



UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

ESTÁTICA Y RESISTENCIA DE MATERIALES

DETERMINACIÓN DE REACCIONES

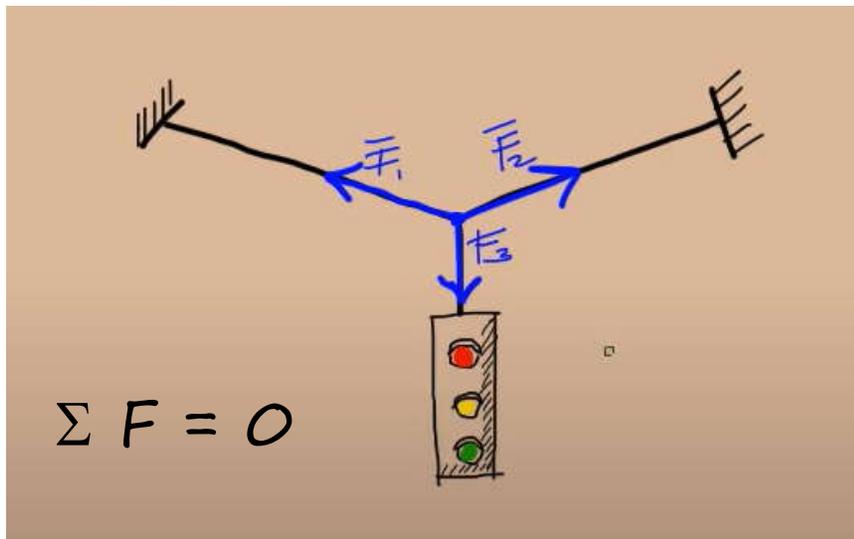
Dr. Ing. Gustavo Gioacchini

CONCEPTOS TEÓRICOS

EQUILIBRIO DE CUERPOS RÍGIDOS

Equilibrio de puntos

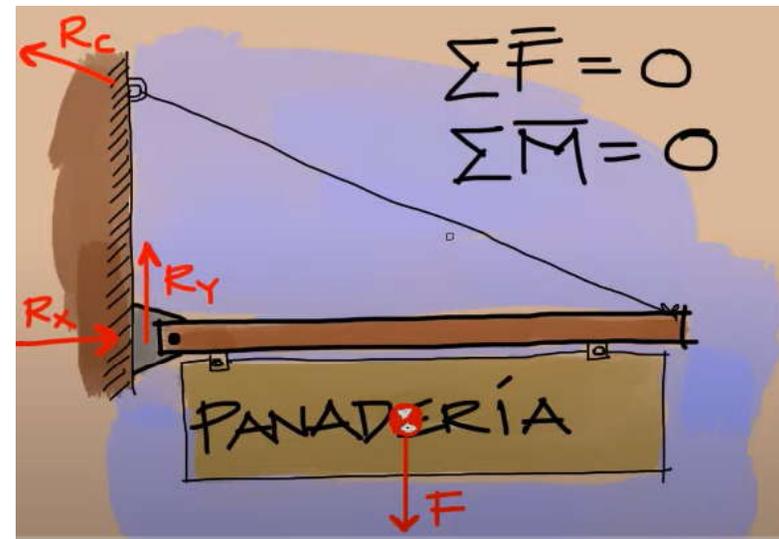
Equilibrio de cuerpos rígidos



Sistema de Fuerzas concurrentes se encuentra en equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$



Sistema de Fuerzas no concurrentes se encuentra en equilibrio:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_o = 0$$

GRADOS DE LIBERTAD

Punto en el plano: 2 GL

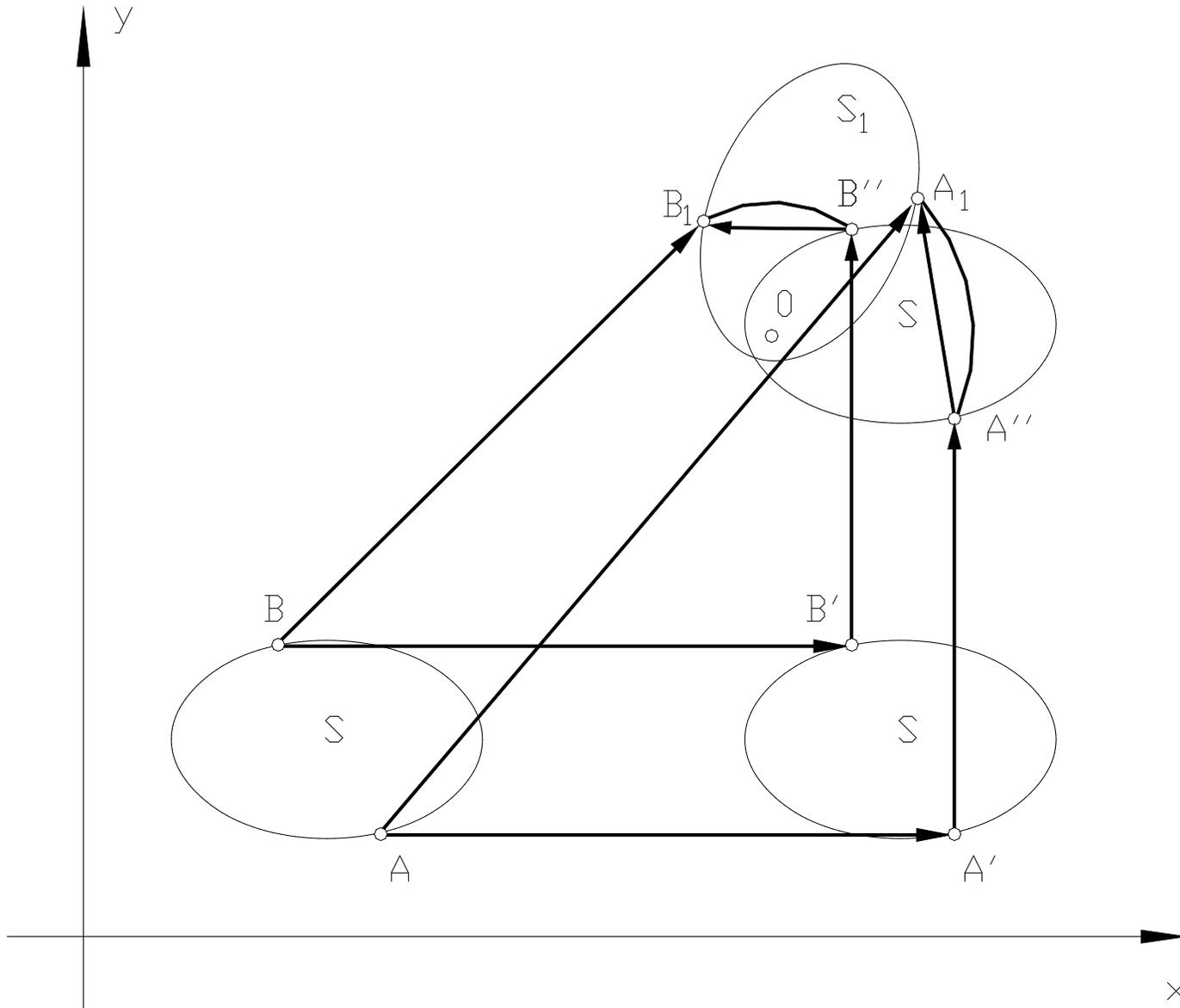
Punto en el espacio: 3 GL

Cuerpo en el plano: 3 GL (cuerpos *rígidos*)

Cuerpo en el espacio: 6 GL (cuerpos *rígidos*)

Para determinar los grados de libertad que posee un cuerpo en un plano analizaremos los desplazamientos que sufre para pasar de la posición S a la S_1

TRASLACION Y ROTACION



VÍNCULOS O APOYOS

Todo dispositivo que condiciona total o parcialmente los movimientos de un cuerpo se llama vínculo, enlace, conexión o apoyo.

CUERPOS RÍGIDOS VINCULADOS.

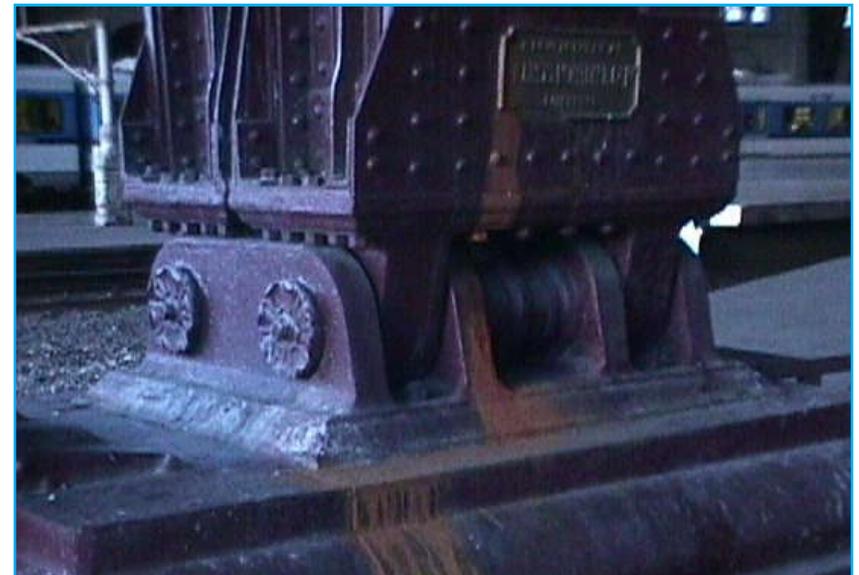
Clasificación de los vínculos según los GL - sistemas planos:

- Móvil (1 GL : 1° especie)
- Fijo (2 GL : 2° especie)
- Empotramiento (3 GL : 3° especie)

Clasificación de los vínculos según los GL - sistemas espaciales:

- Móvil (1 ó 2 GL)
- Fijo (3 GL)
- Empotramiento (6 GL)

Materialización de vínculos en proyectos reales



Materialización de vínculos en proyectos reales

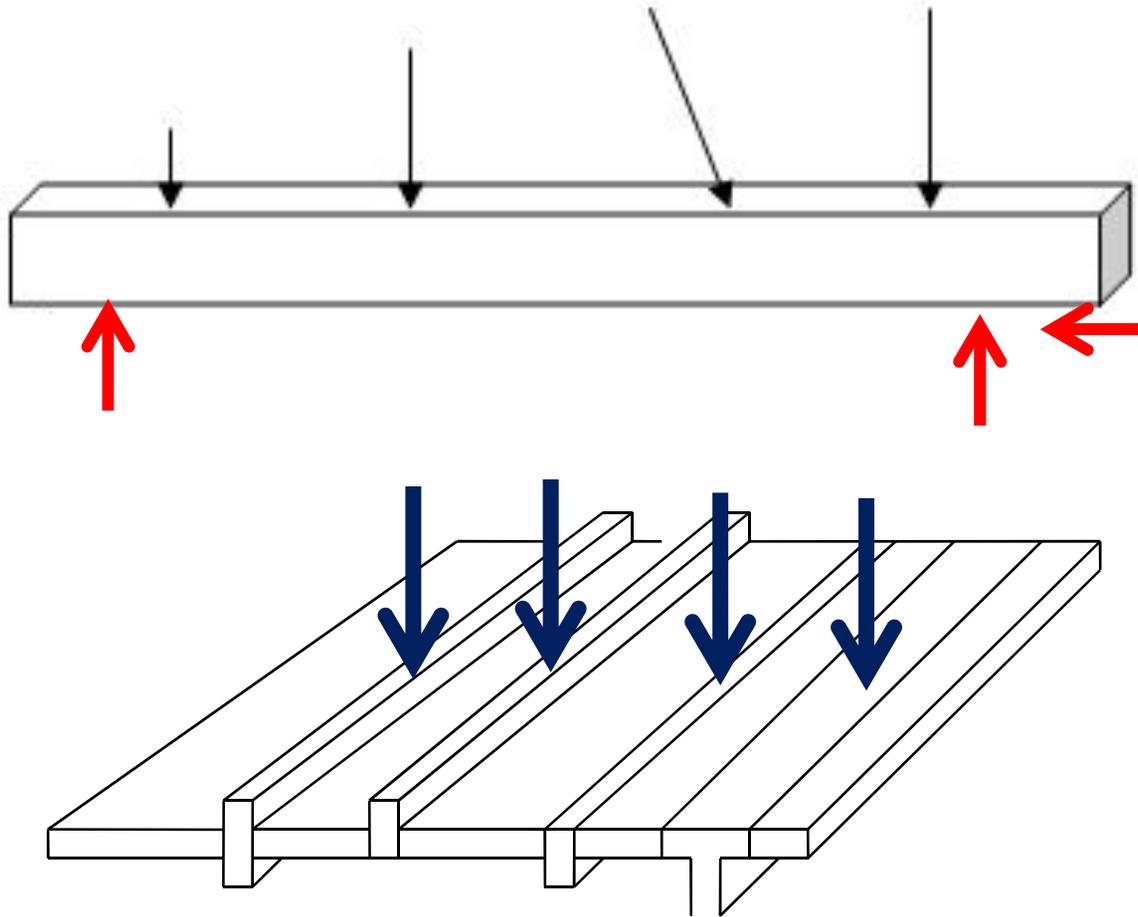


Puente Gral. J. F. Uiburu (Pte. Alsina) – Riachuelo 1938 – Bs AS



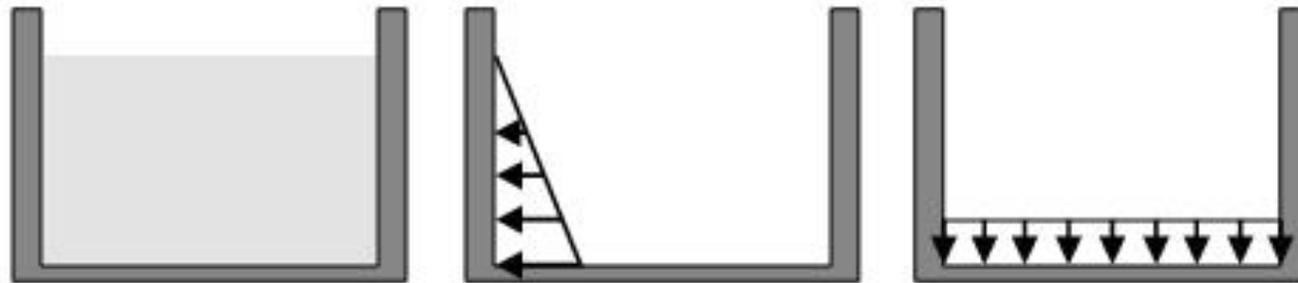
ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS

CARGAS CONCENTRADAS



ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS

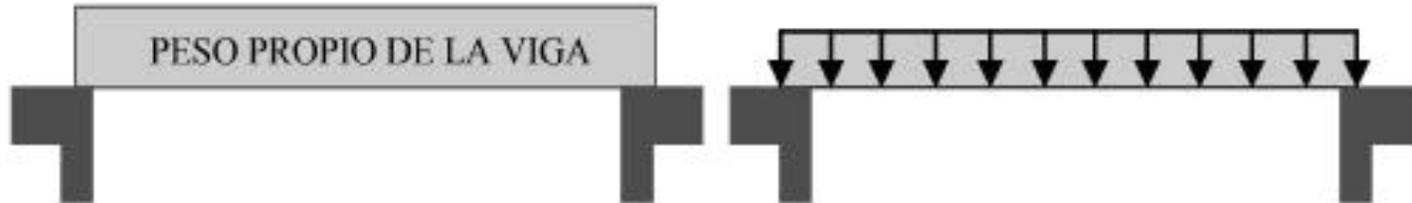
CARGAS DISTRIBUIDAS



TANQUE

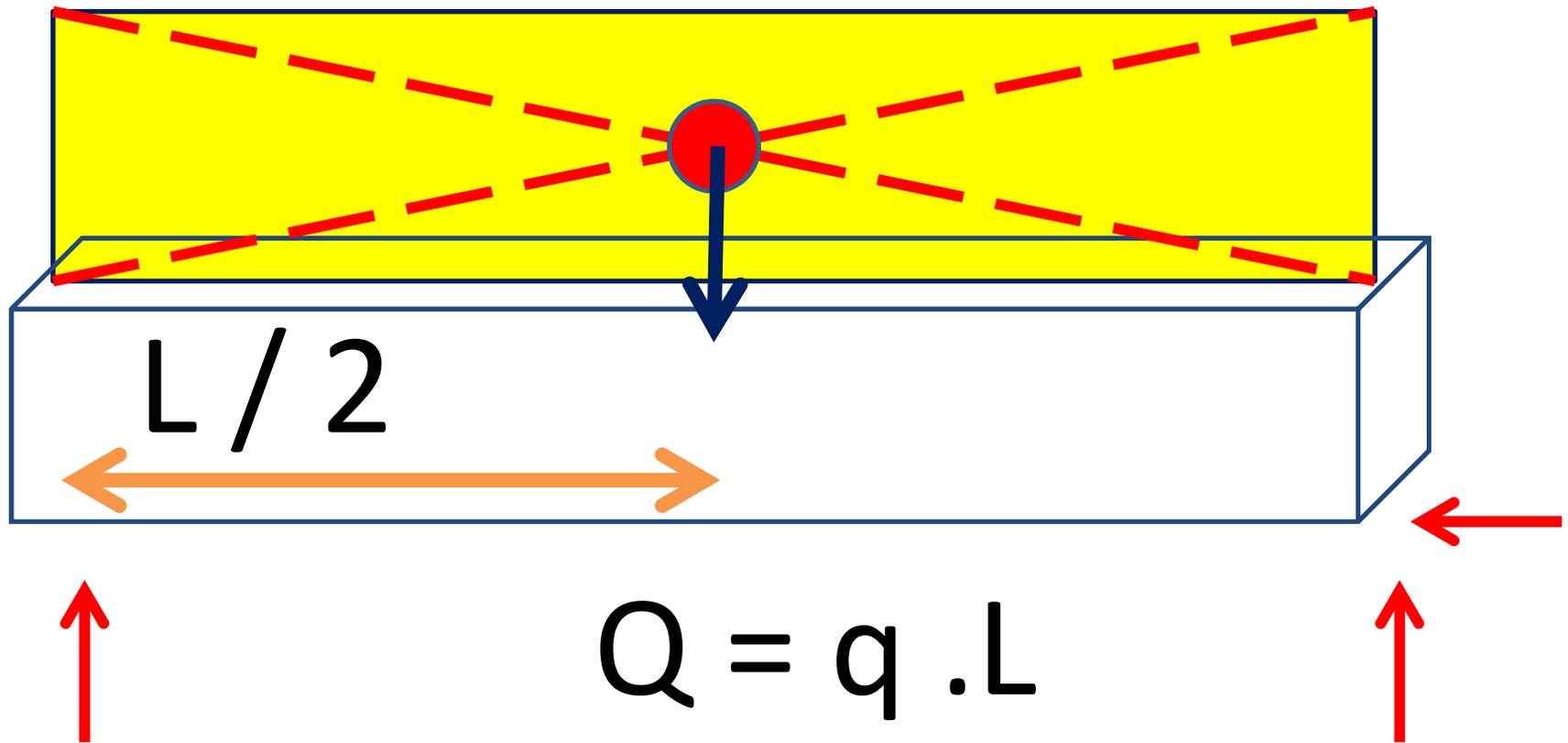
FUERZA DISTRIBUIDA
SOBRE LA PARED

FUERZA DISTRIBUIDA
SOBRE EL FONDO

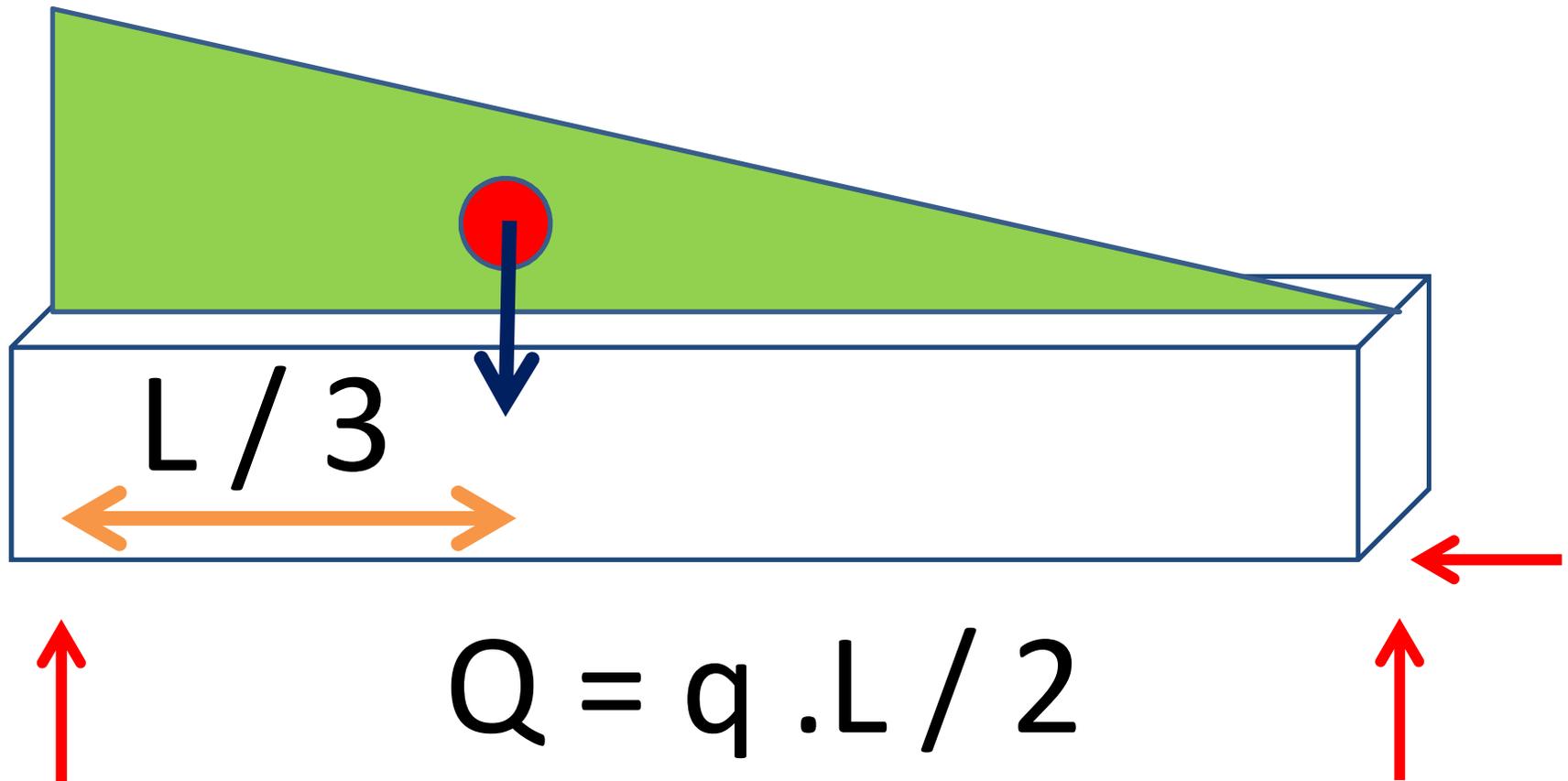


PESO PROPIO DE LA VIGA

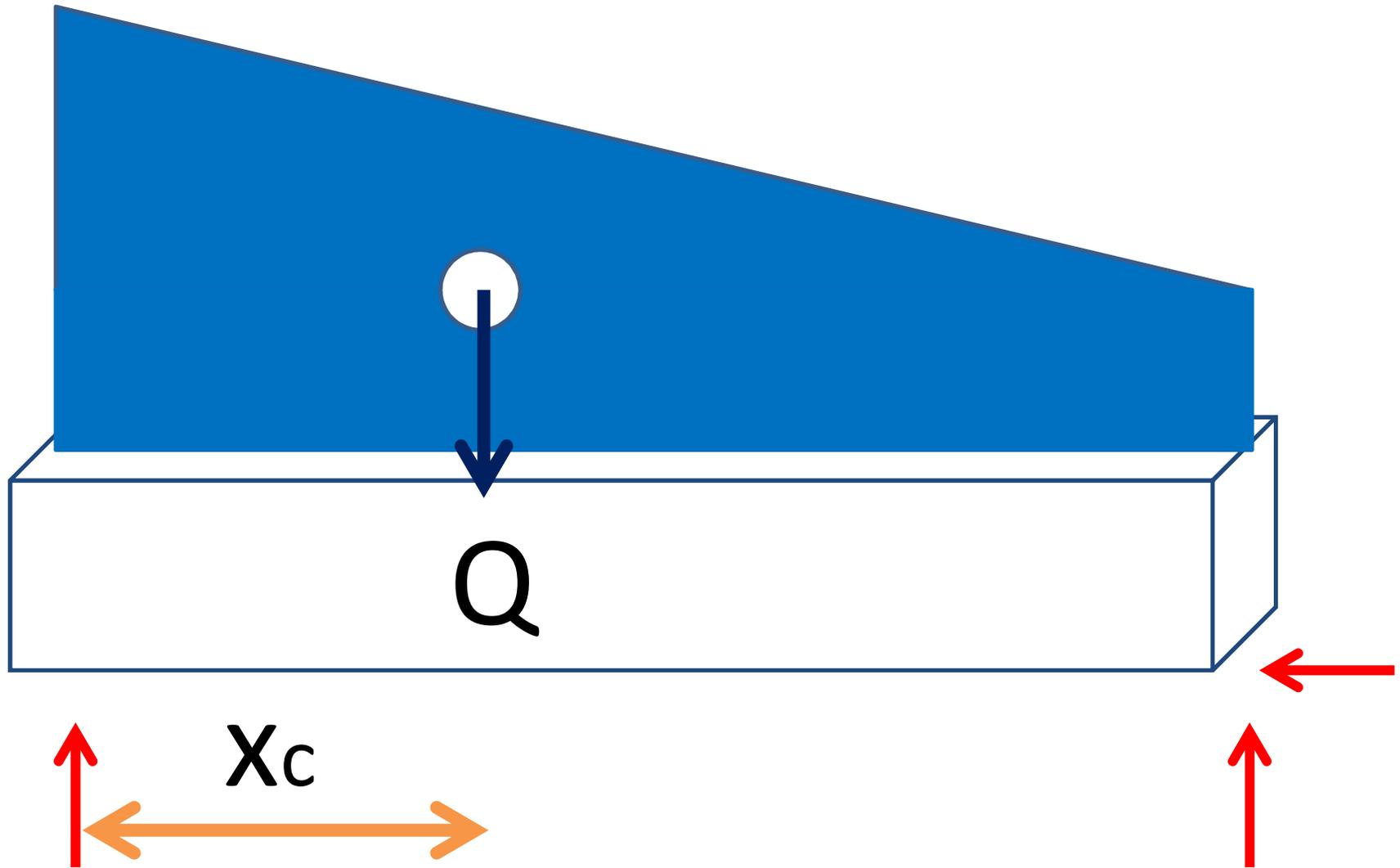
CARGA RECTANGULAR



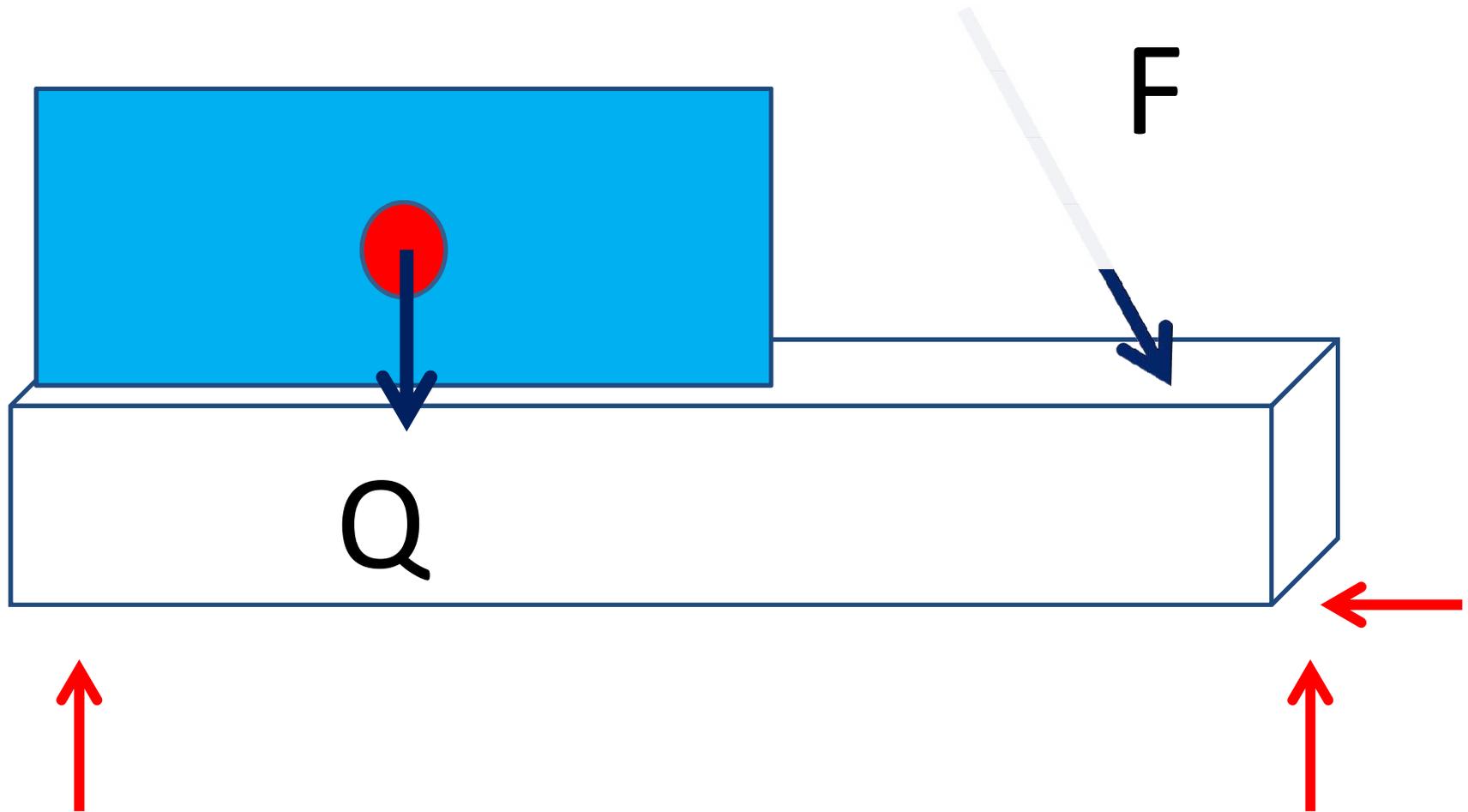
CARGA TRIANGULAR



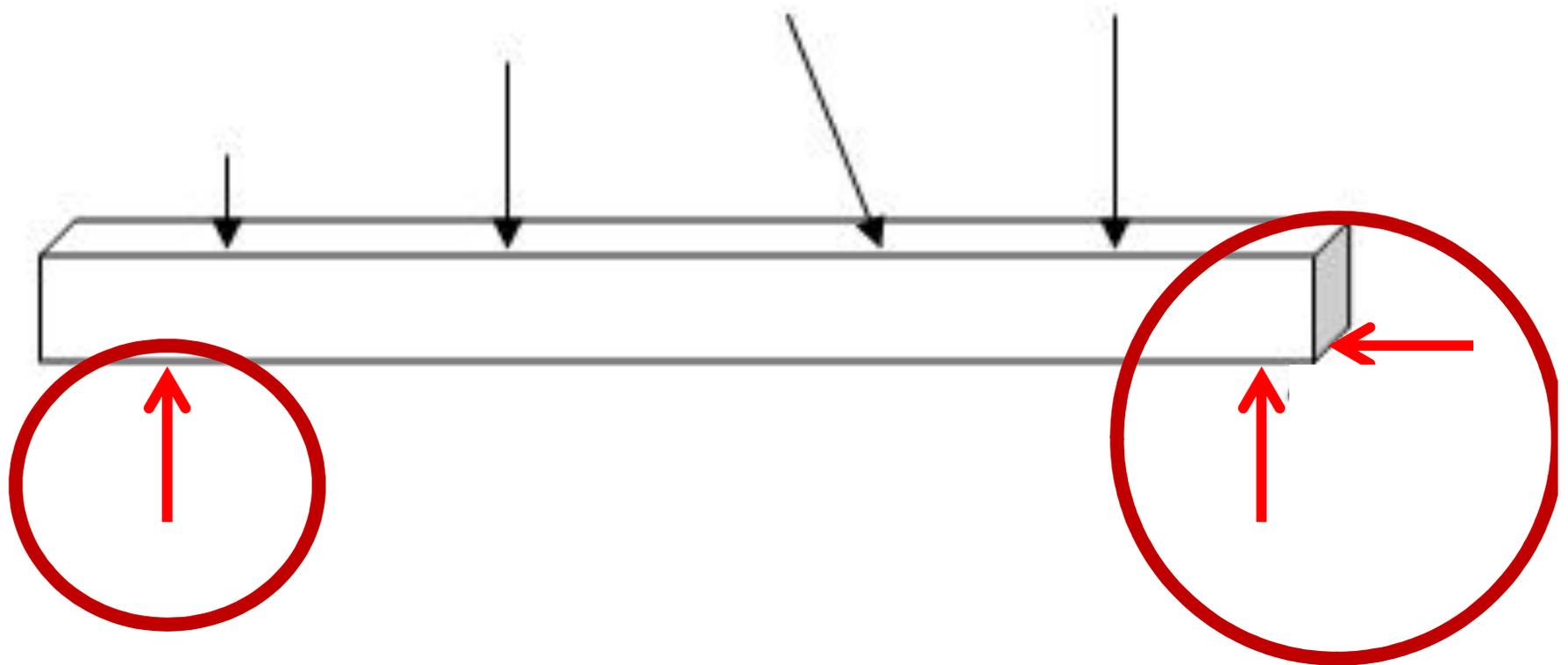
CARGA TRAPEZOCIAL



CARGAS COMBINADAS



VINCULOS Ó APOYOS



VINCULOS Ó APOYOS

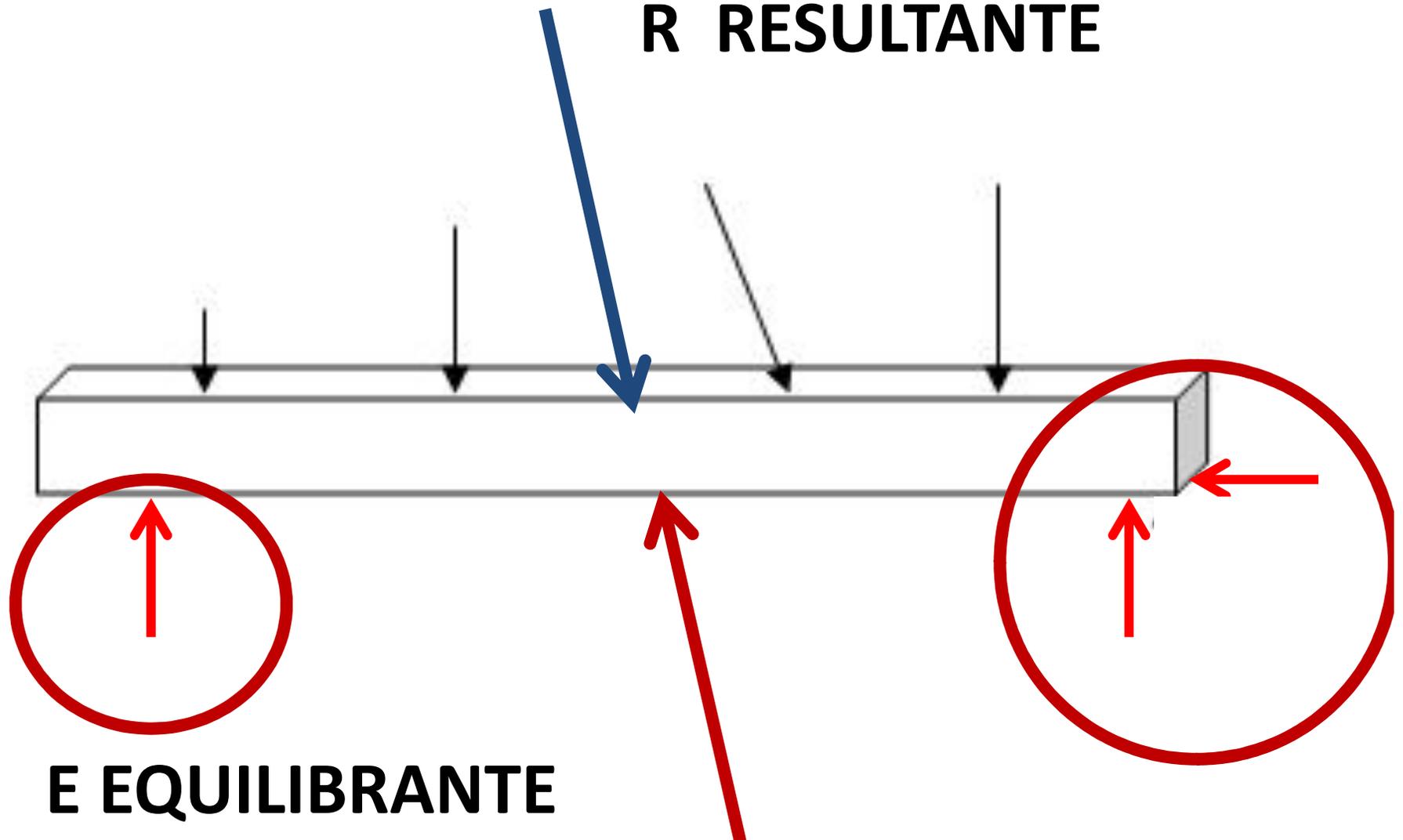
FUERZAS ACTIVAS



FUERZAS REACTIVAS

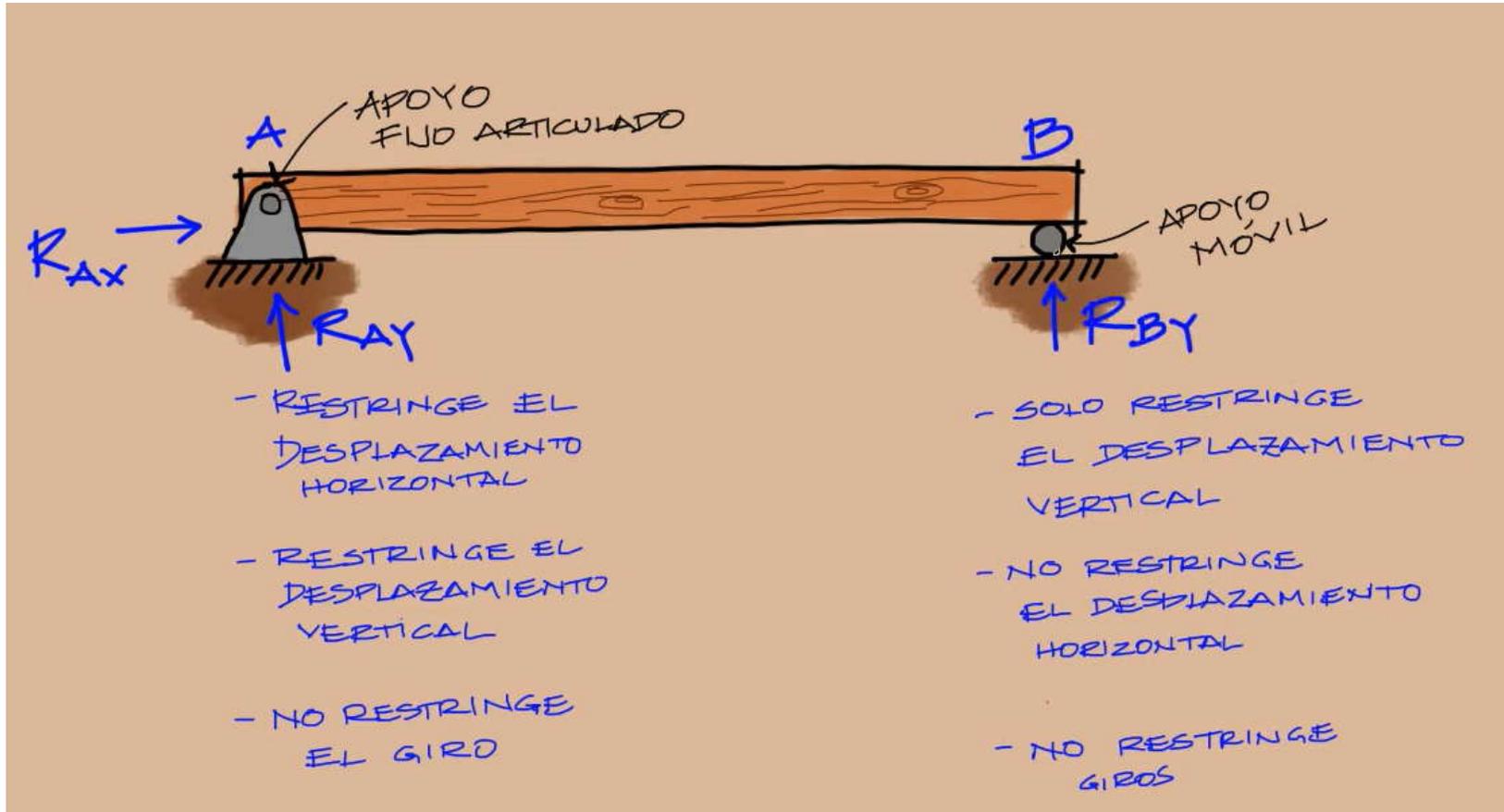
VINCULOS Ó APOYOS

R RESULTANTE

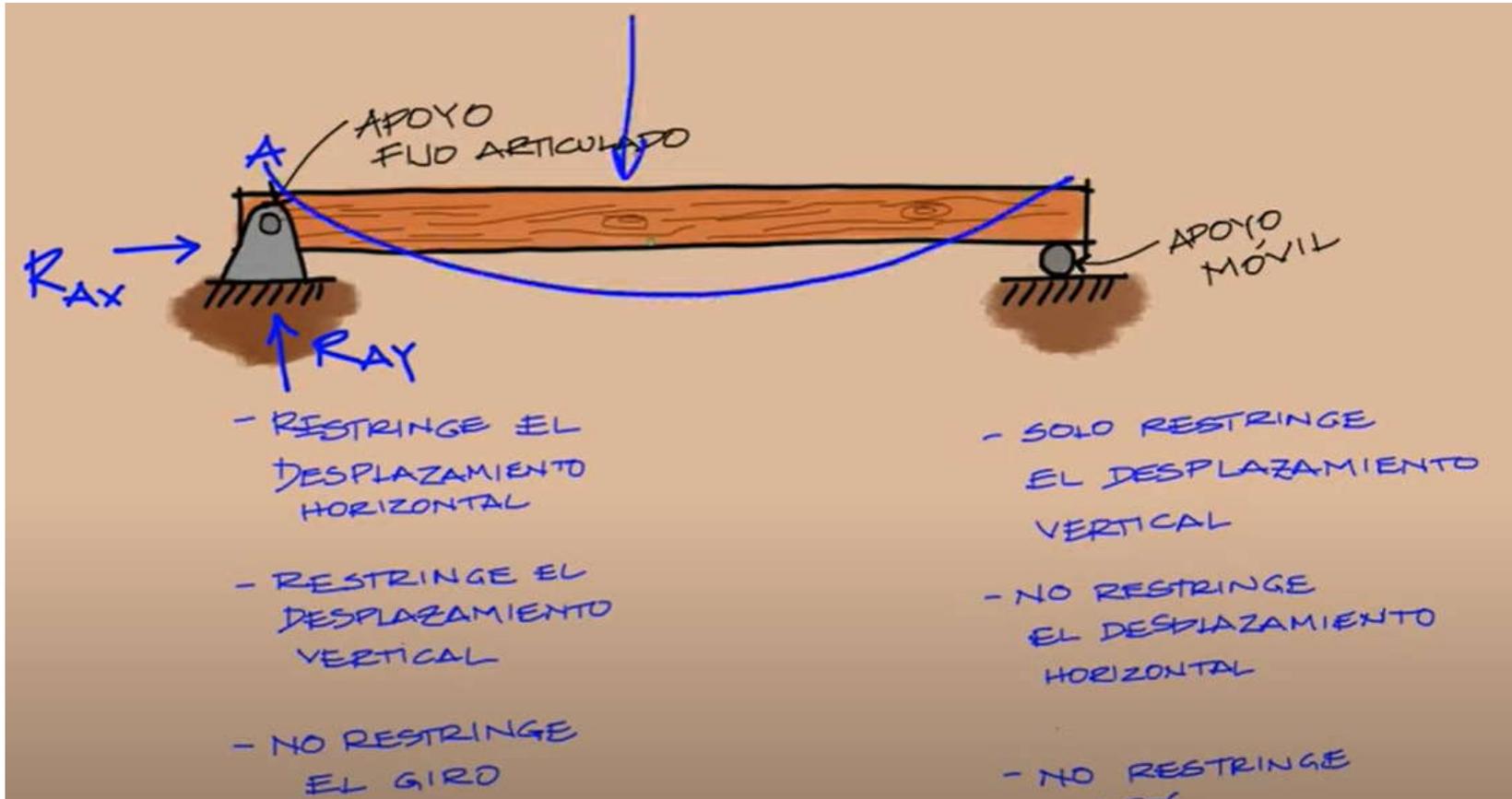


E EQUILIBRANTE

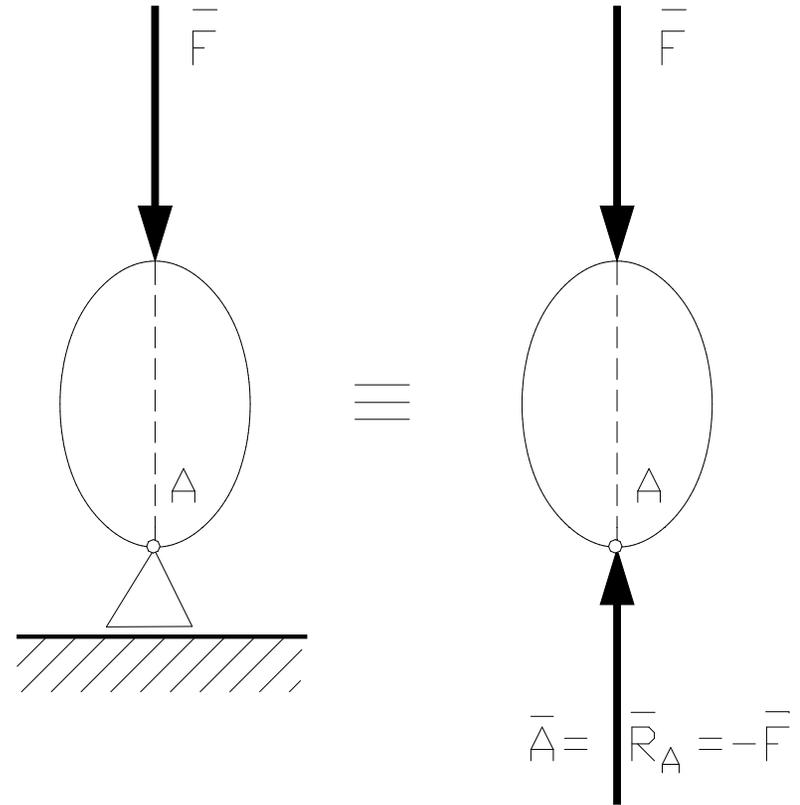
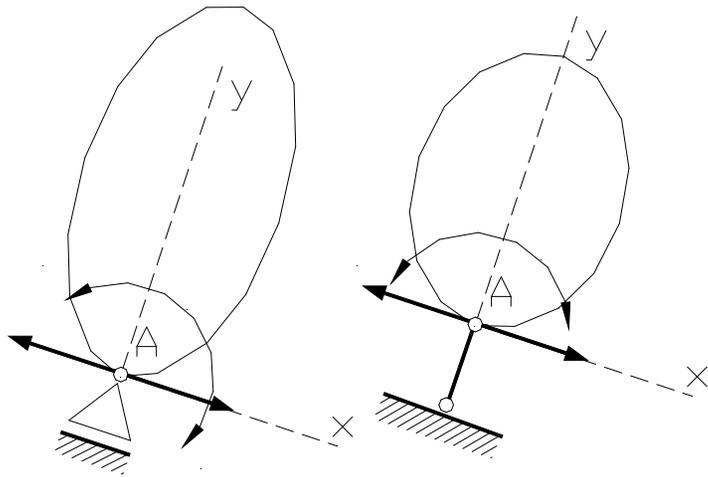
APOYO MOVIL Y FIJO



APOYO MOVIL Y FIJO

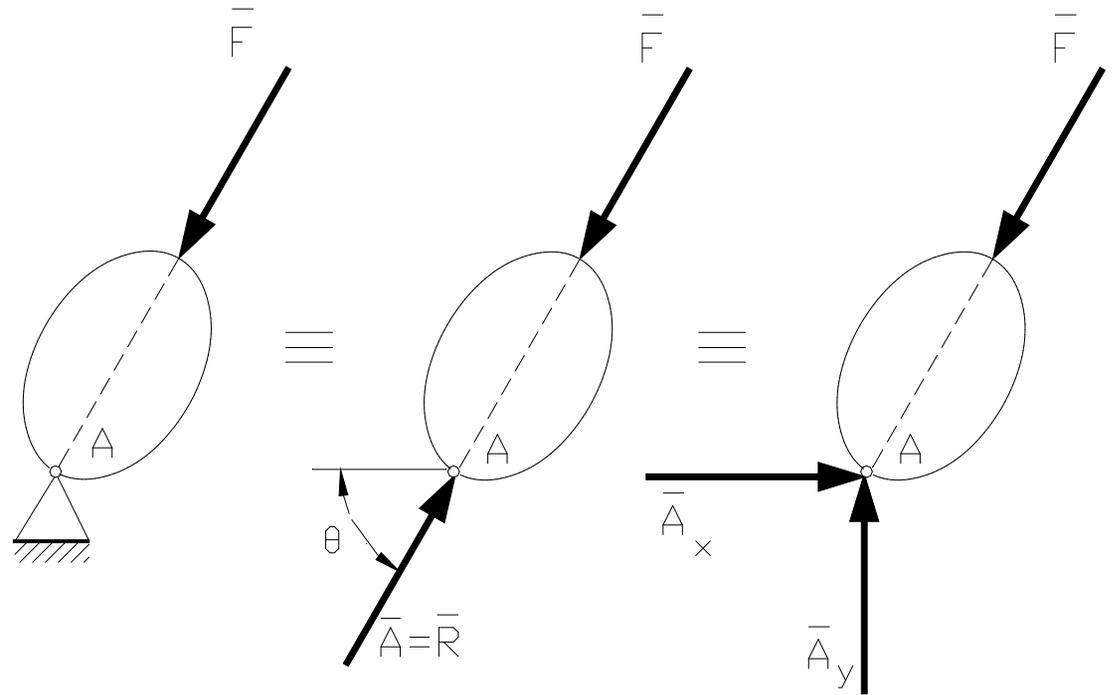
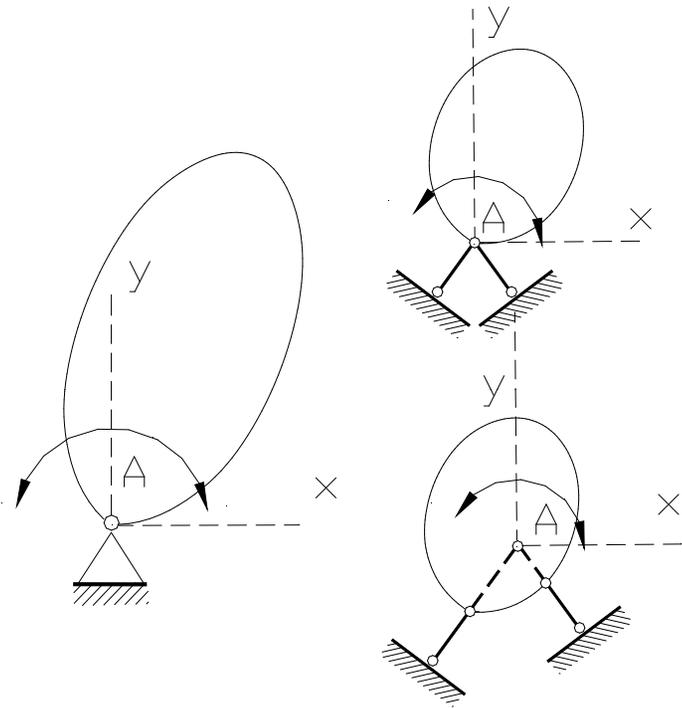


APOYO MOVIL



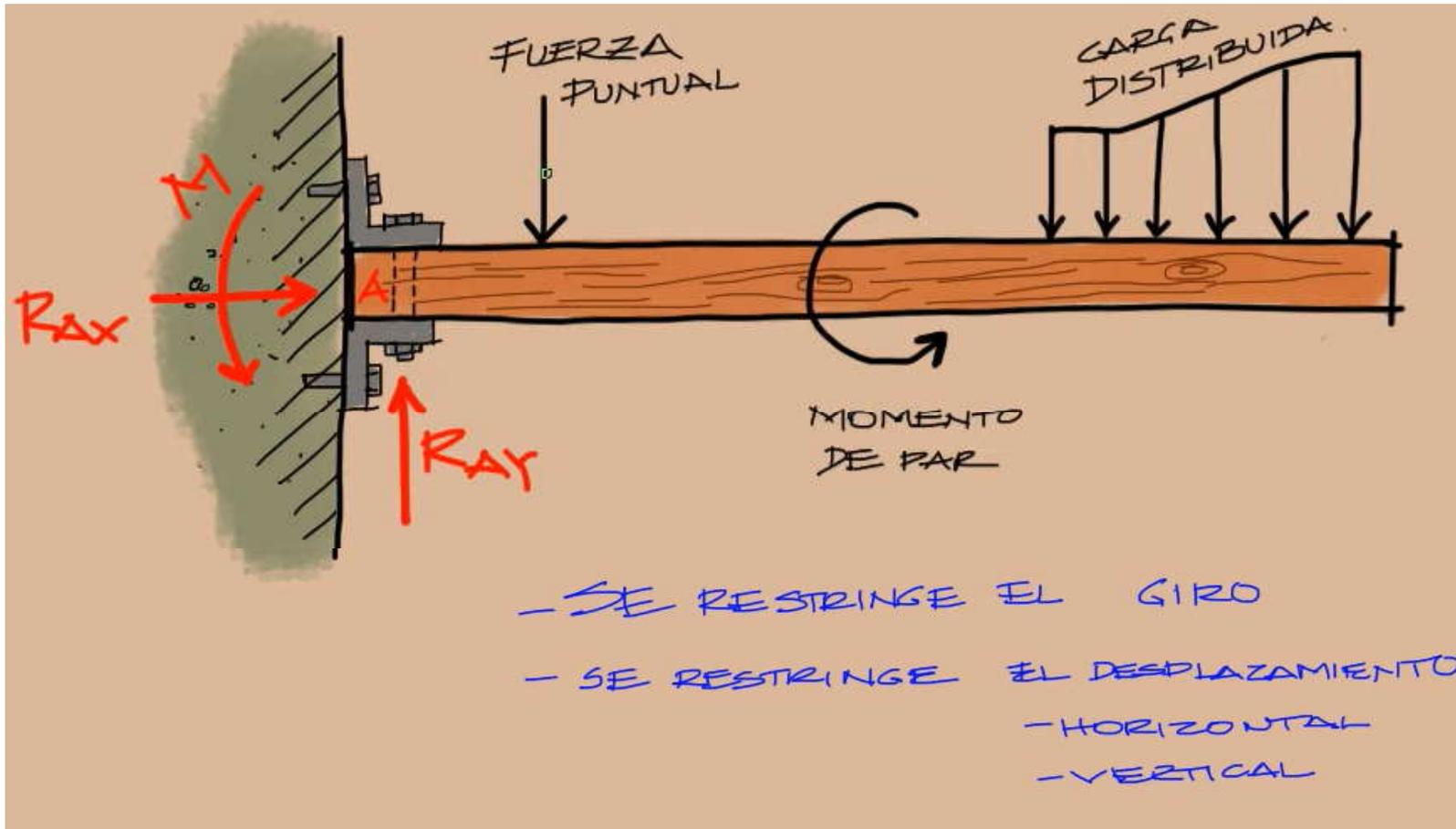
1 REACCION

APOYO FIJO

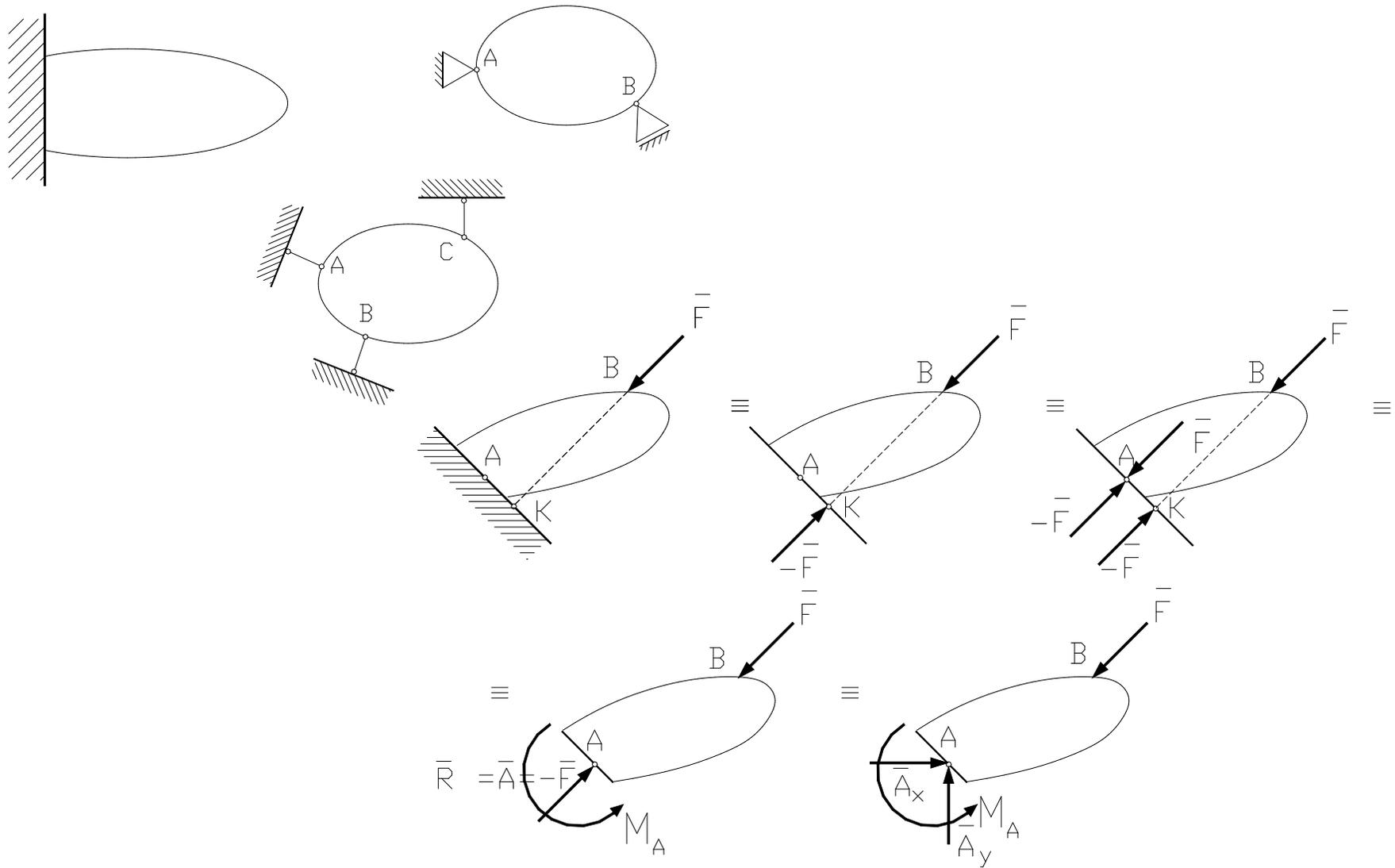


2 REACCIONES

EMPOTRAMIENTO



EMPOTRAMIENTO



3 REACCIONES

Resolución de sistemas vinculados

1. Análisis cinemático

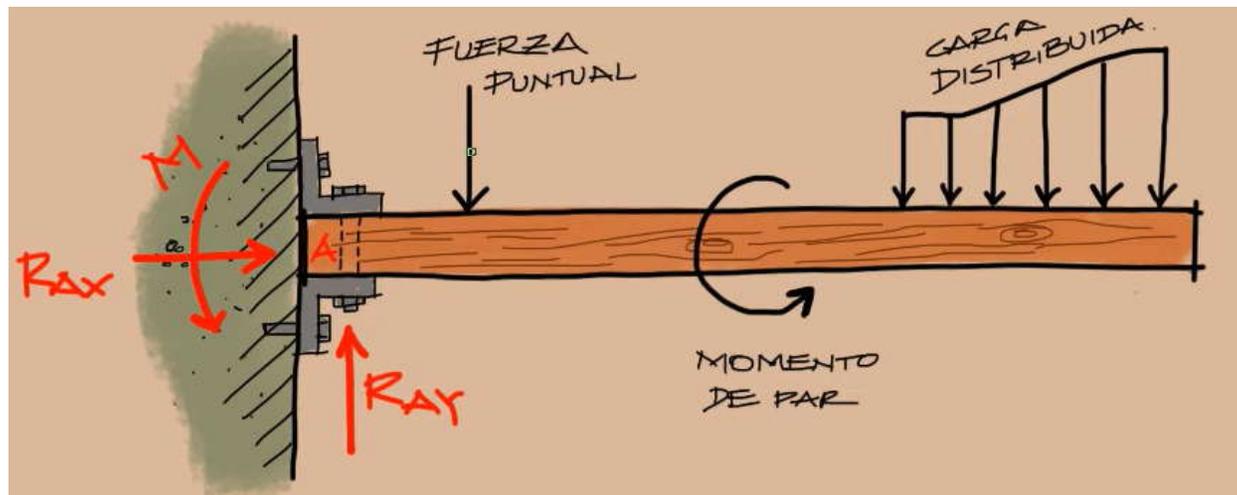
- Verificar que el sistema es isostático

2. Análisis Estático

- Diagrama de cuerpo libre.
- Resolución ecuaciones de equilibrio
- Verificar resultados

SISTEMA ISOSTATICO

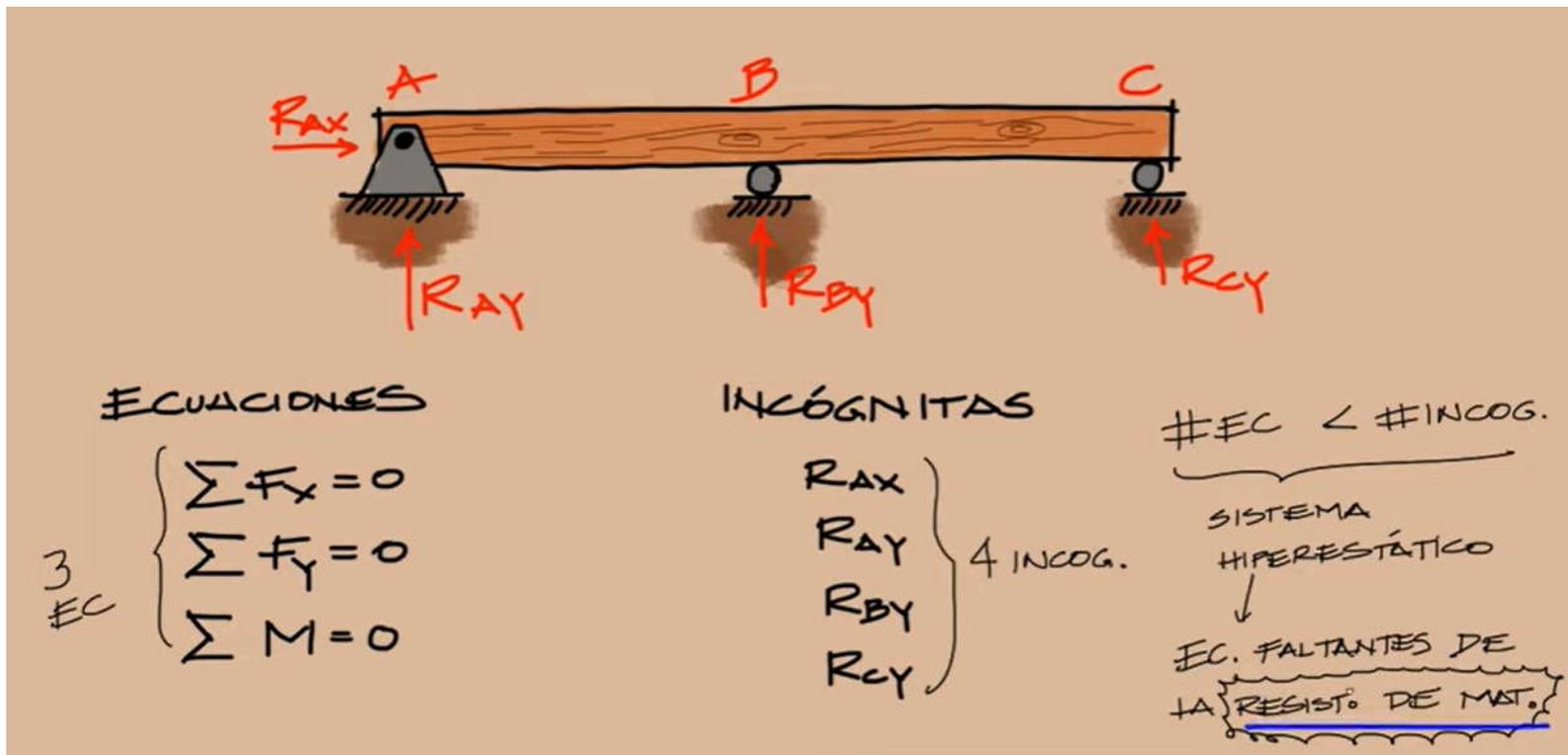
Es un sistema vinculado que además de presentar constricción total tiene reacciones determinables estáticamente.



$$\# E_c = \# Incog.$$

SISTEMAS INDETERMINADOS

ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS



CONSTRICCIÓN TOTAL

SISTEMAS INDETERMINADOS

ESTRUCTURAS INESTABLES

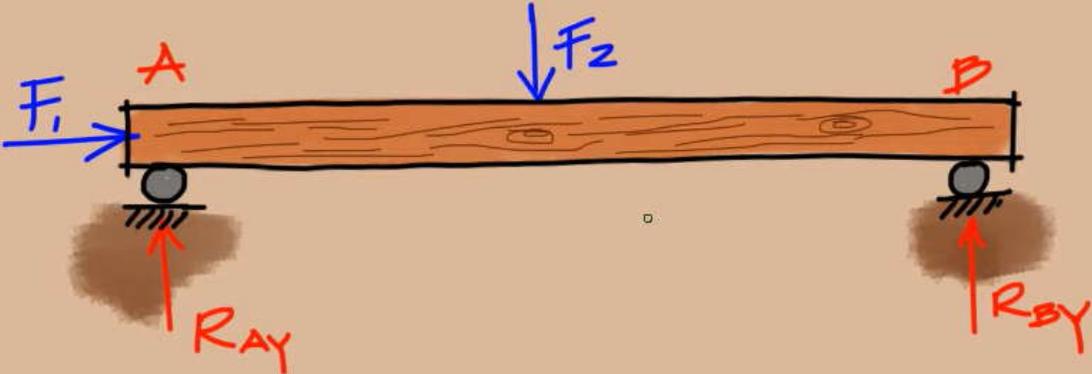


Diagram of a beam AB supported by two rollers. A horizontal force F_1 is applied at A, and a vertical force F_2 is applied at the center. Reaction forces R_{AY} and R_{BY} are shown at the supports.

ECUACIONES

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum M = 0$$

INCÓGNITAS

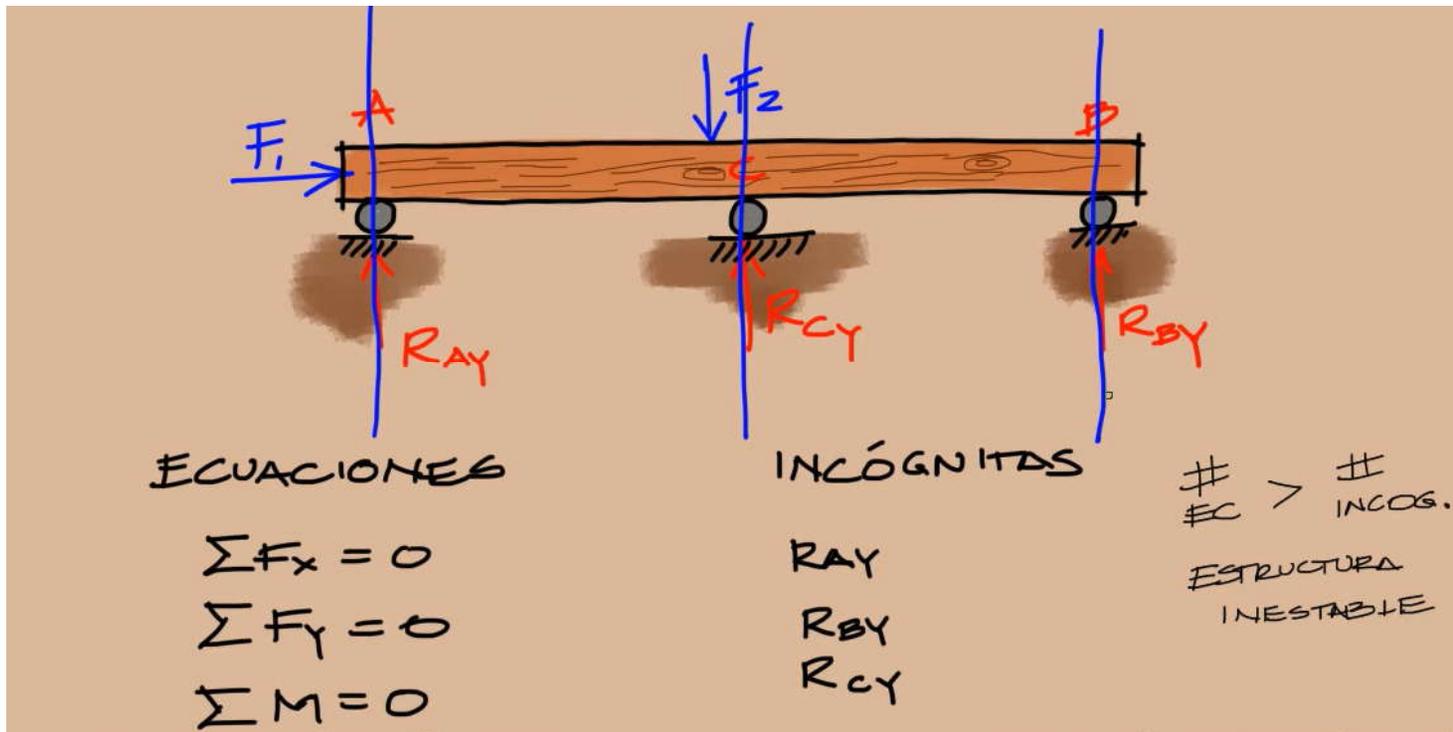
R_{AY}
 R_{BY}

EC > #
INCOG.
ESTRUCTURA
INESTABLE

CONSTRICCIÓN PARCIAL

SISTEMAS INDETERMINADOS

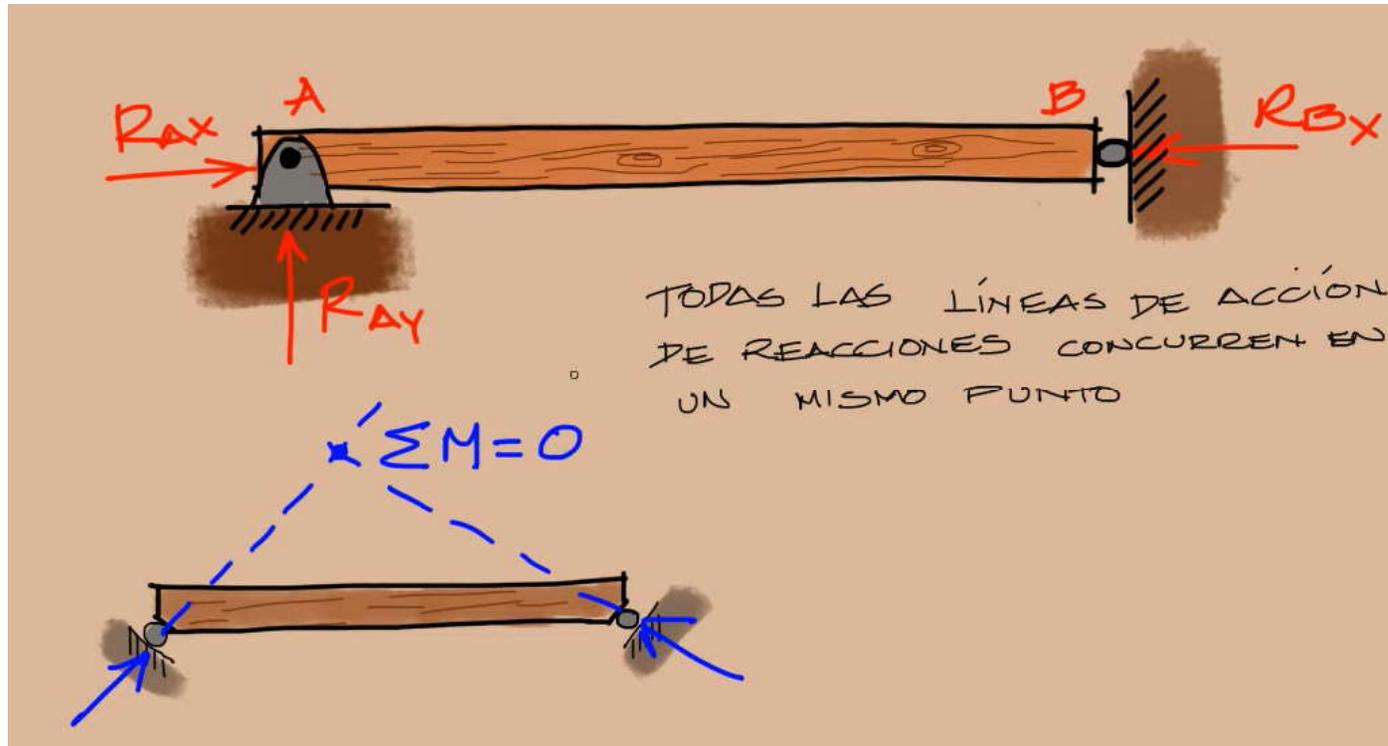
ESTRUCTURAS INESTABLES



CONSTRICCIÓN IMPROPIA

SISTEMAS INDETERMINADOS

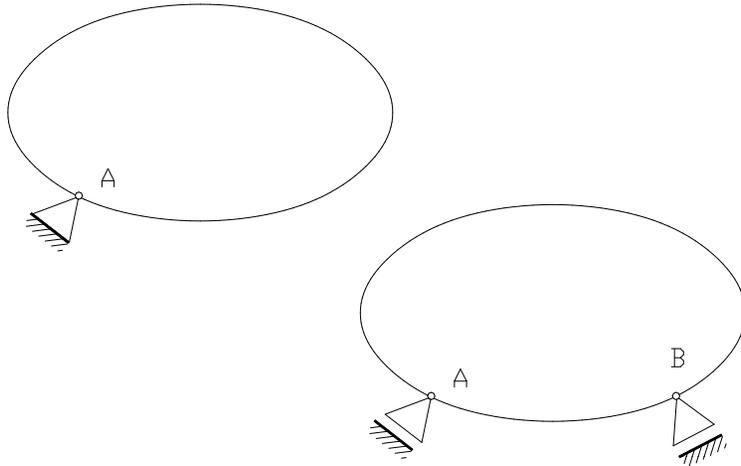
ESTRUCTURAS INESTABLES



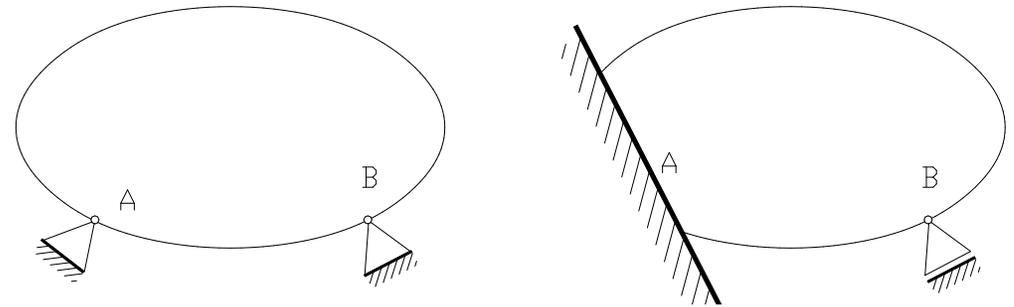
CONSTRICCIÓN IMPROPIA

Verificar que el sistema es isostático

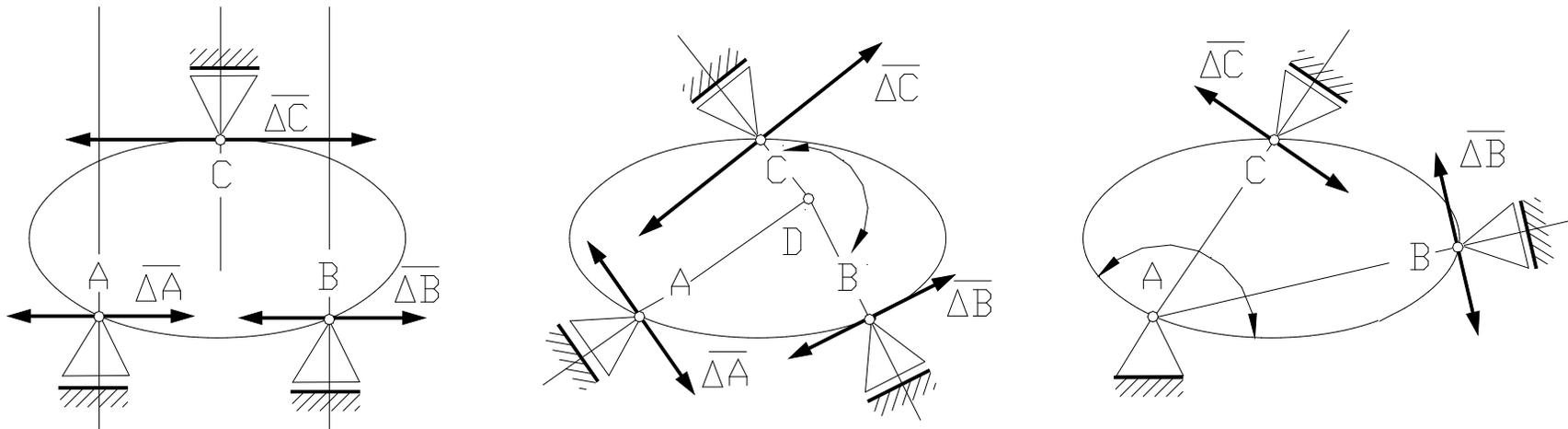
CONSTRICCION PARCIAL



CONSTRICCION TOTAL



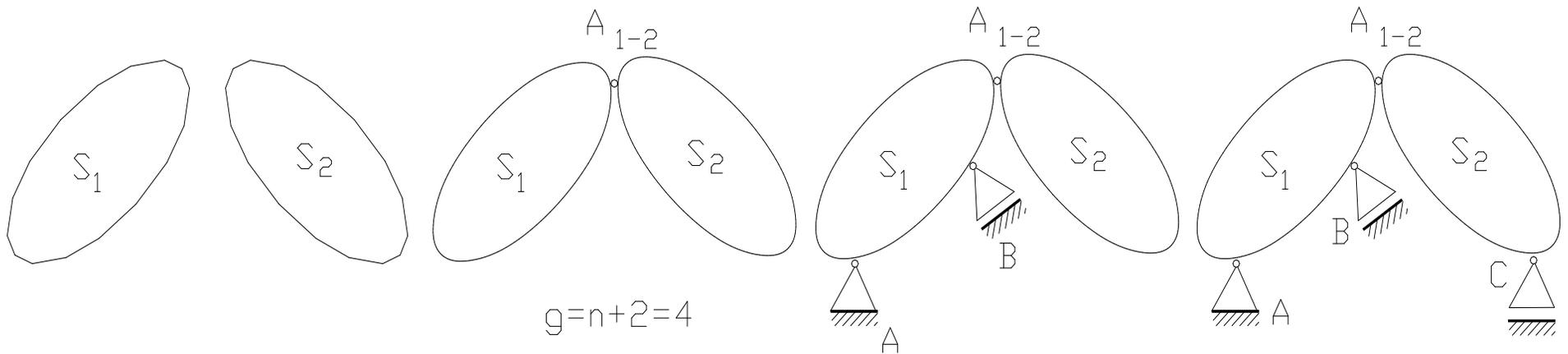
CONSTRICCION IMPROPIA



CADENA CINEMATICA

Se denomina cadena cinemática a una sucesión de dos o mas chapas vinculadas entre si por articulaciones intermedias o relativas.

CADENA CINEMATICA ABIERTA



GRADOS DE LIBERTAD

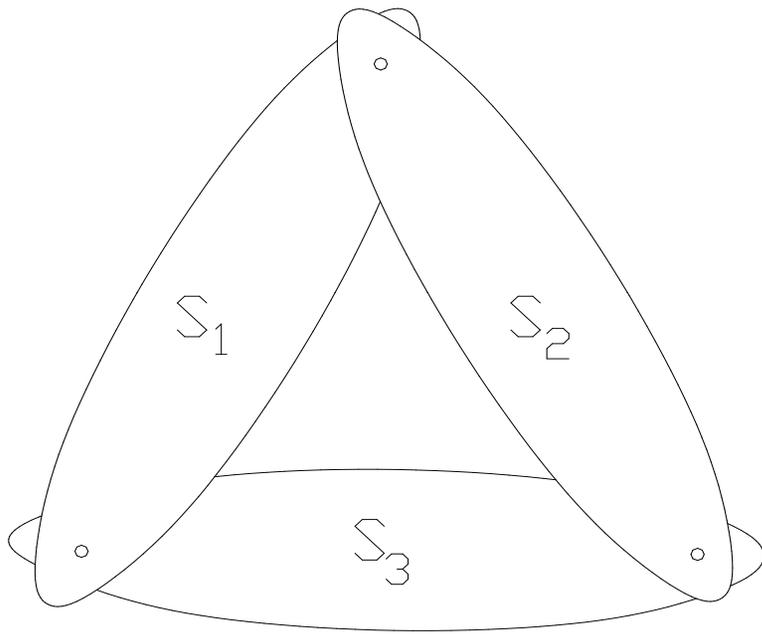
Para una *cadena cinemática abierta de n chapas* existen $n-1$ articulaciones intermedias.

Cada chapa posee **tres** grados de libertad y cada articulación restringe **dos**;
el número de grados de libertad será g :

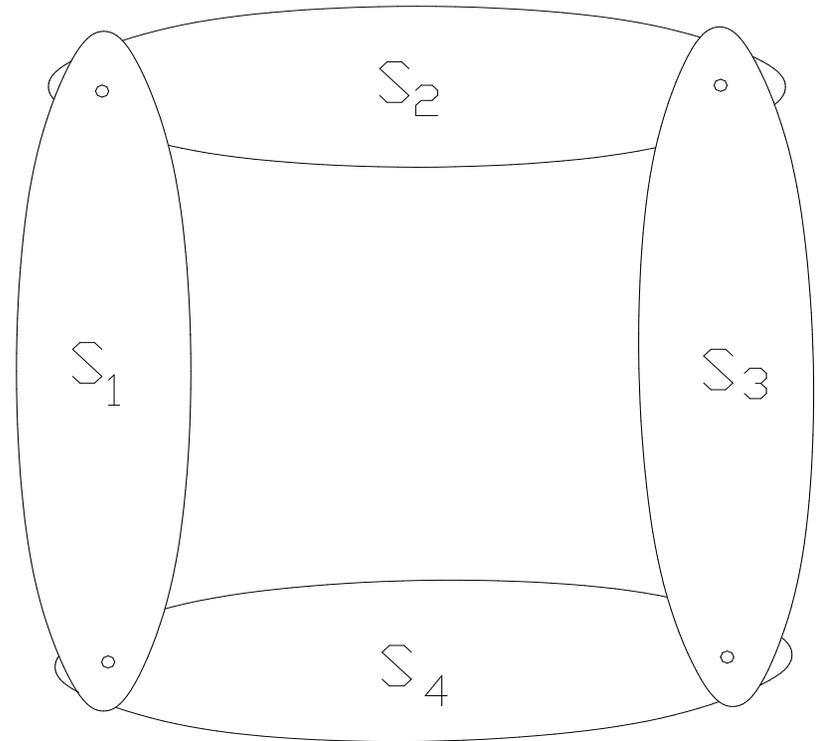
$$g = 3n - 2(n-1) = 3n - 2n + 2 = n + 2$$

$$g = n + 2$$

CADENA CINEMATICA CERRADA



$$g=n=3$$



$$g=n=4$$

GRADOS DE LIBERTAD

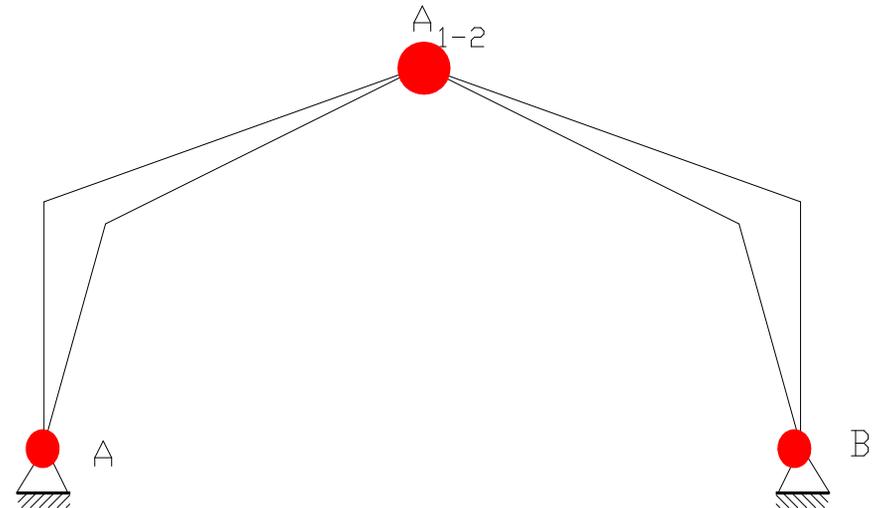
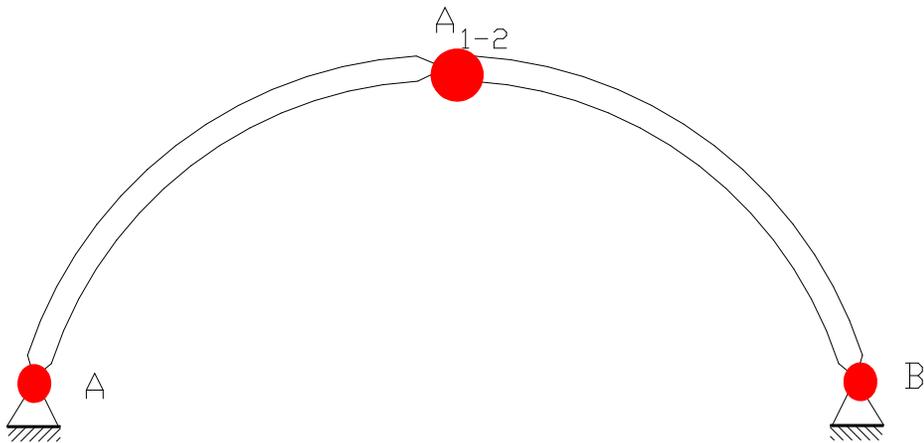
Para una *cadena cinemática cerrada de n chapas* existen n articulaciones intermedias.

Cada chapa posee **tres** grados de libertad y cada articulación restringe **dos**;
el número de grados de libertad será g :

$$g = 3n - 2n = n$$

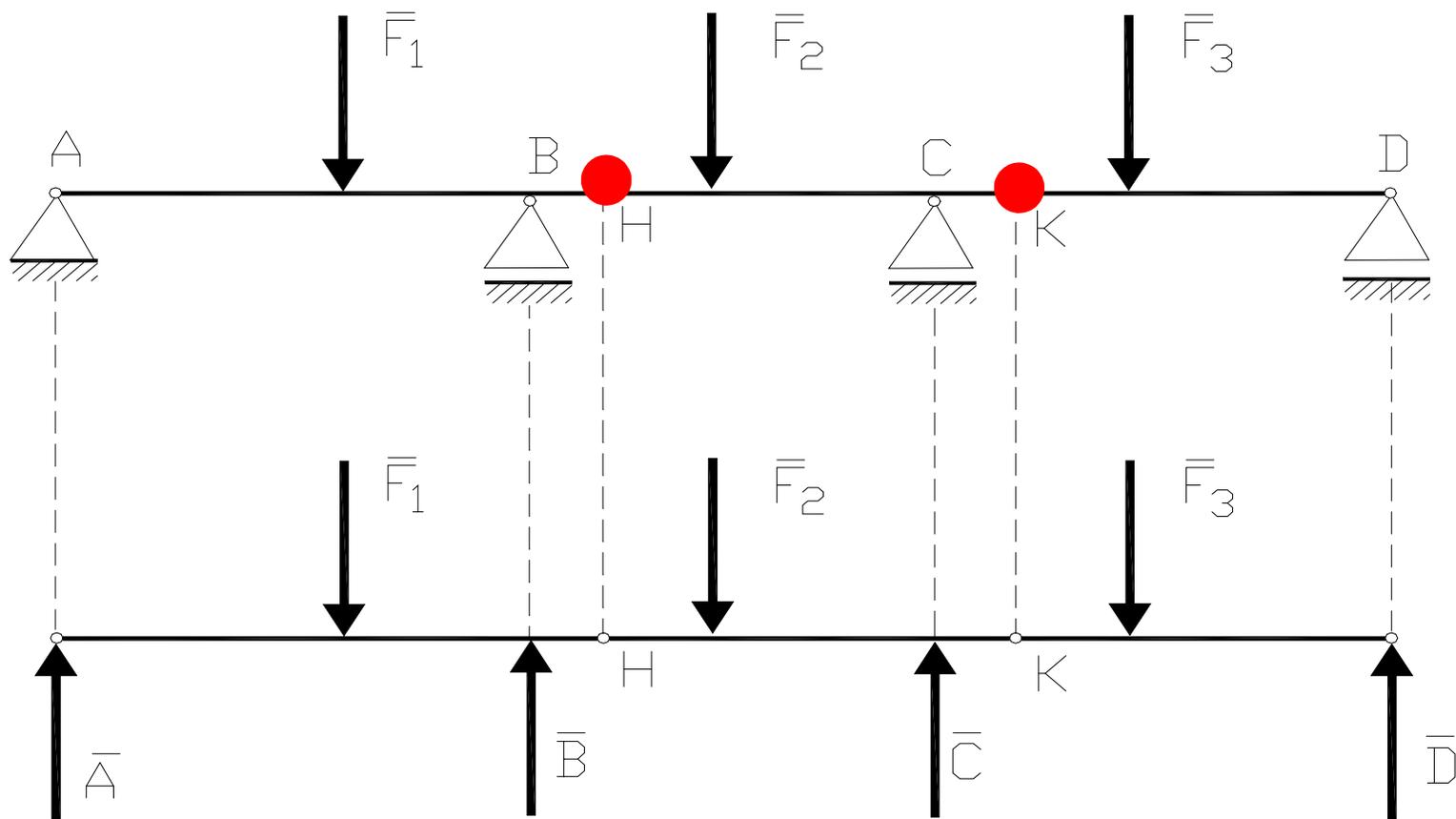
$$g = n$$

CADENA CINEMATICA ABIERTA

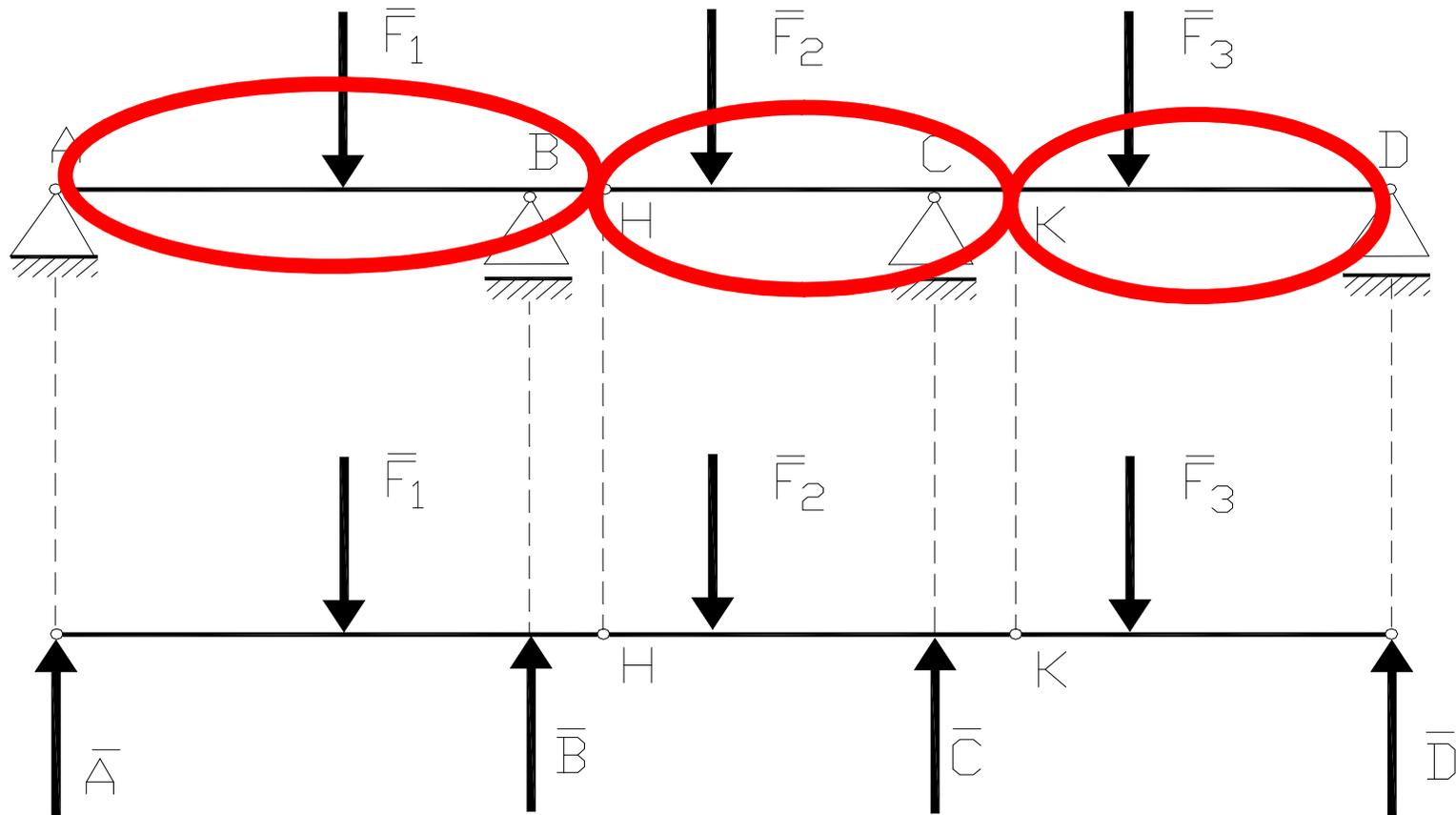


TRIARTICULADO

VIGAS GERBER

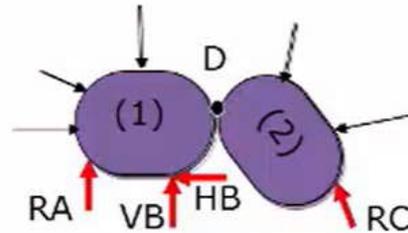


VIGAS GERBER



ANÁLISIS DE CADENA CINEMÁTICA ABIERTA

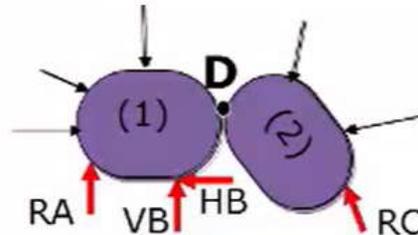
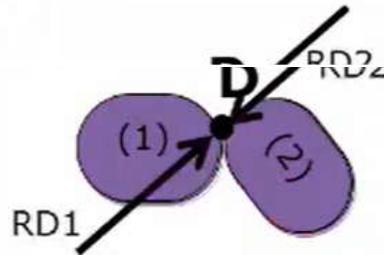
D.C.L.



Condiciones necesarias y suficientes para garantizar el equilibrio

ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA ESTÁTICA

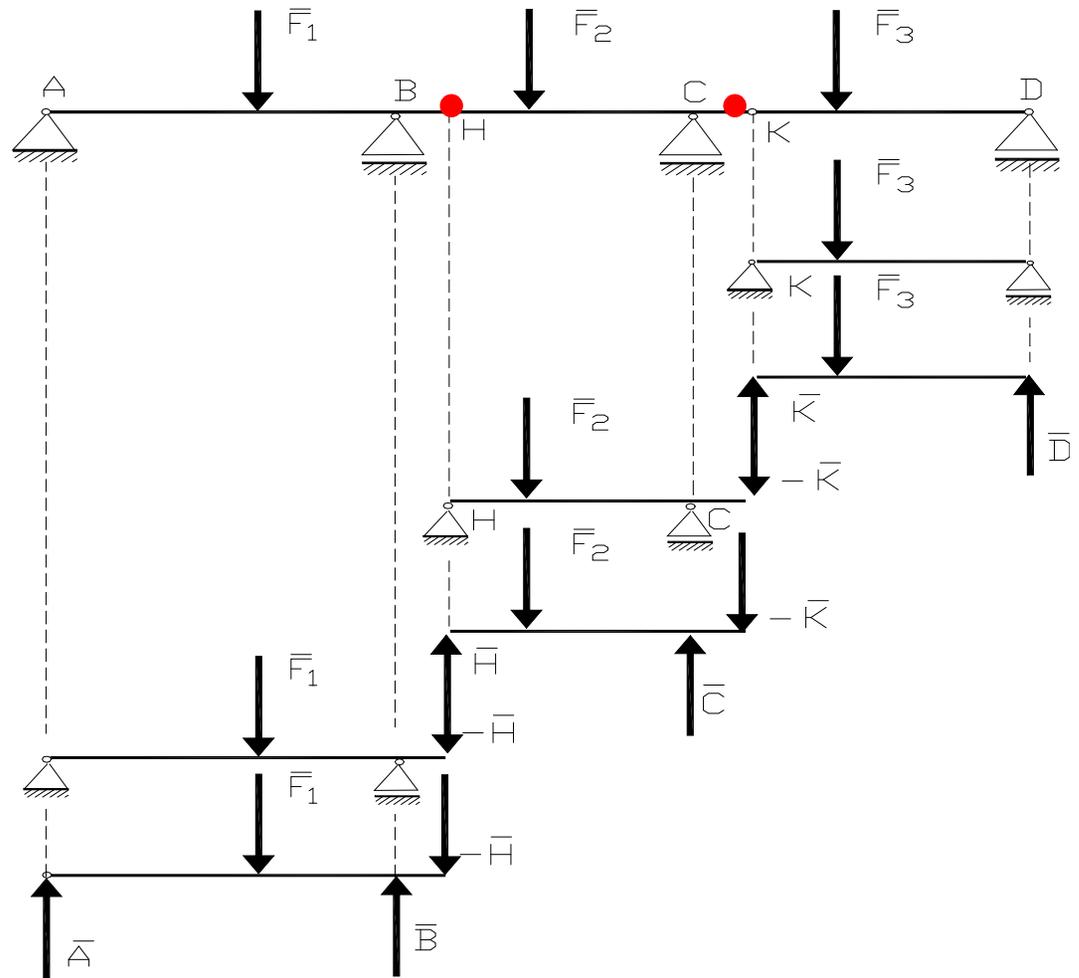
(1) $\Sigma F_x = 0$
 (2) $\Sigma F_y = 0$
 (3) $\Sigma M_o = 0$



(1) $\Sigma F_x = 0$
 (2) $\Sigma F_y = 0$
 (3) $\Sigma M_o = 0$
 (4) $\Sigma M_D \text{ izq} = 0$ ó $\Sigma M_D \text{ der} = 0$

PARA SU RESOLUCIÓN EXISTEN DISTINTOS PROCEDIMIENTOS

POR DESPIECE



PARA SU RESOLUCIÓN EXISTEN DISTINTOS PROCEDIMIENTOS

POR DESPIECE

Viga 3:

$$\sum M_D = 0 \therefore K = \dots$$

$$\sum M_K = 0 \therefore D = \dots$$

Viga 2:

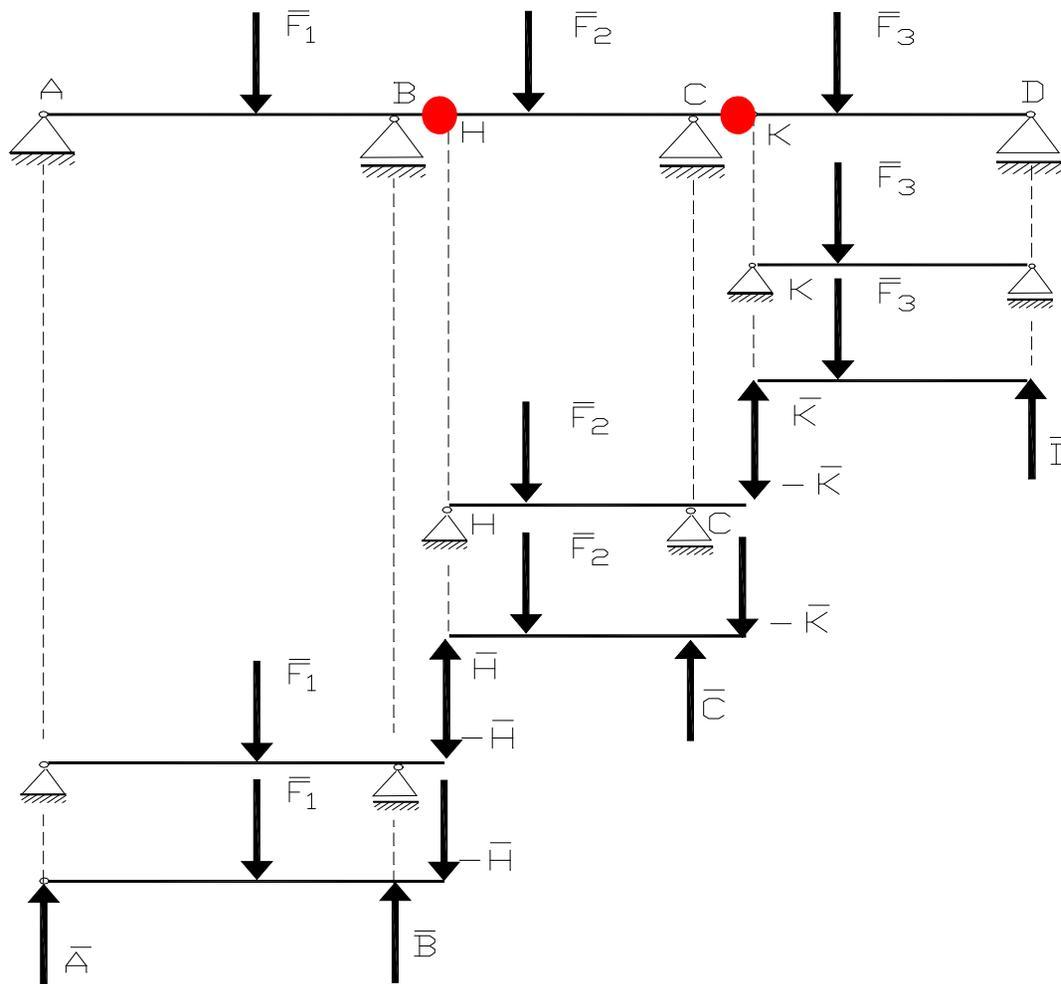
$$\sum M_H = 0 \therefore C = \dots$$

$$\sum M_C = 0 \therefore H = \dots$$

Viga 1:

$$\sum M_A = 0 \therefore B = \dots$$

$$\sum F_Y = 0 \therefore A = \dots$$



ESTRUCTURAS REALES APLICADAS A LA INGENIERÍA INDUSTRIAL





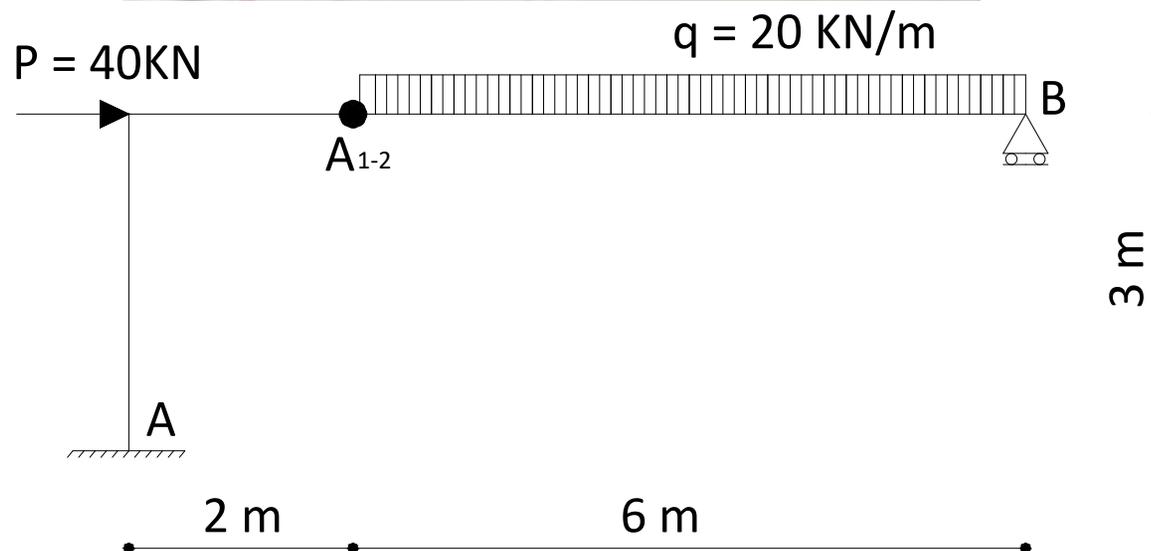
EJEMPLOS DE APLICACION

EJERCICIO EJEMPLO

En la estructura de la figura realizar lo siguiente:

a- condición de estructura isostática.

b- Determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.



GRADOS DE LIBERTAD

Para una *cadena cinemática abierta de n chapas* existen ***n-1*** articulaciones intermedias.

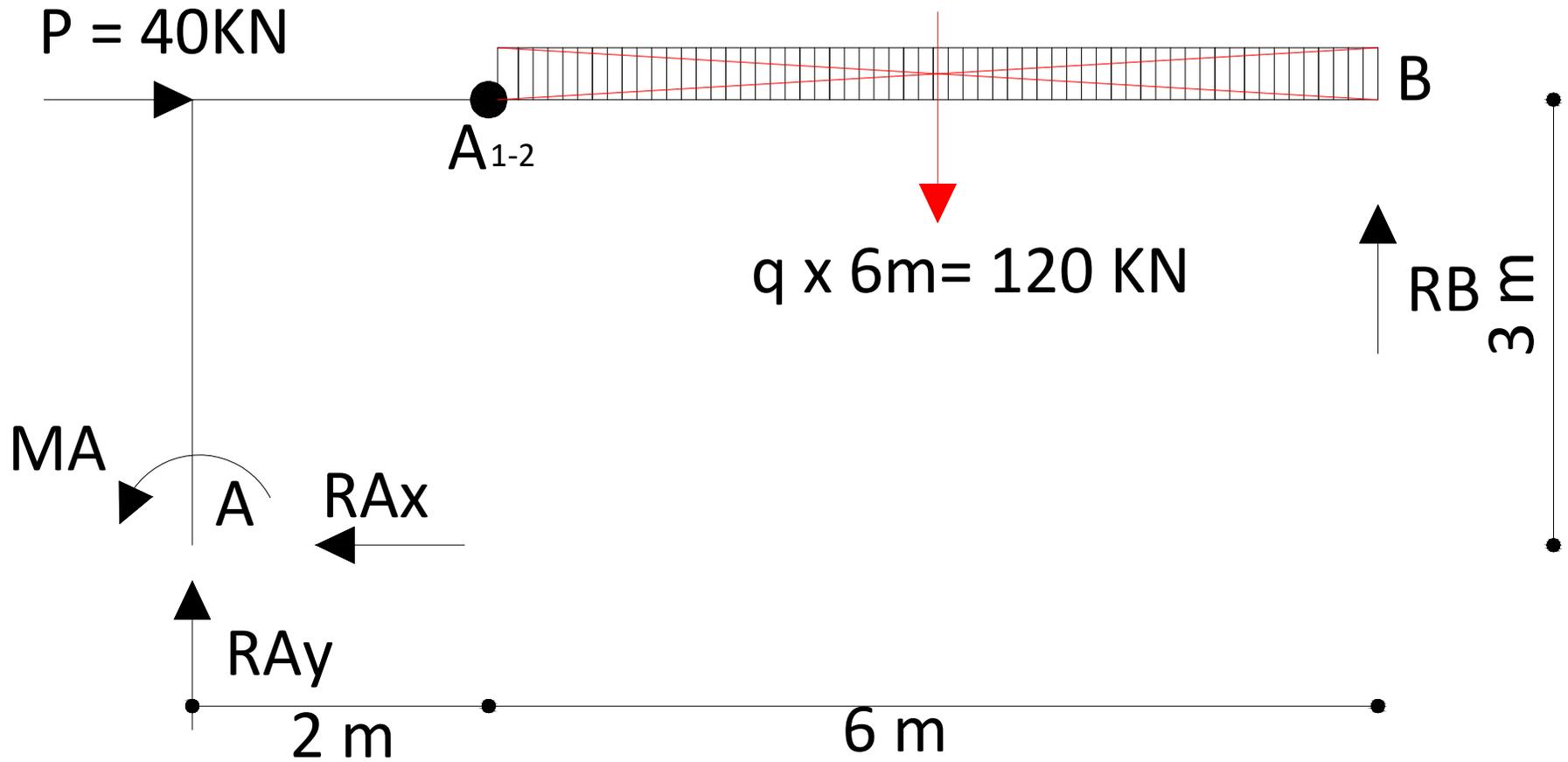
Cada chapa posee **tres** grados de libertad y cada articulación restringe **dos**; el número de grados de libertad será g:

$$g = 3n - 2(n-1) = 3n - 2n + 2 = n + 2$$

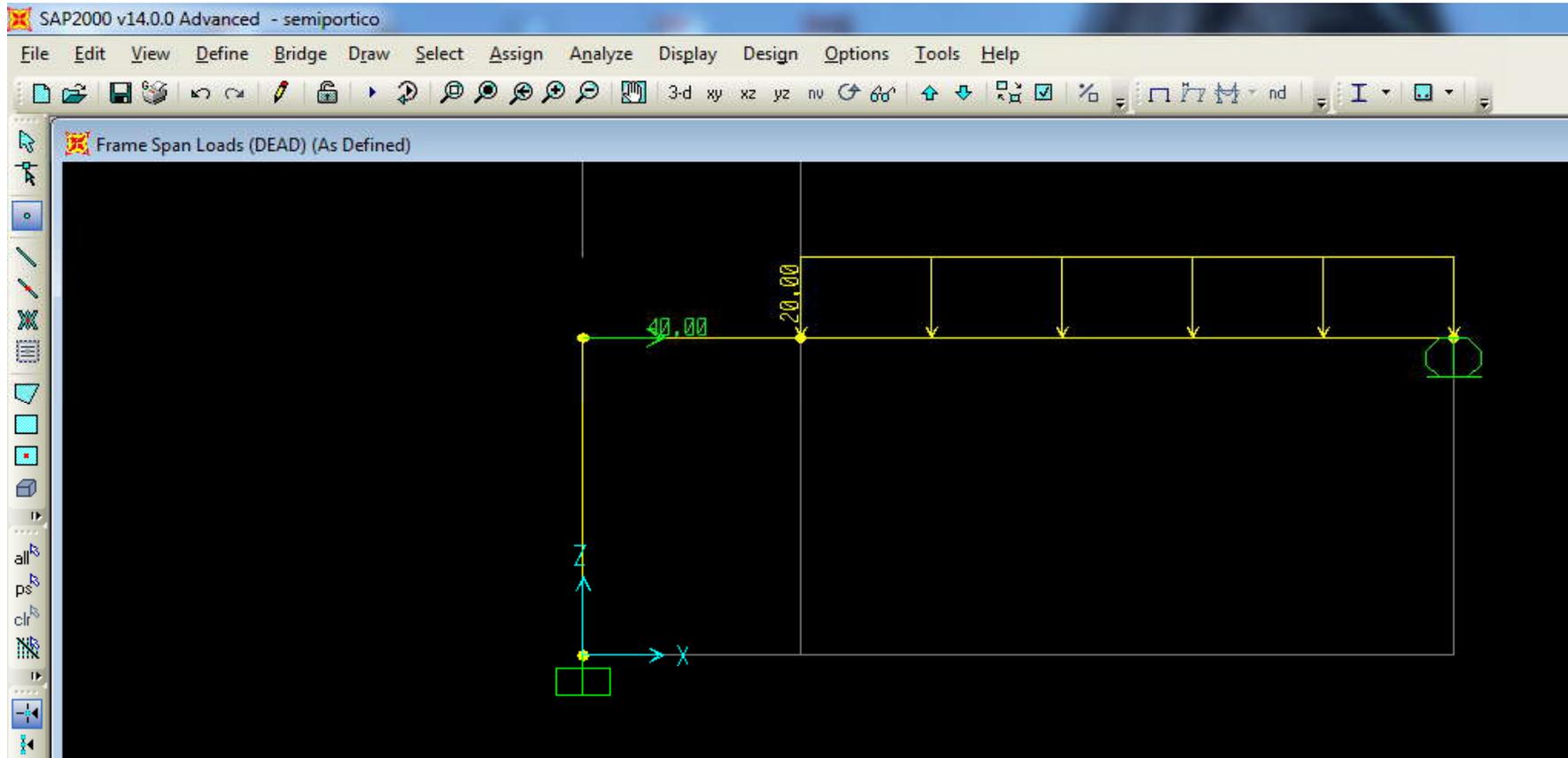
$$g = n + 2$$

$$g = 2 + 2 = 4$$

DCL



SOFTWARE DE APLICACIÓN

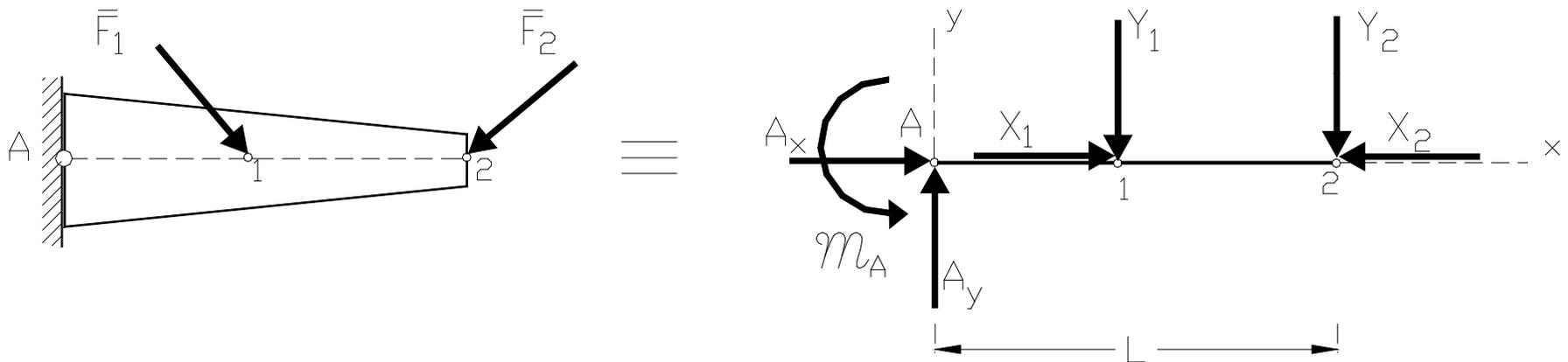


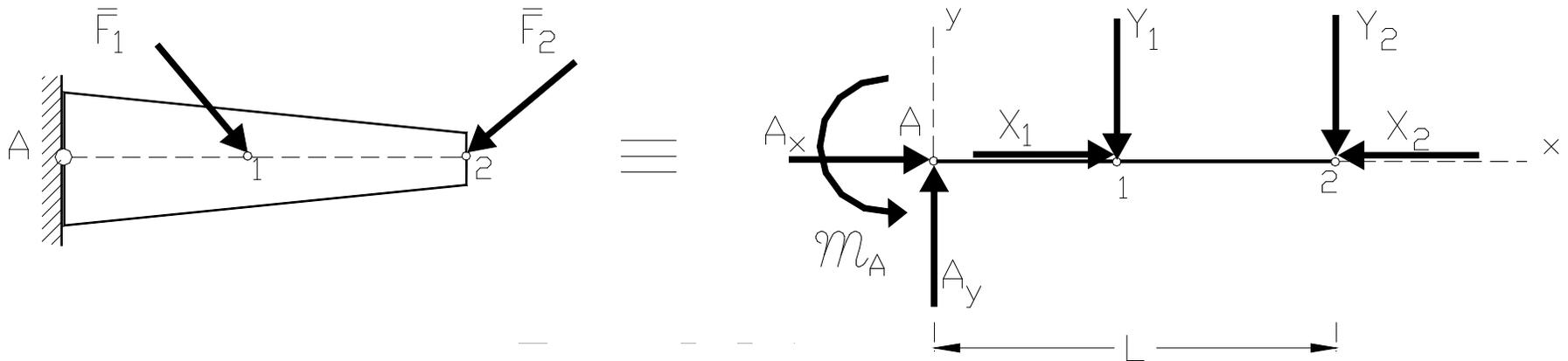
EJERCICIO EJEMPLO 2

En la estructura de la figura realizar lo siguiente:

a- condición de estructura isostática.

b- Determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.





$$\begin{aligned}
 & \curvearrowright + \sum M_A = 0 \quad \rightarrow -m_A + Y_1 d_{x1} + Y_2 d_{x2} = 0 \quad \therefore m_A = Y_1 d_{x1} + Y_2 d_{x2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +\uparrow \sum Y_i = 0 \quad \rightarrow A_y - Y_1 - Y_2 = 0 \quad \therefore A_y = Y_1 + Y_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +\rightarrow \sum X_i = 0 \quad \rightarrow A_x + X_1 - X_2 = 0 \quad \therefore A_x = -X_1 + X_2
 \end{aligned}$$

EJERCICIO EJEMPLO 3

Determinar las reacciones de vinculo de la viga isostatica a partir de los siguientes datos: $P_1 = 5\text{KN}$, $P_2 = 10\text{KN}$, $P_3 = 5\text{KN}$, $L = 10\text{ m}$

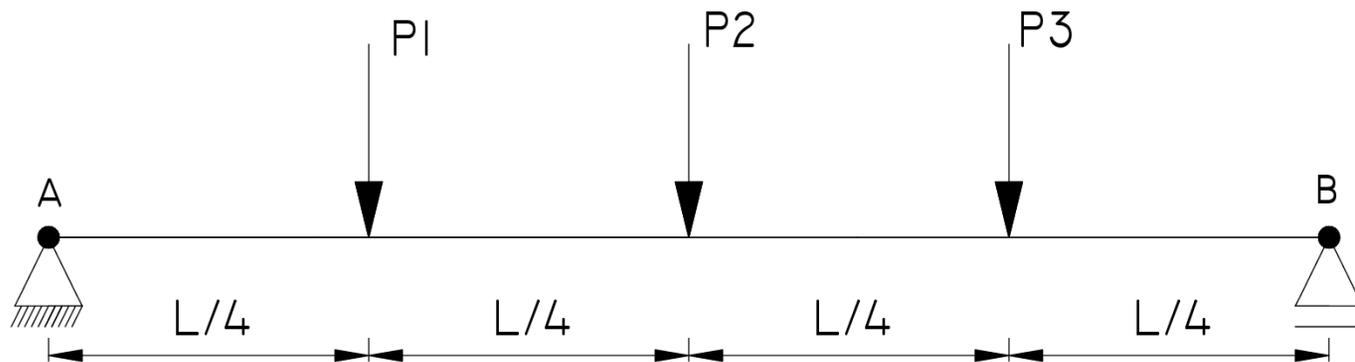
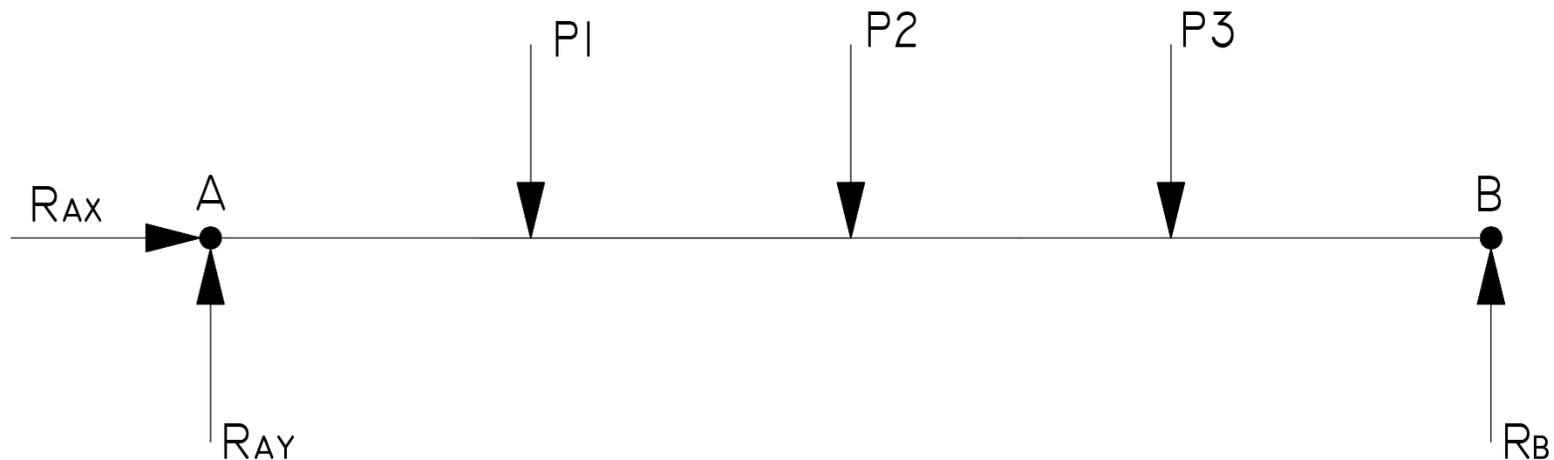


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE




$$\sum F_x = 0 \longrightarrow \underline{R_{AX} = 0}$$

$$\sum M_A = 0 \longrightarrow P_1 \times 2,5\text{m} + P_2 \times 5\text{m} + P_3 \times 7,5\text{m} - R_{BY} \times 10\text{m} = 0$$
$$R_{BY} = 5 \text{ KN} \times 2,5\text{m} + 10\text{KN} \times 5\text{m} + 5\text{KN} \times 7,5\text{m} / 10\text{m}$$
$$\underline{R_{BY} = 10 \text{ KN}}$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow R_{AY} - P_1 - P_2 - P_3 + R_{BY} = 0$$
$$R_{AY} = P_1 + P_2 + P_3 - R_{BY}$$
$$\underline{R_{AY} = 10 \text{ KN}}$$

EJERCICIO EJEMPLO 4

Determinar las reacciones de vinculo de la viga isostatica a partir de los siguientes datos: $q = 7\text{KN/m}$, $L = 10\text{ m}$

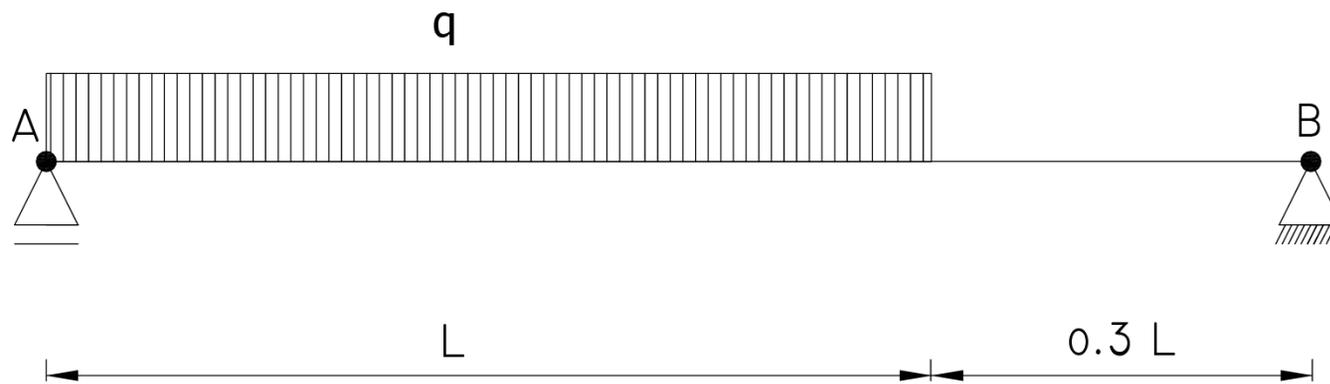
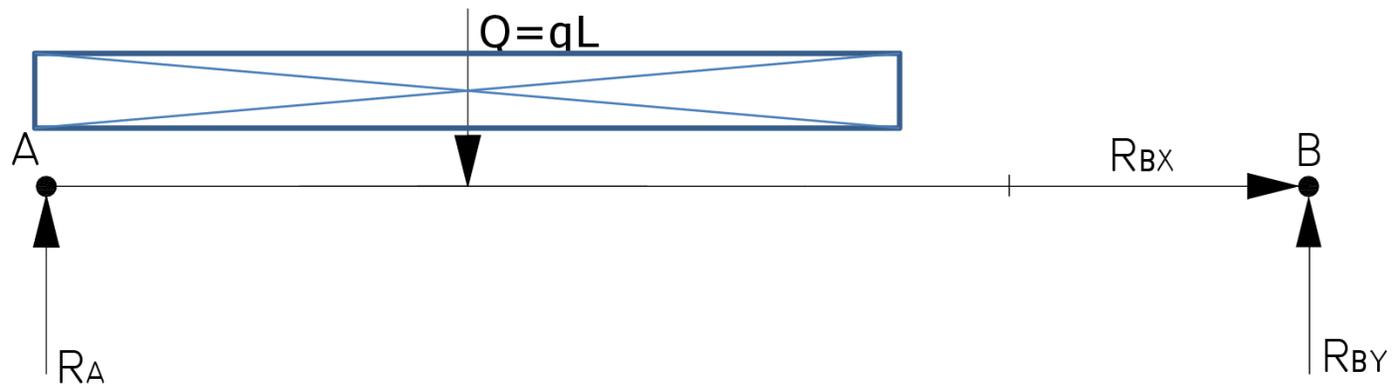


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



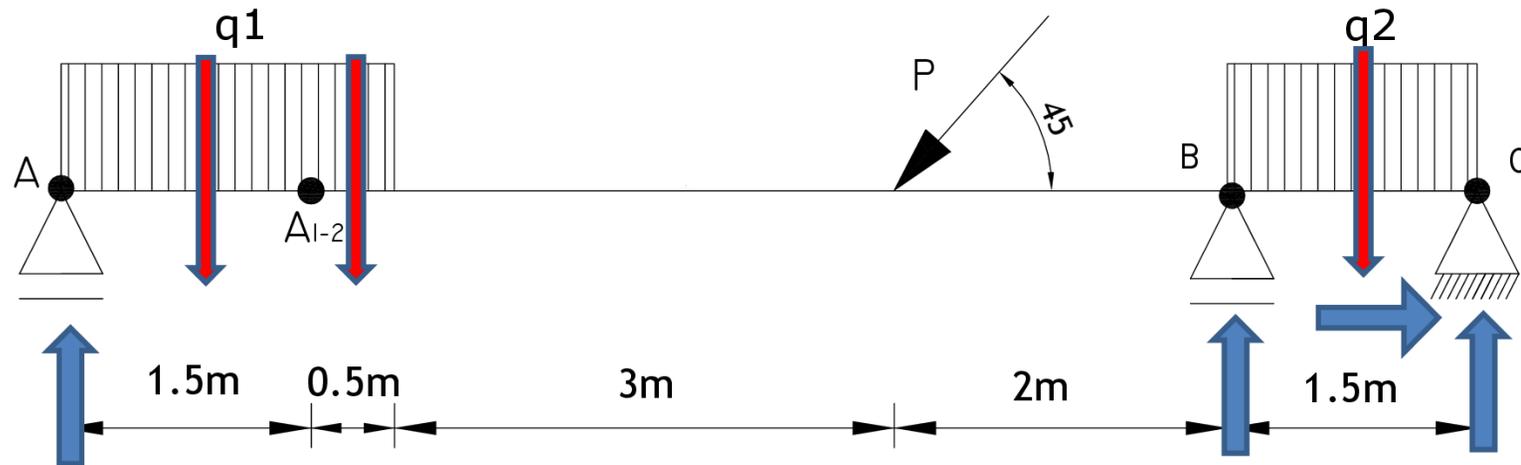

$$\sum F_x = 0 \longrightarrow \underline{R_{AX} = 0}$$

$$\sum M_A = 0 \longrightarrow q \times 10\text{m} \times 5\text{m} - R_{BY} \times 13\text{m} = 0$$
$$R_{BY} = 7 \text{ KN/m} \times 10\text{m} \times 5\text{m} / 13\text{m}$$
$$\underline{R_{BY} = 26,92 \text{ KN}}$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow R_{AY} - q \times 10\text{m} + R_{BY} = 0$$
$$R_{AY} = q \times 10\text{m} - R_{BY}$$
$$\underline{R_{AY} = 43,08 \text{ KN}}$$

EJERCICIO EJEMPLO 5

Determinar las reacciones de vinculo de la viga isostatica a partir de los siguientes datos: $q_1 = 10 \text{ KN/m}$, $q_2 = 15 \text{ KN/m}$, $P = 30 \text{ KN}$



EEE

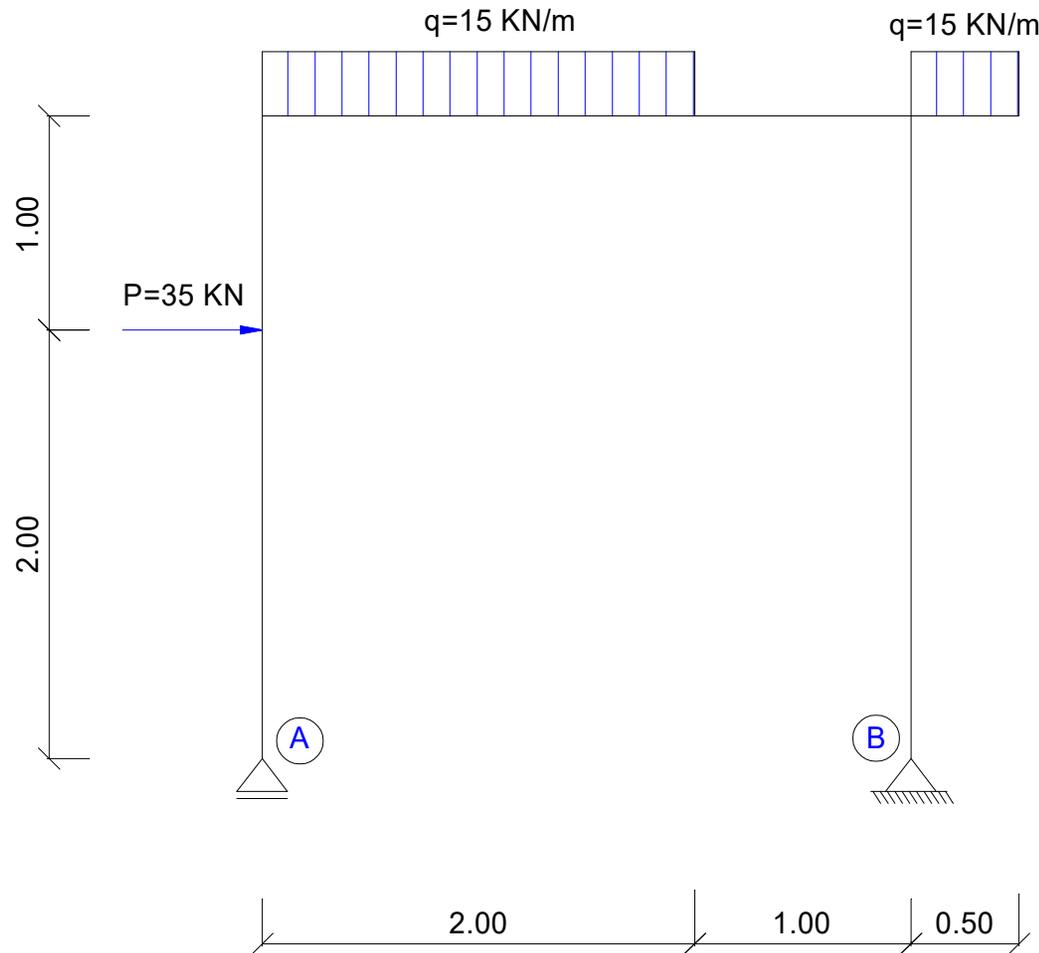
$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \longrightarrow \underline{R_{CX}} \\ \sum M_A = 0 \longrightarrow \underline{R_{BY}} \\ \sum F_y = 0 \longrightarrow \underline{R_{CY}} \end{array} \right\}$$

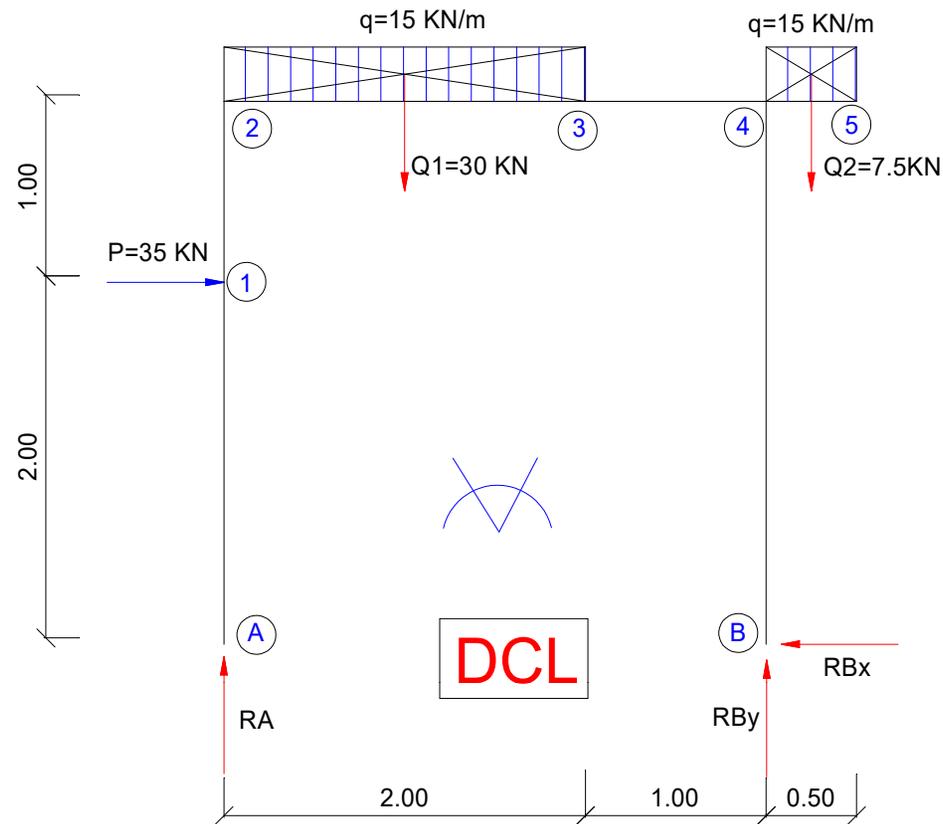
EEI

$$\left. \begin{array}{l} \sum M_{A1-2}^{izq} = 0 \longrightarrow \underline{R_{AY}} \\ \sum M_{A1-2}^{der} \longrightarrow \end{array} \right\}$$

EJERCICIO EJEMPLO 6

En la estructura de la figura realizar lo siguiente determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.





Cálculo de Reacciones

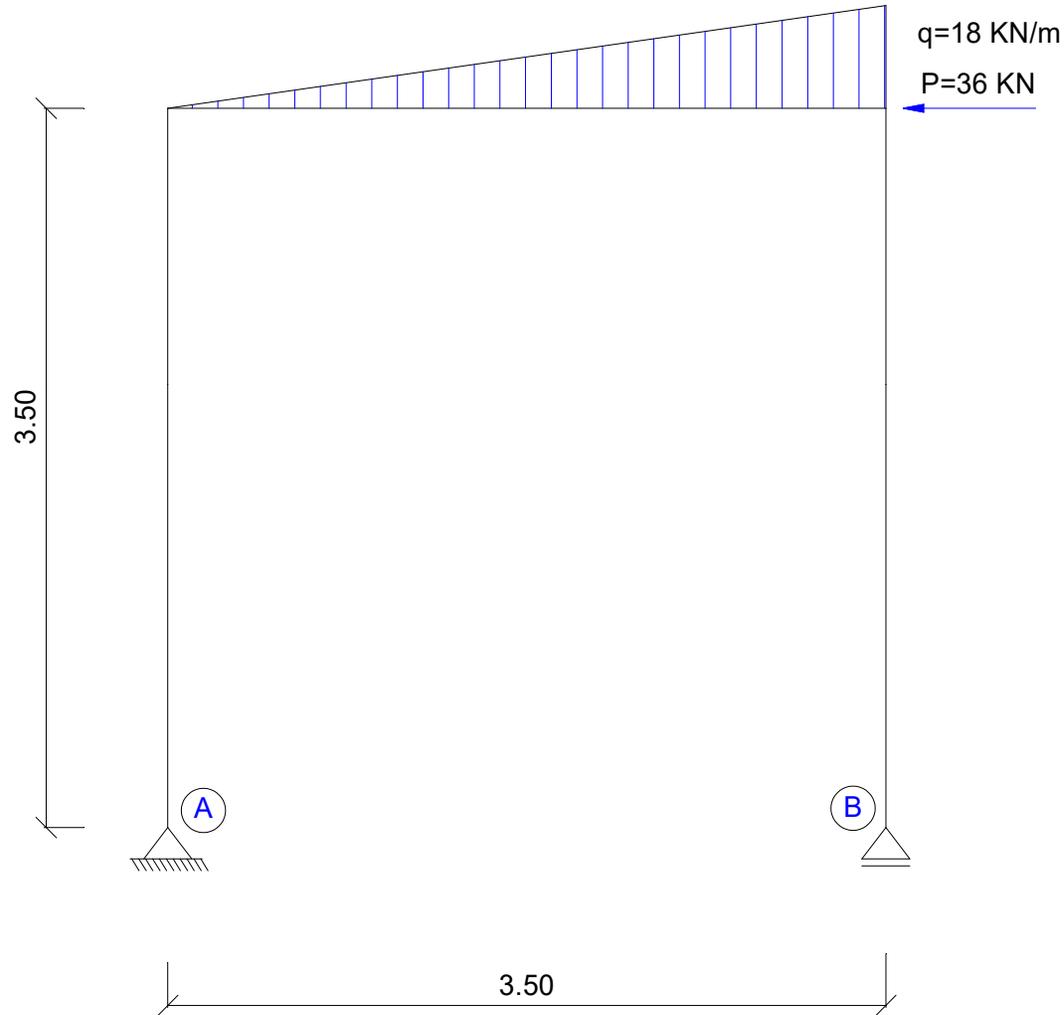
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P - RBx \Rightarrow RBx = 35 \text{ KN}$$

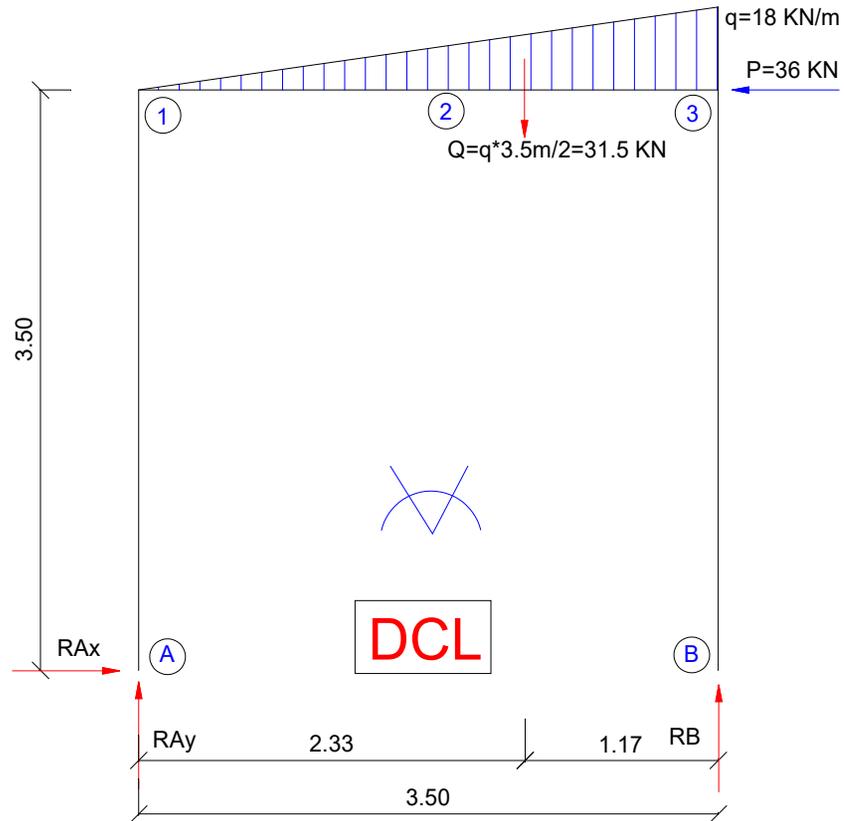
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P * 2 \text{ m} + Q_1 * 1 \text{ m} + Q_2 * 3.25 \text{ m} - RBy * 3 \text{ m} \Rightarrow RBy = 41.46 \text{ KN}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow Q_2 * 0.25 \text{ m} - Q_1 * 2 \text{ m} + P * 2 \text{ m} + RAy * 3 \text{ m} \Rightarrow RAy = -3.96 \text{ KN}$$

EJERCICIO EJEMPLO 7

En la estructura de la figura realizar lo siguiente determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.





Cálculo de Reacciones

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow RAx - P \Rightarrow RAx = 36 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow +Q \cdot 2.33 \text{ m} - P \cdot 3.5 \text{ m} - RB \cdot 3.5 \text{ m} \Rightarrow RB = -15 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow RAy - Q - RB \Rightarrow RAy = 46.5 \text{ kN}$$