduce a partir de las siguientes hipótesis:

- Barra perfectamente rectilínea y de sección constante.
- Carga axial aplicada en los extremos, en forma centrada.
- Extremos articulados.
- Comportamiento lineal y elástico.



Ecuación diferencial a resolver: $$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y = 0$$

Carga crítica de Euler: $$P_{cr} = \frac{\pi^2 \, EI}{L^2}$$

Tensión crítica de Euler: $$F_{cr} = \frac{\pi^2 \, E}{\lambda^2}$$

donde $\lambda = \frac{L}{r}$ es la esbeltez de la barra y

r el radio de giro en la dirección considerada.

Columnas simples. Pandeo flexional

La ecuación de Euler, por las hipótesis consideradas en su deducción, es válida sólo para barras esbeltas y predice valores de resistencia mayores que los obtenidos experimentalmente (como se indica en la figura).

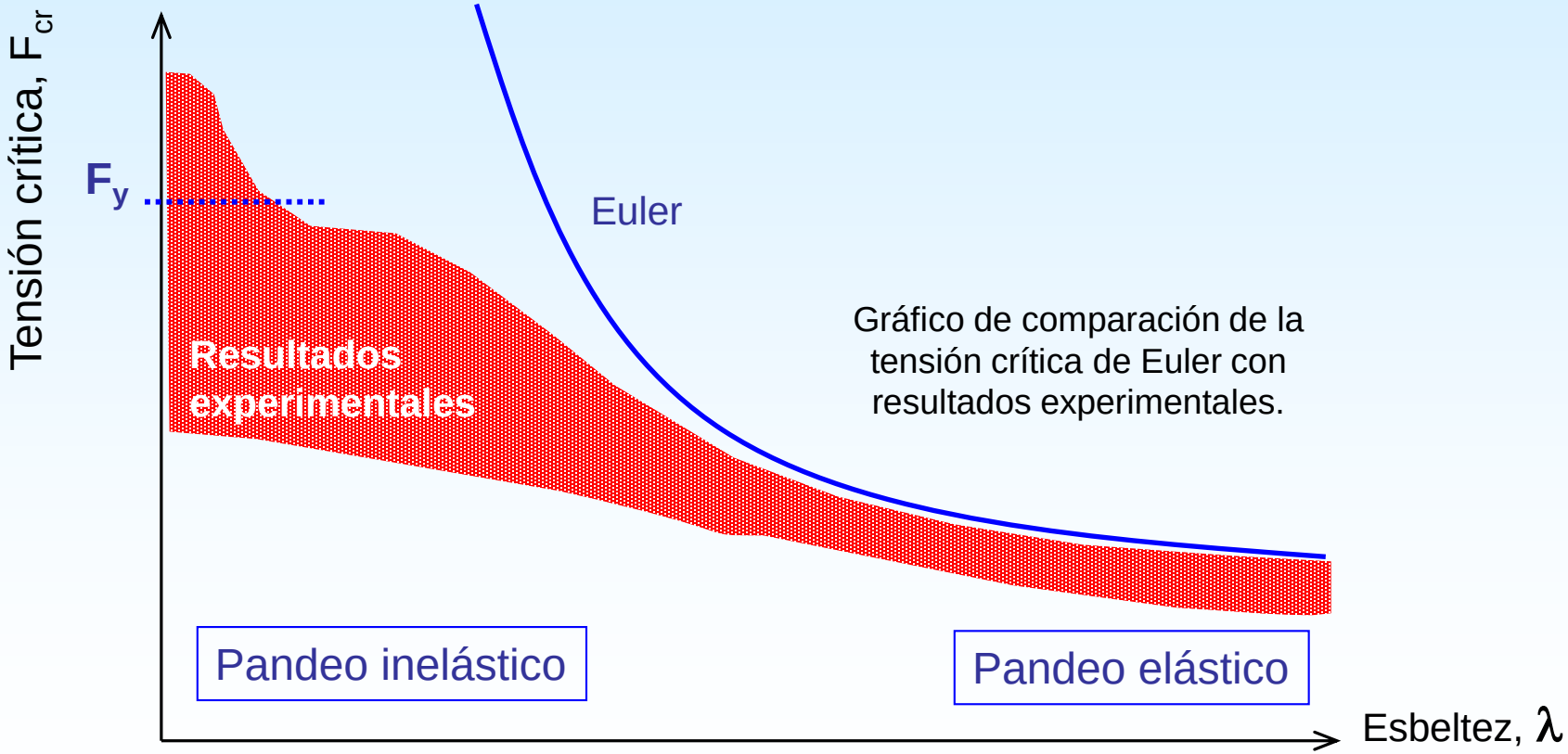


Gráfico de comparación de la tensión crítica de Euler con resultados experimentales.

Columnas simples. Pandeo flexional

La ecuación de Euler es válida para el caso de barras articuladas en ambos extremos. En este caso la deformada de pandeo es una semi-onda de una función seno.

Sin embargo, en la práctica es usual que las condiciones de vínculos sean diferentes a las consideradas por Euler para deducir la ecuación.

Para resolver este inconveniente y considerar cualquier tipo de condiciones de vínculo, se introduce un factor de longitud efectiva k (que puede ser menor o mayor que 1), de modo que la esbeltez de la barra se define como:

$$\lambda = \frac{k\mathrm{L}}{\mathrm{r}}$$

La longitud efectiva, **kL**, permite asimilar el comportamiento frente a pandeo flexional de una barra comprimida con cualquier condición de vínculo en sus extremos al de una barra biarticulada equivalente. También permite considerar diferentes condiciones de carga o variaciones de la sección.

Luego veremos cómo se determina el factor k para distintos casos.

Columnas simples. Pandeo flexional

A lo largo del tiempo se han propuestos distintas teorías y ecuaciones para determinar la resistencia de barras comprimidas:

- Teoría del módulo tangente (Engesser, 1889).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{L^2}$$

- Teoría del doble módulo o módulo reducido (Engesser – Jasinki, 1895).

$$P_{cr} = \frac{\pi^2}{L^2} f(E, E_t, I_1, I_2)$$

- Teoría de Shanley (1946).

Ecuaciones de diseño (columnas reales): consideran el efecto de las tensiones residuales, defectos por curvatura inicial, tipo de perfil y acero.

- Curvas “SSRC”: 3 curvas.
- Eurocode 3: 4 curvas.
- AISC – LRFD: 1 curva (e=L/1500).

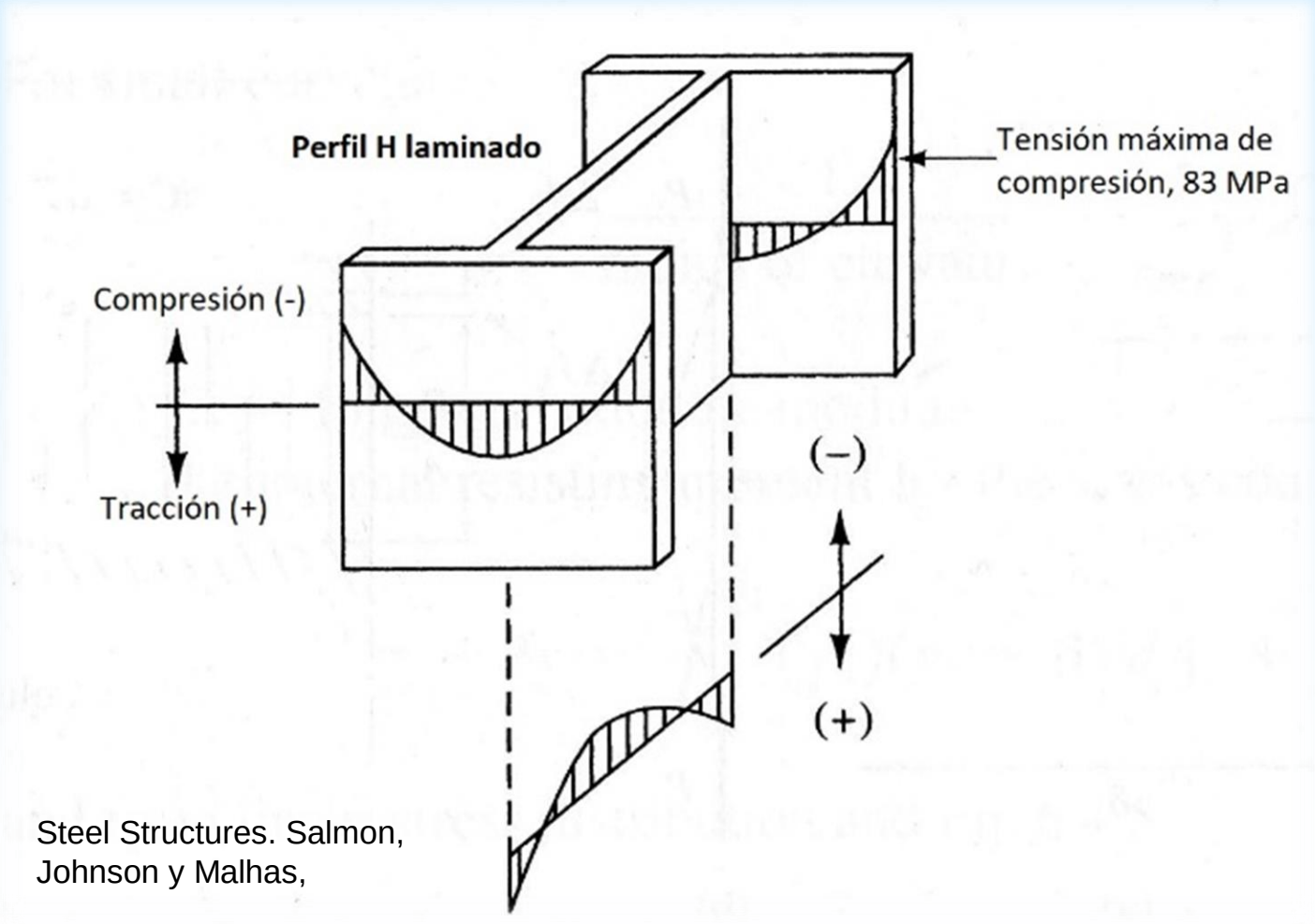
Tensiones residuales

Las tensiones residuales son tensiones inducidas en las secciones de acero debido al proceso de fabricación, ya sean perfiles laminados o secciones armadas en las que varias placas de acero se conectan entre si mediante soldadura.

Las tensiones residuales se distribuyen en la sección con variaciones complejas, y son autoequilibradas (esto es su resultante es nula).

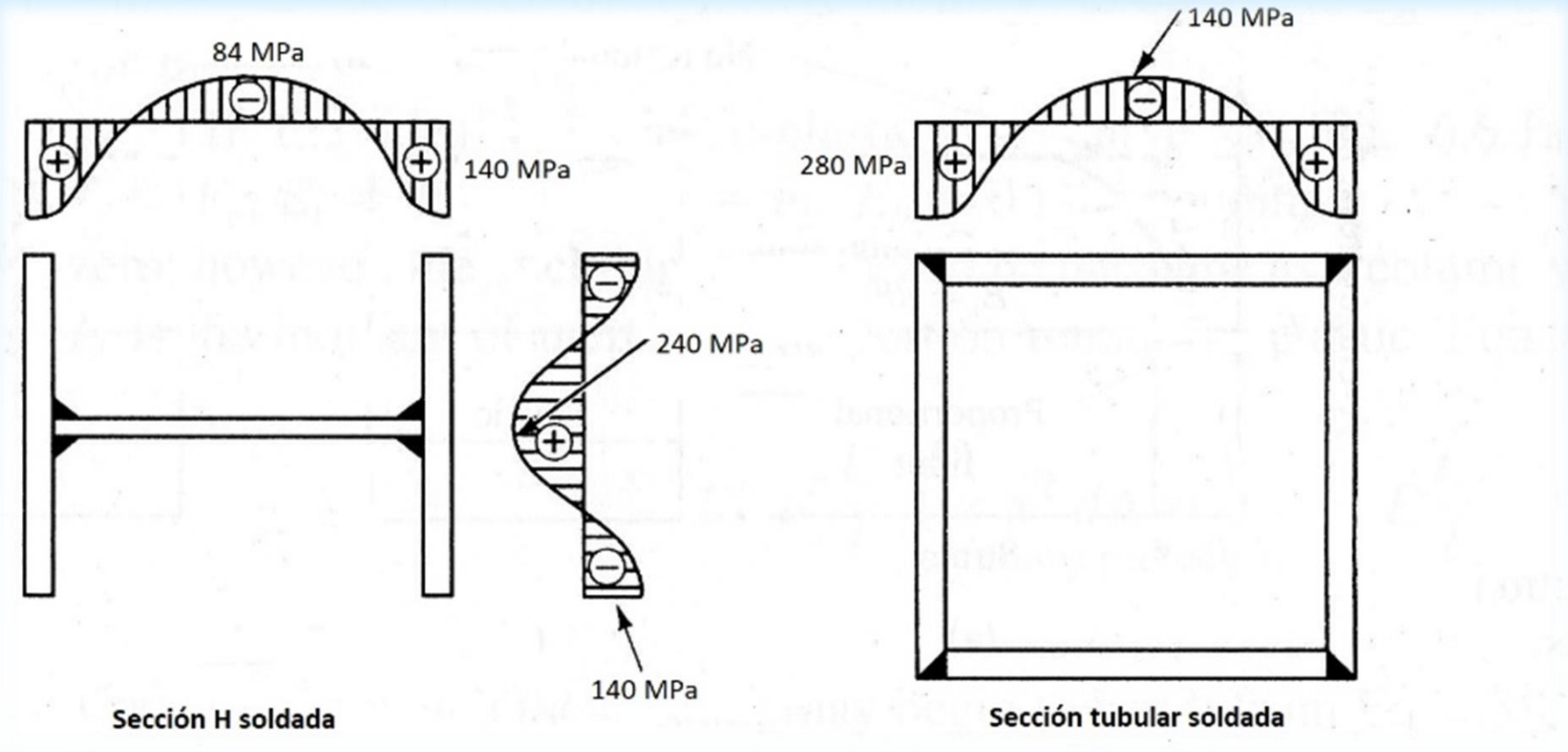
Las ecuaciones de tensión crítica consideran, en forma aproximada, el efecto de las tensiones residuales, que disminuyen la capacidad resistente de la columna.

Distribución típica de tensiones residuales en un perfil laminado.



Steel Structures. Salmon, Johnson y Malhas,

Distribución típica de tensiones residuales en dos secciones soldadas. El proceso de soldadura induce tensiones residuales mayores que en los perfiles laminados.



Steel Structures. Salmon, Johnson y Malhas,

Columnas simples. Pandeo flexional

El reglamento CIRSOC 301 adopta la curva de tensión crítica del AISC (*American Institute of Steel Construction, USA*), la que se define mediante dos ecuaciones, que son función de la esbeltez, y depende del tipo de pandeo flexional:

- **Pandeo elástico**: se produce para barras de esbeltez elevada, donde el pandeo se inicia cuando la tensiones de compresión están en rango elástico. La ecuación se basa en la ecuación de Euler.
- **Pandeo inelástico**: se produce en barras con esbeltez media y baja. En este caso la barra pandea cuando las tensiones de compresión han superado la tensión de fluencia en algunas zonas de la sección. La ecuación es empírica.

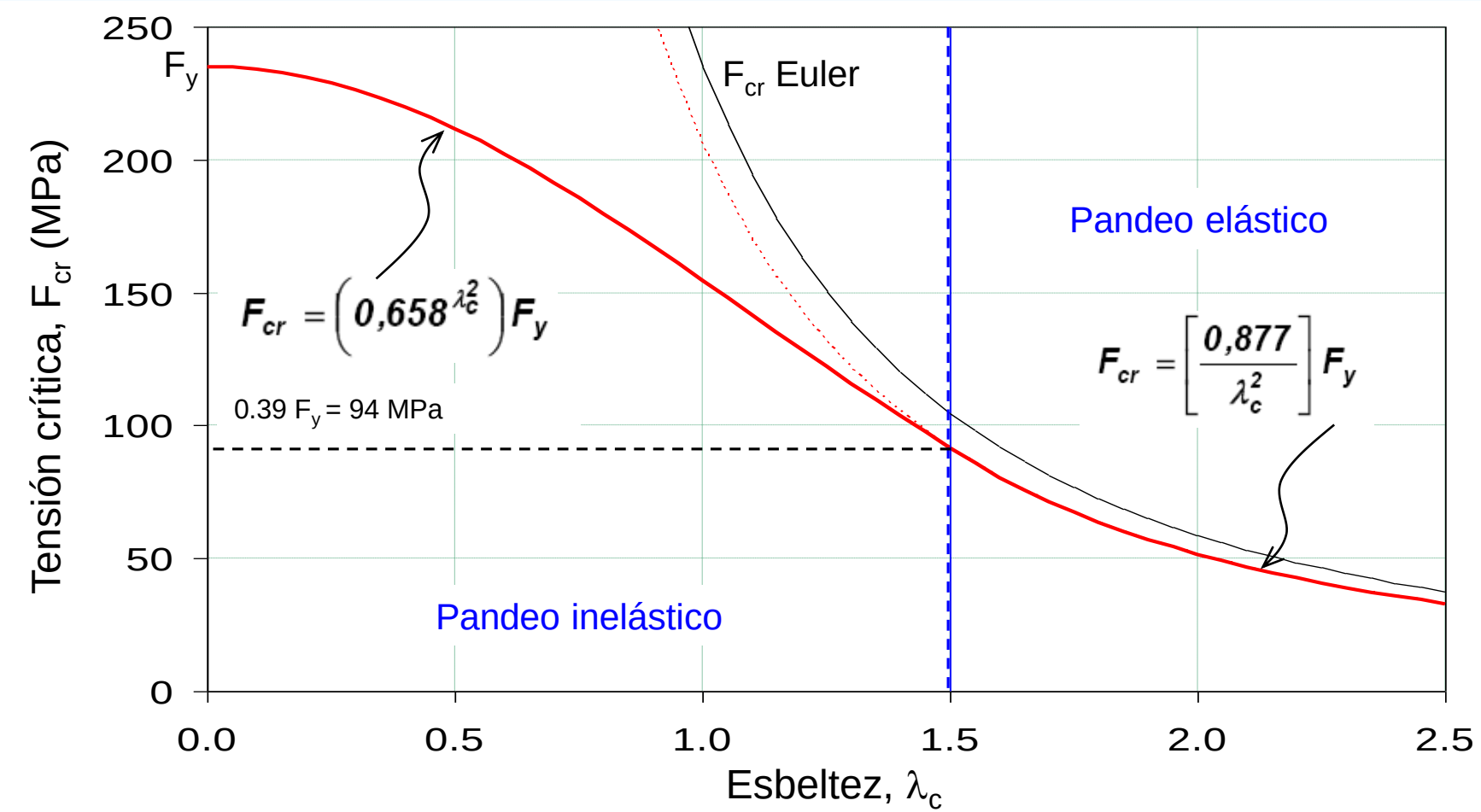
Ambas ecuaciones consideran el efecto de las tensiones residuales y una excentricidad de la barra de e=L/1500

Columnas simples. Pandeo flexional

La tensión crítica, F_{cr}, se determina a partir de la esbeltez adimensional, λ_c:

$$\lambda_c = \frac{kL}{r}\ \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$\text{Para acero F-24: } \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}} = 0.011$$



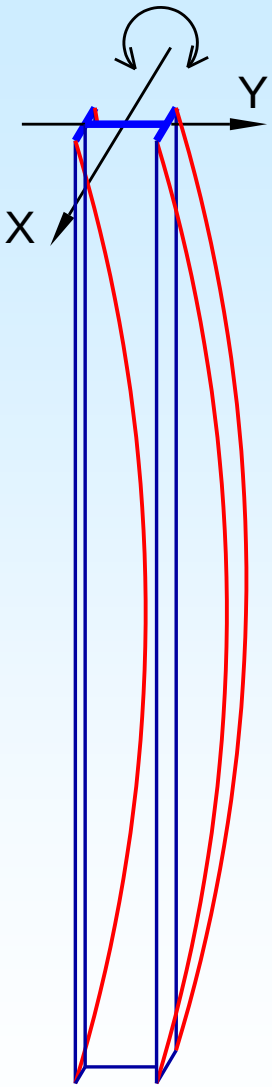
Columnas simples. Pandeo flexional

El estado límite de pandeo flexional debe verificarse con respecto a los **dos ejes principales de la sección**:

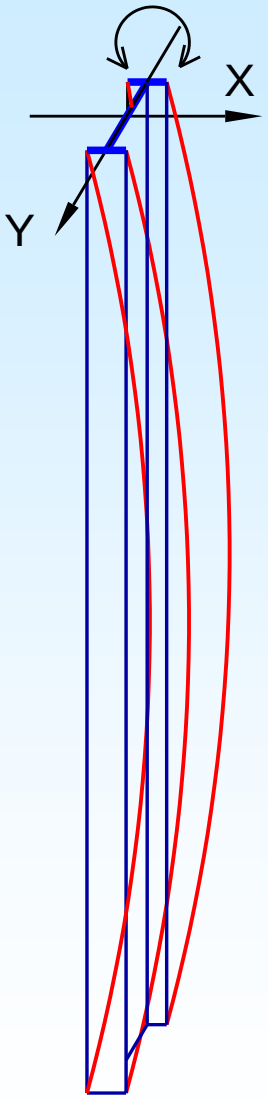
$$P_n = F_{cr} A_g (10^{-1}) \quad P_d = \phi P_n \quad \phi = 0.85$$

La tensión crítica $F_{cr} = f(\lambda)$se calcula considerando la esbeltez mayor:

$$\lambda_x = \frac{kL_x}{r_x} \quad y \quad \lambda_y = \frac{kL_y}{r_y}$$



Pandeo según eje X
(eje de mayor inercia)



Pandeo según eje Y
(eje de menor inercia)

Columnas simples. Pandeo flexional

La dirección de **menor resistencia**, según la cual se produce el pandeo flexional, es la dirección de **mayor esbeltez** (y por ende menor F_{cr}).

En el caso particular de que las longitudes de pandeo sean iguales en ambas direcciones, el pandeo se produce según el eje de menor inercia (menor radio de giro).

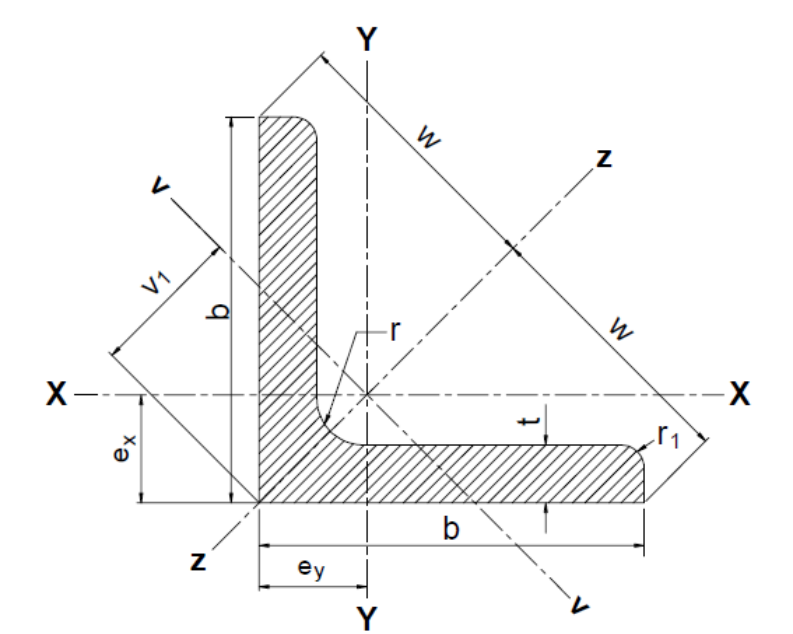
Al diseñar una barra comprimida es importante adoptar una sección transversal con la cual se logre que **las esbelteces en ambas direcciones sean aproximadamente iguales**. De esa forma se obtiene el diseño óptimo de las barras comprimidas.

Columnas simples. Pandeo flexional. Perfiles L

La verificación a pandeo flexional de barras comprimidas formadas por **un perfil L** debe realizarse considerando que el pandeo puede producirse según el eje de menor inercia (y por lo tanto menor radio de giro) de la sección.

La barras con un solo perfil L, en general, no se emplean para columnas, por ser poco eficientes. Sin embargo, suelen usarse para diagonales y montantes en estructuras reticuladas por que permiten construir los nudos en forma más simple.

Las tablas de perfiles de CIRSOC presentan el momento de inercia, I, el módulo resistente elástico, S, y el radio de giro respecto de los ejes **x** e **y** (paralelos a las caras del perfil) y respecto de los ejes principales **v** y **z,** siendo **v** el eje de menor inercia.

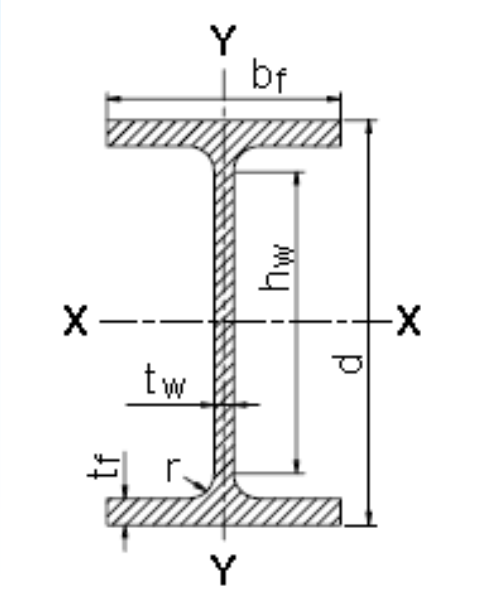


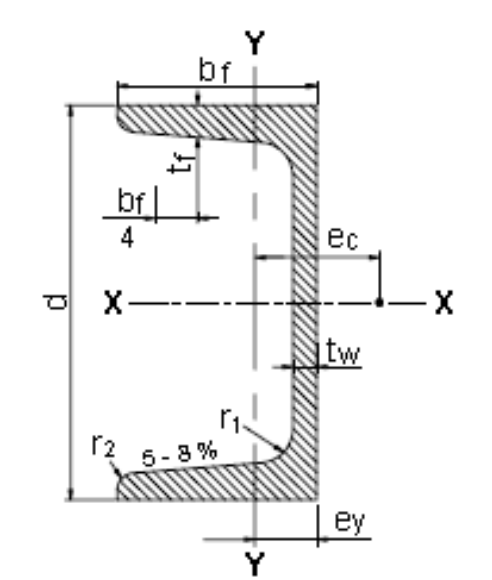
Ejemplo:
perfil L 89 x 89 x 6,4mm (L 3 1/2 x 3 1/2 x ¼”)
$r_x = r_y = 2.72$ cm, $r_v = 1.69$ cm, $r_z = 3.46$ cm

Columnas simples. Pandeo flexional

Es importante aclarar que el sistema de ejes de referencia adoptado para toda la estructura (sistema global) puede no coincidir con los ejes de la sección que se emplean en las tablas de perfiles. En ese caso, deben adoptarse las propiedades del perfil considerando cuidadosamente las ubicación del mismo con respecto a los ejes globales.

Las figuras en la parte inferior muestran los ejes x e y, según la notación que se usa en la tablas de perfiles de CIRSOC.





Pandeo flexional . Longitud de pandeo

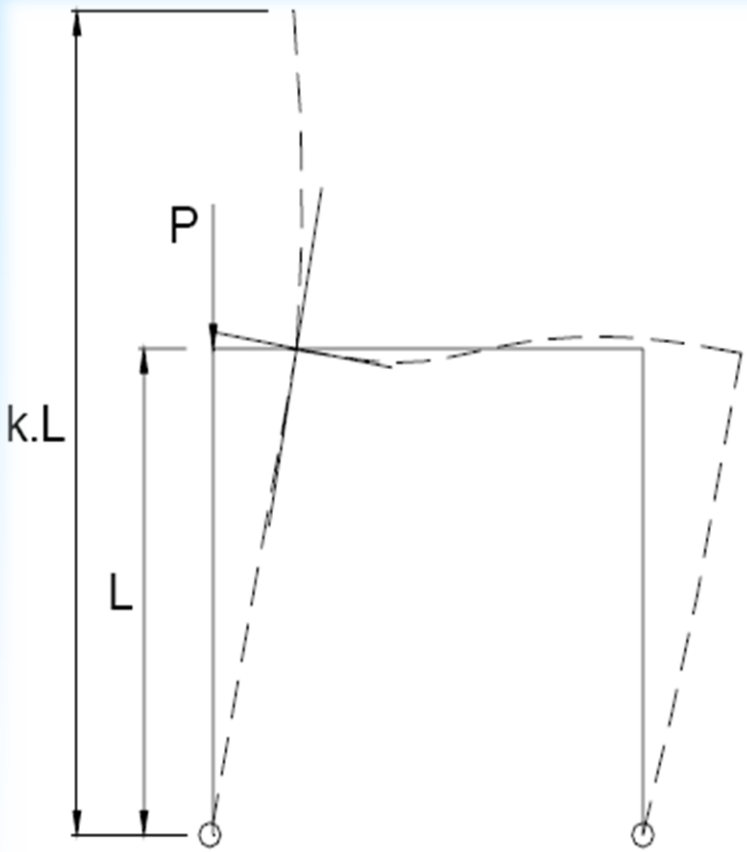
Cuando las barras comprimidas no son biarticuladas es necesario definir una longitud efectiva de pandeo, la cual representa la longitud de una barra biarticulada equivalente: l**ongitud de pandeo = k L.**

Para determinar el factor k se deben definir las condiciones cinemáticas (esto es las posibilidades de desplazamiento y rotación) en los extremos de las barras. En este contexto, los nudos de extremo de las barras se dividen en dos grandes grupos:

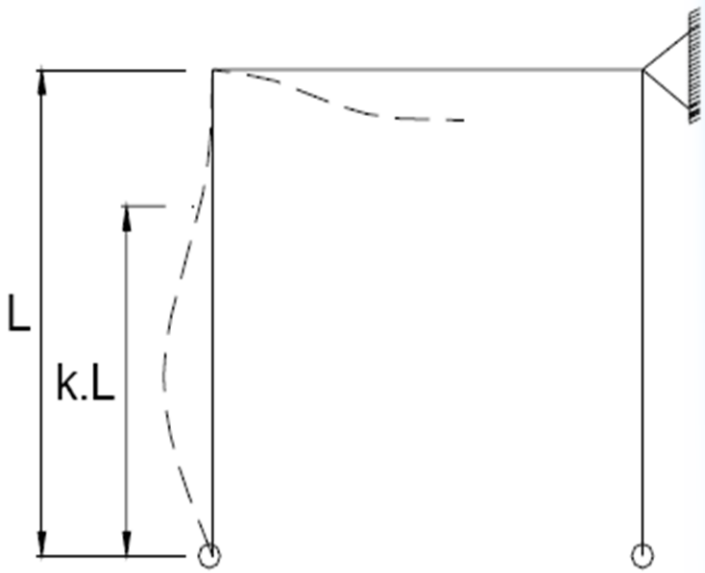
- **Nudos desplazables lateralmente**: son aquellos cuyo desplazamiento lateral no está impedido o está parcialmente restringido debido a la rigidez a flexión de la estructura.

- **Nudos indesplazables lateralmente**: son aquellos cuyo movimiento está impedido (por ejemplo por un vínculo) o restringido por estructuras arriostradas (triangulaciones con comportamiento controlado por esfuerzos axiales).

Pandeo flexional . Longitud de pandeo



Nudos desplazables lateralmente. **k ≥ 1.0**



Nudos indesplazables lateralmente. **k ≤ 1.0**

Pandeo flexional . Longitud de pandeo

La correcta identificación de la condición de los nudos, en cuanto a si son desplazables lateralmente o no, es importante para determinar correctamente la longitud de pandeo. Al respecto, es necesario aclarar dos aspectos:

- Definimos los nudos como “indesplazables” en un sentido aproximado, ya que no existen vínculos o estructuras infinitamente rígidas como para que el desplazamiento sea nulo. En términos relativos, estos nudos presentan desplazamientos despreciables frente a los que se producen en los extremos con nudos desplazables.

- Para que los nudos sean efectivamente no desplazables, se debe verificar que el sistema de arriostramiento dispone de una rigidez y resistencia adecuada. Por esta razón, el reglamento CIRSOC 301, en la Sección C.3. define los valores mínimos de rigidez y resistencia del sistema de arriostramiento.

Pandeo flexional . Longitud de pandeo

Los requisitos para determinar la longitud de pandeo se indican en la Sección C.2. Estabilidad de la estructura, del CIRSOC 301. Los procedimientos allí considerados para determinar L_p=k L pueden agruparse en:

A. **Determinación de k para casos simples con extremos articulados o empotrados** (con nudos desplazables o indesplazables).

B. **Determinación de k mediante nomogramas** (con nudos desplazables o indesplazables).

C. **Determinación de k mediante análisis estructural** (método general).

El proyecto de Reglamento CIRSOC 301-2017 aplica un nuevo método para la verificación de columnas, denominado método directo. En este procedimiento las barras comprimidas se verifican con k=1, pero en el análisis estructural se consideran efectos de nolinealidad geométrica.

Pandeo flexional. Longitud de pandeo

A. Valores aproximados de k para casos simples

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
La forma de pandeo se indica en línea de puntos						
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados de proyecto para condiciones reales	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
Condiciones de vínculo	Rotación y Traslación impedida Rotación libre y Traslación impedida Rotación impedida y Traslación libre Rotación libre y Traslación libre					

Pandeo flexional. Longitud de pandeo

B. Determinación de k mediante nomogramas. (Ver Comentarios CIRSOC 301, Cap. C)

Se determina en cada extremo de la barra un factor G que tiene en cuenta la rigidez relativa entre las columnas y vigas que llegan a cada extremo:

$$G = \frac{\sum I_c / L_c}{\sum I_b / L_b} \ ,$$

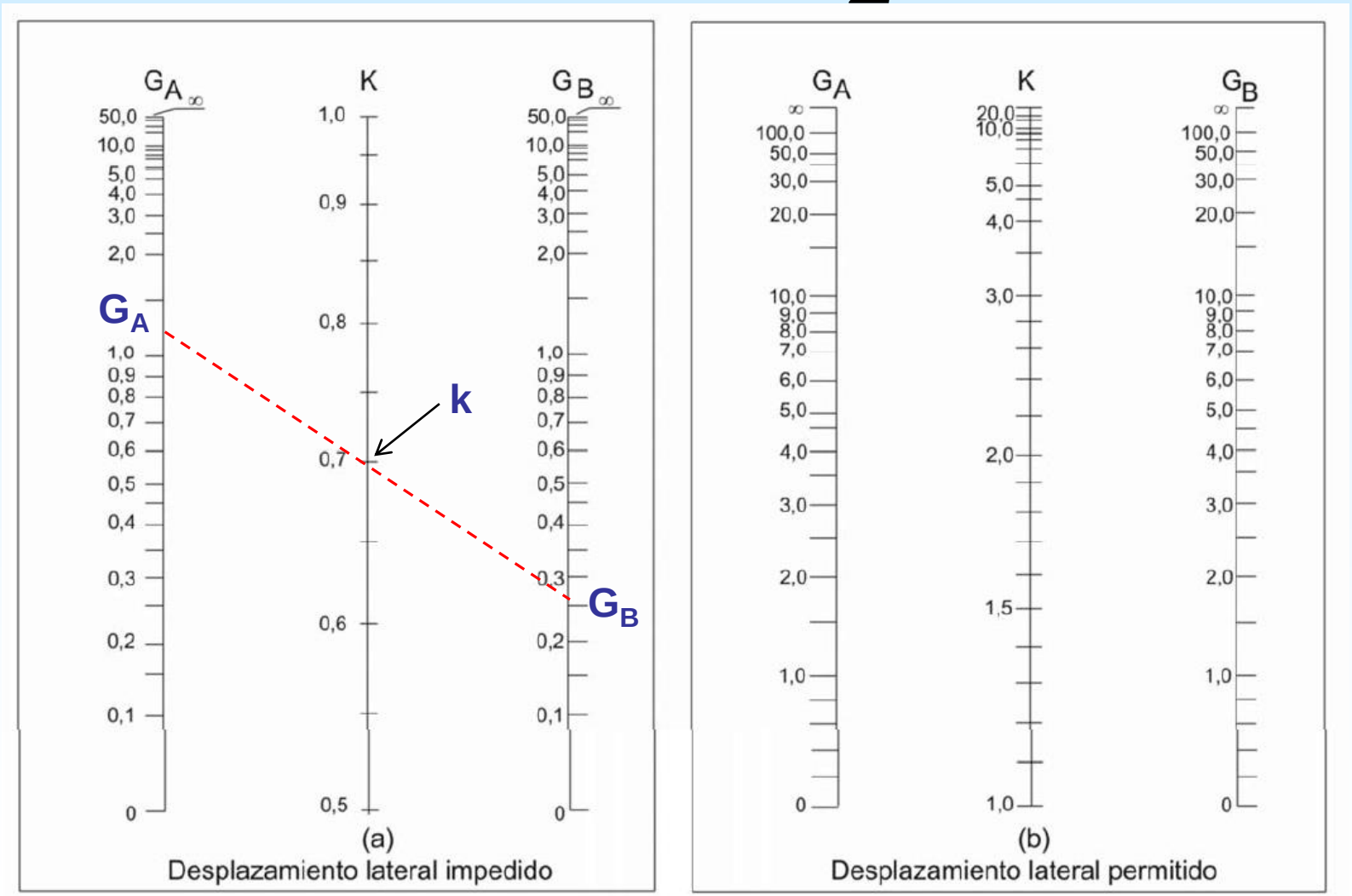
donde I_c es el momento de inercia de columna, L_c su longitud, I_b es el momento de inercia de viga y L_b su longitud. El factor de rigidez relativa G se calcula en los dos extremos de la barra comprimida (G_A y G_B) cuya longitud de pandeo se quiere determinar.

Se considera el caso de nudos desplazables e indesplazables.

Cuando no se cumplen ciertas condiciones propias del método deben hacerse correcciones, por ejemplo por comportamiento inelástico. Ver Comentarios CIRSOC 301, C C.2.

B. Determinación de k mediante nomogramas. (Ver Comentarios Cap. C)

$$G = \frac{\sum I_c / L_c}{\sum I_b / L_b} \ ,$$



C. Determinación de k mediante análisis estructural (método general)

La aplicación de este procedimiento es requerida por el reglamento en varios casos, por ejemplo, en barras comprimidas de estructuras trianguladas isostáticas con nudos lateralmente desplazables, C.2.3.(3)(c). Sin embargo, no se indica ni describe cómo implementar este procedimiento para calcular el factor K.

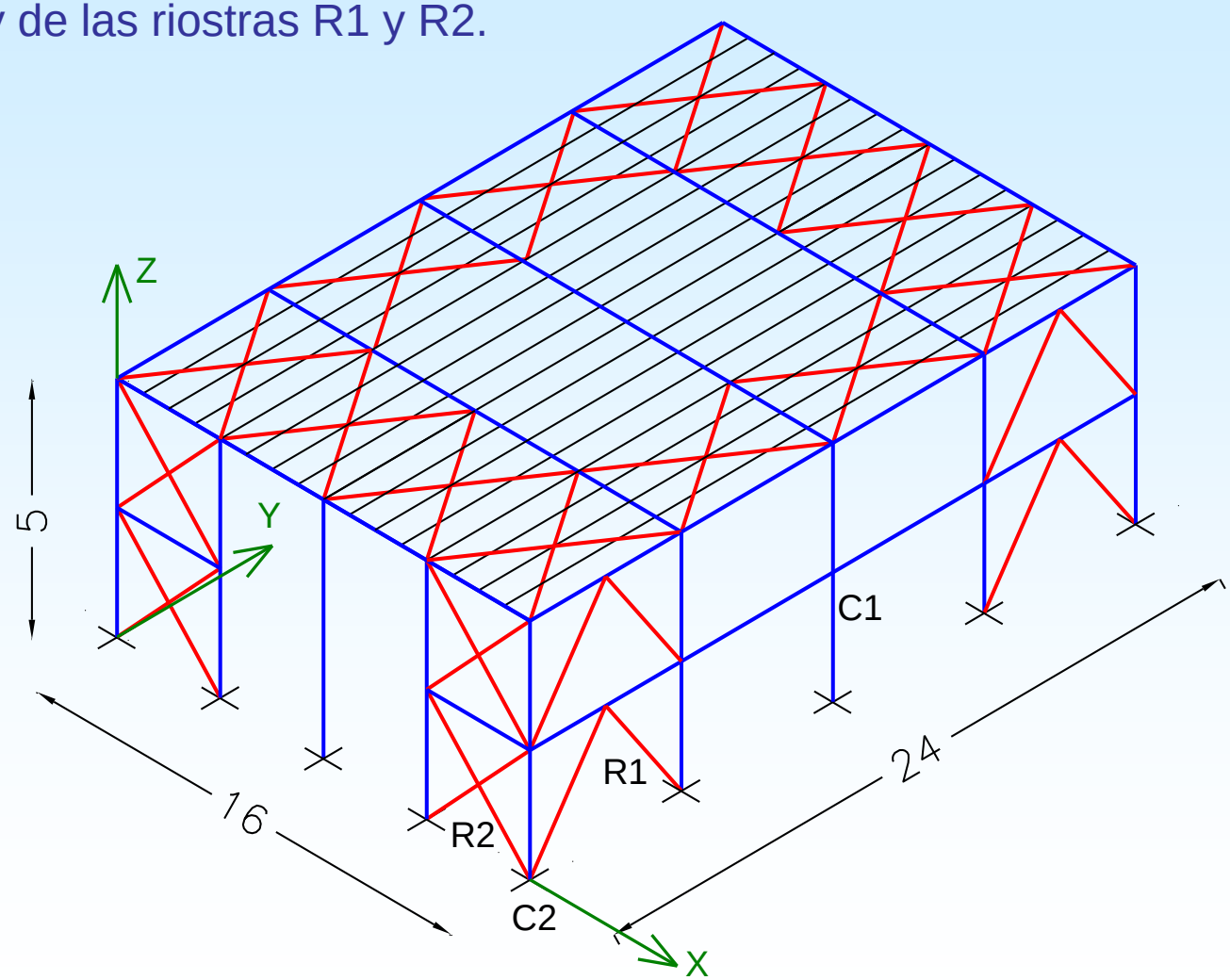
Desde el punto de vista conceptual, para calcular k mediante análisis estructural se debe implementar un modelo que considere apropiadamente los desplazamientos de los nudos (en el plano y fuera del plano) y que permita determinar con precisión la deformada de las barras. El problema radica en que la implementación de estos modelos y las técnicas de análisis requeridas, por su complejidad, no son de aplicación en la práctica de la ingeniería estructural. En conclusión, este procedimiento no se emplea usualmente, salvo casos especiales o en tareas de investigación.

Ejemplo: Nave industrial

La figura muestra el esquema estructural de una nave industrial. Vamos a determinar las longitudes de pandeo de las columnas C1 y C2 y de las riostras R1 y R2.

Todas las columnas y riostras están articuladas en sus extremos. En este ejemplo, las riostras R2 son barras con rigidez a compresión (no son tensores).

A continuación analizaremos cada caso, tomando como referencia el sistema de ejes XYZ indicado en la figura.

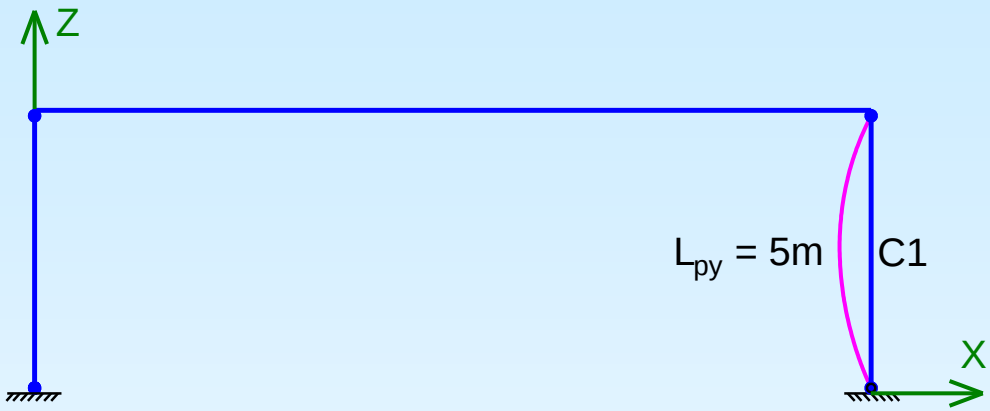


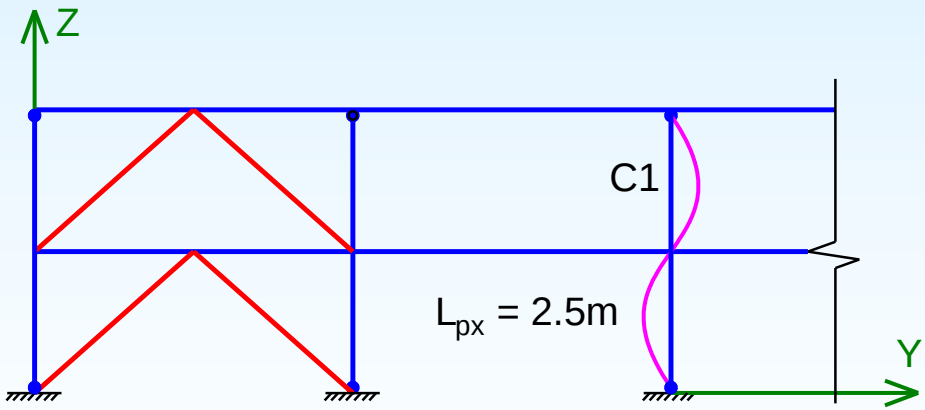
Ejemplo: Nave industrial

Longitud de pandeo columna C1

Plano XZ (estructura transversal tipo): ambos extremos de la barra están articulados. El extremo inferior es indesplazable lateralmente por el vínculo y el l extremo superior es indesplazable por el sistema de arriostramiento (ver estructura de la nave).

Plano YZ (fachada longitudinal): los extremos superior e inferior presentan las mismas condiciones de vínculo que las indicadas para el plano XZ. En el centro de la columna C1 el nudo es indesplazable porque está conectado al sistema de arriostramientos en V invertida.

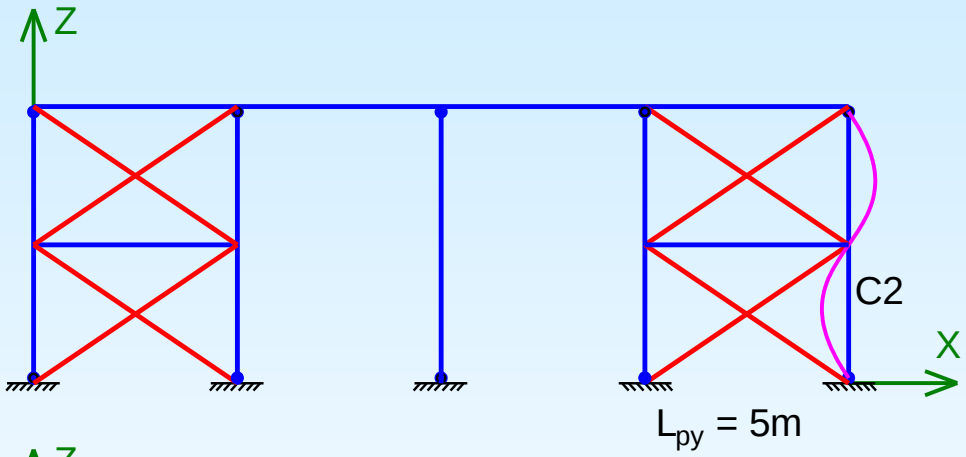




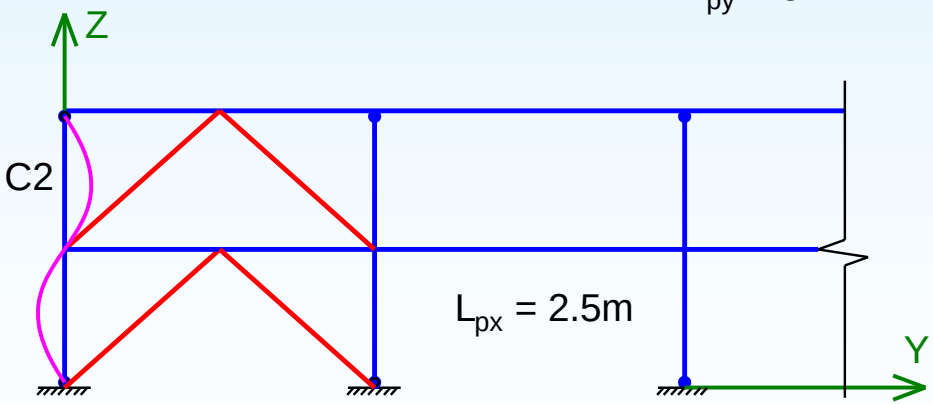
El sistema de arriostramiento de la nave cumple con los requerimiento de rigidez y resistencia mínima definidos por CIRSOC 301, Sección C.3.

Longitud de pandeo columna C2

Plano XZ (fachada transversal): ambos extremos de la barra están articulados. El extremo inferior es indesplazable lateralmente por el vínculo y el extremo superior es indesplazable por el sistema de arriostramiento (ver estructura de la nave). En el centro de la columna C2 el nudo es indesplazable porque está directamente vinculado a los arriostramientos en X.



Plano YZ (fachada longitudinal): los extremos superior e inferior presentan las mismas condiciones de vínculo que las indicadas para el plano XZ. En el centro el nudo es indesplazable porque está directamente vinculado a los arriostramientos en V invertida.



Longitud de pandeo de las riostras

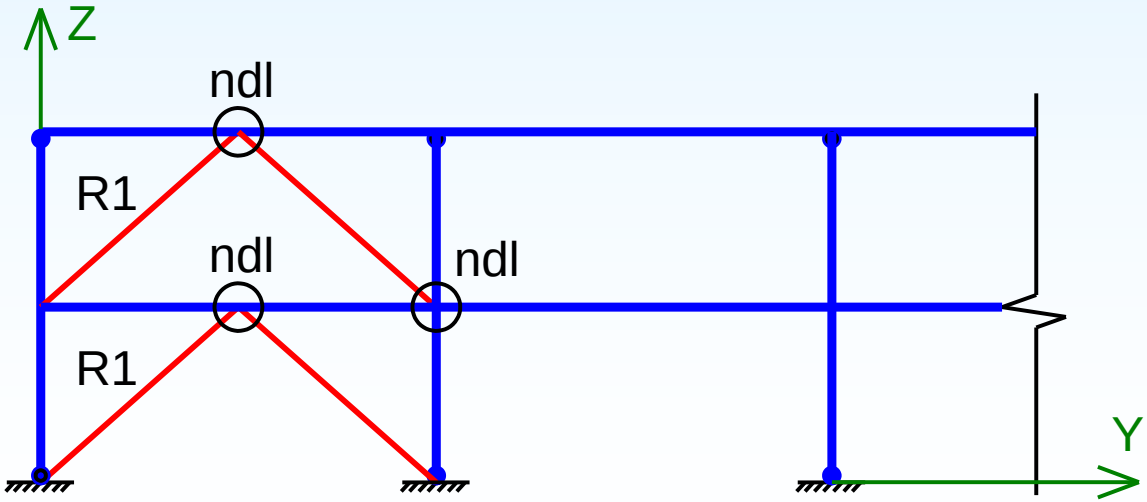
Para el caso de las riostras debe considerarse el pandeo en el plano del reticulado y fuera del plano del reticulado. Para ello, el reglamento CIRSOC 301 incluye especificaciones para el cálculo de la longitud efectiva de pandeo en *C.2.1 Pórticos arriostrados* y en *C.2.3 Estructuras trianguladas,* como se indicó previamente. En estas dos secciones del reglamento se consideran distintos casos según sean los nudos desplazables lateralmente o no, si la estructura es internamente isostática o hiperestática y otras particularidades del sistema estructural.

El reglamento, en las dos secciones indicadas, muestra ciertas ambigüedades porque algunos casos pueden encuadrarse tanto en la sección C.2.1 como en la C.2.3. Así por ejemplo, no resulta claro la diferencia entre un pórtico arriostrado (C.2.1) y una estructura triangulada con nudos rígidos, esto es internamente hiperestática (C.2.3).

Longitud de pandeo riostra R1

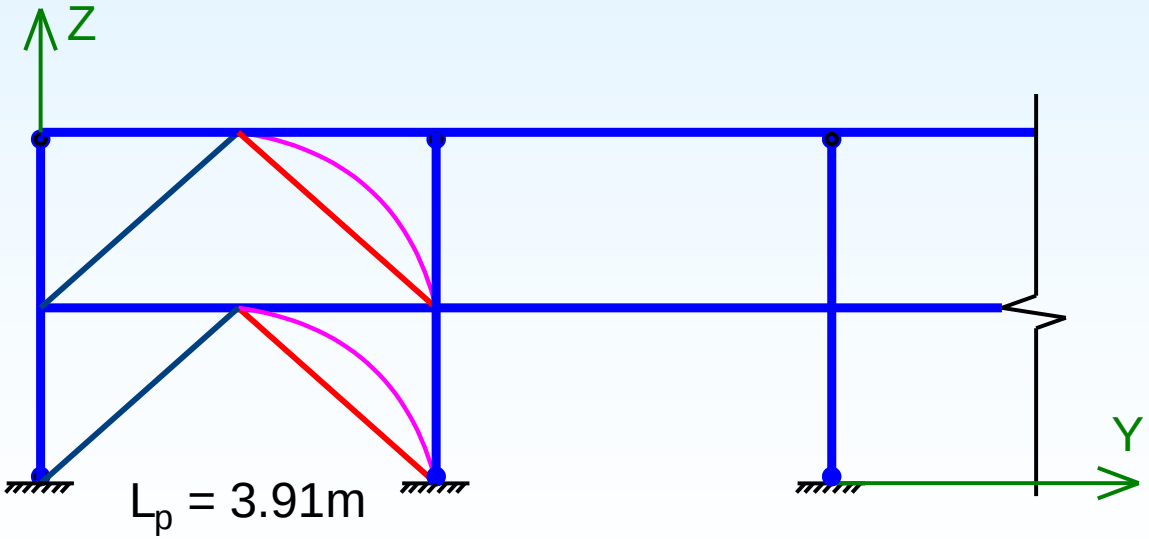
Si aplicamos el criterio de la Sección C.2.1, considerando que se trata de un pórtico arriostrado de una estructura de 1 nivel, obtenemos que $L_p = L$

Si aplicamos el criterio de la Sección C.2.3, tenemos que tener en cuenta que hay tres nodos que son desplazables lateralmente (se indican en la figura con un círculo y la leyenda “ndl”). De modo que las riostras R1 tiene uno o ambos extremos que son desplazables lateralmente. Además, hay que considerar si la estructura es internamente isostática o hiperestática.



Longitud de pandeo riostra R1

Para simplificar el diseño, adoptamos la misma longitud de pandeo en ambas direcciones, $L_p = L$, tanto para el pandeo en el plano del reticulado (plano YZ), como para el pandeo fuera del plano (según CIRSOC 301, Sección C.2.1). Este criterio también lo indica el reglamento AISC 360.

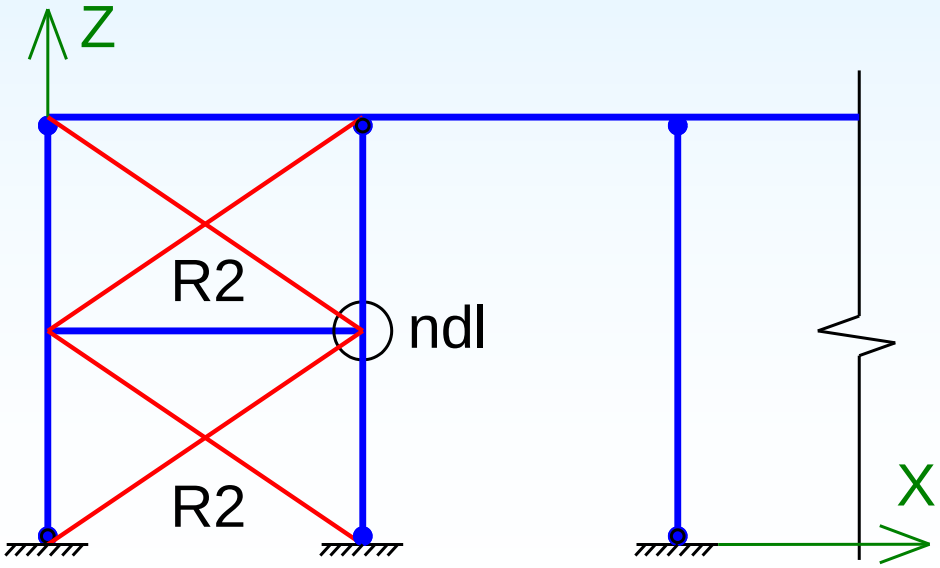


Longitud de pandeo riostra R2

Para el estudio de las riostras R2 se presenta también cierta ambigüedad, como indicamos previamente para el caso de las riostras R1.

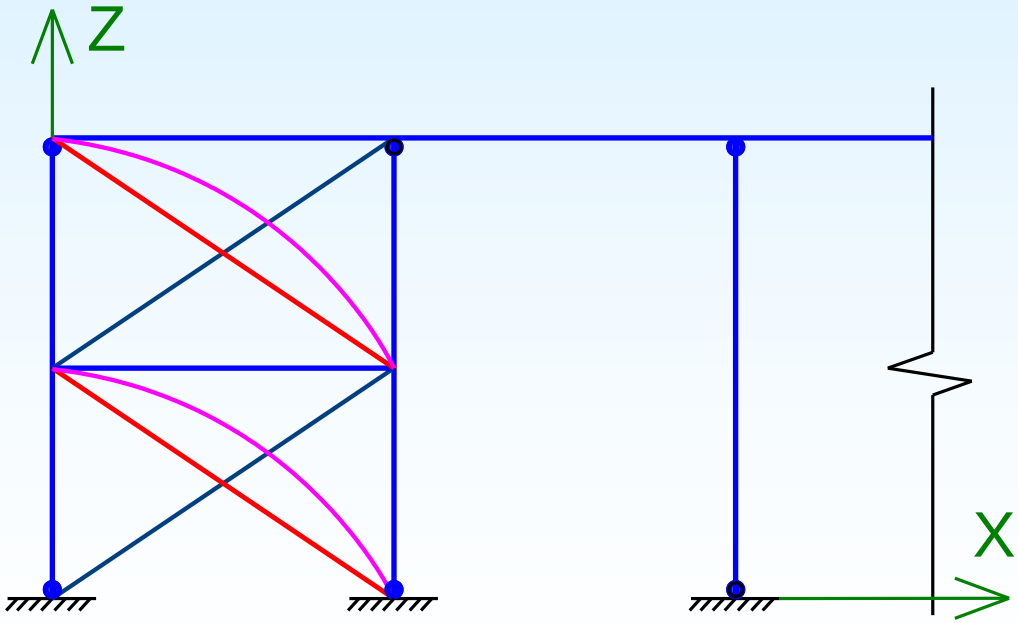
Si aplicamos el criterio de la Sección C.2.1, considerando que se trata de un pórtico arriostrado de una estructura de 1 nivel, obtenemos que $L_p = L$

Si aplicamos el criterio de la Sección C.2.3, la situación en este caso es más complicada, debido a que dos riostras tienen sus extremos conectados a nudos indesplazables, pero las otras dos tiene un extremo conectado a un nudo que puede desplazarse lateralmente (ndl). Además, hay que definir si las riostras están unidas entre sí en el centro.



Longitud de pandeo riostra R2

Al igual que en el caso de las riostras R1, para simplificar el diseño adoptamos la misma longitud de pandeo en ambas direcciones, $L_p = L$, tanto para el pandeo en el plano del reticulado (plano XZ), como para el pandeo fuera del plano. Si las riostras estuvieran conectadas en el punto medio (donde se cruzan) se podría reducir la longitud de pandeo en el plano del reticulado.



$L_p = 4.72m$

Recordar que las riostras R2 son barras con rigidez a compresión (no son tensores).

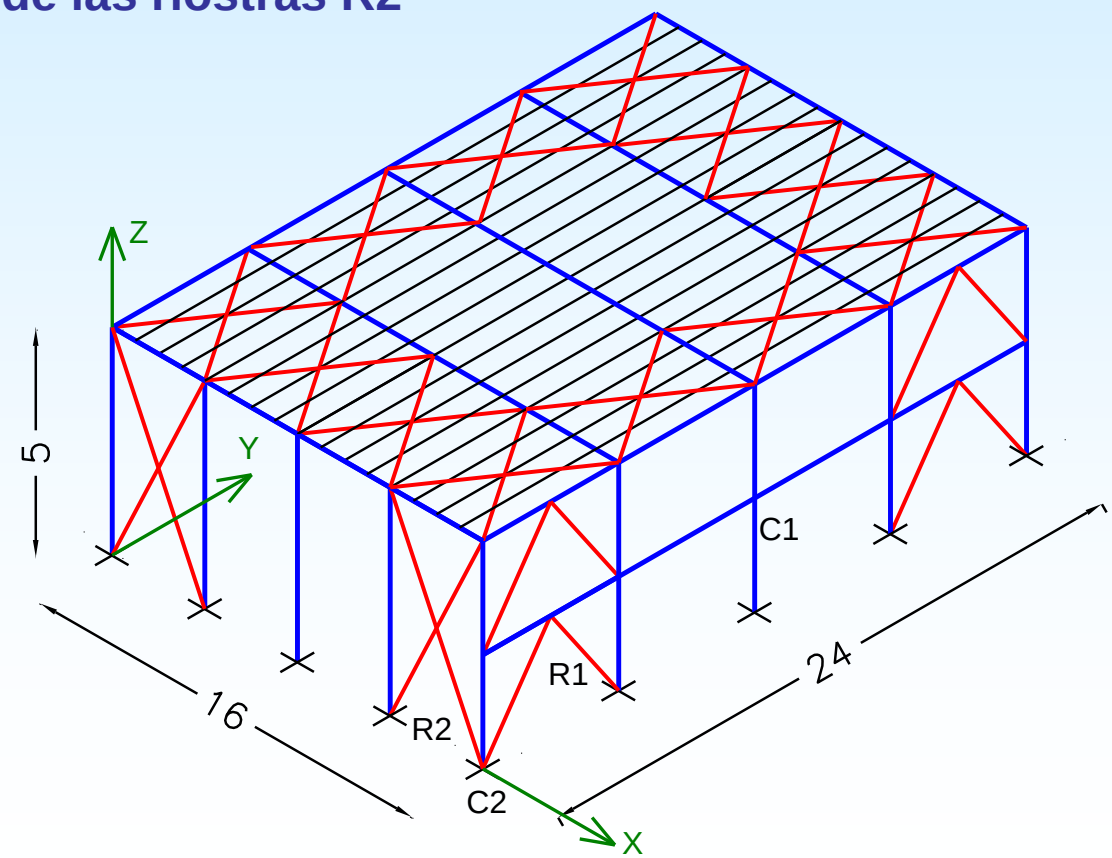
Ejemplo: Nave industrial

Para estudiar un caso diferente, vamos considerar una nave industrial similar a la anterior en la cual modificamos la configuración de las riostras en X dispuestas en las fachadas transversales. A partir de esta modificación, todas las riostras R2 tienen sus extremos conectados a nudos indesplazables lateralmente.

Calculo de la longitud de pandeo de las riostras R2

Alternativa 1: a partir de lo indicado en CIRSOC 301, C.2.1, adoptamos L_p = L =, tanto para el pandeo en el plano (plano XZ), como para el pandeo fuera del plano (asumiendo que las riostras no están conectadas entre sí en el centro).

L_p = 6.40m



Longitud de pandeo riostra R2

Alternativa 2: consideramos una estructura triangulada, internamente isostática y con nudos indesplazables, con las riostras conectadas en el centro, y aplicamos los requerimientos de la Sección C.2.3. del reglamento.

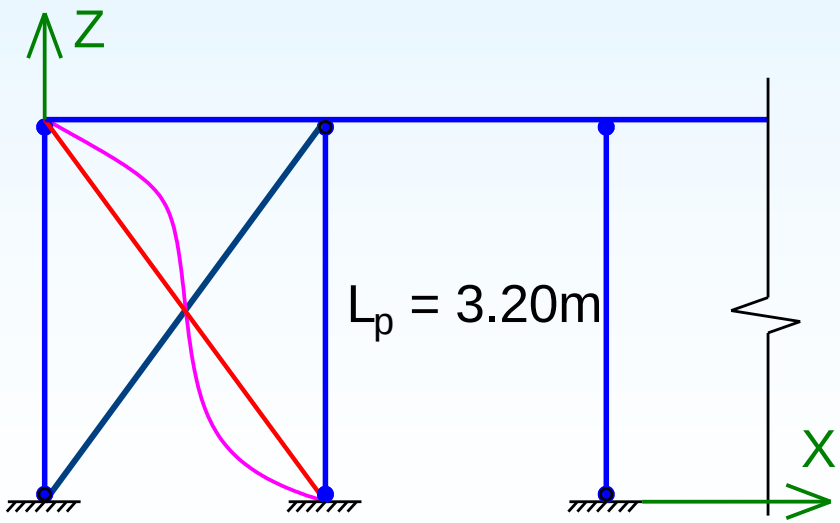
Pandeo en el plano del reticulado (plano XZ): según C.2.3. (4) la longitud de pandeo se define según la Figura C.2.4, Caso 4, de modo que L_p = 0.5 L=3.20m.

Pandeo fuerza del plano del reticulado: según C.2.3. (3) (b), para diagonales comprimidas unidas en su centro a una diagonal traccionada (P_t=P_c):

$$k = \sqrt{1 - 0.75\frac{P_t}{P_c}} = 0.5$$

de modo que L_p = 0.5 L=3.20m.

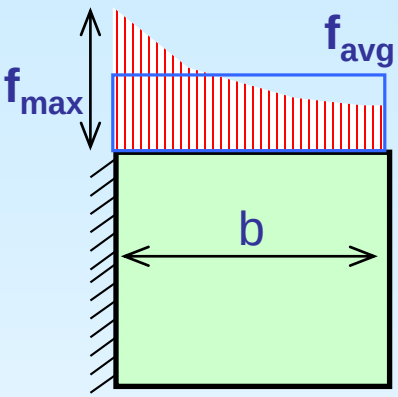
La longitud de pandeo es la misma en ambos planos.



Columnas con elementos esbeltos. Apéndice B (A.B.5)

<u>Elementos comprimidos no rigidizados</u>

$$Q_s = f_{avg} / f_{max} = f(\, b/t,\ E/F_y) \leq 1$$

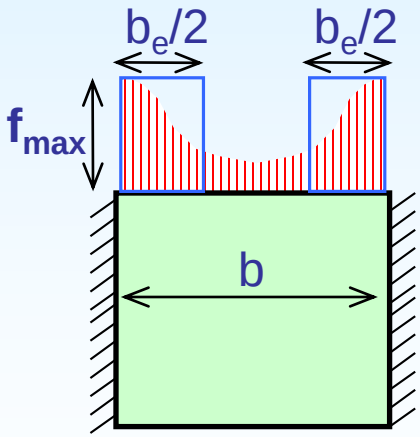


<u>Elementos comprimidos rigidizados</u>

Ancho efectivo reducido:

$$b_e = f(\, b/t,\ E/F_y) \leq b$$

$$Q_a = \text{Área efectiva} / \text{Área bruta} \leq 1$$

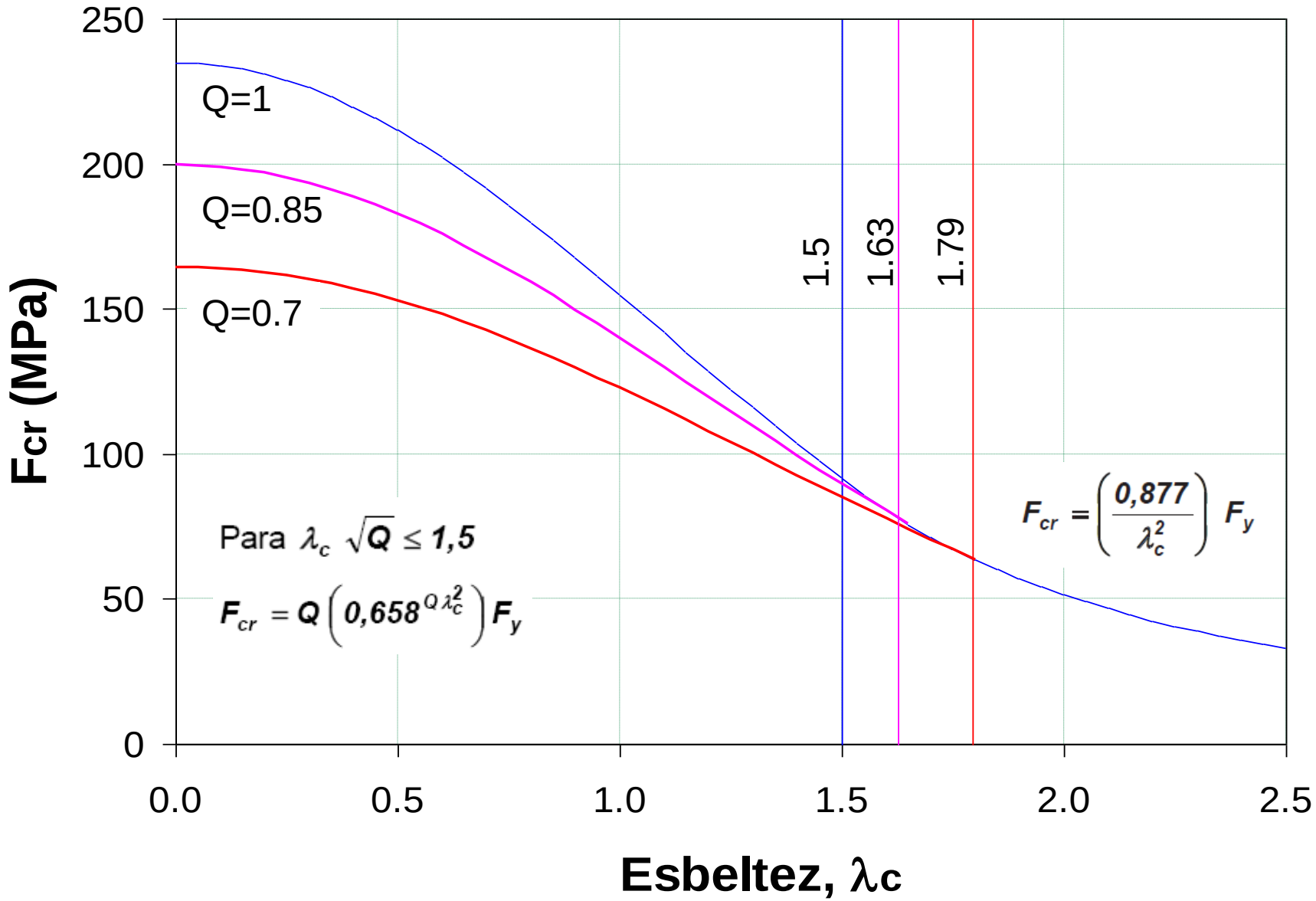


Factor de reducción:

$$Q = Q_s \ Q_a \leq 1$$

Aclaración: Los factores Q_a y Q_s se presenta en forma conceptual. No se incluye como tema de estudio de la asignatura la determinación de los mismos ni la resolución de ejercicios sobre este tema.

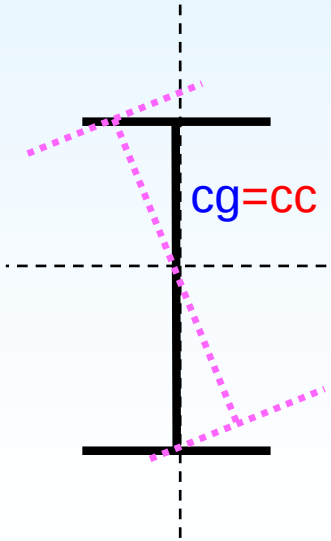
Columnas simples. Pandeo local



Columnas simples. Pandeo torsional y flexo-torsional

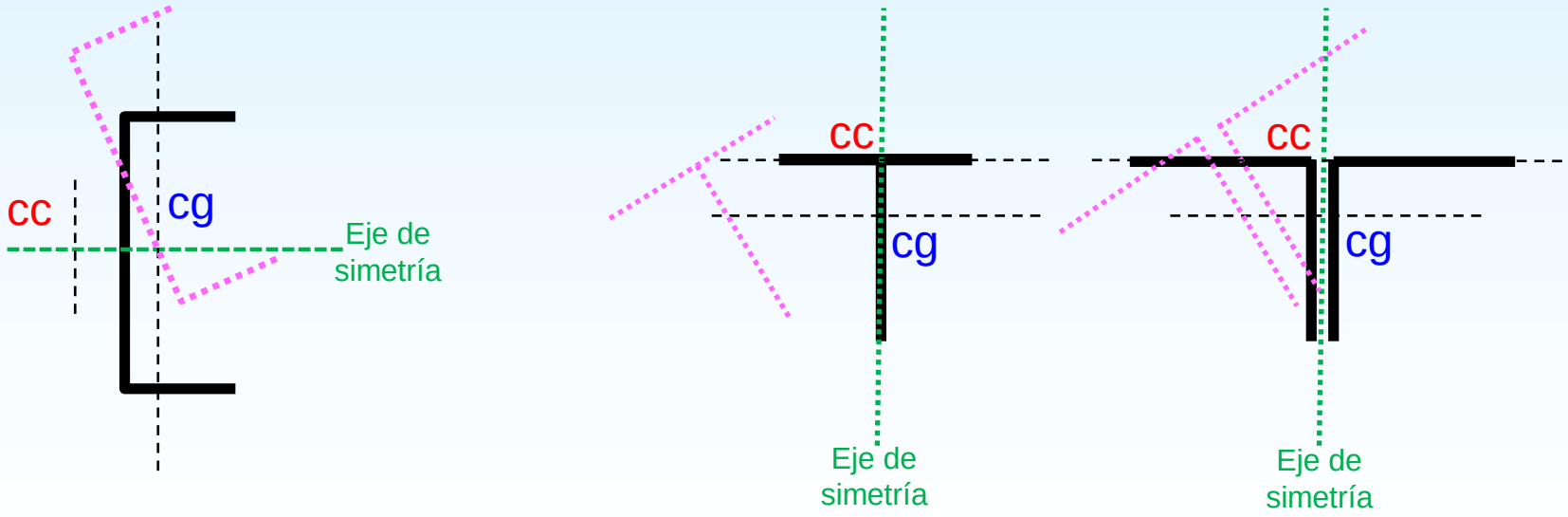
Este estado límite último (pandeo global) produce dos tipos de inestabilidad, según se la sección transversal:

a) Pandeo torsional: rotaciones alrededor del eje longitudinal que induce torsión. Se produce en barras con secciones de doble simetría, donde el centro de gravedad coincide con el centro de corte.



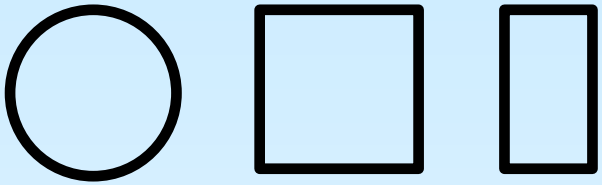
Columnas simples. Pandeo torsional y flexo-torsional

b) Pandeo flexo-torsional: la inestabilidad produce rotaciones alrededor del eje longitudinal (torsión) acopladas con pandeo flexional alrededor del eje de simetría (si lo hay). Se produce en barras con secciones de simple simetría o sin eje de simetría, donde el centro de gravedad no coincide con el centro de corte.



Columnas simples. Pandeo torsional y flexo-torsional

Pandeo torsional en tubos

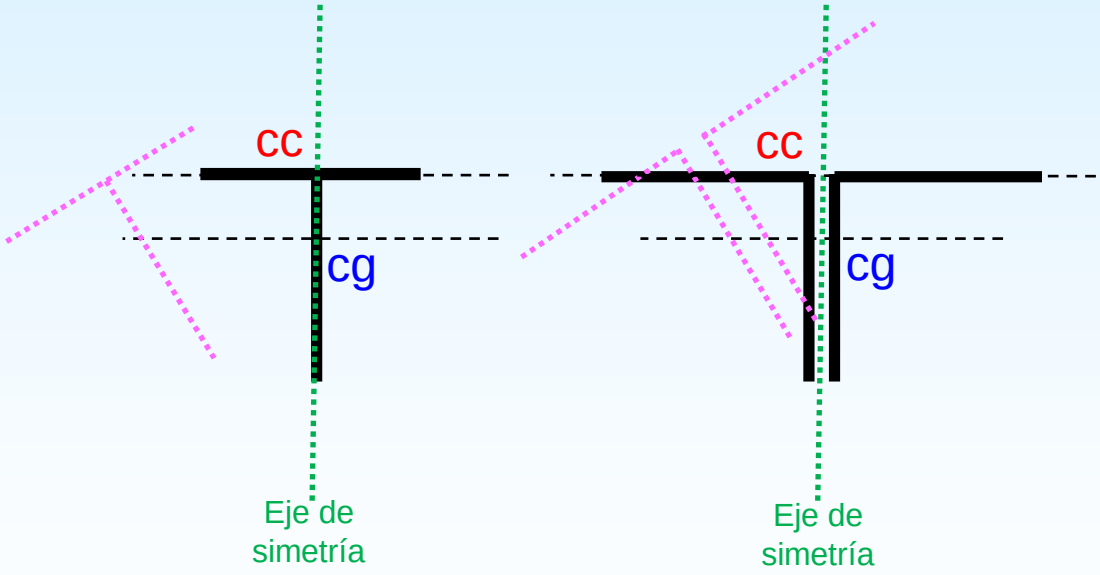


Los tubos estructurales (de sección circular, cuadrada o rectangular) presentan elevada rigidez a torsión, por tratarse de secciones cerradas. Es por esta razón que el **estado límite de pandeo torsional no se considera** para barras comprimidas formadas por **tubos de acero**.

Los requerimientos para el cálculo de estructuras con tubos de acero están incluidos en el Reglamento CIRSOC 302, si bien el estudio de este reglamento no está considerado en el curso de Construcciones Metálicas y de Maderas I.

Determinación de la resistencia de diseño según CIRSOC 301

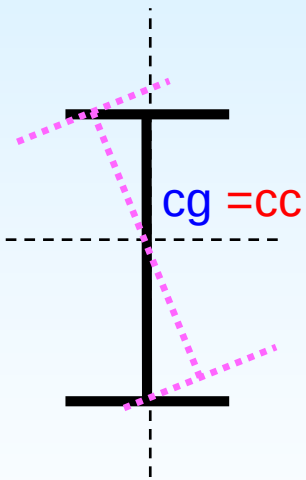
Secciones T y doble L compactas y no compactas: **Capítulo E.**



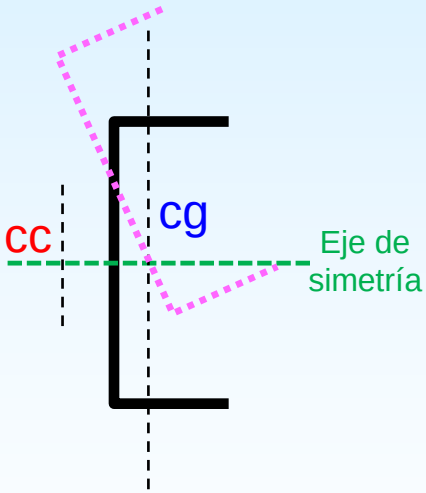
Determinación de la resistencia de diseño según CIRSOC 301

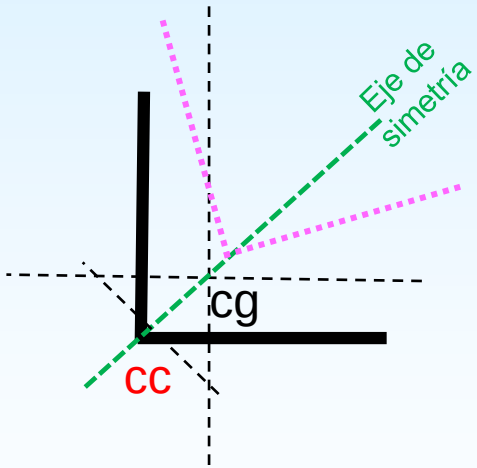
Secciones con doble simetría, con un eje de simetría o asimétricas:

Apéndice E.



Secciones con doble simetría
Centro de gravedad coincide con el centro de corte





Secciones con un eje de simetría
Centro de gravedad no coincide con el centro de corte

Columnas simples. Pandeo torsional y flexo-torsional

Método general para cualquier tipo de sección. Apéndice E

$$P_n = F_{cr}\ A_g\ \left(10^{-1}\right)$$

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$$

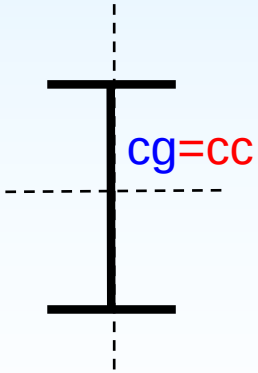
Para $\lambda_e \sqrt{Q} \leq 1{,}5$

$$F_{cr} = Q\left(0{,}658^{Q\cdot\lambda_e^2}\right)F_y$$

Para $\lambda_e \sqrt{Q} > 1{,}5$

$$F_{cr} = \left(\frac{0{,}877}{\lambda_e^{\ 2}}\right)F_y$$

a) Secciones doblemente simétricas

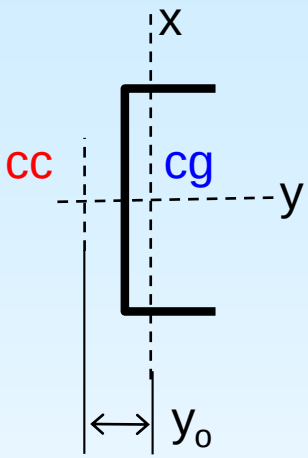


$$F_e = \left[\frac{\pi^2\ E\ C_w}{(k_z\ L)^2} + G\ J\right]\frac{1}{I_x + I_y}$$

Cw: constante de alabeo (cm^6)
J: módulo de torsión (cm^4)
K_z :factor de longitud efectiva para pandeo torsional.

Columnas simples. Pandeo torsional y flexo-torsional

b) Secciones con un eje de simetría (y)



$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\,F_{ey}\,F_{ez}\,H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}}\right]$$

$$\overline{r_o}^{\,2} = x_o^{\,2} + y_o^{\,2} + \frac{(I_x + I_y)}{A}$$

$$H = 1 - \left(\frac{x_o^{\,2} + y_o^{\,2}}{\overline{r_o}^{\,2}}\right)$$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2\,E}{\left(k_x\,L/r_x\right)^2}$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2\,E}{\left(k_y\,L/r_y\right)^2}$$

$$F_{ez} = \left[\frac{\pi^2\,E\,C_w}{(k_z\,L)^2} + G\,J\right]\frac{1}{A\,\overline{r_o}^{\,2}}$$

x_o, y_o: las coordenadas del centro de corte con respecto al centro de gravedad.

$\overline{r_o}$: el radio de giro polar respecto del centro de corte

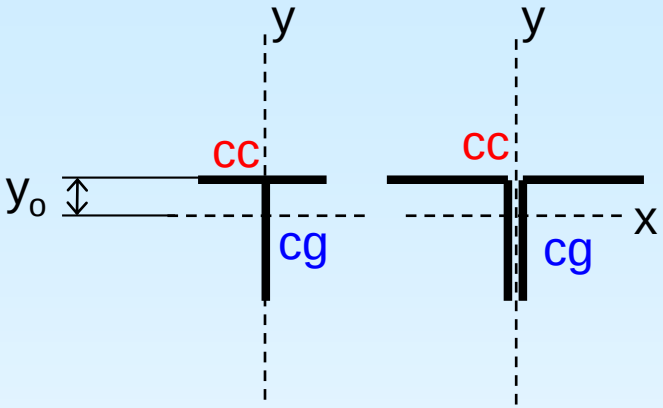
c) Secciones asimétricas: resolver ecuación cúbica.

$$(F_e - F_{ex})(F_e - F_{ey})(F_e - F_{ez}) - F_e^{\,2}(F_e - F_{ey})\left(\frac{x_0}{\overline{r_o}}\right)^2 - F_e^{\,2}(F_e - F_{ex})\left(\frac{y_0}{\overline{r_o}}\right)^2 = 0$$

Columnas simples. Pandeo torsional y flexo-torsional

Secciones T y doble L compactas y no compactas.

Cap. E. Sec. E.3



$$P_n = F_{crft}\ A_g\ \left(10^{-1}\right)$$

$$F_{crft} = \left(\frac{F_{cry} + F_{crz}}{2H}\right)\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{cry}\ F_{crz}\ H}{\left(F_{cry} + F_{crz}\right)^2}}\right], \text{ en MPa}$$

$$H = 1 - \left(\frac{y_o^{\ 2}}{\bar{r}_o^{\ 2}}\right) \qquad F_{crz} = \frac{G\ J}{A\ \bar{r}_o^{\ 2}}$$

F_{cry} *= tensión crítica para pandeo flexional según y. Sec. E.2*

Secciones T que no necesitan verificación. Com. E.3

Sección	Relación ancho total del ala con altura del perfil.	Relación entre espesor del ala y espesor del alma.
"Tes" Armadas	≥ 0,50	≥ 1,25
"Tes" Laminadas	≥ 0,50	≥ 1,10

Columnas simples. Resumen

$$P_d = \phi P_n = 0.85 A_g F_{cr} (10^{-1})$$

Secciones compactas y no compactas

1. Pandeo flexional (considerar dirección mayor esbeltez)

Cap. E (E.1 y E.2): $\lambda_c = \frac{kL}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \rightarrow F_{cr} = f(\lambda_c) \rightarrow P_d$

2. Pandeo torsional o flexo-torsional

- Secciones T y doble ángulo en contacto continuo: Cap E (E.3)

  $F_{cr} = F_{crft}$ (según ecuación E.3-1) $\rightarrow P_d$

- Método general: Apéndice E (A-E.3) para secciones doblemente simétricas, secciones de simple simetría y secciones asimétricas:

  $$Q = 1, \quad \lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \rightarrow F_{cr} = f(\lambda_e) \rightarrow P_d$$

  F_e (según ecuaciones A-E.3-5, A-E.3-6 o A-E.3-7, dependiendo del caso).

3. Pandeo local

No se considera $\rightarrow Q=1$

Columnas simples. Resumen

$$P_d = \phi P_n = 0.85 A_g F_{cr} (10^{-1})$$

Secciones con elementos esbeltos

1. Pandeo flexional (considerar dirección mayor esbeltez)

Apéndice B (A-B.5.3d): $\lambda_c = \frac{kL}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \rightarrow F_{cr} = f(\lambda_c, Q) \rightarrow P_d$

2. Pandeo torsional o flexo-torsional

- Secciones T y doble ángulo en contacto continuo: Cap E (E.3)

  $F_{cr} = F_{crft} \rightarrow P_d$ (F_{crft} según ecuación E.3-1, en la cual F_{cry} se determina considerando $Q<1$).

- Método general: Apéndice E (A-E.3) para secciones doblemente simétricas, secciones de simple simetría y secciones asimétricas:

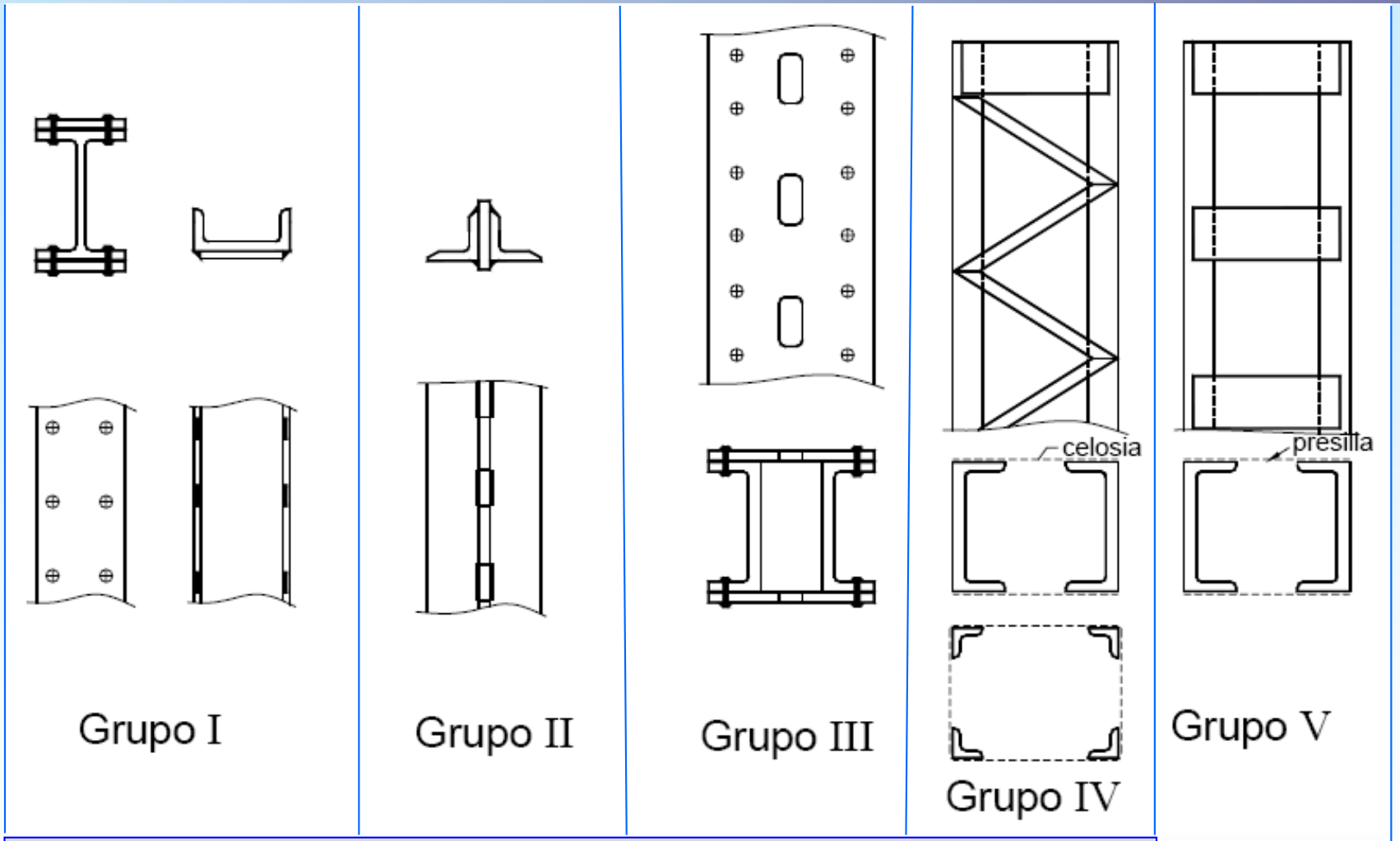
$$Q < 1, \quad \lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \rightarrow F_{cr} = f(\lambda_e, Q) \rightarrow P_d$$

F_e (según ecuaciones A-E.3-5, A-E.3-6 o A-E.3-7, dependiendo del caso).

3. Pandeo local

Apéndice B (A-B.5.3): $Q = Q_a Q_s < 1$

Columnas armadas



Cap. E, Sección E.4.

Ap. E, Sección A-E.4.

Columnas armadas

Estados límites últimos:

1. Pandeo global flexional de la columna actuando como un conjunto (considerar efecto de las deformaciones de corte)

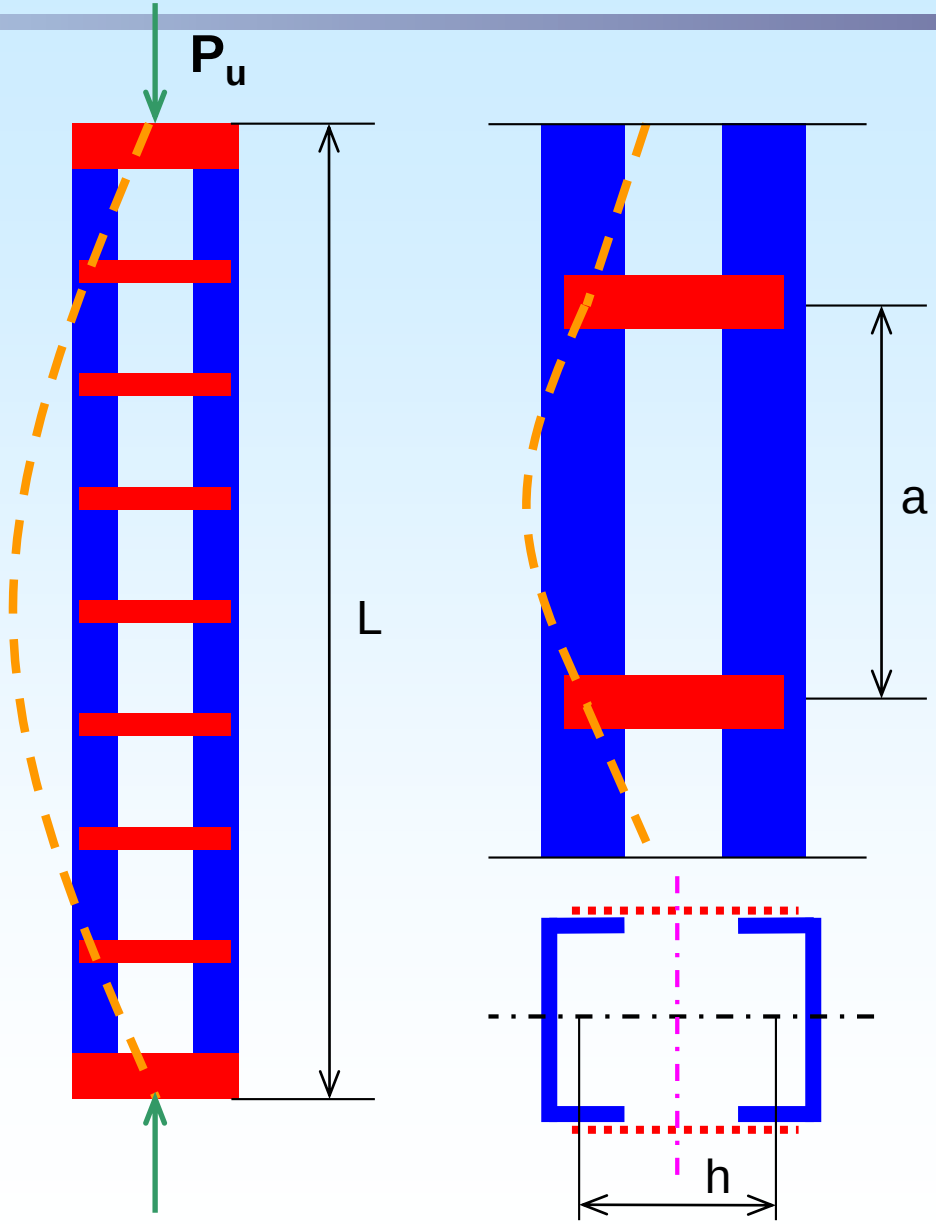
2. Pandeo de un tramo del cordón.

3. Pandeo local o abollamiento (normalmente no se considera porque se usan perfiles laminados)

4. Falla del elemento de conexión.

5. Falla de los medios de unión de los elementos de enlace (Grupos IV y V).

6. Distorsión de la sección transversal (Grupos IV y V).



CRITERIOS DE DISEÑO

1. Barras armadas Grupos I, II, III y IV – Sección E.4.

Se determina la resistencia nominal con la expresión:

$$P_n = F_{cr} A_g (10^{-1}), \quad \Phi = 0.85$$

En los casos en que el pandeo implica deformaciones relativas que producen esfuerzos de corte en los elementos que unen las barras se usa una esbeltez modificada $(kL/r)_m > kL/r$ (verificación a pandeo global flexional).
Adicionalmente, se exige el cumplimiento de especificaciones constructivas para controlar los restantes estados límites últimos.

2. Barras armadas Grupos IV y V – Sección A.E.4

La resistencia nominal se determina de la siguiente forma:
- Si la barra tiene eje material, se obtiene en forma similar al caso de barras simples.
-Para el pandeo alrededor del eje o ejes libres, se obtiene considerando una deformación inicial (excentricidad accidental) y verificando las barras individuales que conforman la sección armada.
Los elementos de conexión se diseñan para resistir el esfuerzo de corte inducido por los efectos de segundo orden (pandeo).

Resistencia de diseño a compresión axial. Sección E.4.2

Para barras armadas comprimidas de los Grupos I, II, III y IV, se aplicarán los criterios válidos para barras simples, utilizando una esbeltez modificada, $(kL/r)_m$ para los modos de pandeo que producen esfuerzos de corte en los medios de unión :

a) Para uniones intermedias ejecutadas con bulones en uniones con ajuste sin juego:

$$\left(\frac{k\,L}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{k\,L}{r}\right)_0^2 + \left(\frac{a}{r_i}\right)^2}$$

$(kL/r)_o$: esbeltez de la columna armada actuando como una unidad.

a/r_i: mayor esbeltez de una barra componente

b) Para uniones intermedias soldadas o ejecutadas con bulones en uniones pretensadas o de deslizamiento crítico:

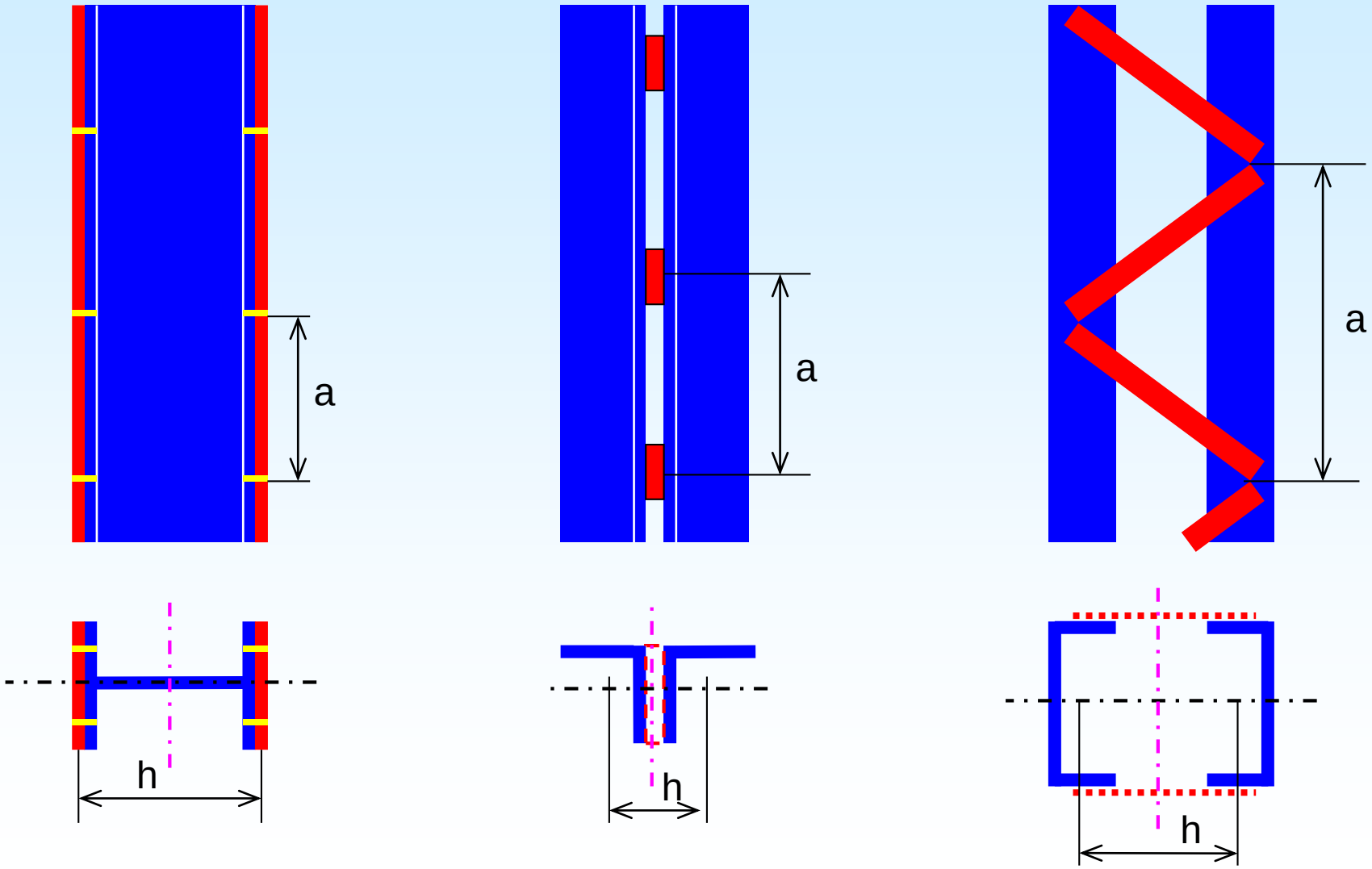
$$\left(\frac{k\,L}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{k\,L}{r}\right)_0^2 + 0{,}82\,\frac{\alpha^2}{\left(1+\alpha^2\right)}\left(\frac{a}{r_{ib}}\right)^2}$$

a/r_{ib}: la esbeltez de una barra componente relativa a su eje baricéntrico paralelo al eje de pandeo.

α: la relación de separación $h / 2r_{ib}$

Columnas armadas - Grupos I, II, III y IV

Cap. E, Sección E.4.



Columnas armadas - Grupos I, II, III y IV

Especificaciones particulares y constructivas. Sección E.4.3.

1. Los bulones, remaches o cordones de soldadura que unan los cordones de la barra armada a las chapas de nudo o a los forros intermedios deberán ser dimensionadas para transmitir las solicitaciones requeridas resultantes de un esfuerzo de corte ideal:

$$V = 0.02\ \varphi\ P_n$$

2. La distancia "a" entre uniones, bulones o celosías será tal que la relación de esbeltez de cada uno de los elementos resultantes entre uniones, sea:

$a/r_i \leq 0.75\ (kL/r)$ para barras del Grupo I, II y III

$a/r_i \leq (kL/r)$ para barras del Grupo IV

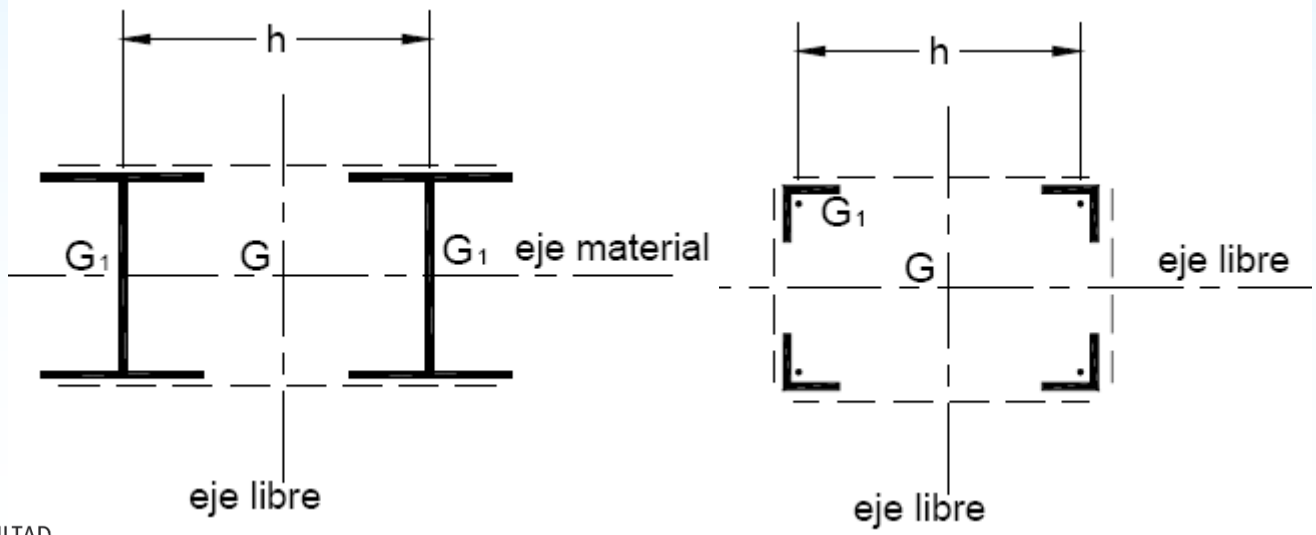
Para el cálculo de la relación de esbeltez de los elementos resultantes se utilizará el radio de giro mínimo r_i

3. Especificaciones constructivas adicionales para <u>Grupos I, II, III y IV</u>

Columnas armadas - Grupos IV y V

Método alternativo para columnas Grupo IV y V. Sección A.E.4.
Resistencia de diseño. Verificación de cordones y de elementos de conexión.
(a) Cuando la barra armada tiene eje material, la resistencia de diseño para el pandeo alrededor de dicho eje, se obtendrá de acuerdo con lo especificado en las Secciones E.2. y E.3 (columnas simples).

(b) Para el pandeo alrededor del eje o los ejes libres, la barra armada se dimensionará incorporando una imperfección geométrica equivalente, consistente en una deformación inicial e_o no menor que kL/500 para el dimensionamiento de las barras de los cordones, y no menor que Lk /400 para el dimensionamiento de los elementos de enlace.



Método alternativo para columnas Grupo IV y V. Sección A.E.4.

El método se basa en determinar la resistencia requerida en cada barra de la sección considerando efectos de segundo orden (se supone pandeo global de la barra).

Para Grupo IV (con celosías), Sección A.E.4.2.1:

$$P_{u1} = \frac{P_u}{n} + \frac{M_s}{n_1\ h}\left(10^2\right)$$

Se deberá verificar $P_{u1} \leq P_{d1}$

$$P_{d1} = \phi_c\ F_{cr}\ A_{g1}\left(10^{-1}\right)$$

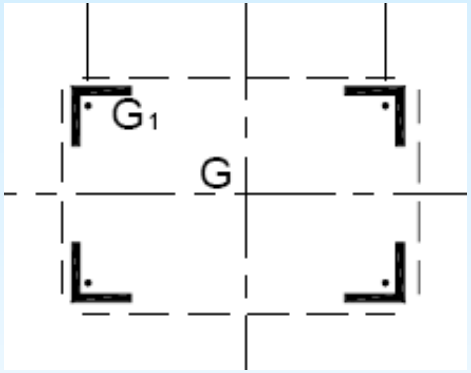
$$\lambda_{c1} = \left(\frac{L_1}{r_i}\right)\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

Pandeo flexional

$$\lambda_{c1} = \lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$$

Pandeo flexional-torsional

$$M_s = \frac{P_u\ e_o}{1 - \frac{P_u}{P_{cm}}}\left(10^{-2}\right)$$



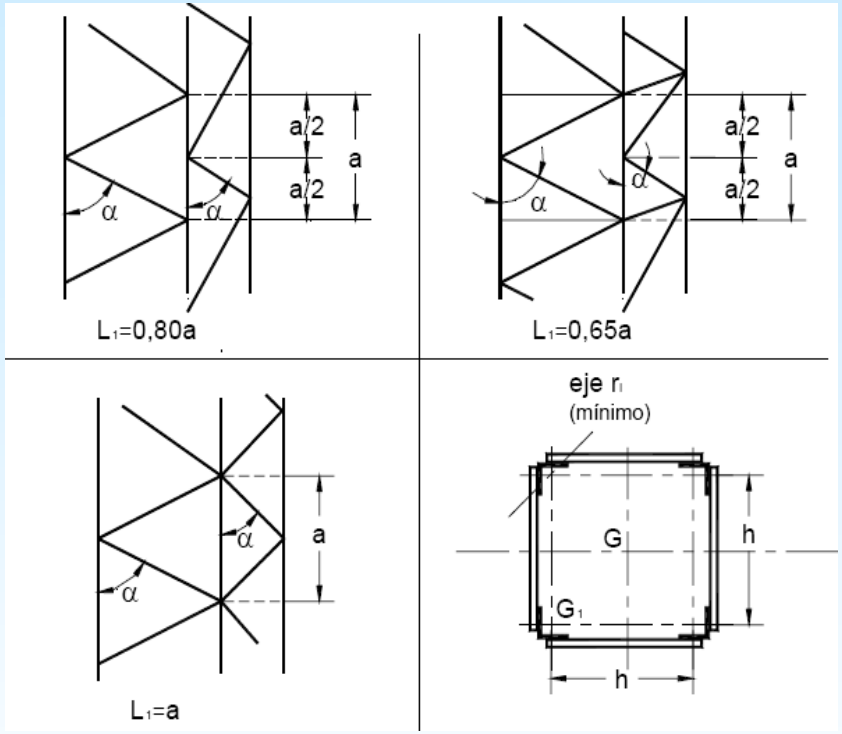
$$P_{cm} = \frac{\pi^2\ E\ A_g}{\left(\frac{k\ L}{r}\right)_m^2}\left(10^{-1}\right)$$

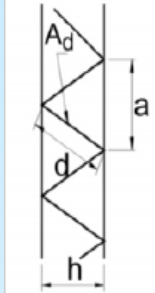
$$\lambda_m = \left(\frac{k\,L}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{k\,L}{r}\right)_o^2 + \lambda_1^{\ 2}}$$

λ_1: valor auxiliar relacionado con la rigidez a corte de la celosía de enlace, según la Figura A-E.4.2.

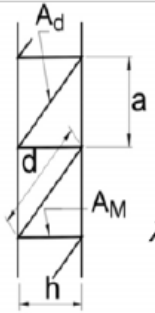
65

Columnas armadas
Grupos IV y V

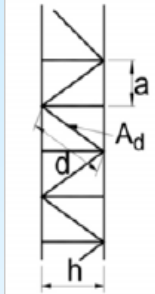




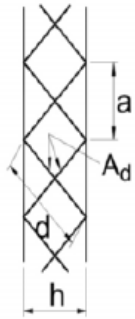
$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{2\,A_g\,d^3}{n_o\,A_d\,a\,h^2}}$$



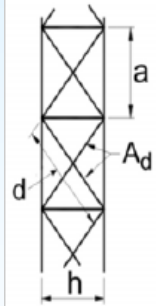
$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A_g}{n_o\,a\,h^2}\left(\frac{d^3}{A_d}+\frac{h^3}{A_M}\right)}$$



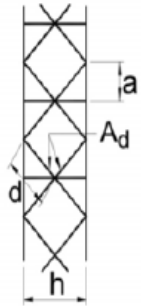
$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A_g\,d^3}{n_o\,A_d\,a\,h^2}}$$



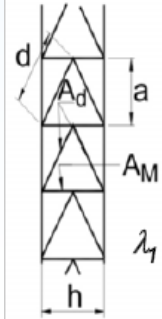
$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A_g\,d^3}{2n_o\,A_d\,a\,h^2}}$$



$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A_g\,d^3}{2n_o\,A_d\,a\,h^2}}$$



$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{2\,A_g\,d^3}{n_o\,A_d\,a\,h^2}}$$



$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{A_g}{2n_o\,a\,h^2}\left(\frac{d^3}{A_d}+\frac{h^3}{A_M}\right)}$$

A_g= Sección bruta total de la barra armada.

n_o= número de planos de celosía

$\left.\begin{matrix} A_d \\ A_M \end{matrix}\right\}$ = sección bruta de diagonal y montante de un sólo plano.

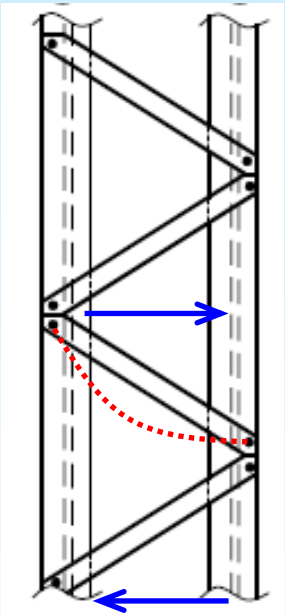
Columnas Grupo IV (con celosías).

Determinación de la resistencia requerida en las celosías:

$$V_{eu} = \beta\, P_u$$

$$\beta = \frac{\pi}{400}\left[\frac{1}{1-\dfrac{P_u}{P_{cm}}}\right]$$

$$P_{cm} = \frac{\pi^2\, E\, A_g}{\left(\dfrac{k\, L}{r}\right)_m^2}\left(10^{-1}\right)$$



Barras sometidas a compresión y flexión.

$$M_s = \frac{(P_u\, e_o + M_u)}{1-\dfrac{P_u}{P_{cm}}}$$

$$V_{eu} = \beta\, P_u + V_u$$

Columnas Grupo V (con presillas).

El método de cálculo es similar, si bien las barras de las columnas se dimensionan para resistir:

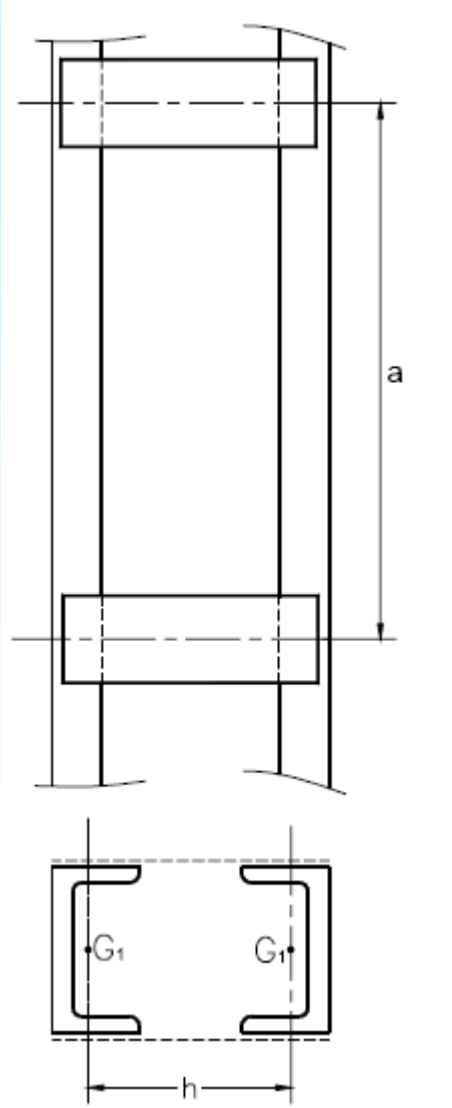
Esfuerzo axial P_{u1} (idem Grupo IV con esbeltez modificada:

$$P_{u1} = \frac{P_u}{n} + \frac{M_s}{n_1\, h}\left(10^2\right)$$

$$\lambda_m = \left(\frac{k\,L}{r}\right)_m = \sqrt{\left(\frac{k\,L}{r}\right)_o^2 + \frac{\lambda_1^{\,2}}{\theta}}$$

Momento flector: $$M_{u1} = \frac{V_{eu}\; a}{4\, n_1}\left(10^{-2}\right)$$

Esfuerzo de corte: $$V_{u1} = \frac{V_{eu}}{2\, n_1}$$

$$V_{eu} = \beta_1\, P_u$$

$$\beta_1 = \frac{\pi}{500}\left[\frac{1}{1 - \frac{P_u}{P_{cm}}}\right]$$