



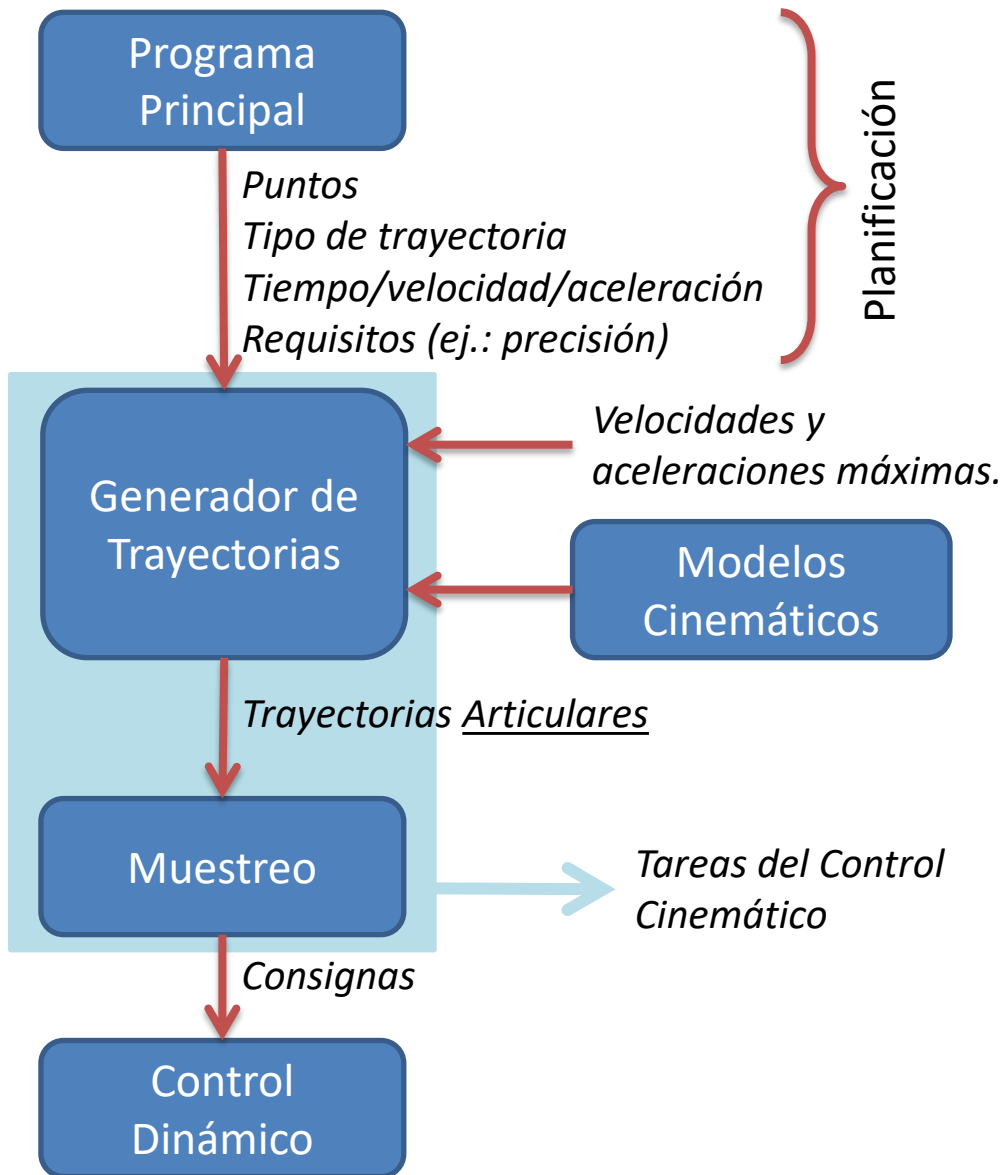
**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO



# **ROBOTICA I**

## **UNIDAD V: GENERACIÓN Y PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS**

Carolina Díaz - Eric Sanchez

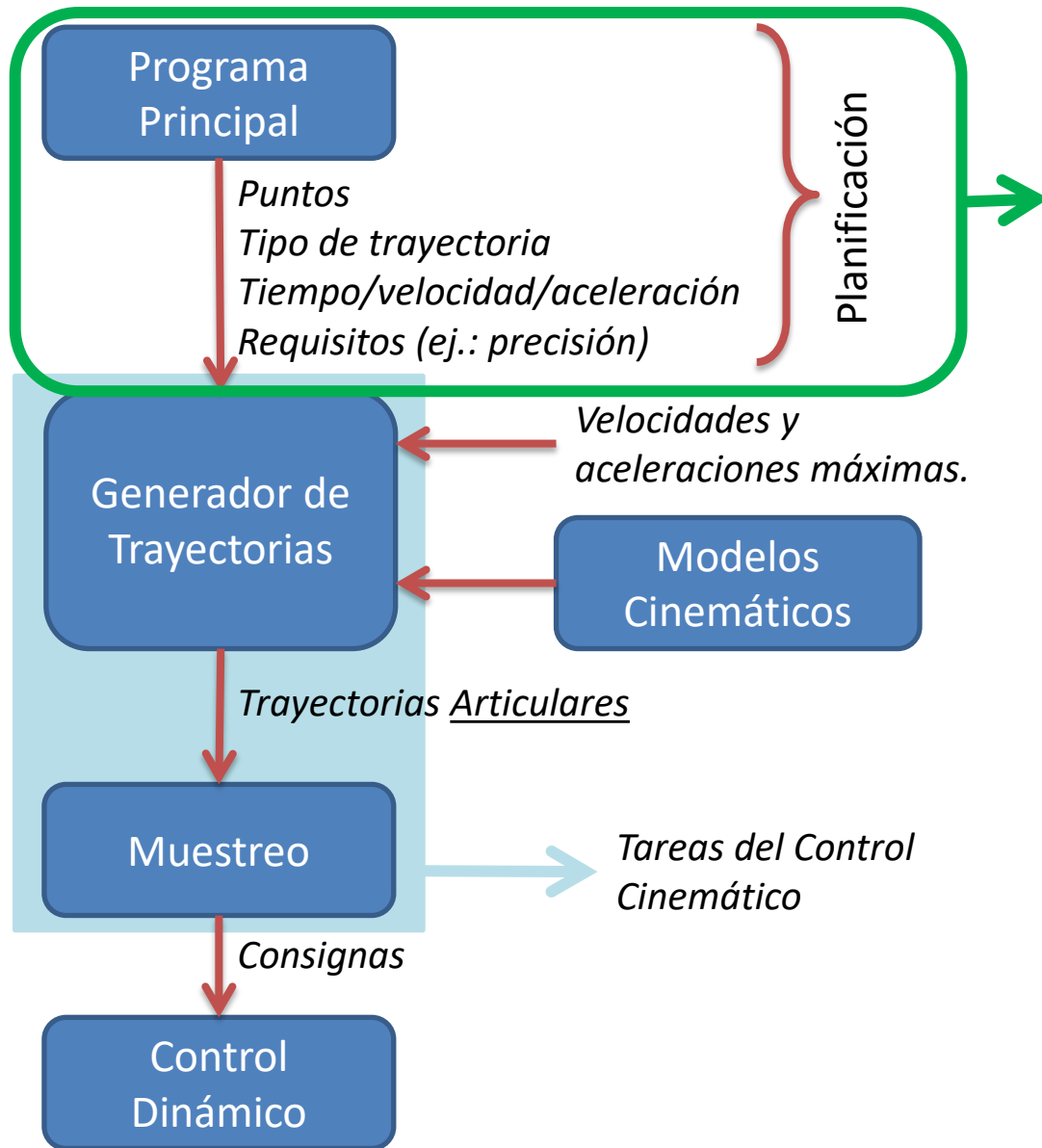


## 1. Planificación:

- Se definen las variables del problema.
- Existen herramientas con distintos niveles de asistencia.
- Existen diversos criterios.
- Generalmente se planifica en el espacio de tarea.

## 2. Generación de Trayectorias:

- Tarea fundamental del “Control Cinemático”.
- Generalmente requiere modelos cinemáticos.
- Básicamente consiste en aplicar una Técnica de Interpolación para los puntos dados por la planificación, que considere todos los requisitos y limitaciones establecidos.
- Para el posterior Control Dinámico es fundamental el Muestreo.



# PLANIFICACIÓN

## ➤ Puntos

- Espacio articular, espacio de trabajo, combinados (ABB).
- Inicial, final, de paso, de reposo, de herramienta, de objetos u obstáculos, deseados, no deseados, etc.

## ➤ Tipo de Trayectoria

- Asíncrona (eje a eje o simultánea)
- Síncrona (punto a punto o discretización previa)

## ➤ Tiempo/velocidad/aceleración

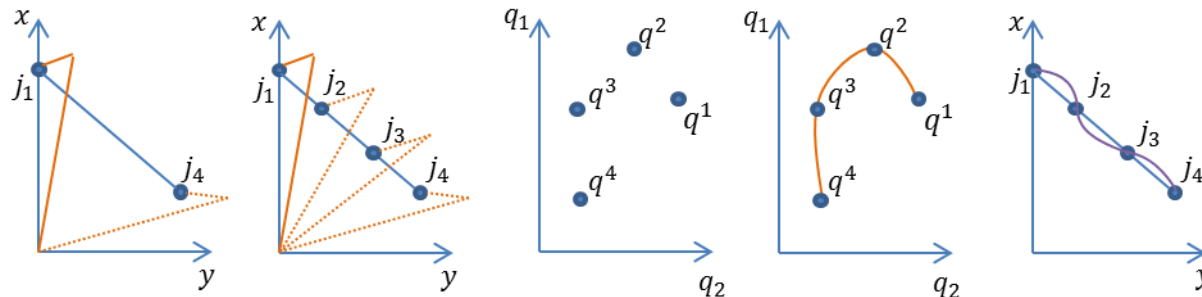
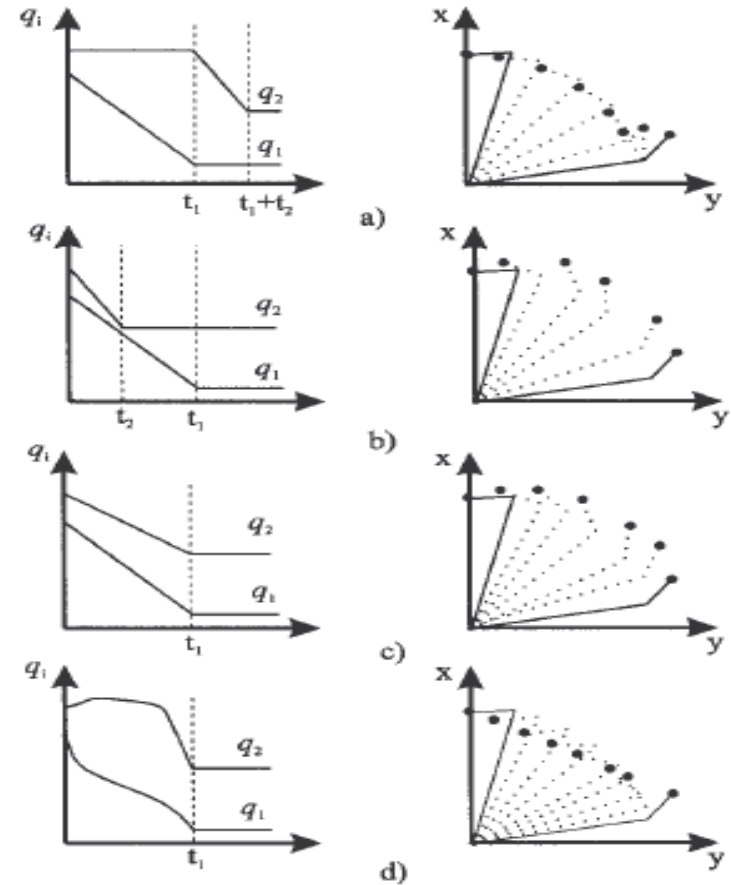
- Tiempo total, tiempo entre puntos, velocidad/aceleración deseada, combinaciones, otros.

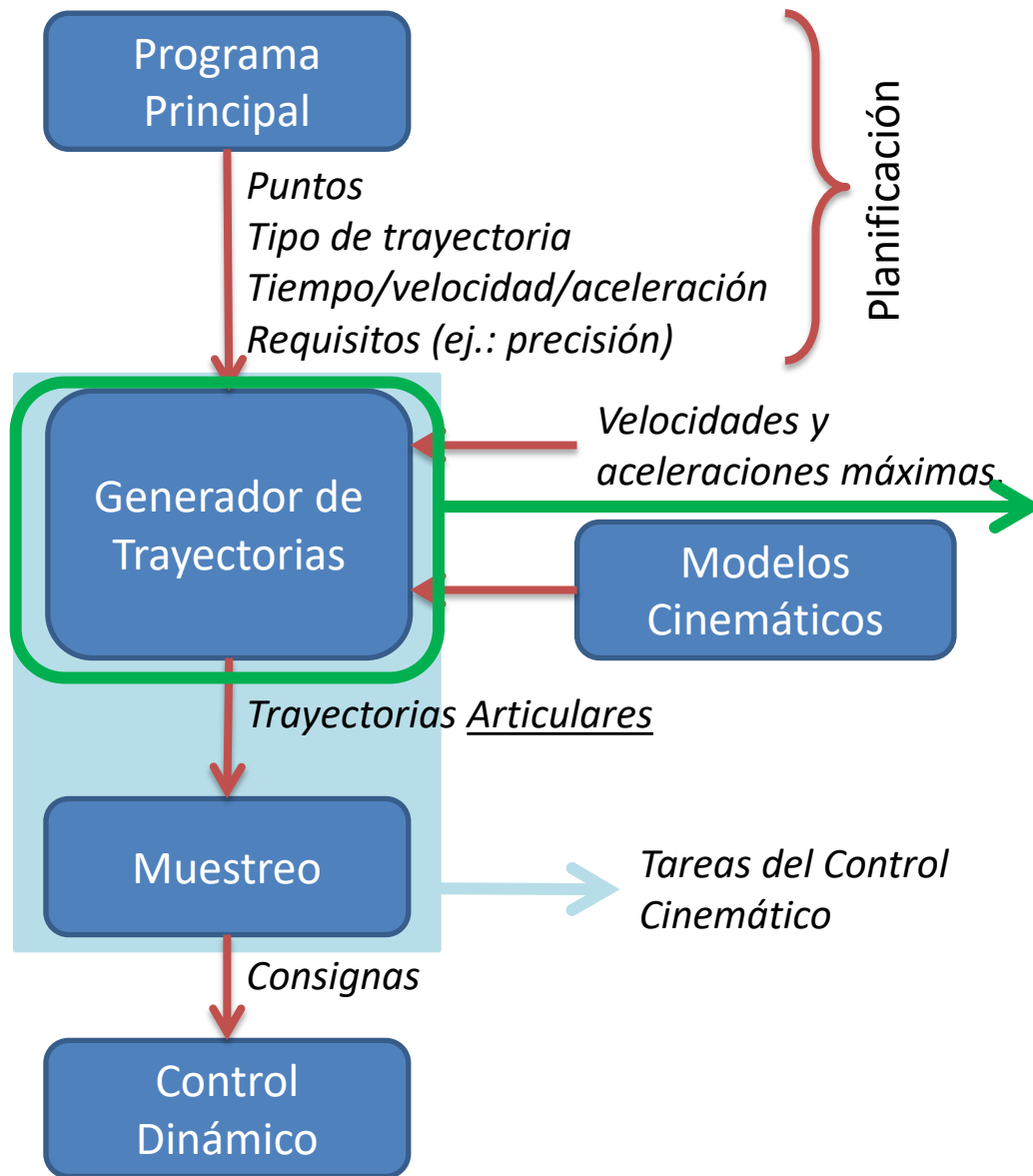
## ➤ Requisitos

- Precisión (general o por puntos), suavidad (analítica), especificación de jerk, combinaciones, etc.

# TIPO DE TRAYECTORIA

- Asíncrona eje a eje
- Asíncrona simultánea
- Síncrona punto a punto
- Síncrona con discretización previa (¿y entre puntos?)

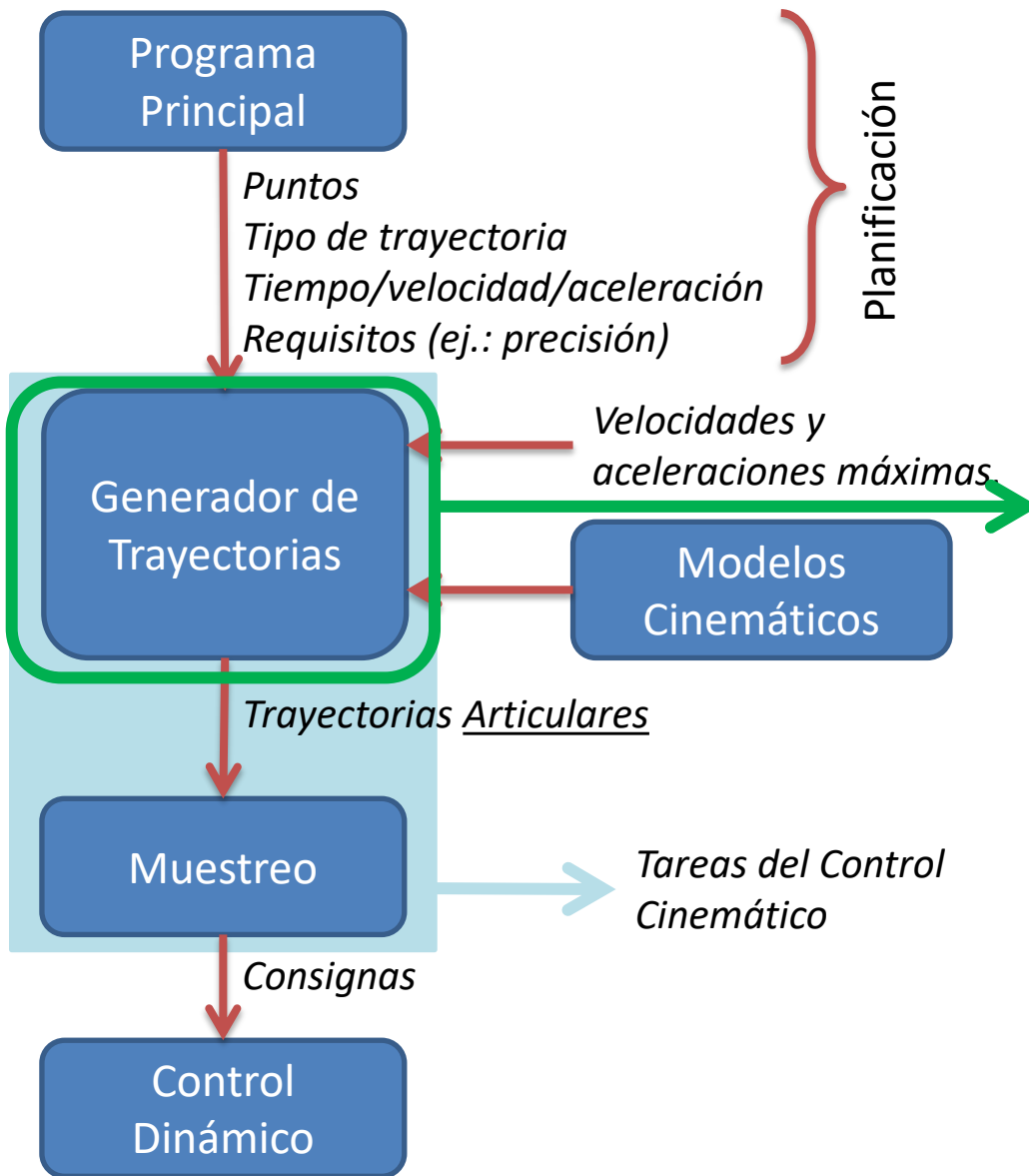




# GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS

*(función continua de evolución de cada articulación)*

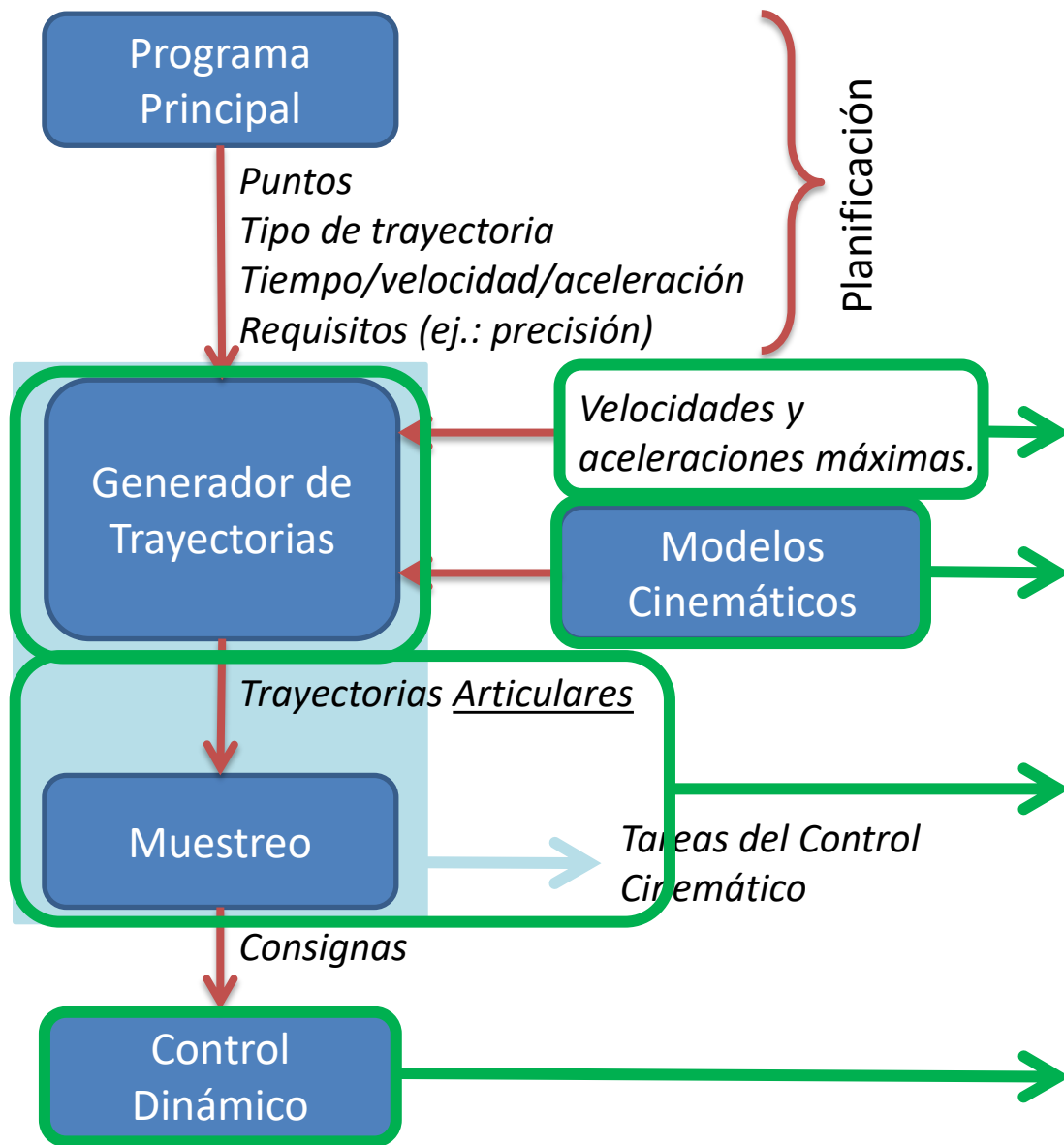
- Problema de Interpolación o Aproximación.
- Cientos de métodos y criterios, pero no todos son aplicables o recomendados para robótica.
- Se puede realizar primero en el Espacio de Trabajo (no siempre se necesita).
- Generalmente se adoptan polinomios de orden 1, 2, 3, 5 o combinados. (¿por qué?)
- Generalmente es por tramos (salvo casos simplificados).



# GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS

*(función continua de evolución de cada articulación)*

- Tipo de problema (depende de la planificación y del método adoptado)
  - Determinado (caso deseado)
  - Indeterminado (se debe determinar)
  - Sobre determinado (se debe simplificar)
- Considerar limitaciones del robot:
  - **Límites articulares** (posición).
  - **Límites de actuadores** (velocidad máxima, aceleración nominal, picos, jerk, etc.).
- En casos particulares se pueden adoptar criterios y límites específicos, para **determinar** u **optimizar**.



# GENERACIÓN DE TRAYECTORIAS

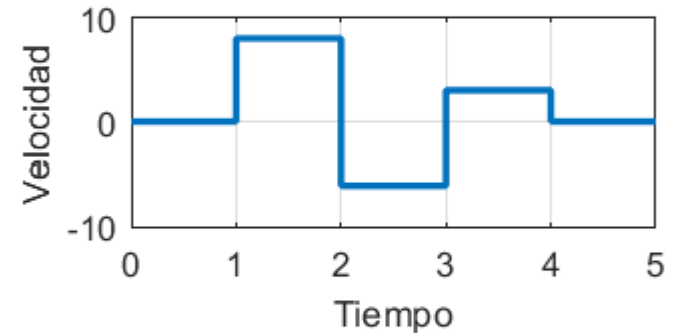
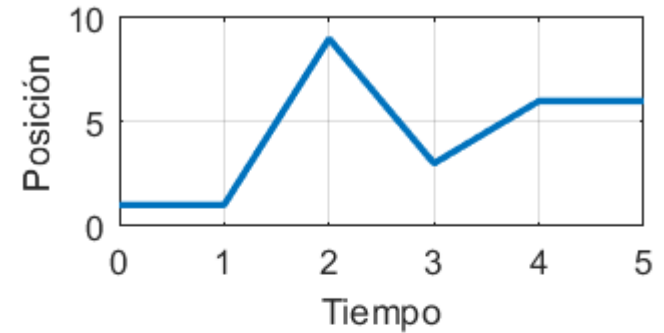
*(Consideraciones)*

- Si no se conocen se pueden proponer o dejar como parámetro para cuando se conozcan.
- C.I. para pasar de cartesiano a articular. Una alternativa es usar una técnica basada en Jacobiano.
- La trayectoria generalmente da como resultado coeficientes de polinomios. El muestreo está asociado al control dinámico y depende de la arquitectura de control.
- Distintas técnicas con distintos requerimientos. Se estudian en Robótica 2.

# INTERPOLACIÓN LINEAL

$$q(t) = at + b$$

- Es determinada solo con conocimiento de puntos inicial y final.
- Normalmente sobre-determinada y deben simplificarse las especificaciones.
- Asegura siempre error de seguimientos de consigna relevantes por imposibilidad de cumplimiento de perfiles.

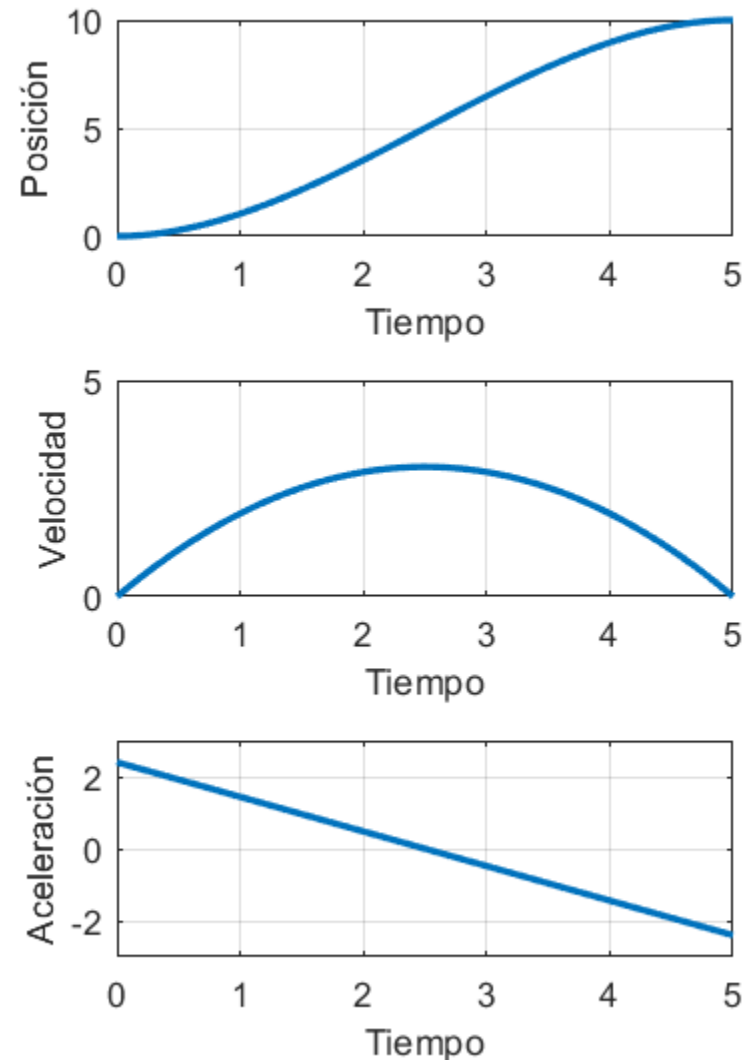




# INTERPOLACIÓN CÚBICA

$$q(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$$

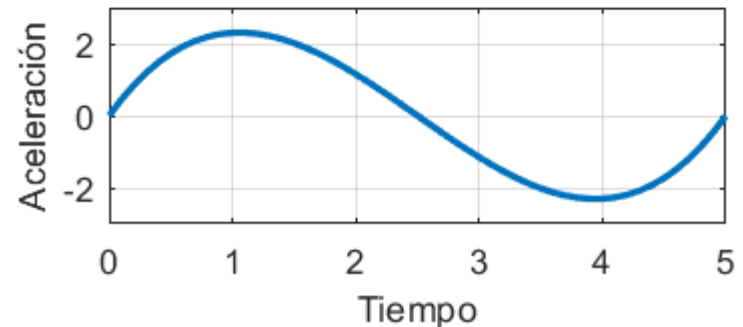
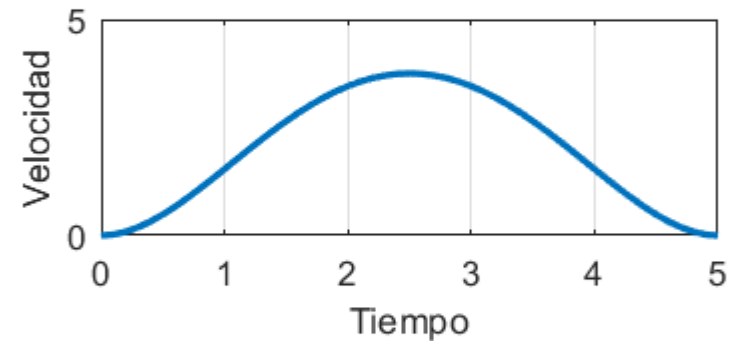
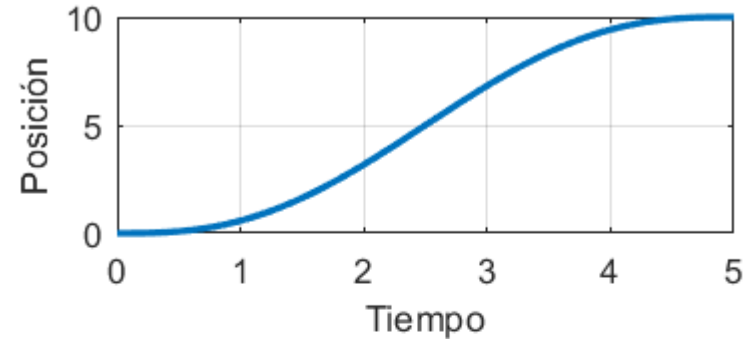
- Para ser determinada requiere conocerse posición y velocidad en los extremos.
- Consigna suave en posición que no implica aceleraciones infinitas pero tampoco asegura suavidad en aceleración.
- La velocidad promedio se mantiene muy por debajo de los límites.



# INTERPOLACIÓN QUÍNTUPLE

$$q(t) = at^5 + bt^4 + ct^3 + dt^2 + et + f$$

- Similar a la anterior pero con aceleración cúbica (jerk cuadrático)
- Para determinarla se requiere posición, velocidad y aceleración, inicial y final. Normalmente se asumen nulas las derivadas.
- La velocidad promedio se mantiene muy por debajo de los límites.



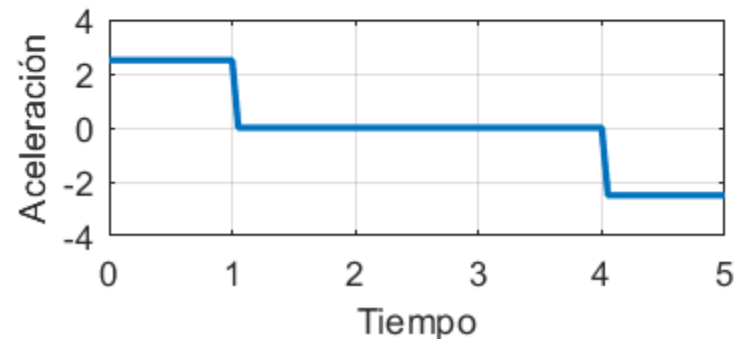
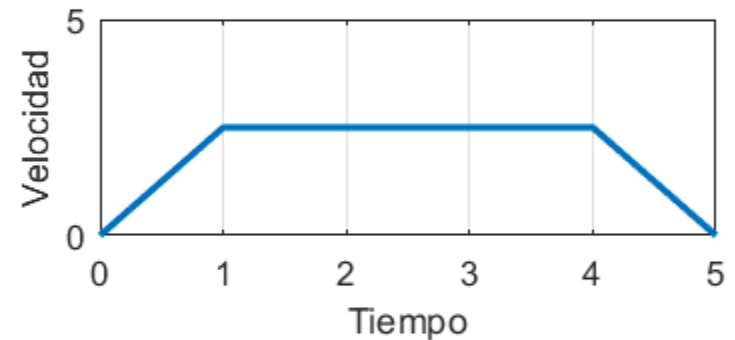
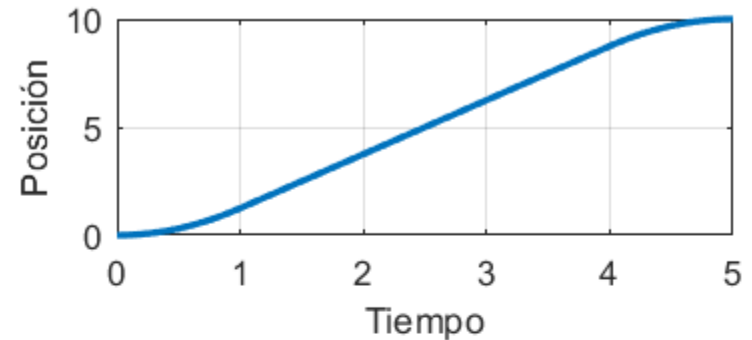
# INTERPOLACIÓN LINEAL CON AJUSTE PARABÓLICO

$$q_1(t) = at^2 + bt + c$$

$$q_2(t) = dt + e$$

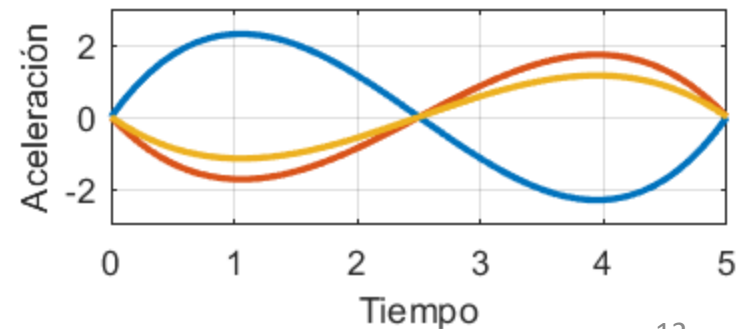
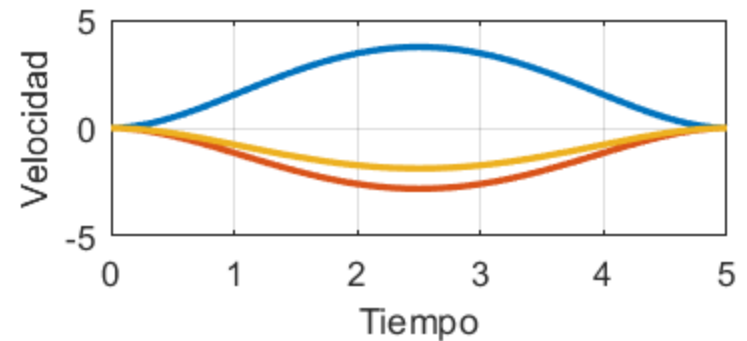
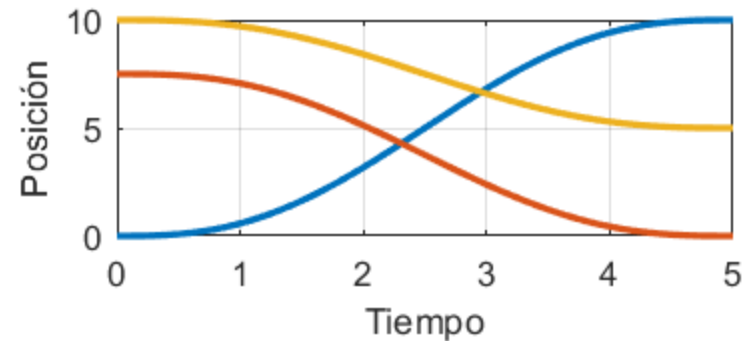
$$q_3(t) = ft^2 + gt + h$$

- Perfil de velocidad trapezoidal (muy usado en drivers comerciales).
- No hay continuidad en aceleración.
- Se necesitan determinar 8 parámetros pero solo 6 son independientes. Pueden ser 5 si se adopta simetría.
- Existen variaciones en las posibles técnicas para determinar el problema.



# INTERPOLACIÓN MULTIDIMENSIONAL

- Si las variables son independientes se pueden tratar por separadas.
- Cuando hay dependencia se debe tratar de desacoplar (procedimientos algebraicos generales o aplicación de conceptos asociados al problema).

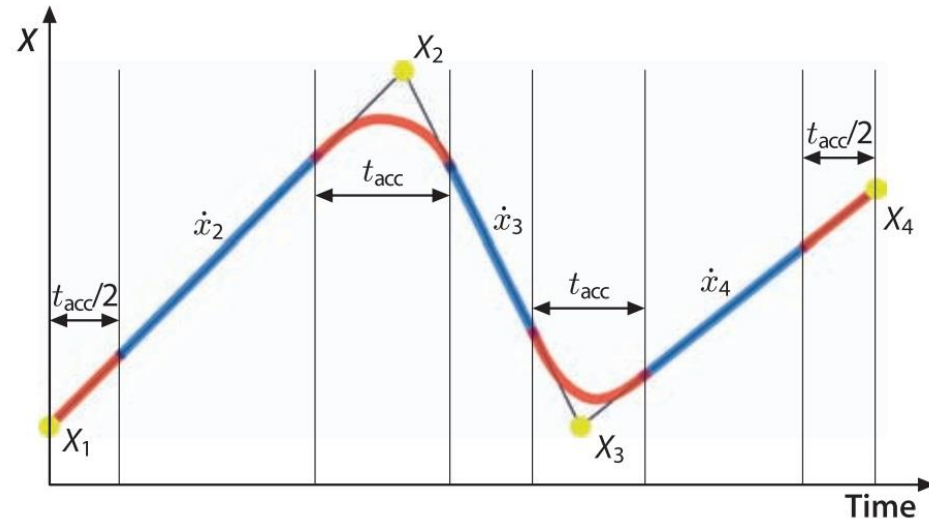


# ***INTERPOLACIÓN DE ORIENTACIÓN***

- Depende de la representación adoptada: matrices de rotación, cuaternios, euler, etc.
- Interpolar de forma independiente los 9 valores de una matriz de rotación conduce a matrices intermedias que no son ortonormales.  
*(los 9 valores no son independientes)*
- Técnica normalmente adoptada: convertir a 3 ángulos independientes, interpolar con cualquier técnica mostrada, reconvertir los resultados a matriz de rotación.

# INTERPOLACIÓN MULTIPUNTO

- Clásica situación en Robótica.
- Opción 1: tratar cada segmento como problema independiente (implica frenar o complicar las condiciones de bordes).
- Opción 2: tratar el problema completo.
  - Múltiples técnicas.



- *El robot inicia en  $X_1$  en reposo, y termina en  $X_4$  en reposo.*
- *Pasa a través de los puntos  $X_2$  y  $X_3$*
- *El problema es sobredeterminado y para tener velocidad continua se realiza una aproximación en los puntos intermedios.*
- *Las distintas técnicas aseguran diferentes condiciones y requieren distintos parámetros.*

# Matlab: Funciones para Interpolar, Muestrear y Graficar

## ➤ NATIVAS:

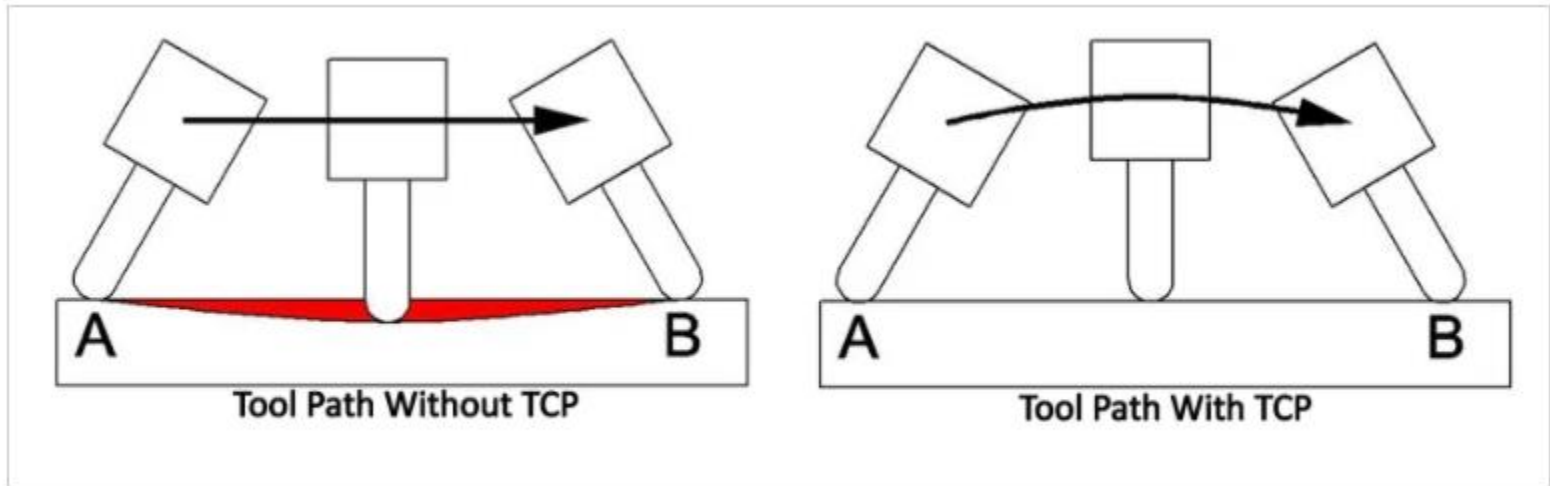
- Relacionadas con gráficas:
- Relacionadas con interpolación:

*plot, subplot, grid, axis, hold, xlabel, ylabel, title, figure, ...*

*(Álgebra general), spline, interp1, pchip, ppval, ...*

## ➤ RVCTOOLS:

- **tpoly** *interpolador quintuple.*
- **lspb** *interpolador lineal con ajuste parabólico.*
- **mtraj** *interpolador multidimensional con opción “tpoly” o “lspb”.*
- **mstraj** *interpolador multipunto con “tpoly” y aproximación intermedia.*
- **jtraj** *igual que “mtraj” pero optimizado para el espacio articular.*
- **qplot** *ampliación y simplificación de “plot” para múltiples variables.*



*A diagram showing tool path with and without Tool Center Point (TCP). Image courtesy of [FANUC](#).*