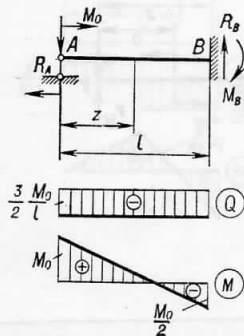


Reacciones de apoyo, fuerzas transversales, momentos flectores y desplazamientos en vigas hiperestáticas de un solo tramo

Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M



Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q , momento flector M , coordenada de la sección peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

$$R_A = R_B = \frac{3}{2} \frac{M_0}{l};$$

$$M_B = \frac{1}{2} M_0$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q = -\frac{3}{2} \frac{M_0}{l};$$

$$M = M_0 \left(1 - \frac{3}{2} \frac{z}{l} \right)$$

$$z_0 = 0$$

$$M_{\text{máx}} = M_0$$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo de giro θ de la sección de extremo, flecha máxima f (siendo constante EJ)

$$w(z) = -\frac{M_0 l^2}{4EJ} \left(\frac{z^3}{l^3} - 2 \frac{z^2}{l^2} + \frac{z}{l} \right)$$

$$f = -\frac{M_0 l^2}{27EJ}$$

cuando

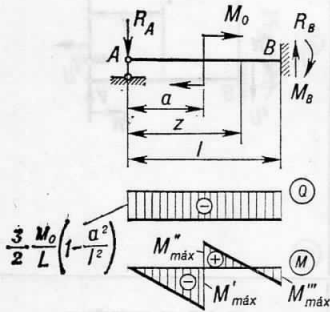
$$z = \frac{1}{3} l$$

$$\theta = -\frac{M_0 l}{4EJ}$$

cuando

$$z = 0$$

Esquema de solitación de la viga.
Diagramas de Q y M



Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q , momento flector M , coordenada de la sección peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

$$R_A = R_B = \frac{3}{2} \frac{M_0}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right);$$

$$M_B = \frac{M_0}{2} \left(1 - 3 \frac{a^2}{l^2}\right)$$

$$0 \leq z \leq l \quad Q = -\frac{3}{2} \cdot \frac{M_0}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right)$$

$$0 \leq z < a \quad M = -\frac{3}{2} \cdot \frac{M_0}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right) z$$

$$a \leq z \leq l \quad M = M_0 \left[1 - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right) \frac{z}{l}\right]$$

$$z'_0 = a \quad M'_{\text{máx}} = -\frac{3}{2} M_0 \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right)$$

$$M''_{\text{máx}} = M_0 \left[1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right)\right]$$

$$z''_0 = l \quad M'''_{\text{máx}} = -\frac{1}{2} M_0 \left(1 - 3 \frac{a^2}{l^2}\right)$$

cuando $a < 0,275 l$,

$$|M'_{\text{máx}}| < |M'''_{\text{máx}}|$$

cuando $a = 0,577 l$, $M'''_{\text{máx}} = 0$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo de giro θ de la sección de extremo, flecha máxima f (siendo constante EJ)

$$0 \leq z \leq a$$

$$w(z) = -\frac{M_0 l^2}{EJ} \left[\frac{1}{4} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right) \times \left(\frac{z^3}{l^3} - 3 \frac{z}{l} \right) + \left(1 - \frac{a}{l}\right) \frac{z}{l} \right]$$

$$a \leq z \leq l$$

$$w(z) = -\frac{M_0 l^2}{EJ} \left[\frac{1}{4} \left(1 - \frac{a^2}{l^2}\right) \times \left(\frac{z^3}{l^3} - 3 \frac{z}{l} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{z^2}{l^2} + \frac{a^2}{l^2} \right) + \frac{z}{l} \right]$$

$$\theta = \frac{M_0 l}{EJ} \left(\frac{a}{l} - \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \cdot \frac{a^2}{l^2} \right)$$

cuando $z = 0$

$$R_A = \frac{5}{16} P; \quad R_B = \frac{11}{16} P;$$

$$M_B = \frac{3}{16} Pl$$

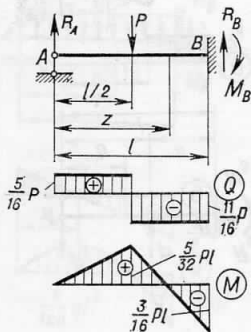
$$0 \leq z \leq l/2$$

$$Q = \frac{5}{16} P; \quad M = \frac{5}{16} Pz$$

$$l/2 \leq z \leq l$$

$$Q = -\frac{11}{16} P; \quad M = P \left(\frac{l}{2} - \frac{11}{16} z \right)$$

$$z_0 = l \quad M_{\text{máx}} = -\frac{3}{16} Pl$$



$$0 \leq z < \frac{l}{2}$$

$$w(z) = -\frac{Pl^3}{96EJ} \left(3 \frac{z}{l} - 5 \frac{z^3}{l^3} \right)$$

$$\frac{l}{2} \leq z \leq l$$

$$w(z) = -\frac{Pl^3}{96EJ} \left[3 \frac{z}{l} - 5 \frac{z^3}{l^3} + \right.$$

$$\left. + 16 \frac{\left(z - \frac{l}{2}\right)^3}{l^3} \right] = -\frac{Pl^3}{96EJ} \left(15 \frac{z}{l} - 24 \frac{z^2}{l^2} + 11 \frac{z^3}{l^3} - 2 \right)$$

$$f = -0,0093 \frac{Pl^3}{EJ},$$

cuando $z = 0,447 l$

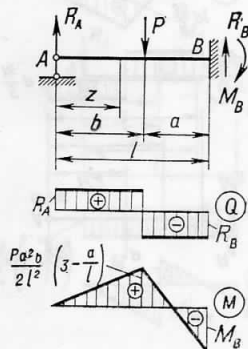
$$\theta = -\frac{Pl^2}{32EJ},$$

cuando $z = 0$

$$w = -\frac{7Pl^3}{768EJ},$$

cuando $z = \frac{l}{2}$

Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M



Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q ,
momento flector M , coordenada de la sección
peligrosa z_0 , momento máximo $M'_{\text{máx}}$

$$R_A = \frac{P}{2} \cdot \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right);$$

$$R_B = \frac{P}{2} \cdot \frac{b^2}{l} \left(3 - \frac{b^2}{l^2} \right);$$

$$M_B = \frac{Pab}{2l^2} (l + b) \quad 0 \leq z \leq b$$

$$Q = \frac{P}{2} \cdot \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right);$$

$$M = \frac{P}{2} \cdot \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right) z \quad b \leq z \leq l$$

$$Q = P \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right) - 1 \right];$$

$$M = Pa \left[\frac{az}{2l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right) - \frac{z-b}{a} \right]$$

$$z'_0 = b \quad M'_{\text{máx}} = \frac{Pa^2b}{2l^2} \left(3 - \frac{a}{l} \right)$$

cuando $a = 0,634 l$, el valor máximo de

$$M'_{\text{máx}} = 0,174 Pl$$

$$z''_0 = l \quad M''_{\text{máx}} = - \frac{Pab}{2l^2} (l + b)$$

cuando $a = 0,423 l$, el valor máximo de

$$M''_{\text{máx}} = - 0,193 Pl$$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo
de giro θ de la sección de extremo, flecha
máxima f (siendo constante EJ)

$$0 \leq z \leq b$$

$$w(z) = - \frac{Pl^3}{6EJ} \left[\frac{R_A}{P} \left(3 \frac{z}{l} - \frac{z^3}{l^3} \right) - 3 \frac{a^2 z}{l^3} \right]$$

$$w = - \frac{Pa^3 b^2 (3a + 4b)}{12l^3 EJ}$$

cuando $z = b \quad b \leq z \leq l$

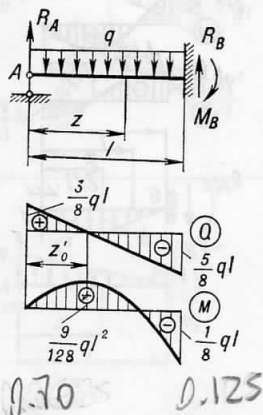
$$w(z) = - \frac{Pl^3}{6EJ} \left[\frac{R_A}{P} \left(3 \frac{z}{l} - \frac{z^3}{l^3} \right) - 3 \frac{a^2 z}{l^3} + \left(\frac{z}{l} - \frac{b}{l} \right)^3 \right]$$

siendo $a = 0,586 l$ la flecha máxima es
cuando $z = b$

$$f = - 0,0098 \frac{Pl^3}{EJ}$$

$$\theta = \frac{Pl^2}{4EJ} \left(\frac{a^3}{l^3} - \frac{a^2}{l^2} \right)$$

cuando $z = 0$



$$R_A = \frac{3}{8} ql;$$

$$R_B = \frac{5}{8} ql;$$

$$M_B = \frac{1}{8} ql^2$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q = ql \left(\frac{3}{8} - \frac{z}{l} \right);$$

$$M = qlz \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{l} \right)$$

$$z_0 = l$$

$$M'_{\text{máx}} = - \frac{1}{8} ql^2$$

$$z'_0 = \frac{3}{8} l$$

$$M'_{\text{máx}} = \frac{9}{128} ql^2$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$w(z) = - \frac{ql^4}{48EJ} \left(2 \frac{z^4}{l^4} - 3 \frac{z^3}{l^3} + \frac{z}{l} \right)$$

$$f = - \frac{ql^4}{185EJ}$$

cuando $z = 0,421 l$

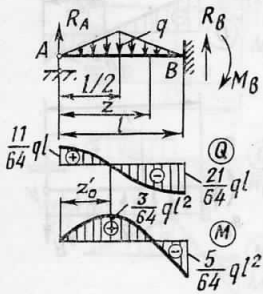
$$\theta = \frac{ql^3}{48EJ}$$

cuando $z = 0$

Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M

Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q ,
momento flector M , coordenada de la sección
peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo
de giro θ de la sección de extremo, flecha
máxima f (siendo constante EJ)



$$R_A = \frac{11}{64} ql; \quad R_B = \frac{21}{64} ql;$$

$$M_B = \frac{5}{64} ql^2$$

$$0 \leq z \leq l/2$$

$$Q = ql \left(\frac{11}{64} - \frac{z^2}{l^2} \right);$$

$$M = qlz \left(\frac{11}{64} - \frac{1}{3} \cdot \frac{z^2}{l^2} \right)$$

$$l/2 < z \leq l$$

$$Q = ql \left[\left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right) - \frac{5}{64} \right]$$

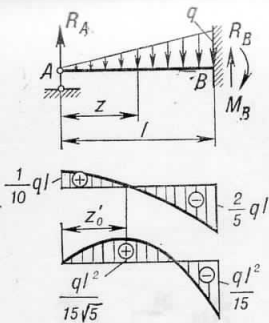
$$M = ql^2 \left[\frac{11}{64} \cdot \frac{z}{l} - \frac{1}{4} \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{z}{l} - \frac{1}{2} \right)^3 \right]$$

$$z_0 = l \quad M_{\text{máx}} = -\frac{5}{64} ql^2$$

$$z'_0 = 0,415 l \quad M'_{\text{máx}} \approx \frac{3}{64} ql^2$$

$$f = -\frac{ql^4}{289,8EJ}$$

cuando $z = 0,5 l$



$$R_A = \frac{1}{10} ql; \quad R_B = \frac{2}{5} ql; \quad M_B = \frac{1}{15} ql^2$$

$$0 \leq z < l$$

$$Q = \frac{ql^2}{10} \left(1 - 5 \frac{z^2}{l^2} \right);$$

$$M = \frac{qlz}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{z^2}{l^2} \right)$$

$$z_0 = l \quad M_{\text{máx}} = -\frac{ql^2}{15}$$

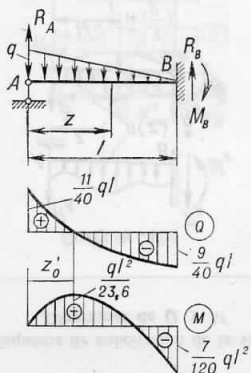
$$z'_0 = 0,447 l \quad M'_{\text{máx}} = \frac{ql^2}{15\sqrt{5}}$$

$$f = -\frac{ql^4}{419EJ}$$

cuando $z = 0,447 l$

$$w = -\frac{ql^4}{426,6EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$



$$R_A = \frac{11}{40} ql; \quad R_B = \frac{9}{40} ql; \quad M_B = \frac{7}{120} ql^2$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q = ql \left(\frac{11}{40} - \frac{z}{l} + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^2}{l^2} \right);$$

$$M = \frac{qlz}{2} \left(\frac{11}{20} - \frac{z}{l} + \frac{1}{3} \cdot \frac{z^2}{l^2} \right)$$

$$z_0 = l \quad M_{\text{máx}} = -\frac{7}{120} ql^2$$

$$z'_0 = 0,329 l \quad M'_{\text{máx}} = \frac{ql^2}{23,6}$$

$$f = -\frac{ql^4}{327,8EJ}$$

cuando $z = 0,402 l$

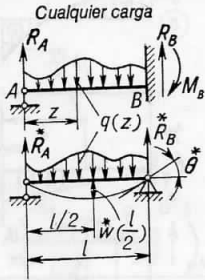
$$w = -\frac{ql^4}{349EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$

Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M

Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q , momento flector M , coordenada de la sección peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo de giro θ de la sección de extremo, flecha máxima f (siendo constante EJ)



$$R_A = \overset{*}{R}_A + \frac{M_B}{l}; \quad R_B = \overset{*}{R}_B - \frac{M_B}{l}$$

$$M_B = 3 \frac{\overset{*}{\theta}_B}{l} EJ$$

$$w = \overset{*}{w}\left(\frac{l}{2}\right) + \frac{M_B l^2}{16EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$

Los parámetros con el asterisco * corresponden a una viga estáticamente determinada sobre dos apoyos (véase la figura)

$$R_A = 6M_0 \frac{ab}{l^3};$$

$$R_B = 6M_0 \frac{ab}{l^3};$$

$$M_A = M_0 \frac{b}{l^2} (2a - b);$$

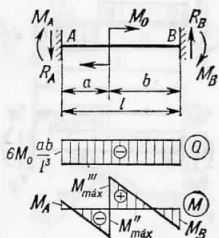
$$M_B = M_0 \frac{a}{l^2} (2b - a)$$

$0 \leq z \leq a$

$0 \leq z \leq a$

$$w(z) = \frac{l^3}{6EJ} \left[-R_A \frac{z^3}{l^3} + 3M_A \frac{z^2}{l^3} \right] =$$

$$= 3 \frac{M_0 b z^2}{EJ l^4} \left(2 \frac{a}{l} - \frac{b}{l} - 2 \frac{az}{l^2} \right)$$



$$Q = -6M_0 \frac{ab}{l^3};$$

$$M = M_0 \frac{ab}{l^2} \left(2 - \frac{b}{a} - 6 \frac{z}{l} \right)$$

$a \leq z \leq l$

$$Q = -6M_0 \frac{ab}{l^3};$$

$$M = M_0 \frac{ab}{l^2} \left(2 - \frac{b}{a} - 6 \frac{z}{l} + \frac{l^2}{ab} \right)$$

$z'_0 = 0$

$$M'_{\text{máx}} = M_0 \frac{b}{l^2} (2a - b)$$

$z''_0 = a$

$$M''_{\text{máx}} = -M_0 \left(1 - 4 \frac{a}{l} + 9 \frac{a^2}{l^2} - 6 \frac{a^3}{l^3} \right)$$

$z'''_0 = a$

$$M'''_{\text{máx}} = M_0 \left(4 \frac{a}{l} - 9 \frac{a^2}{l^2} + 6 \frac{a^3}{l^3} \right)$$

$z_0^{\text{IV}} = l$

$$M_{\text{máx}}^{\text{IV}} = -M_0 \frac{a}{l^2} (2b - a)$$

$\frac{l}{3} \triangleleft a < 2 \frac{l}{3}$

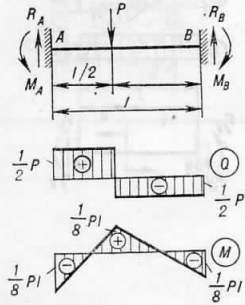
$w_{\text{máx}} (> 0)$ cuando

$$z = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{b}{a} \right) l$$

$w_{\text{máx}} (< 0)$ cuando

$$z = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{a}{b} \right) l$$

Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M .



Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q , momento flector M , coordenada de la sección peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

$$R_A = R_B = \frac{1}{2} P;$$

$$M_A = M_B = \frac{1}{8} Pl$$

$$0 \leq z \leq \frac{l}{2}$$

$$Q = \frac{1}{2} P;$$

$$M = \frac{1}{8} P(4z - l)$$

$$\frac{l}{2} \leq z \leq l$$

$$Q = -\frac{1}{2} P; \quad M = \frac{1}{8} P(3l - 4z)$$

$$z'_0 = \frac{l}{2} \quad M'_{\text{máx}} = \frac{1}{8} Pl$$

$$z''_0 = 0; \quad z'''_0 = l$$

$$M''_{\text{máx}} = M'''_{\text{máx}} = -\frac{1}{8} Pl$$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo de giro θ de la sección de extremo, flecha máxima f (siendo constante EJ)

$$0 \leq z \leq \frac{l}{2}$$

$$w(z) = -\frac{Pl^3}{48EJ} \left(3 \frac{z^2}{l^2} - 4 \frac{z^3}{l^3} \right)$$

$$f = -\frac{Pl^3}{192EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$

$$R_A = P \frac{b^2(3a+b)}{l^3}; \quad R_B = P \frac{a^2(3b+a)}{l^3};$$

$$M_A = Pa \frac{b^2}{l^2}; \quad M_B = Pb \frac{a^2}{l^2}$$

$$0 \leq z \leq a$$

$$Q = P \frac{b^2(3a+b)}{l^3}; \quad M = Pa \frac{b^2}{l^2} \left(\frac{3a+b}{al} \cdot z - 1 \right)$$

$$a \leq z \leq l$$

$$Q = -P \frac{a^2(3b+a)}{l^3};$$

$$M = Pa \frac{b^2}{l^2} \left[\frac{3a+b}{al} z - \frac{l^2(z-a)}{b^2 a} - 1 \right]$$

$$z'_0 = 0 \quad M'_{\text{máx}} = -P \frac{ab^2}{l^2}$$

$$z''_0 = a \quad M''_{\text{máx}} = 2P \frac{a^2 b^2}{l^3}$$

$$z'''_0 = l \quad M'''_{\text{máx}} = -P \frac{ba^2}{l^2}$$

si $a < b$, $|M'_{\text{máx}}| > M''_{\text{máx}} > |M'''_{\text{máx}}|$;

si $a > b$, $|M'''_{\text{máx}}| > M''_{\text{máx}} > |M'_{\text{máx}}|$

el valor máximo de $|M'_{\text{máx}}| = \frac{4}{27} Pl$

cuando $a = \frac{l}{3}$

$$0 \leq z < a$$

$$w(z) = -\frac{Pab^2}{6EJ} \cdot \frac{z^2}{l^2} \left(3 - 3 \frac{z}{l} - \frac{b}{a} \cdot \frac{z}{l} \right)$$

$$a > b$$

$$f = -\frac{2}{3} \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a^3 b^2}{(3a+b)^2}$$

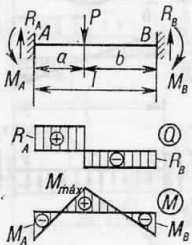
cuando $z = \frac{2al}{3a+b}$

$$a < b$$

$$f = -\frac{2}{3} \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a^2 b^3}{(3b+a)^2}$$

cuando $z = l - \frac{2bl}{3b+a}$

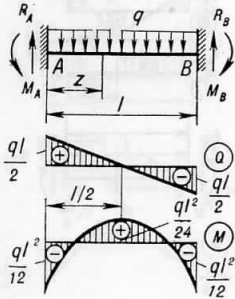
$$w = -\frac{Pa^3 b^3}{3EJl^3} \text{ cuando } z = a$$



Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M

Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q ,
momento flector M , coordenada de la sección
peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo
de giro θ de la sección de extremo, flecha
máxima f (siendo constante EJ)



$$R_A = R_B = \frac{ql}{2};$$

$$M_A = M_B = \frac{ql^2}{12}$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q = \frac{ql}{2} \left(1 - 2 \frac{z}{l} \right);$$

$$M = \frac{ql^2}{2} \left(\frac{z}{l} - \frac{z^2}{l^2} - \frac{1}{6} \right)$$

$$z'_0 = 0;$$

$$z''_0 = l$$

$$M'_{\text{máx}} = M''_{\text{máx}} = -\frac{ql^2}{12}$$

$$z'''_0 = \frac{l}{2}$$

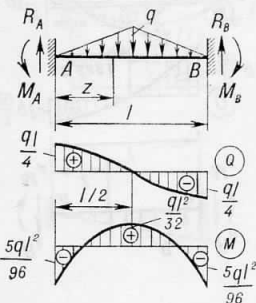
$$M'''_{\text{máx}} = \frac{ql^2}{24}$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$w(z) = -\frac{ql^2 z^2}{24EJ} \left(1 - \frac{z}{l} \right)^2$$

$$f = -\frac{ql^4}{384EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$



$$R_A = R_B = \frac{ql}{4};$$

$$M_A = M_B = \frac{5}{96} ql^2$$

$$0 \leq z \leq l/2$$

$$Q = ql \left(\frac{1}{4} - \frac{z^2}{l^2} \right);$$

$$M = \frac{ql^2}{4} \left(\frac{z}{l} - \frac{4}{3} \frac{z^3}{l^3} - \frac{5}{24} \right)$$

$$\frac{l}{2} \leq z \leq l$$

$$Q = ql \left[\frac{(l-z)^2}{l^2} - \frac{1}{4} \right];$$

$$M = ql^2 \left[\frac{1}{32} - \frac{\left(z - \frac{l}{2} \right)^2}{2l^2} + \frac{\left(z - \frac{l}{2} \right)^3}{3l^3} \right]$$

$$z'_0 = 0; \quad z''_0 = l;$$

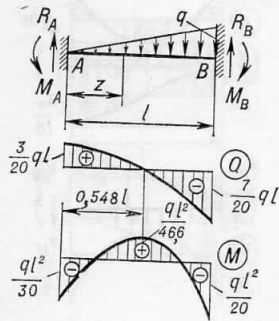
$$M'_{\text{máx}} = M''_{\text{máx}} = -\frac{5}{96} ql^2$$

$$z'''_0 = \frac{l}{2} \quad M'''_{\text{máx}} = \frac{ql^2}{32}$$

$$f = -\frac{7ql^4}{3840EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$

Esquema de sollicitación de la viga.
Diagramas de Q y M



Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q , momento flector M , coordenada de la sección peligrosa z_0 , momento máximo $M_{\text{máx}}$

$$R_A = \frac{3}{20} ql;$$

$$R_B = \frac{7}{20} ql;$$

$$M_A = \frac{ql^2}{30};$$

$$M_B = \frac{ql^2}{20}$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$Q = \frac{1}{2} ql \left(\frac{3}{10} - \frac{z^2}{l^2} \right);$$

$$M = ql^2 \left(\frac{3}{20} \cdot \frac{z}{l} - \frac{1}{6} \cdot \frac{z^3}{l^3} - \frac{1}{30} \right)$$

$$z'_0 = 0 \quad M'_{\text{máx}} = -\frac{ql^2}{30};$$

$$z''_0 = l \quad M''_{\text{máx}} = -\frac{ql^2}{20}$$

$$z'''_0 = 0,548 l \quad M'''_{\text{máx}} = \frac{ql^2}{46,6}$$

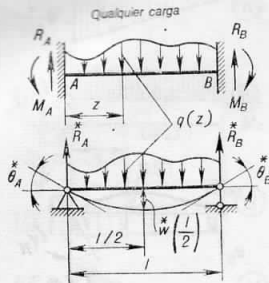
Ecuaciones de la línea elástica $w(z)$, ángulo de giro θ de la sección de extremo, flecha máxima f (siendo constante EJ)

$$f = -\frac{ql^4}{764EJ}$$

cuando $z = 0,525 l$

$$w = -\frac{ql^4}{768EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$



$$R_A = R_A^* - \frac{M_A - M_B}{l};$$

$$R_B = R_B^* + \frac{M_A - M_B}{l}$$

$$M_A = \frac{2EJ}{l} (2\theta_A^* - \theta_B^*);$$

$$M_B = \frac{2EJ}{l} (2\theta_B^* - \theta_A^*)$$

$$w = w^* \left(\frac{l}{2} \right) + \frac{(M_A + M_B)l^2}{16EJ}$$

cuando $z = \frac{l}{2}$

Los parámetros con el asterisco * corresponden a una viga estáticamente determinada sobre dos apoyos (véase la figura)

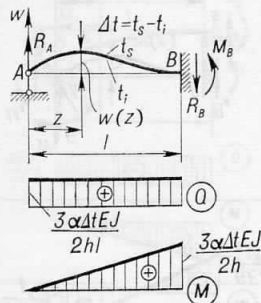
Fórmulas de cálculo que toman en consideración los desplazamientos de los apoyos y cambios de temperatura en vigas hiperestáticas (EJ es constante)

Esquema de viga	Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q y momento flector M, coordenada de la sección peligrosa z ₀ y magnitud del momento máximo M _{máx}	Ecuación de la línea elástica w(z), ángulo de giro θ de la sección de extremo y flecha máxima f
	$R_A = \frac{3EJf_0}{l^3}; R_B = \frac{3EJf_0}{l^3}; M_B = \frac{3EJf_0}{l^2}$ $0 \leq z \leq l$ $Q = -\frac{3EJf_0}{l^3}; M = -\frac{3EJf_0}{l^3} z$ $z_0 = l \quad M_{\text{máx}} = -\frac{3EJf_0}{l^2}$	$0 \leq z \leq l$ $w(z) = -\frac{f_0}{2} \left(2 - 3 \frac{z}{l} + \frac{z^3}{l^3} \right)$ $f = -f_0 \quad \text{cuando } z = 0$ $\theta = \frac{3f_0}{2l} \quad \text{cuando } z = 0$
	$R_A = \frac{3EJ\theta_0}{l^2}; R_B = \frac{3EJ\theta_0}{l^2}; M_A = \frac{3EJ\theta_0}{l}$ $0 \leq z \leq l$ $Q = -\frac{3EJ\theta_0}{l^2}; M = \frac{3EJ\theta_0}{l^2} (l - z)$ $z_0 = 0 \quad M_{\text{máx}} = \frac{3EJ\theta_0}{l}$	$0 \leq z \leq l$ $w(z) = -\theta_0 \frac{l}{2} \left(2 \frac{z}{l} - 3 \frac{z^2}{l^2} + \frac{z^3}{l^3} \right)$ $f = -0,193 \theta_0 l \quad \text{cuando } z = 0,422 l$ $\theta = -\theta_0 \quad \text{cuando } z = 0$ $\theta = \frac{1}{2} \theta_0 \quad \text{cuando } z = l$
	$R_A = R_B = \frac{12EJ}{l^3} f_0; M_A = M_B = \frac{6EJ}{l^2} f_0$ $0 \leq z \leq l$ $Q = -\frac{12EJ}{l^3} f_0;$ $M = \frac{6EJ}{l^2} f_0 \left(1 - 2 \frac{z}{l} \right)$ $z'_0 = 0 \quad M'_{\text{máx}} = \frac{6EJ}{l^2} f_0$ $z''_0 = l \quad M''_{\text{máx}} = -\frac{6EJ}{l^2} f_0$	$0 \leq z \leq l$ $w(z) = -f_0 \left[1 - \left(3 - 2 \frac{z}{l} \right) \frac{z^2}{l^2} \right]$ $f = -f_0 \quad \text{cuando } z = 0$
	$R_A = R_B = \frac{6EJ\theta_0}{l^2};$ $M_A = \frac{4EJ\theta_0}{l}; M_B = \frac{2EJ\theta_0}{l}$ $0 \leq z \leq l$ $Q = -\frac{6EJ\theta_0}{l^2}; M = \frac{6EJ\theta_0}{l} \left(2 - 3 \frac{z}{l} \right)$ $z'_0 = 0 \quad M'_{\text{máx}} = \frac{4EJ\theta_0}{l}$ $z''_0 = l \quad M''_{\text{máx}} = -\frac{2EJ\theta_0}{l}$	$0 \leq z \leq l$ $w(z) = -\theta_0 \left(\frac{z^3}{l^3} - 2 \frac{z^2}{l^2} + \frac{z}{l} \right)$ $f = -\frac{4\theta_0}{27} l \quad \text{cuando } z = \frac{l}{3}$ $\theta = -\theta_0 \quad \text{cuando } z = 0$

Esquema de viga

Reacciones de apoyo, fuerza cortante Q y momento flector M , coordenada de la sección peligrosa z_0 y magnitud del momento máximo $M_{\text{máx}}$ Ecuación de la línea elástica $w(z)$, ángulo de giro θ de la sección de extremo y flecha máxima f

Por la altura de la sección de la viga la temperatura cambia linealmente



$$R_A = R_B = \frac{3\alpha\Delta t EJ}{2hl}; \quad M_B = \frac{3\alpha\Delta t EJ}{2h}$$

$$0 < z < l$$

$$Q = \frac{3\alpha\Delta t EJ}{2hl}; \quad M = \frac{3\alpha\Delta t EJ}{2hl} z$$

$$z_0 = l \quad M_{\text{máx}} = \frac{3\alpha\Delta t EJ}{2h}$$

$$0 < z < l$$

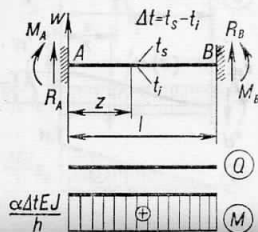
$$w(z) = \frac{\alpha\Delta t l^2}{4h} \left(\frac{z}{l} - 2 \frac{z^2}{l^2} + \frac{z^3}{l^3} \right)$$

$$f = \frac{\alpha\Delta t l^2}{27h} \quad \text{cuando } z = \frac{l}{3}$$

$$\theta = \frac{\alpha\Delta t l}{4h} \quad \text{cuando } z = 0$$

(α es el coeficiente de dilatación lineal de temperatura del material de la viga;
 Δt es la diferencia de temperaturas de las fibras superior e inferior de la viga)

Por la altura de la sección de la viga la temperatura cambia linealmente



$$R_A = R_B = 0;$$

$$M_A = M_B = \frac{\alpha\Delta t EJ}{h}$$

$$0 < z < l$$

$$Q = 0; \quad M = \frac{\alpha\Delta t EJ}{h} = \text{const}$$

$$0 \leq z \leq l$$

$$w(z) = 0$$

(α es el coeficiente de dilatación lineal de temperatura del material de la viga;
 Δt es la diferencia de temperaturas de las fibras superior e inferior de la viga)