

# Análisis Matemático II LCC 2023

## CIERRE

Facultad de Ingeniería

# Recorrido

1 Unidad 1

2 Unidad 2

3 Unidad 3

4 Unidad 4

5 Unidad 5

1 Unidad 1

2 Unidad 2

3 Unidad 3

4 Unidad 4

5 Unidad 5

**1.1 Diferenciación** Funciones con valores reales (definiciones). Gráficas, conjuntos de nivel, curvas y superficies (def e interpretar). Límites: definición y propiedades (enunciados, sin dem). Funciones continuas: definición y propiedades (enunciados, sin dem.). Derivadas parciales (definiciones e interpretaciones). Linealización o aproximación lineal (definición, interpretación). Diferenciabilidad de funciones de dos variables (def, matriz de der par). Plano tangente al gráfico de una función de dos variables (def). Diferenciabilidad de funciones de  $R^n$  en  $R^m$  (definiciones). Gradientes (def, interpr). Propiedades (T.dif impl cont, sin dem; cond suf para dif, caso  $m=1$ ). Introducción a trayectorias y curvas (definiciones). Velocidad y tangente a una trayectoria (definiciones). Recta tangente a una trayectoria (def). Propiedades de la derivada (dem prop, completar las faltantes). Regla de la cadena (enunciados, casos). Derivadas direccionales: definición y expresión de cálculo en términos del gradiente; fórmula de cálculo. Direcciones de máximo crecimiento de una función (enunciar y dem). Relación de gradientes con conjuntos de nivel (enunciar y dem). Planos tangentes a superficies de nivel (def y caso especial). Campo vectorial gradiente (def e interpr).

**1.2 Derivadas de orden superior y extremos** Derivadas parciales iteradas (def). Igualdad de las derivadas parciales cruzadas (enunc sin dem). Teorema de Taylor para varias variables, fórmulas de Taylor de primero y segundo órdenes y formas del resto (definir, interpretar, aplicar). Extremos de funciones con valores reales (def). Puntos críticos, máximos y mínimos y puntos de silla de funciones de  $n$  variables (def). Condición de la derivada primera para extremos locales (enunc y dem). Criterio de la derivada segunda para extremos locales (definiciones, hessiana, criterio para formas def pos). Caso especial para funciones de dos variables. Extremos globales, extremos en regiones cerradas y acotadas (def; teor existencia extremos globales, enunciado). Extremos condicionados, método de multiplicadores de Lagrange, teorema de Lagrange, casos (desarrollo). Aplicación del método de multiplicadores de Lagrange a la búsqueda de extremos globales en regiones con frontera (desarrollo). Criterio de la derivada segunda para extremos condicionados (def hessiana orlada y enunciar criterio). Teoremas de la función implícita y de la función inversa (enunciados, sin demostración). Método del descenso del gradiente: noción (desarrollo, explicación del método, aplicación a ejercicios como lo visto en clase).

**1.3 Funciones con valores vectoriales** Diferenciación de trayectorias y aplicaciones (def pos, veloc, acel, tray regular). Longitud de arco (def). Diferencial de la longitud de arco (desarrollo) (Función long de arco, desarrollo de la fórmula). Campos vectoriales: definición y representación gráfica de campos vectoriales en el plano y en el espacio. Líneas de flujo (def). Divergencia y rotacional: definiciones e interpretaciones (def de op nabla, de div, interpr, fuente, sumidero, c.vect.solenoidal, def de rot, interpr, T. rotacional de un grad demostrado, c.vect. irrotacional, rotacional escalar definición, T. div de un rot demostrado). Propiedades. Laplaciano (Laplaciano definición e interpretación).

# Recorrido

1 Unidad 1

**2 Unidad 2**

3 Unidad 3

4 Unidad 4

5 Unidad 5

# UNIDAD 2 Integrales dobles y triples

**2.1 Integrales dobles y triples** Integrales dobles sobre rectángulos (def vol, ppio Cavalieri); reducción a integrales iteradas. Definición de integral doble (desarrollo y def). Propiedades (cond sufic para la integrabilidad, enunciado sin dem; linealidad, homogeneidad, monotonía, aditividad y desig triang). Teorema de Fubini (enunc). Integral doble sobre regiones más generales. Regiones elementales (def). Reducción a integrales iteradas (desarrollo). Cambio del orden de integración (explicar, justificar). Teorema del valor medio para integrales dobles (desigualdad e igualdad: enunciar). Integrales triples: definición, reducción a integrales iteradas, integrales sobre regiones elementales.

**2.2 Fórmula del cambio de variables** Aplicaciones de  $R^2$  en  $R^2$ , imágenes de aplicaciones, aplicaciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas (definiciones, ejemplos). Fórmula del cambio de variables, determinante jacobiano (motivación, def jacobiano, aplicación a polares, desarrollo fórmula área, enunciado T. cambio de variables, aplicación a coord polares). Integrales en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas (especificación de transformaciones y fórmulas, aplicación a integral gaussiana). Aplicaciones: medias (definiciones de medias, volúmenes y masas). Integrales impropias (casos, ejemplos y cómo se resuelven).

# Recorrido

1 Unidad 1

2 Unidad 2

**3 Unidad 3**

4 Unidad 4

5 Unidad 5

# UNIDAD 3 Integrales sobre curvas y superficies

**3.1 Integrales sobre curvas** Integral a lo largo de una trayectoria (desarrollo, def, propiedades: enunciados sin dem). Integral de línea (def, observaciones). Trabajo (def). Reparametrizaciones (def). Integrales de línea de campos gradiente (T. fundam de int de lín, enunc y dem). Definición de curva simple y de curva cerrada (def). Integrales de línea e integrales de trayectoria sobre curvas simples orientadas y curvas cerradas simples orientadas (def).

**3.2 Integrales sobre superficies** Parametrización de superficies (def). Vectores tangentes a una superficie parametrizada (obtención, justificación). Superficies regulares o suaves (def, ejemplos). Plano tangente a una superficie parametrizada; área de una superficie parametrizada (desarrollo). Integrales de funciones escalares sobre superficies (def y justific de def). Orientación de superficies (def). Integrales de campos vectoriales sobre superficies (def, ejemplos). Interpretación.

Aplicaciones.

**3.3 Teoremas de integración del análisis vectorial** Teoremas de Green (no lo dimos, pero entra; video en aula abierta; aplicar a cálculo de áreas), de Stokes (no lo dimos, no entra) y de Gauss (no lo dimos, no entra). Campos conservativos. Aplicaciones.

# Recorrido

1 Unidad 1

2 Unidad 2

3 Unidad 3

**4 Unidad 4**

5 Unidad 5

**4.1 Introducción a las ecuaciones diferenciales** Definición (de ec dif). Tipos de ecuaciones: ordinarias (edo) y parciales (edp), lineales y no lineales, de primer orden y de orden superior (poder dar ejemplos). Solución de una edo (def de sol). Intervalo de definición de una solución. Soluciones explícitas e implícitas (def). Familias n-paramétricas de soluciones de una edo, solución particular y solución singular (def). Problemas con valores iniciales (PVI), condiciones iniciales. Teorema de existencia y unicidad de soluciones para PVI de primer orden (enunciar, sin dem). Problemas con valores en la frontera (PVF) (def). Ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos: aplicaciones.

**4.2 Ecuaciones diferenciales de primer orden** Campos direccionales (def, graficar). Edo con variables separables: solución (resolver ejemplos). Ecuaciones lineales: forma estándar (def), método de solución (desarrollo), solución general. Ecuaciones exactas: definición, criterio (crit para ser exacta) y solución (sol de exacta, obtener, ejemplo). Soluciones por sustitución: ecuación de Bernoulli (def, modo de resolver). Aplicaciones.

**4.3 Ecuaciones diferenciales de orden superior** Ecuaciones lineales (def). Problemas con valores iniciales (def). Teorema de existencia y unicidad de solución para PVI lineales de orden superior (enunc sin dem). Problemas con valores en la frontera (ejemplos). Tipos de condiciones, casos. Ecuaciones lineales homogéneas (def). Principio de superposición de soluciones para edo lineales (enunc y dem). Dependencia e independencia lineal de soluciones (def). Wronskiano (def), criterio para soluciones linealmente independientes (enunc). Conjunto fundamental de soluciones (def). Existencia de un conjunto fundamental (Teorema: enunc sin dem). Teorema: solución general de ecuaciones lineales homogéneas (enunc sin dem). Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes. Ecuación auxiliar, casos (desarrollar). Ecuaciones lineales no homogéneas (def). Teorema: solución general de ecuaciones no homogéneas (enunc sin dem). Función complementaria y solución particular. Principio de superposición para edo lineales no homogéneas (enunc y dem). Coeficientes indeterminados: Método de superposición, casos (desarrollar casos posibles, dar lista de funciones, indicar cómo se procede en casos especiales). Variación de parámetros (desarrollo). Aplicaciones.

# Recorrido

1 Unidad 1

2 Unidad 2

3 Unidad 3

4 Unidad 4

**5 Unidad 5**

# UNIDAD 5: series de Fourier y ecuaciones diferenciales parciales

- 5.1 Series de Fourier** Funciones ortogonales: producto interno de funciones (def), familia ortogonal de funciones (def), familia completa de funciones (def). Series trigonométricas (def). Serie de Fourier y serie trigonométrica de Fourier de una función (definición y desarrollo de los coeficientes), convergencia (def), condiciones suficientes para la convergencia (Teorema enunciado sin dem). Extensiones periódicas (def). Series de Fourier de senos y cosenos (desarrollos). Aplicaciones.
- 5.2 Ecuaciones diferenciales parciales (EDP)** EDP separables (def, modo de resolver, casos). Problemas con valores en la frontera: ecuación del calor (desarrollo), de onda (no va) y de Laplace (no va). Aplicaciones (ec. calor).