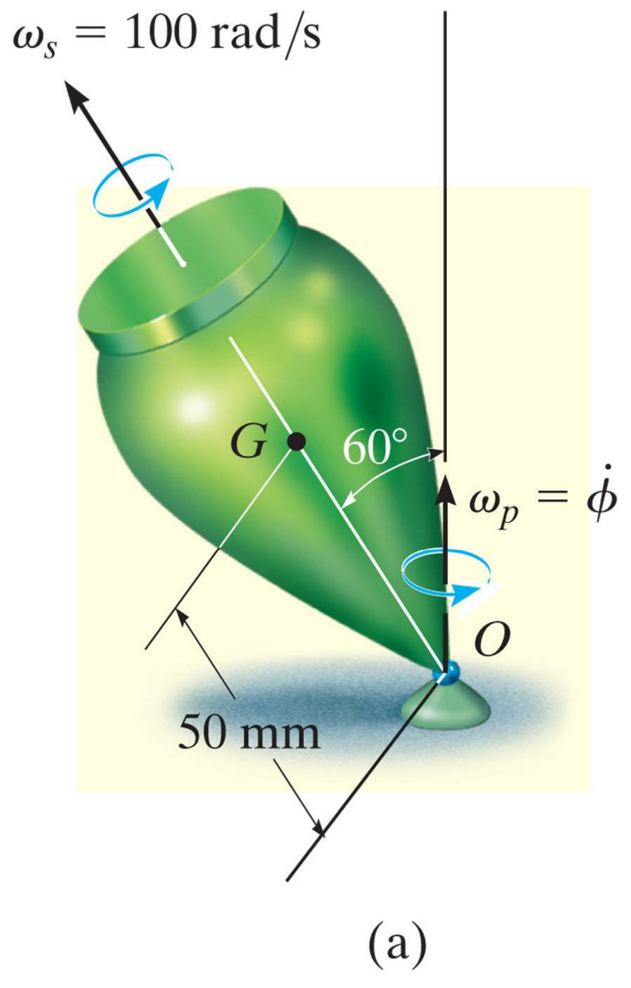
FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

GIROSCOPO
Práctica

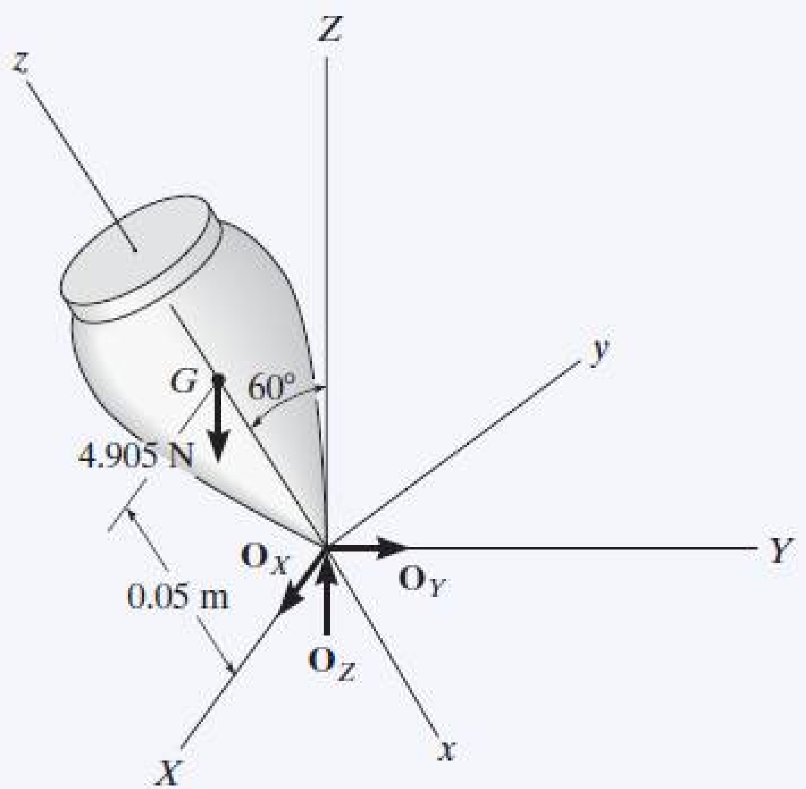
Ing. Carlos Barrera-2023



Ejerc. Nº 1) El trompo mostrado en la figura tiene masa de 0,5 kg y precesa con respecto al eje vertical a un ángulo constante Θ = 60° . Si el trompo gira con velocidad angular ω_S = 100 rad/seg, calcular la velocidad de preceśión ω_P . Suponga que los momentos de inercia axial y transversal del trompo son 0,45 (10^{-3}) kg m2 y 1,2 (10^{-3}) kg m2 respectivamente medidos con respecto al punto fijo O.

$$\Sigma M_x = -I\dot{\phi}^2 \operatorname{sen}\theta\cos\theta + I_z\dot{\phi}\operatorname{sen}\theta(\dot{\phi}\cos\theta + \dot{\psi})$$

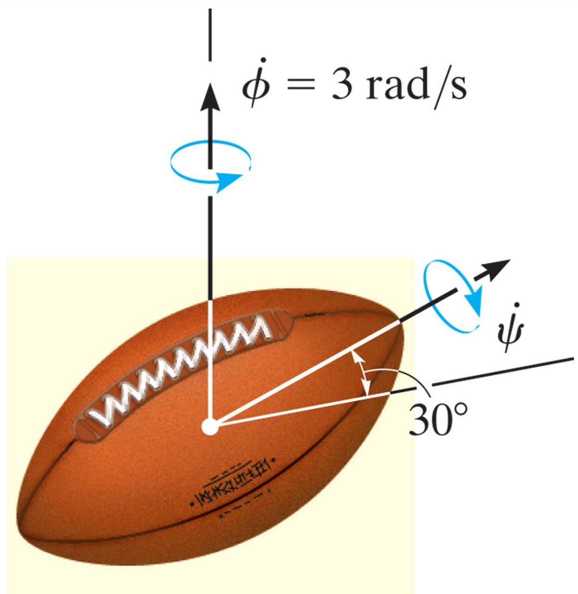
$$4.905\ \mathrm{N}(0.05\ \mathrm{m})\operatorname{sen}60^\circ = -[1.20(10^{-3})\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2\ \dot{\phi}^2]\operatorname{sen}60^\circ\cos 60^\circ$$
$$+ [0.45(10^{-3})\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2]\dot{\phi}\operatorname{sen}60^\circ(\dot{\phi}\cos 60^\circ + 100\ \mathrm{rad/s})$$



$$\dot{\phi}^2 - 120.0\dot{\phi} + 654.0 = 0$$

$$\dot{\phi} = 114 \text{ rad/s} \qquad \text{(alta precesión)}$$

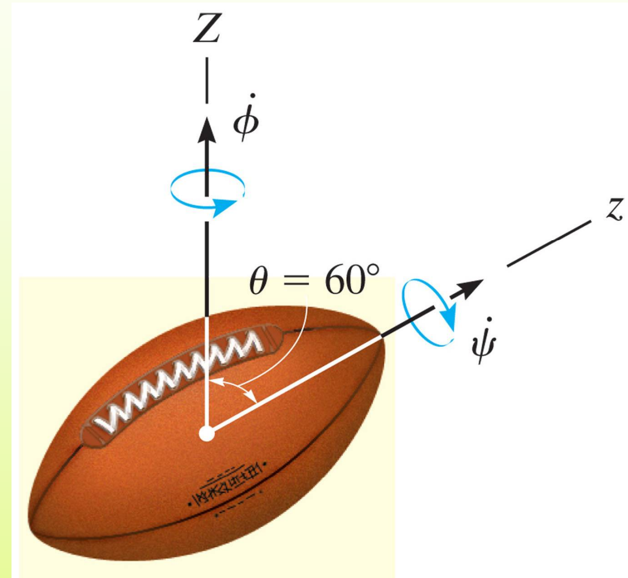
$$\dot{\phi} = 5.72 \text{ rad/s} \qquad \text{(baja precesión)}$$



(a)

21_24b_EX09

Ejerc. Nº 2) El movimiento de una pelota de rugby se inicia con una rotación que está dirigida a 30° de la horizontal. Experimenta además precesión respecto del eje vertical a una velocidad de $\dot{\Phi} = 3\ rad/s$. Si la relación de los momentos de inercia axial y transversal del balón es de 1/3, medida con respecto al centro de masa, calcule la magnitud de la rotación de la pelota y de su velocidad angular. No se debe tener en cuenta el efecto de resistencia del aire.



(b)

21_24a_EX09

Como el peso de la pelota es la única fuerza que actúa, el movimiento es sin par de torsión. El eje z se establece a lo largo del eje de rotación y el Z a lo largo del eje de precesión, entonces el ángulo Θ = 60°. La rotación es:

$$\dot{\psi} = \frac{I - I_z}{I_z}\dot{\phi}\cos\theta = \frac{I - \frac{1}{3}I}{\frac{1}{3}I}(3)\cos 60^\circ$$
$$= 3\ \text{rad/s}$$

Utilizando la ecuación

$$H_G = \dot{\phi}\mathrm{I}$$

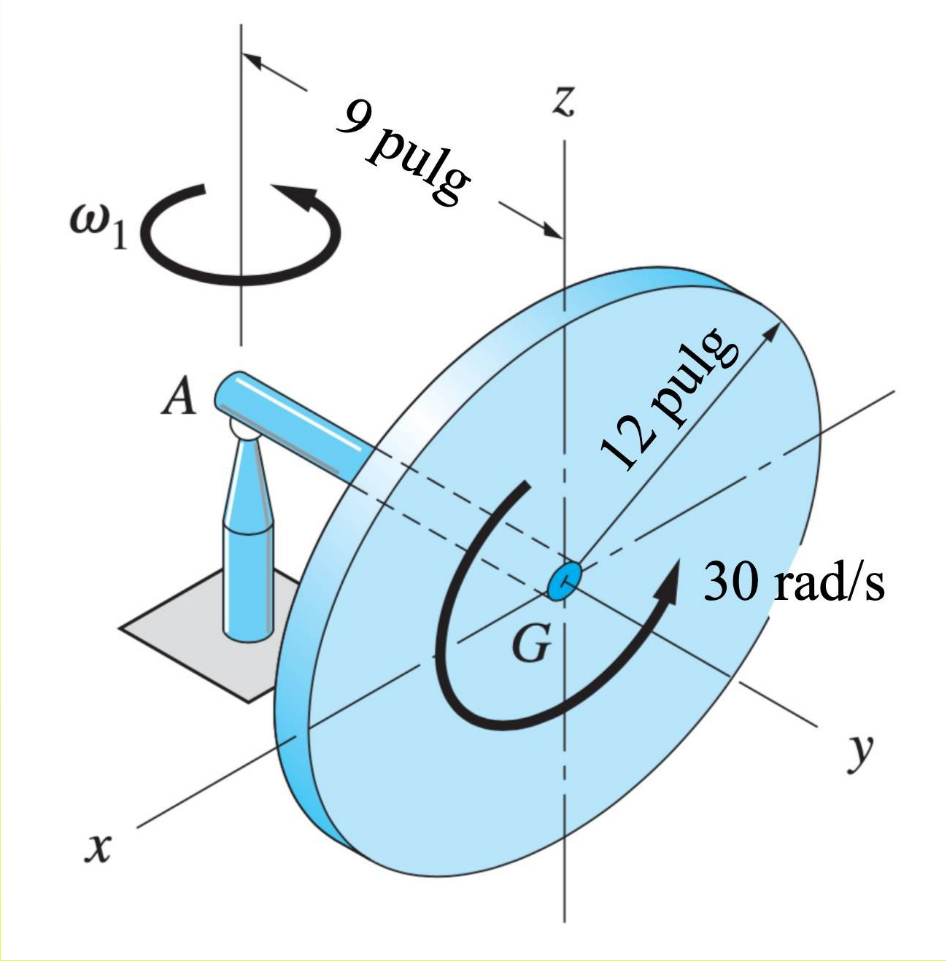
$$\omega_x = 0$$

$$\omega_y = \frac{H_G \operatorname{sen} \theta}{I} = \frac{3I \operatorname{sen} 60^\circ}{I} = 2.60 \text{ rad/s}$$

$$\omega_z = \frac{H_G \cos \theta}{I_z} = \frac{3I \cos 60^\circ}{\frac{1}{3} I} = 4.50 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{(\omega_x)^2 + (\omega_y)^2 + (\omega_z)^2} \\ &= \sqrt{(0)^2 + (2.60)^2 + (4.50)^2} \\ &= 5.20 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Ejerc. Nº 3) El disco de 25 lb gira respecto al eje AG con velocidad angular constante de 30 rad/s. El eje se apoya en una rótula esferica en A y rota respecto al eje vertical con velocidad angular constante ω_1. Calcular el valor de ω_1 de modo que el eje permanezca horizontal durante el movimiento. Desprecie el peso del eje.



$$\boldsymbol{\omega} = 30\mathbf{j} + \omega_1\mathbf{k} \qquad \boldsymbol{\Omega} = \omega_1\mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} I_y &= \frac{1}{2}\frac{W}{g}R^2 = \frac{1}{2}\frac{25}{32.2}(1)^2 = 0.3882 \text{ slug}\cdot\text{ft}^2 \\ I_x &= I_z = \frac{1}{2}I_y = 0.1941 \text{ slug}\cdot\text{ft}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_x &= I_z\Omega_y\omega_z - I_y\Omega_z\omega_y \\ -0.75A_z &= 0 - (0.3882)\,\omega_1(30) \end{aligned}$$

$$\Sigma F_z = m\bar{a}_z \qquad A_z - 25 = 0 \qquad A_z = 25 \text{ lb}$$

$$-0.75(25) = (0.3882)\,\omega_1(30) \qquad \omega_1 = 1.610 \text{ rad/s}$$