UNCUYO
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

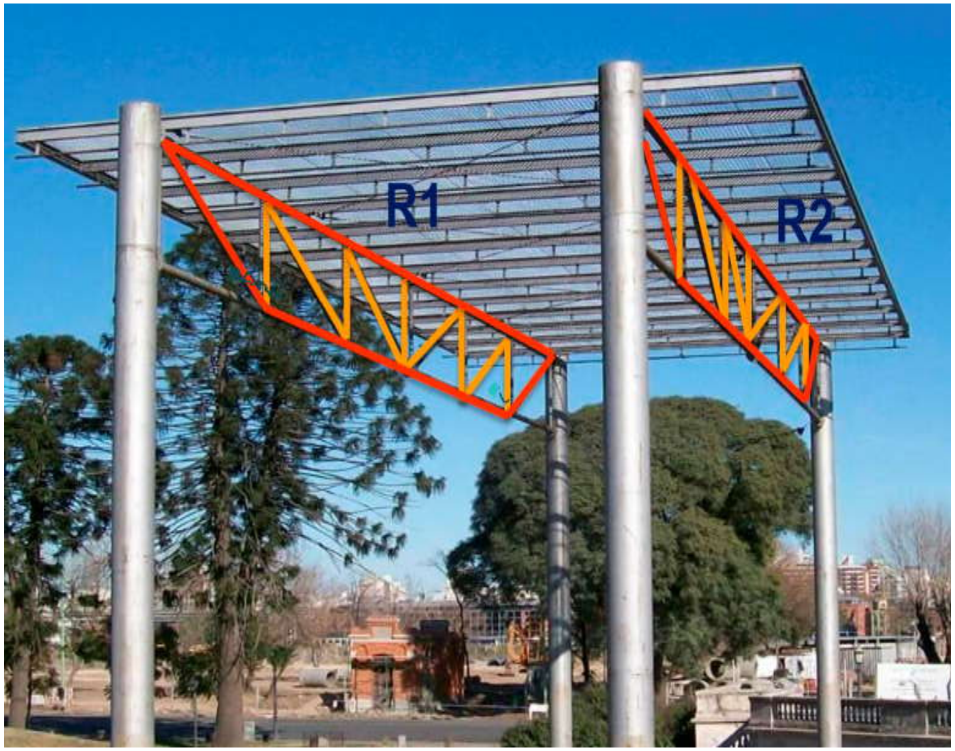
ESTÁTICA Y RESISTENCIA DE MATERIALES

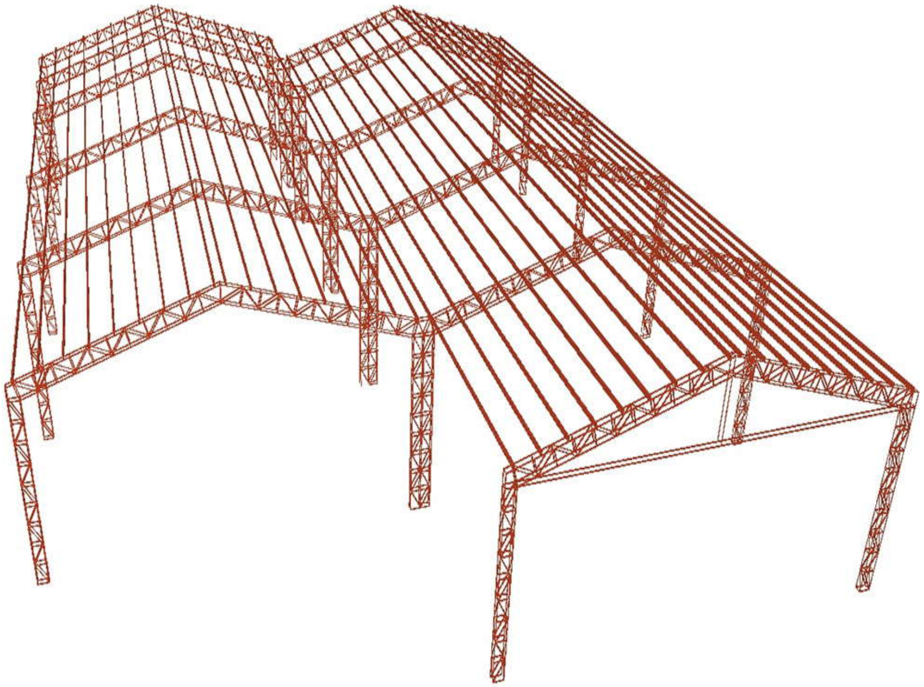
ESFUERZOS INTERNOS EN RETICULADOS PLANOS

RETICULADOS

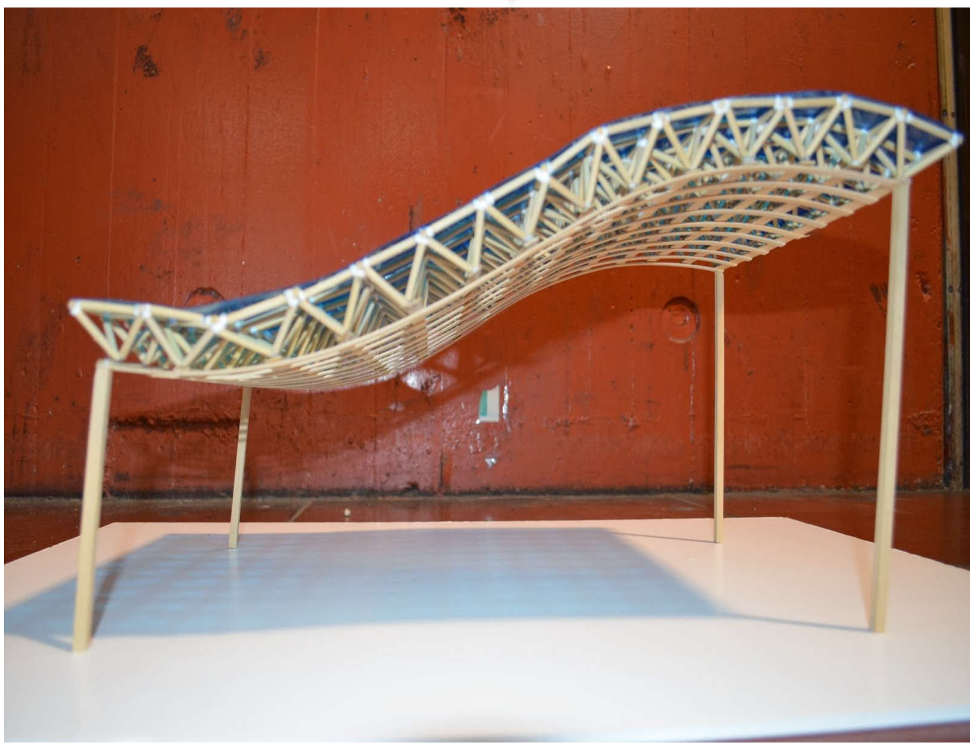
- ***¨Una estructura constituida por varias barras (de hierro, madera u hormigón) unidas por sus extremos en puntos llamados nudos, de manera tal que el conjunto así formado sea indeformable, se denomina armadura o reticulado rígido***¨.-
- Si a esta estructura le agregamos los vínculos que la fijan a tierra, hablamos de ***sistema reticulado*.-**


CONSTRUCTORA


R1
R2




CONSTRUCCIONES METALICAS

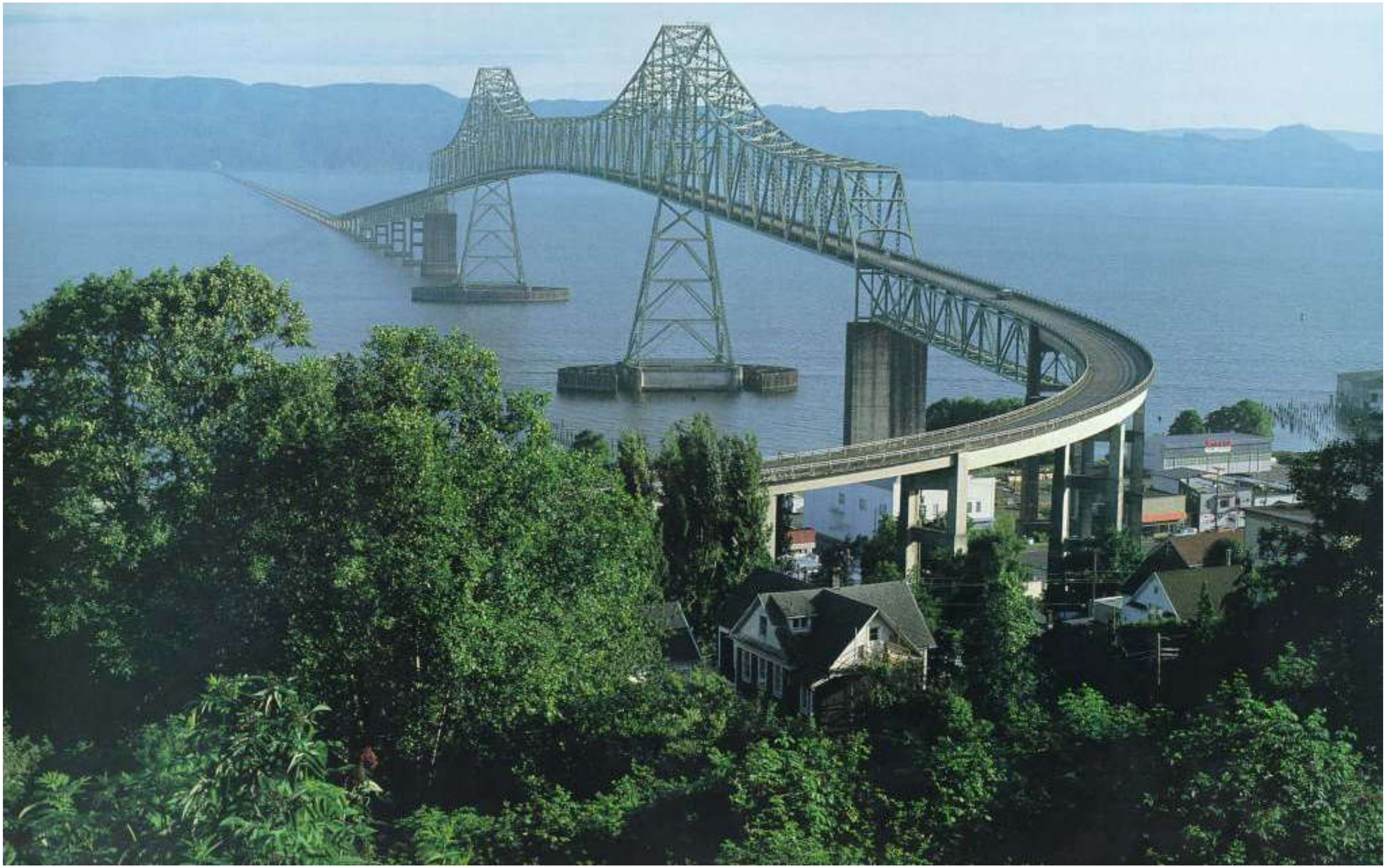






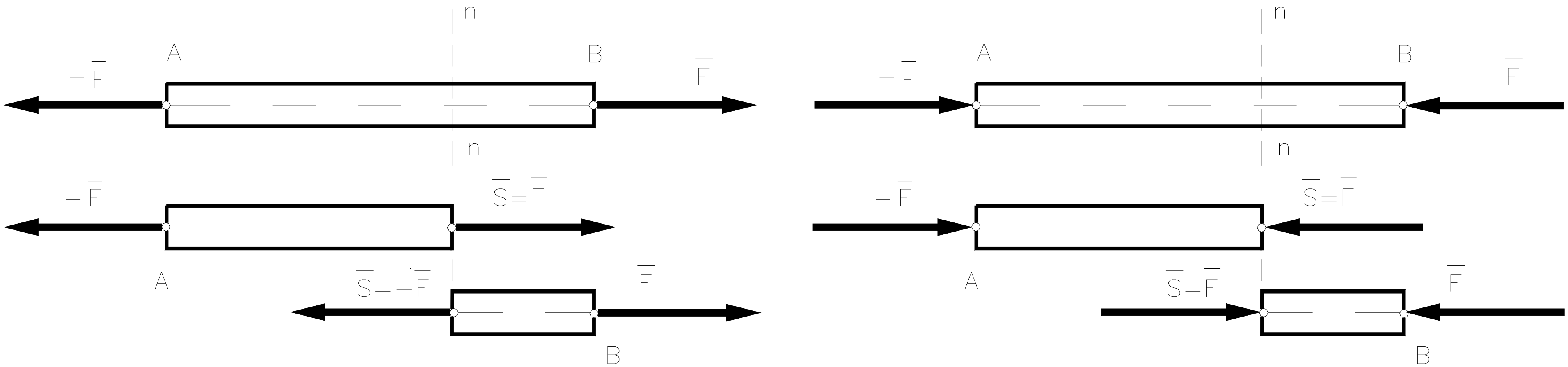



20/05/2016 12:02

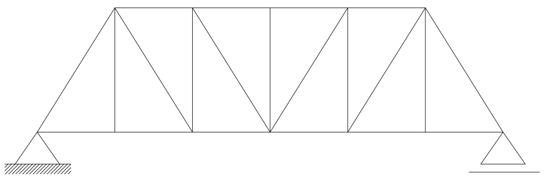
Astoria-Megler Bridge (Astoria, EEUU)

ESFUERZOS EN RETICULADOS
TRACCIÓN – COMPRESIÓN

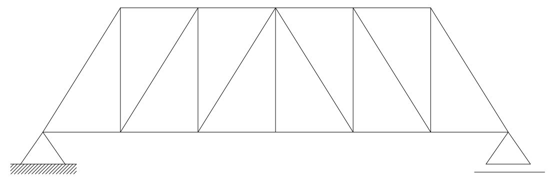


RETICULADOS

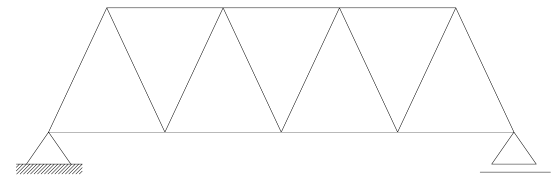
PUENTES



Pratt

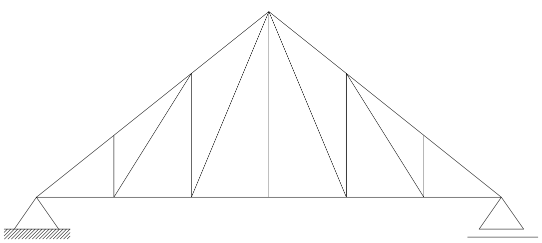


Howe

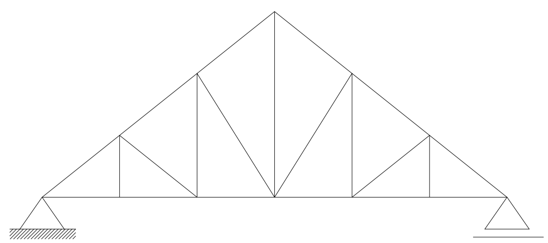


Warren

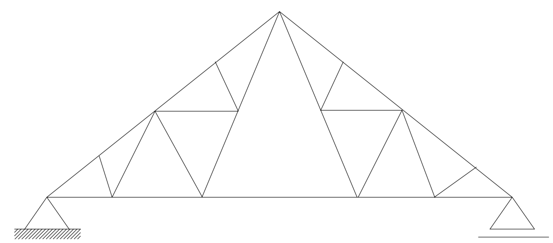
TECHOS



Howe



Pratt



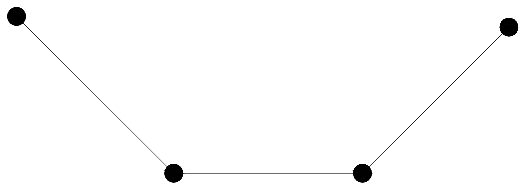
Polonceau

Las barras se designan: barras de contornos o exteriores, barras de alma o interiores. Las barras de contorno forman el CORDÓN superior o inferior de la armadura.

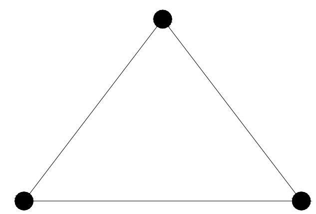
Las primeras trabajan frecuentemente a compresión y las segundas a tracción. Las barras de alma se designan MONTANTES si son verticales y DIAGONALES cuando están inclinadas.

GENERACION DE RETICULADOS

En base al proceso de generación de un reticulado se distinguen tres tipos: Reticulados Simples, Reticulados Compuestos y Reticulados Complejos.

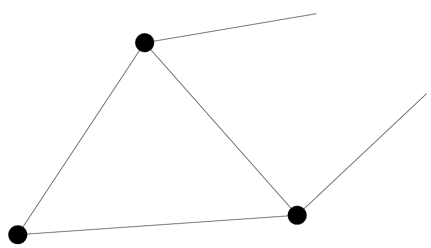


5 grados de libertad

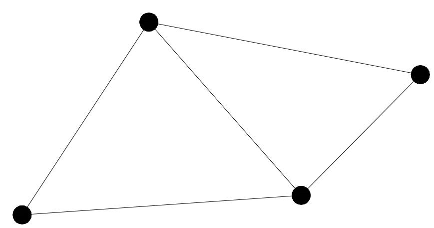


3 grados de libertad

Supongamos tres barras articuladas entre sí de modo que constituyen una cadena cinemática abierta, por lo tanto tiene cinco grados de libertad. Si articulamos entre sí las dos barras extremas obtenemos una cadena cinemática cerrada que tiene tres grados de libertad. Es decir que tres barras rígidas articuladas entre sí por sus extremos se comportan como una chapa rígida.



5 grados de libertad



3 grados de libertad

Si llamamos “n” al número de pares de barras que se agregan al triángulo primitivo, el número total de barras será:

$$b = 3 + 2n$$

Y como cada par de barras adicionales da origen a un nuevo vértice, el número de éstos será:

$$v = 3 + n \Longrightarrow n = v - 3$$

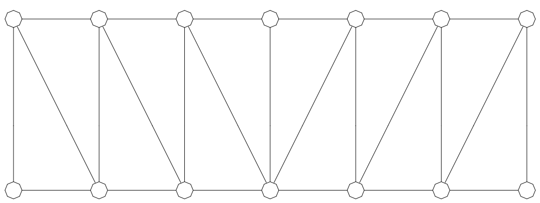
Reemplazando en la primera se tiene:

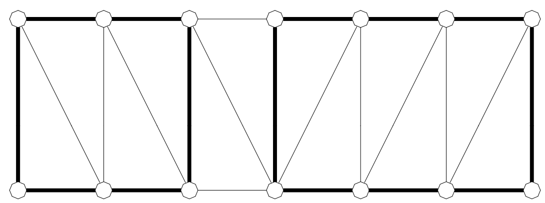
$$\mathbf{b = 3 + 2(v-3) = 2.v - 3}$$

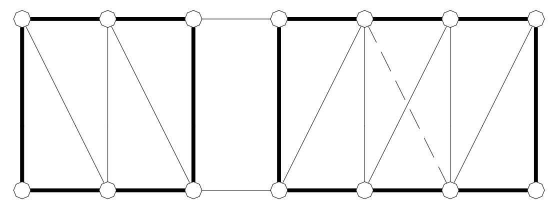
$$\mathbf{b = 2.v - 3}$$

DENOMINADA **CONDICIÓN DE RIGIDEZ**

DISEÑO

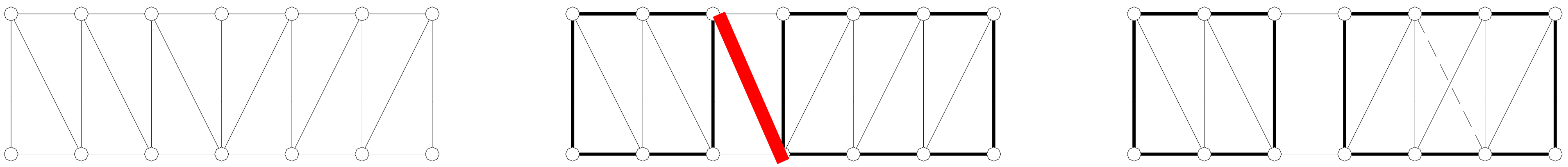






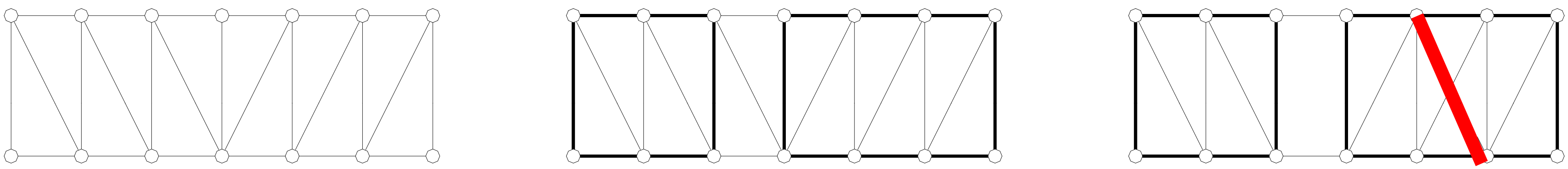
$$b = 2 \cdot v - 3$$

DISEÑO



$$b = 2 \cdot v - 3$$

DISEÑO



$$b = 2 \cdot v - 3$$

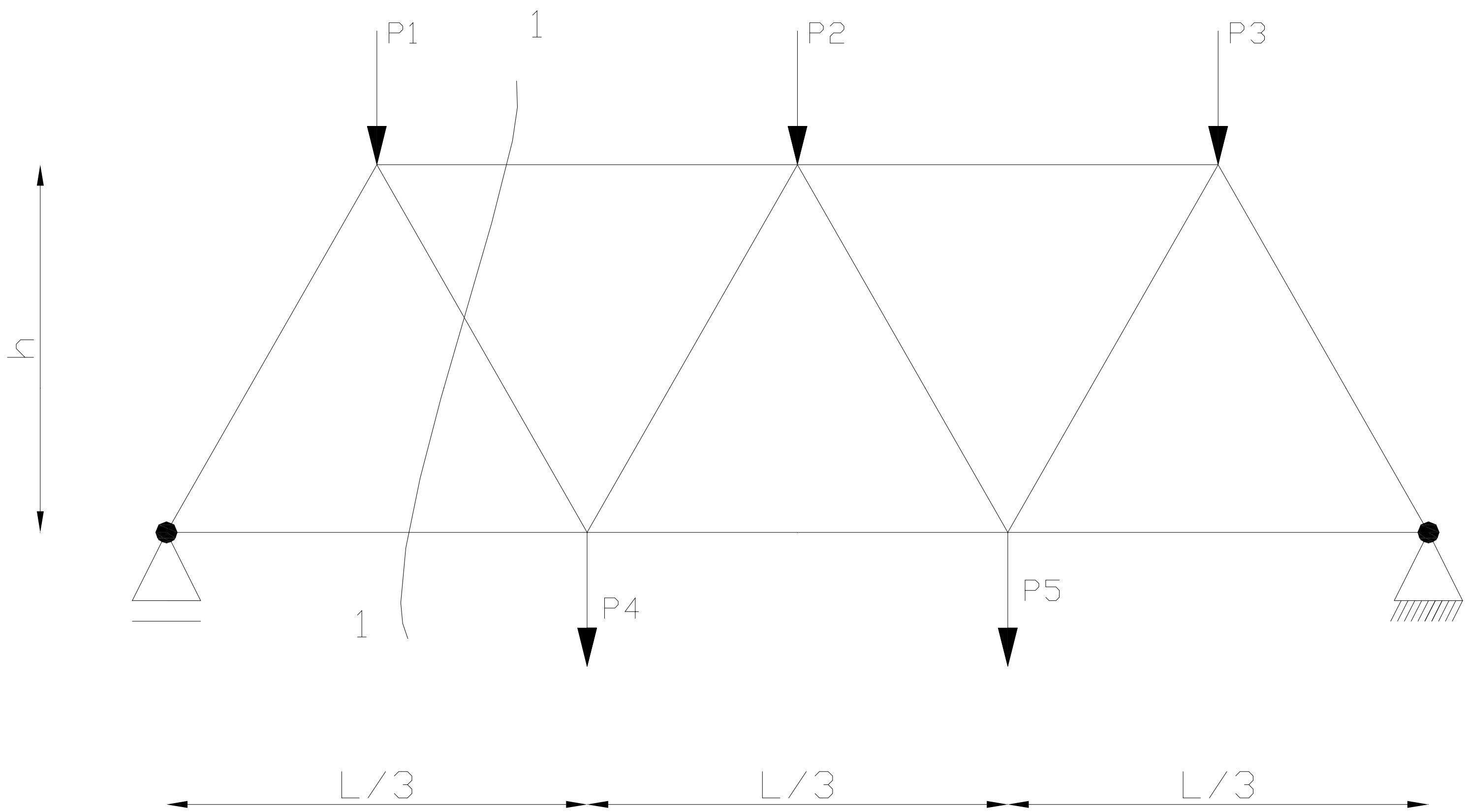
RETICULADOS PLANOS

- **SIMPLES**

- **COMPUESTOS**

- **COMPLEJOS**

RETICULADO SIMPLE



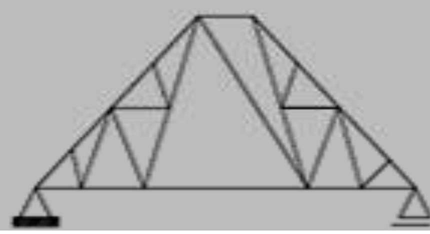
$$b = 2 \cdot v - 3$$

3.2. RETICULADOS COMPUESTOS

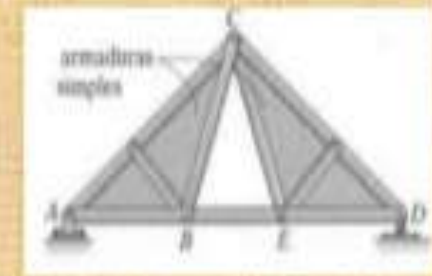
Son los que se obtienen de unir dos reticulados simples mediante tres vínculos eficientes. Puede ser: una articulación y una barra que no pase por ella (Polonceau); o tres barras que no concurran a un punto.

La condición de rigidez es la misma que para el reticulado simple:

$$b = 2 \cdot v - 3$$

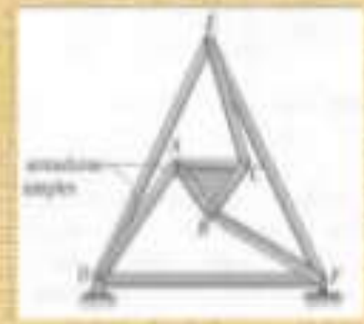


MARCO TEÓRICO: Clasificación



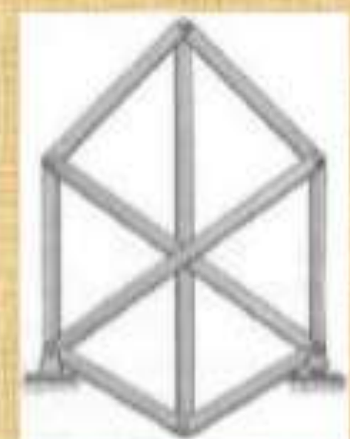
RETICULADOS COMPUESTOS:

Se forman uniendo dos reticulados simples



RETICULADOS COMPLEJOS:

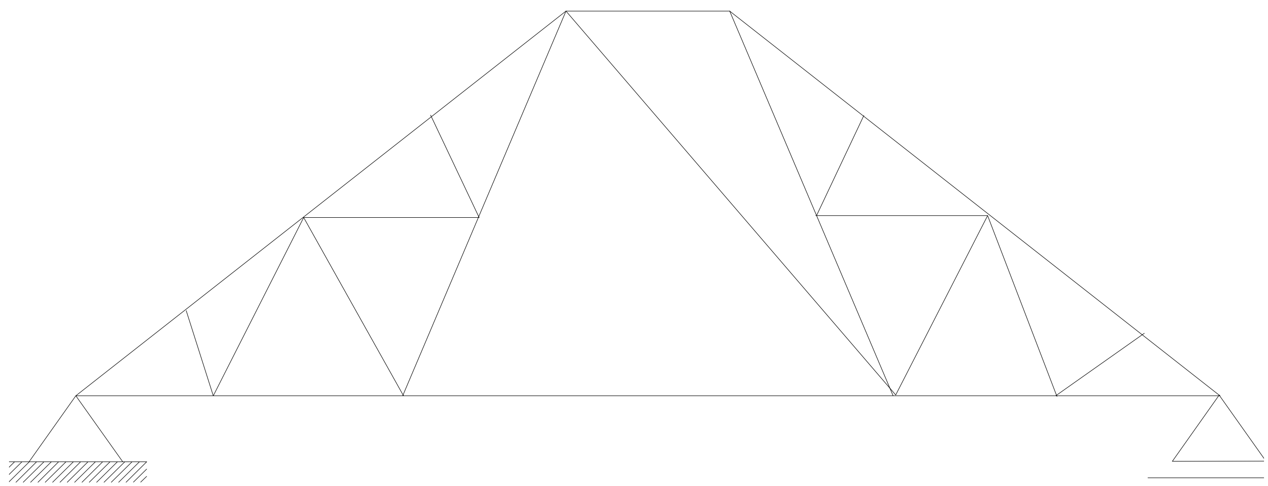
Son aquellos que no se pueden clasificar como simples o compuestos



Este reticulado se denomina COMPLEJO y tiene la misma condición de rigidez de los anteriores:

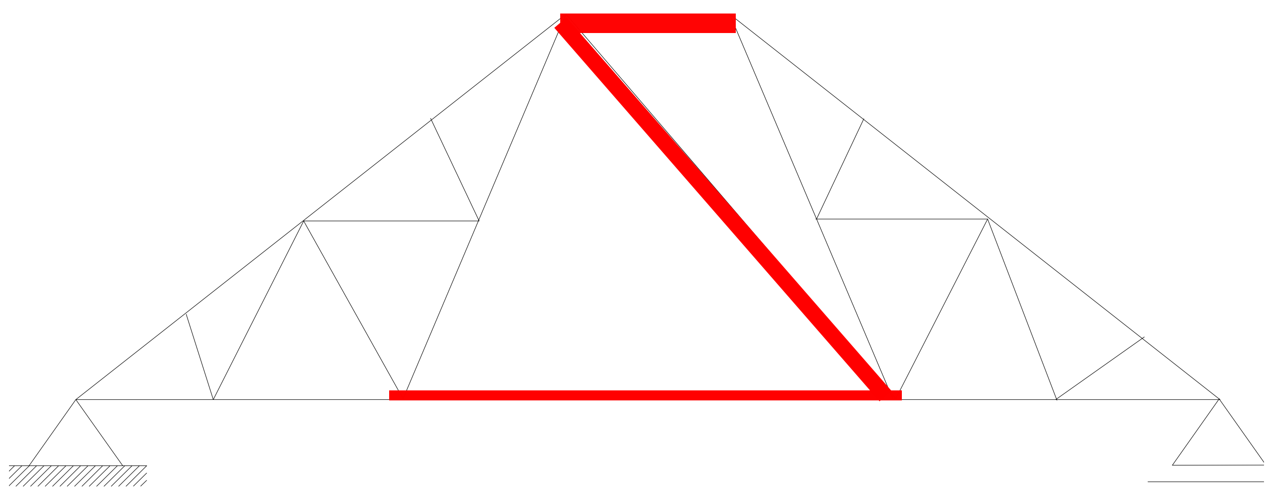
$$b = 2 \cdot v - 3$$

RETICULADO COMPUESTO



$$b=2\cdot v-3$$

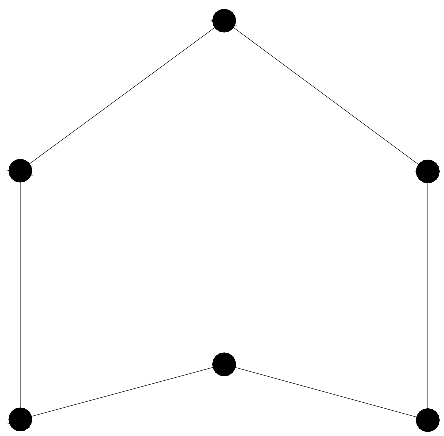
RETICULADO COMPUESTO

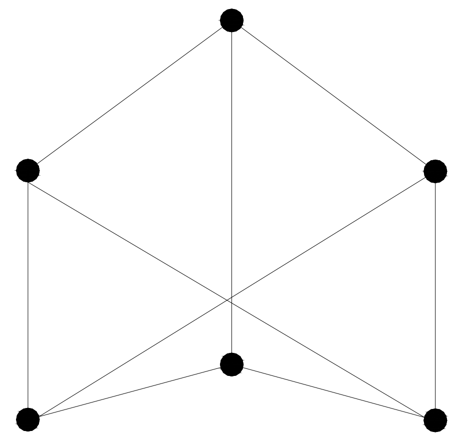


$$b = 2 \cdot v - 3$$

RETICULADO COMPLEJO

g = v = 6





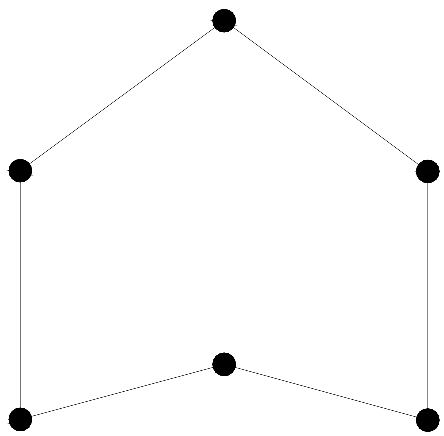
g = 3

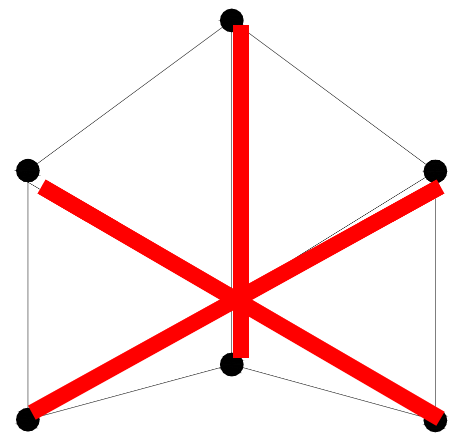
g = grados de libertad
v = vértices

$$b = 2 \cdot v - 3$$

RETICULADO COMPLEJO

g = v = 6



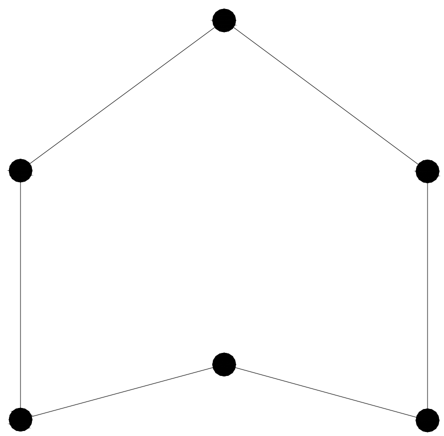


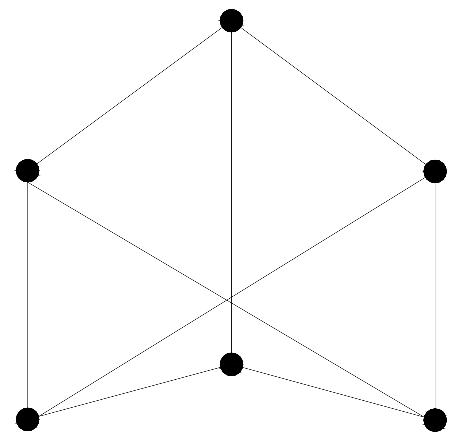
g = 3

g = grados de libertad
v = vértices

$$b = 2 \cdot v - 3$$

RETICULADO COMPLEJO





$$b=2\cdot v-3$$

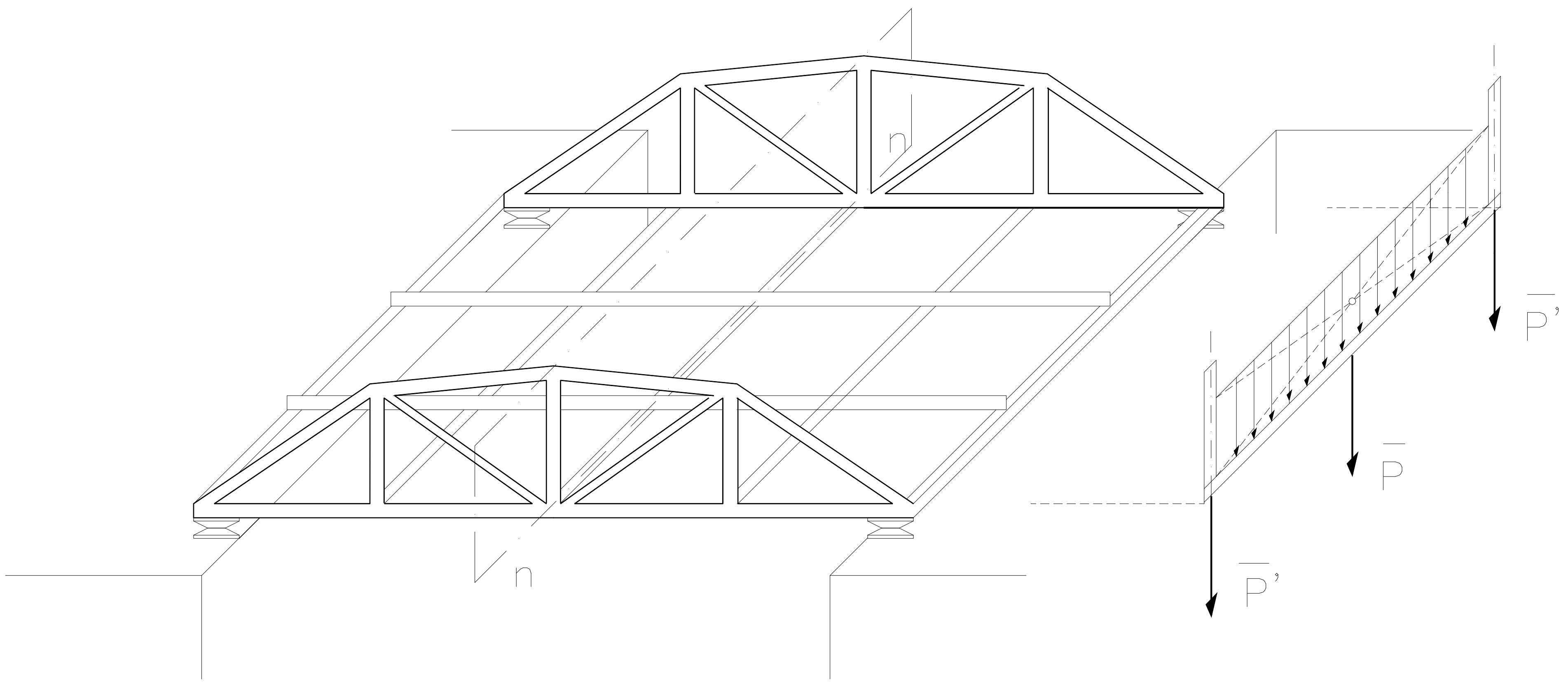
DETERMINACION DE ESFUERZOS EN BARRAS

HIPÓTESIS

RETICULADOS

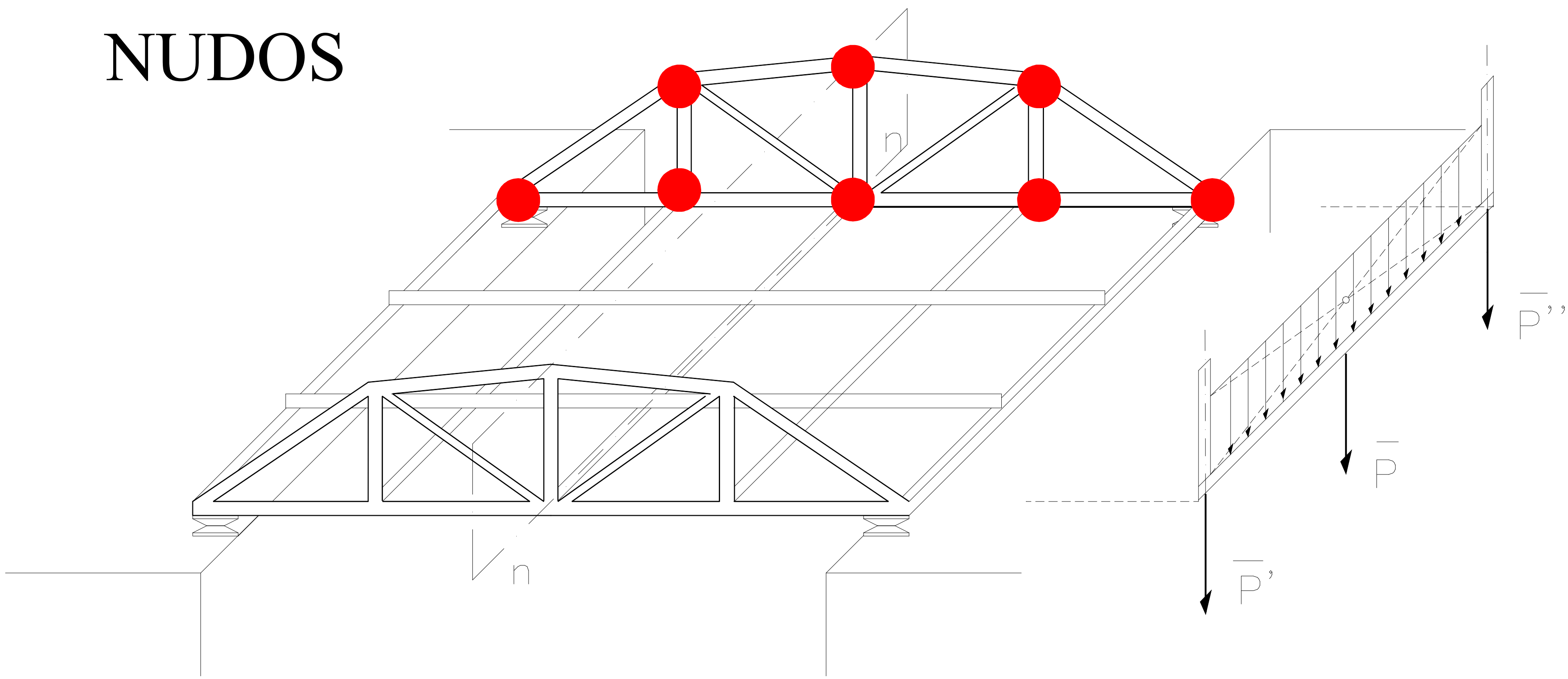
- Para determinar los esfuerzos que se originan en las barras se formulan dos hipótesis que, con la suficiente aproximación, permiten abordar el cálculo con sencillez.-
- Se supone primero ***que las barras se encuentran articuladas en los nudos*** y,
- en segundo término, ***que las fuerzas exteriores actúan solamente en ellos.-***

RETICULADOS



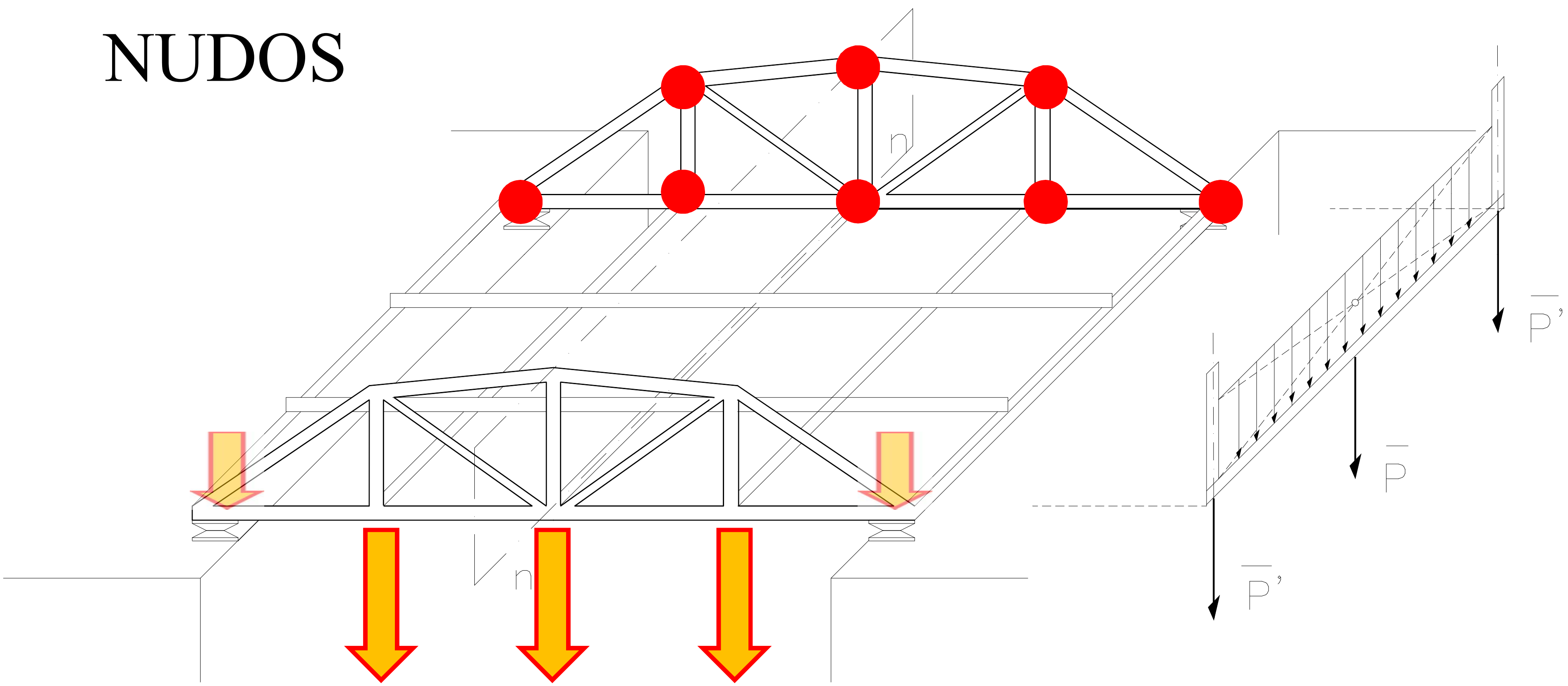
RETICULADOS

NUDOS



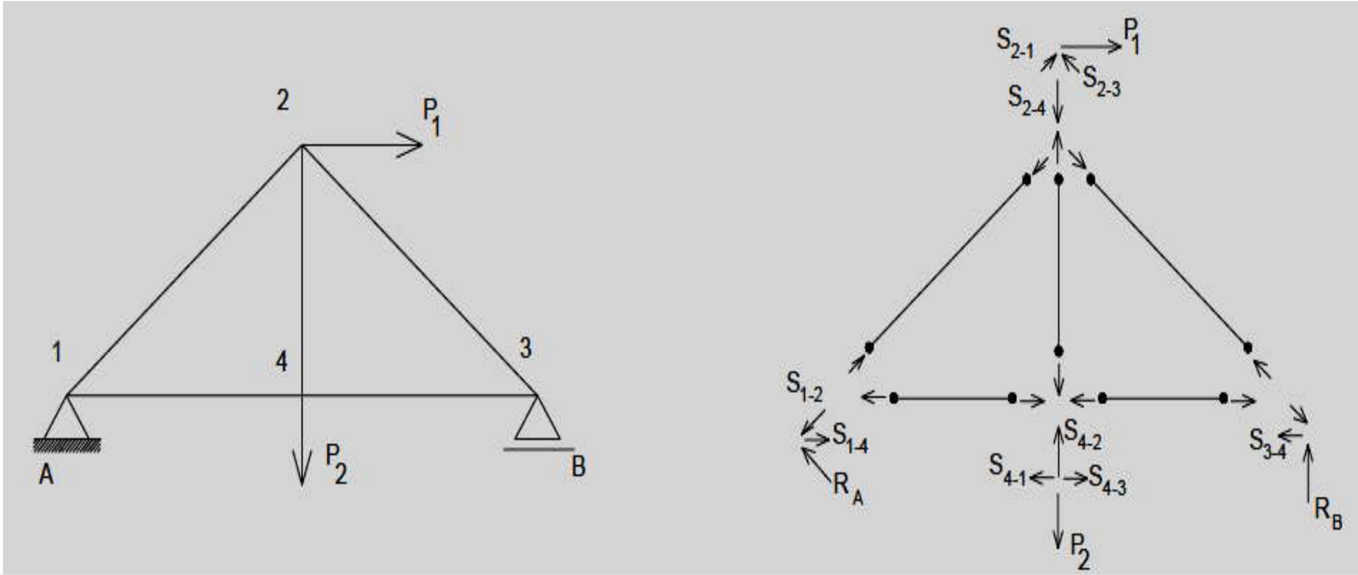
RETICULADOS

NUDOS



CARGAS

4. CONDICIONES DE ISOSTATICIDAD



Como toda la armadura está en equilibrio, cada nudo debe estar en equilibrio. En cada nudo estamos en presencia de un sistema plano de fuerzas concurrentes (fuerzas exteriores activas y reactivas y esfuerzos en la dirección de las barras) cuya condición de equilibrio es:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$

Como tenemos "v" nudos se obtendrán: $\boxed{E = 2 \cdot v}$ ecuaciones estáticas de equilibrio. Por otra parte las incógnitas del problema son los esfuerzos en cada una de las barras y las tres componentes de las reacciones externas, por lo tanto serán:

$$I = b + 3 = 2 \cdot v - 3 + 3$$
$$\boxed{I = 2 \cdot v}$$

DETERMINACION DE ESFUERZOS EN BARRAS

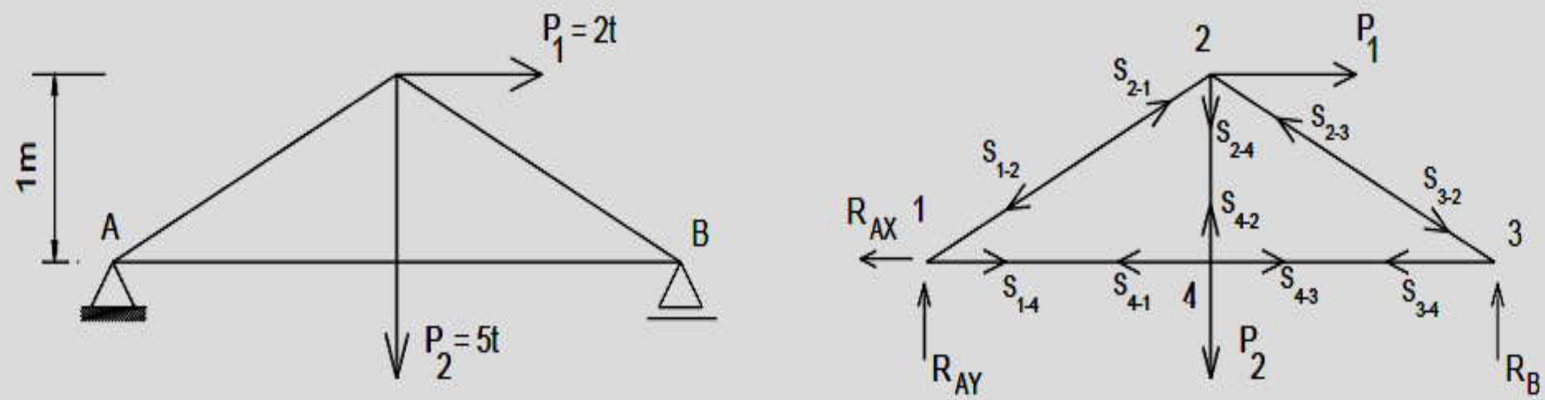
MÉTODO DE LOS NUDOS
MÉTODO DE LAS SECCIONES

TEMA 4.B DETERMINACION DE ESFUERZOS INTERNOS

1. MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE ESFUERZOS EN LAS BARRAS

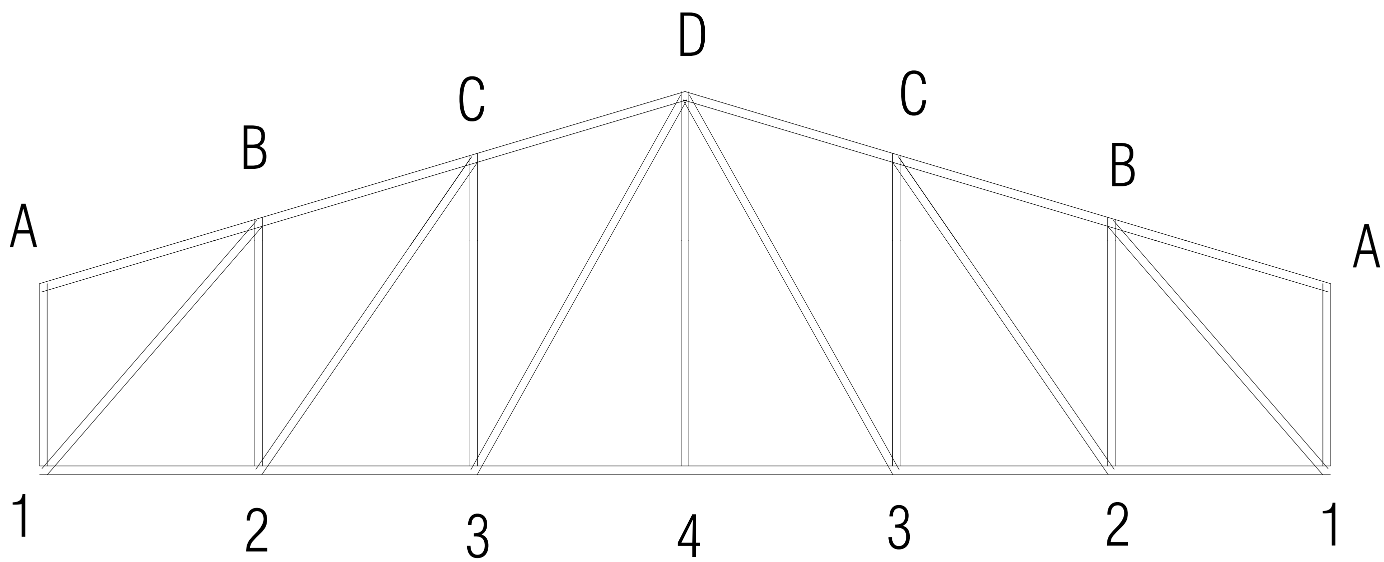
1.1. MÉTODO DE LOS NUDOS

EJEMPLO

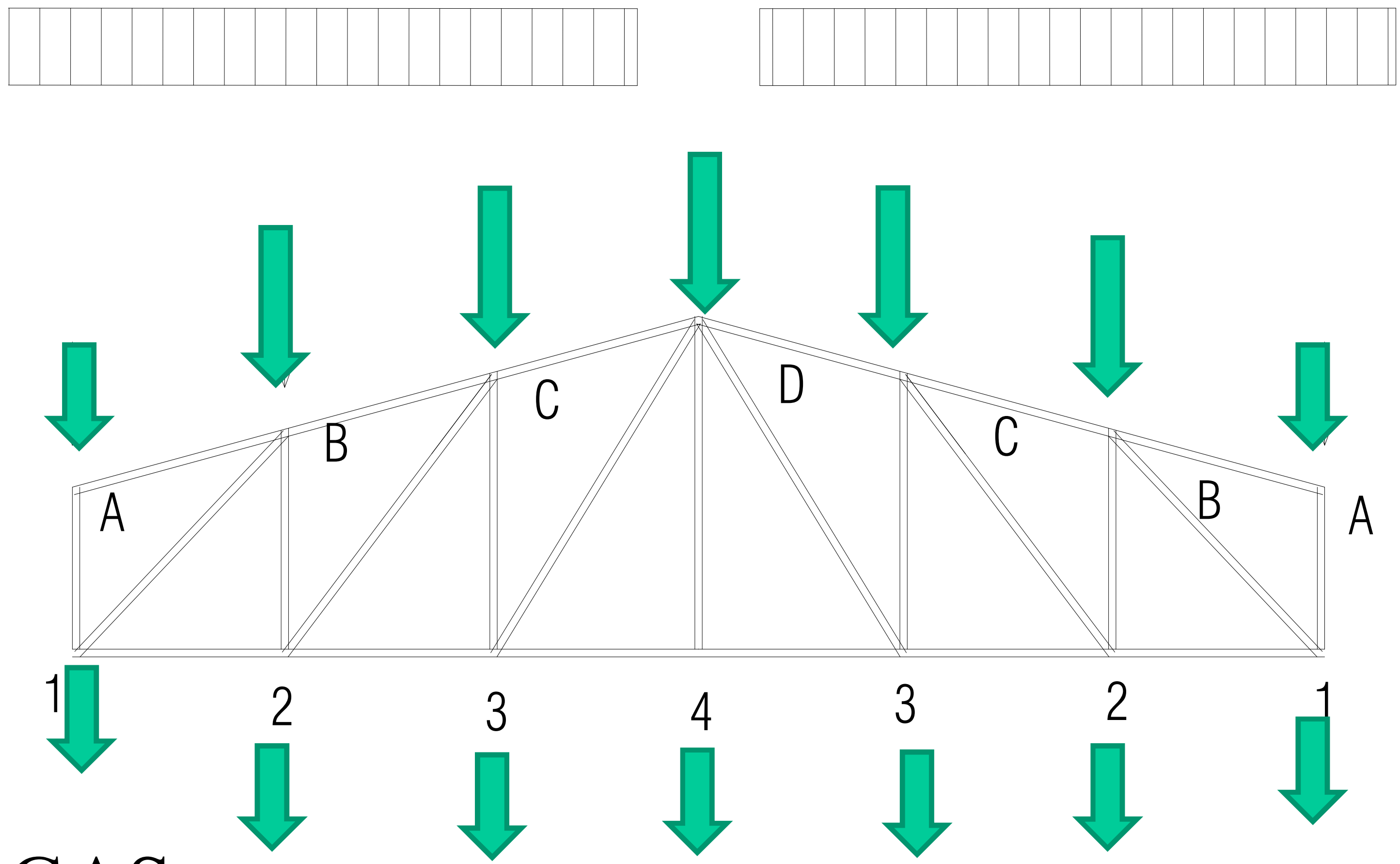


$$\sum F_x = 0 \text{ y } \sum F_y = 0,$$

MÉTODO DE LOS NUDOS

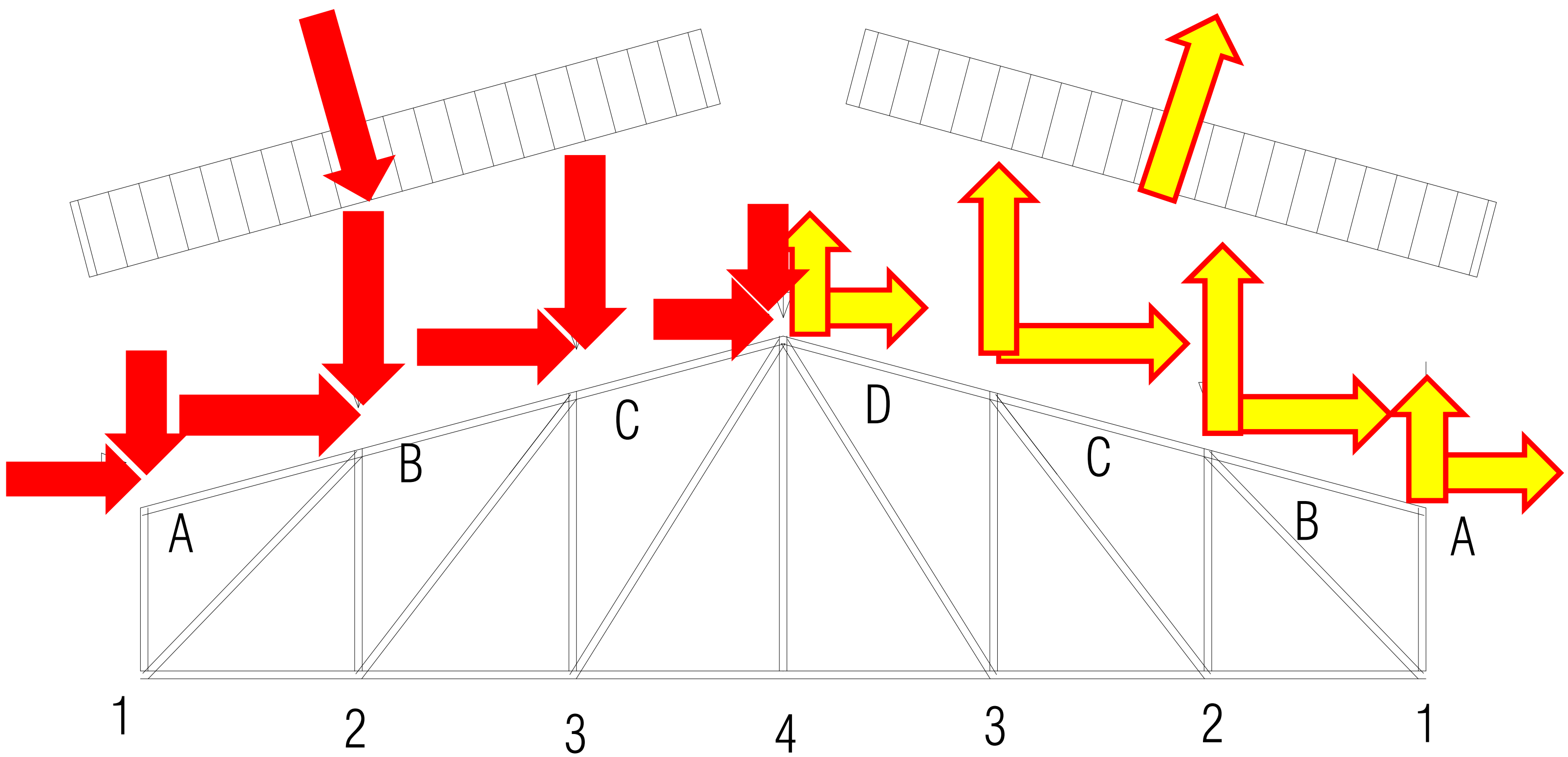


MÉTODO DE LOS NUDOS



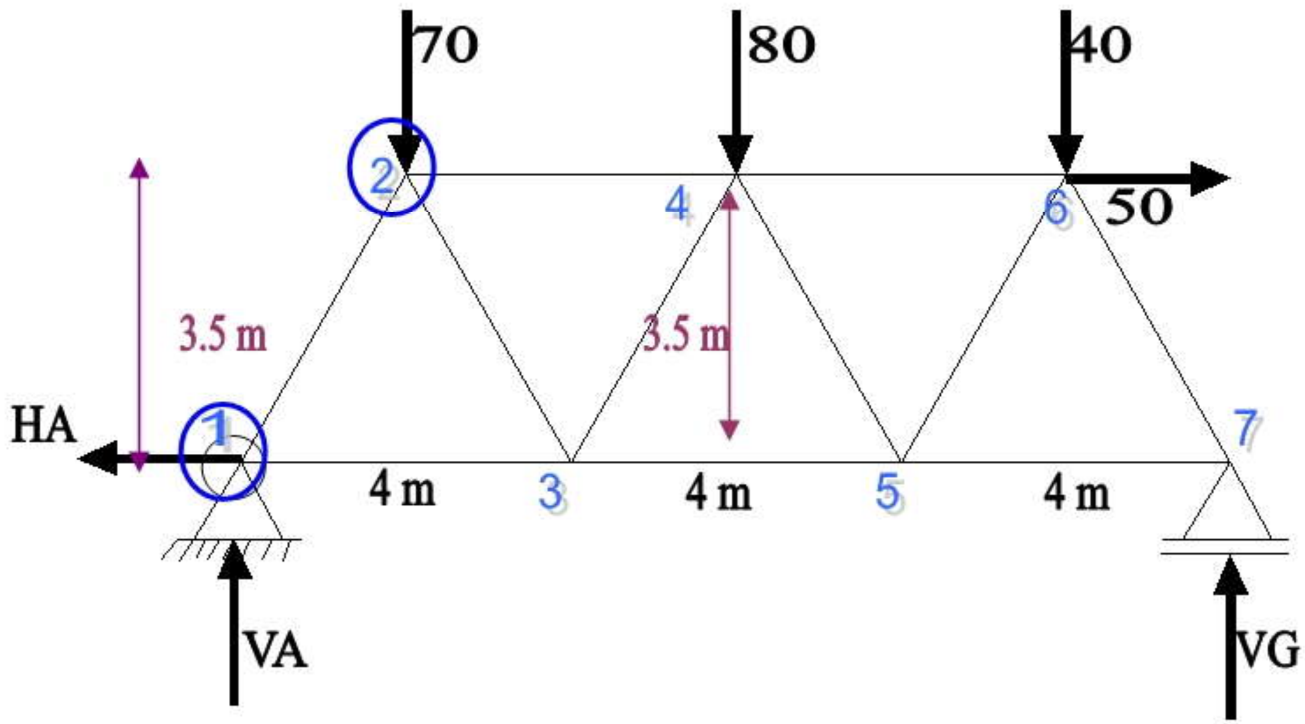
CARGAS

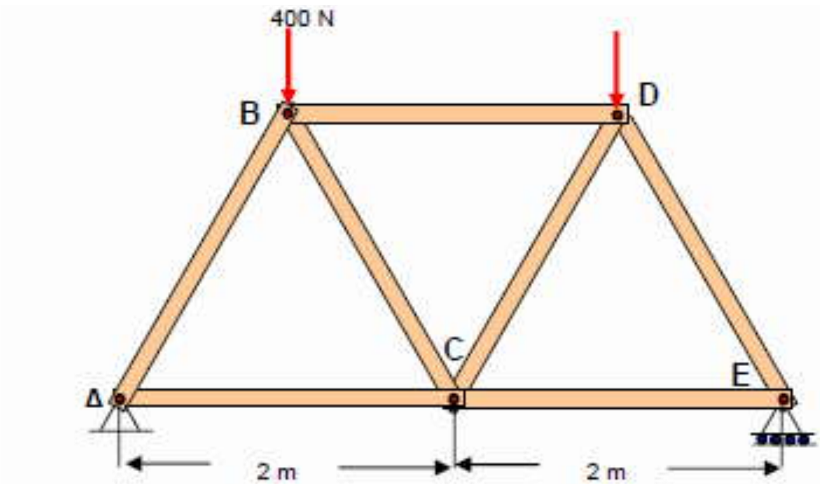
MÉTODO DE LOS NUDOS



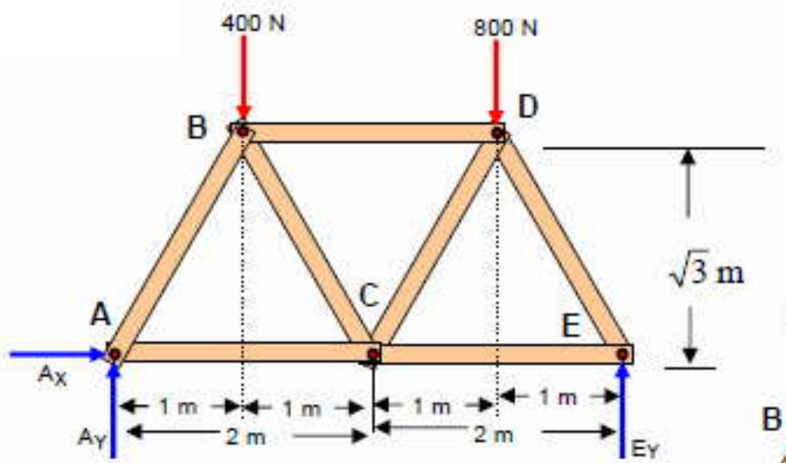
VIENTO

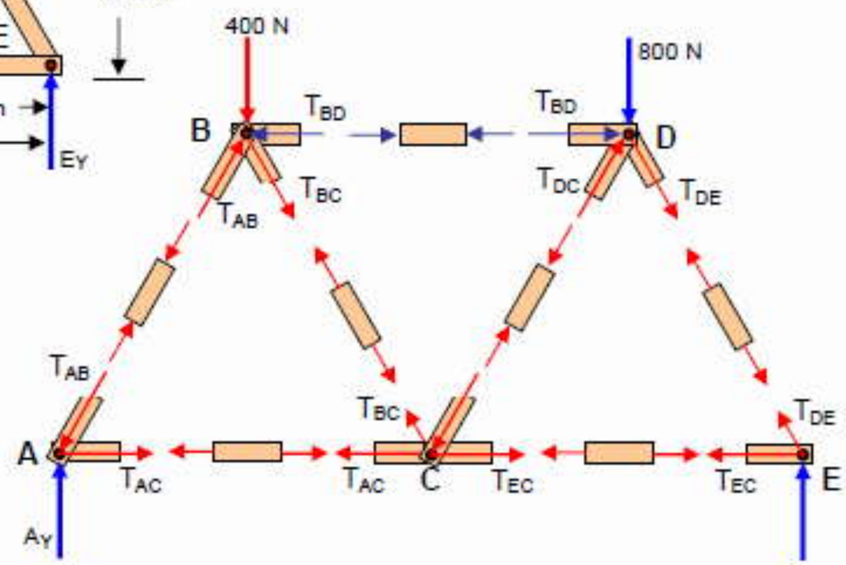
RETICULADO SIMPLE





Armadura **WARREN** soportando dos cargas



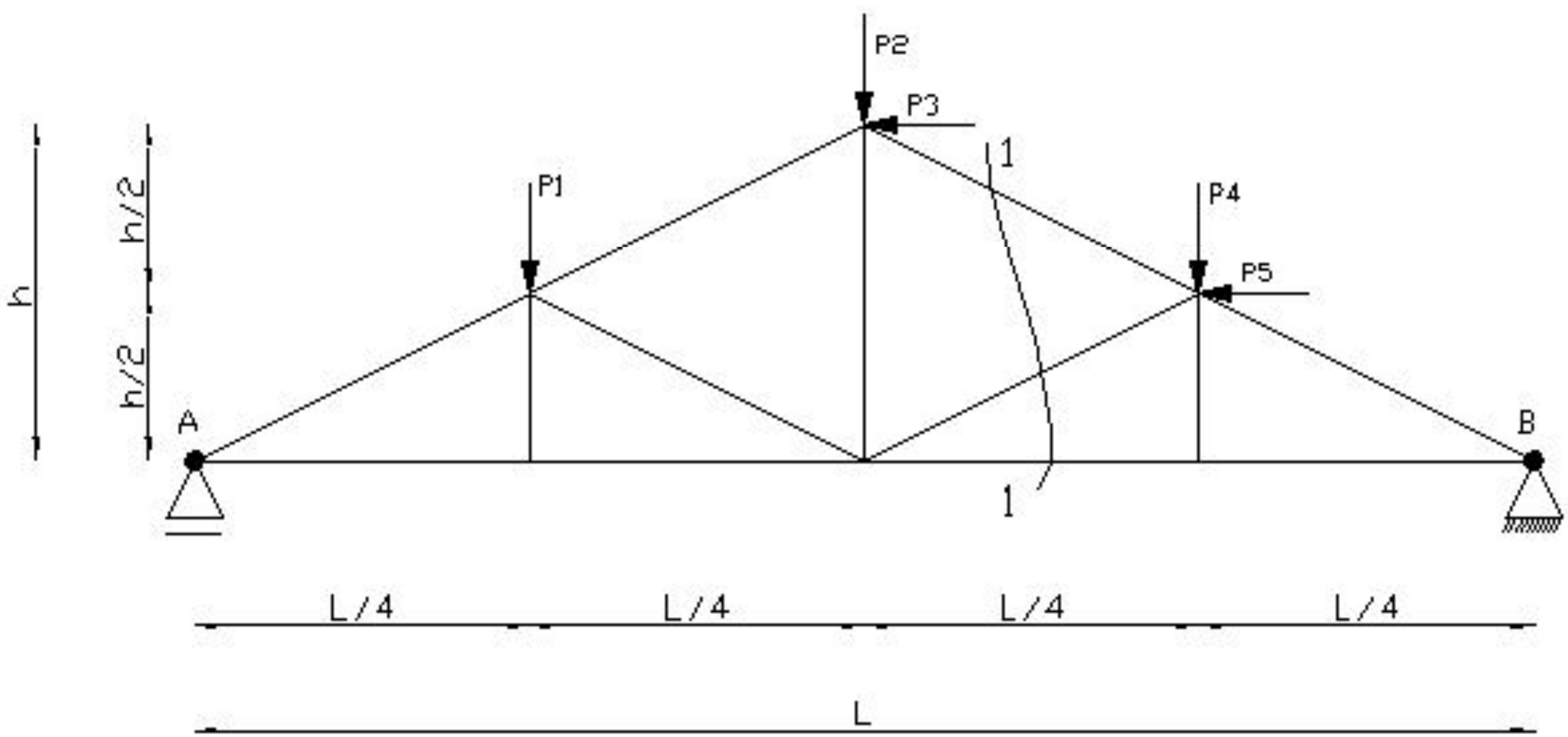


RETICULADOS PLANOS

EJERCICIO MODELO

METODO DE LOS NUDOS

EJERCICIO MODELO



P_1 a P_5=30KN

L=16m ; h= 4m

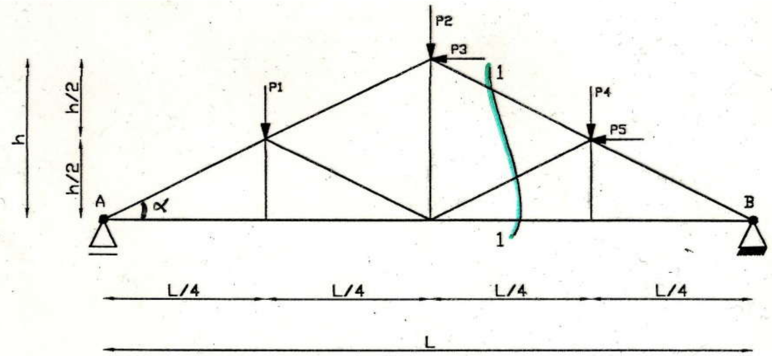
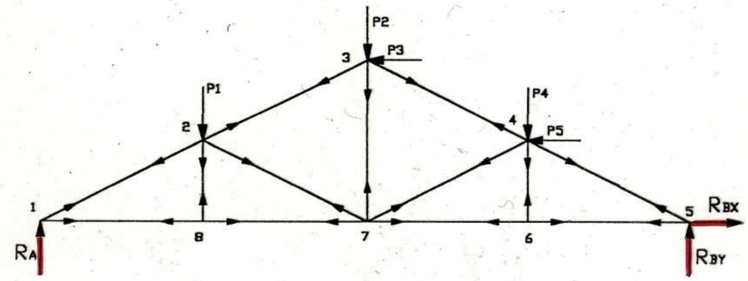


Diagrama de cuerpo libre



$b = 2v - 3$

L=	16 m
h=	4 m
P1=	30 KN
P2=	30 KN
P3=	30 KN
P4=	30 KN
P5=	30 KN
α =	26.6 º

Resolución Ejercicio Modelo:

$\Sigma\ Fx = 0 = -P3 - P5 + R_{BX} = 0$

$R_{BX} = P3 + P5 =$ **60.0 KN**

$\Sigma M_B = 0 = R_A.L - P1.3/4.L - P2.L/2 - P3.h - P5.h/2 - P4.L/4 = 0$

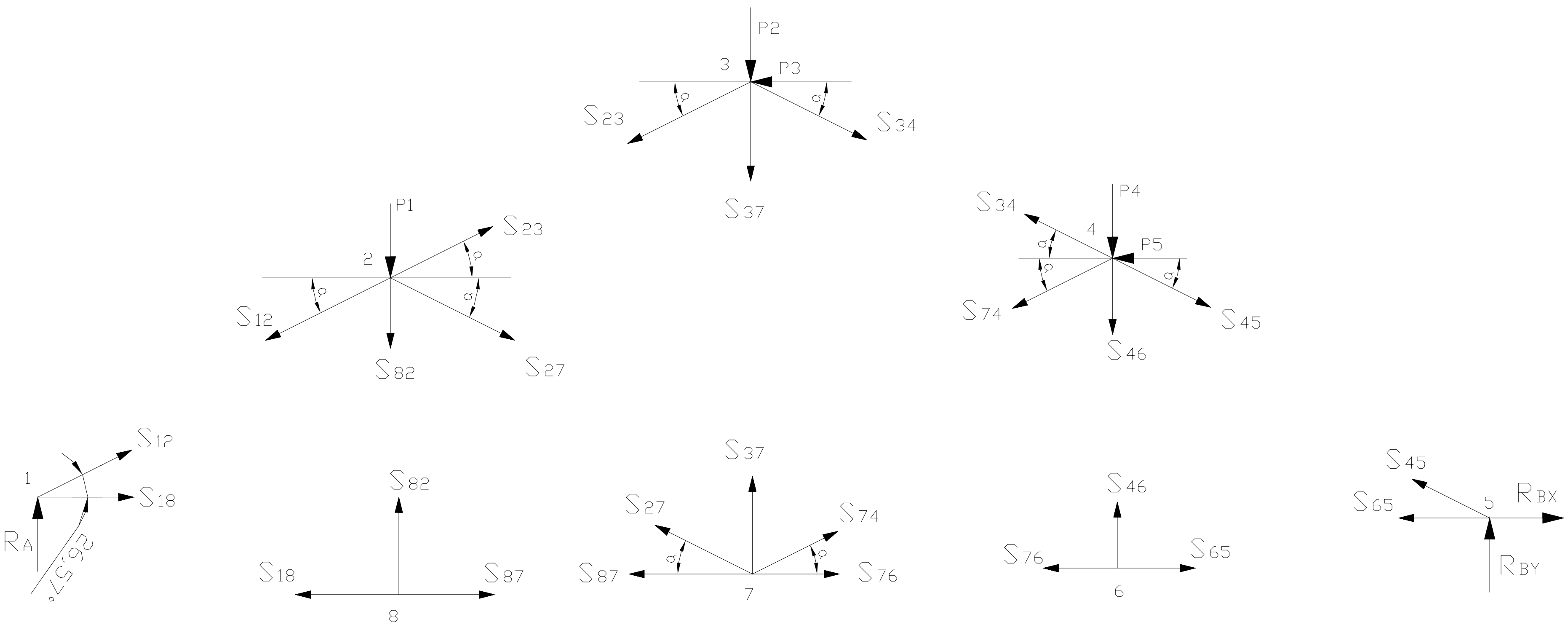
$R_A = (P1.3/4.L + P2.L/2 + P3.h + P5.h/2 + P4.L/4) / L =$ **56.3 KN**

$\Sigma M_A = 0 = P1.L/4 + P2.L/2 - P3.h - P5.h/2 + P4.3/4.L - R_{BY}.L = 0$

$R_{BY} = (P1.L/4 + P2.L/2 - P3.h - P5.h/2 + P4.3/4.L) / L =$ **33.75 KN**

Verificación de reacciones:

$\Sigma Fy = R_A + R_{BY} - P1 - P2 - P4 =$ 0.0 KN

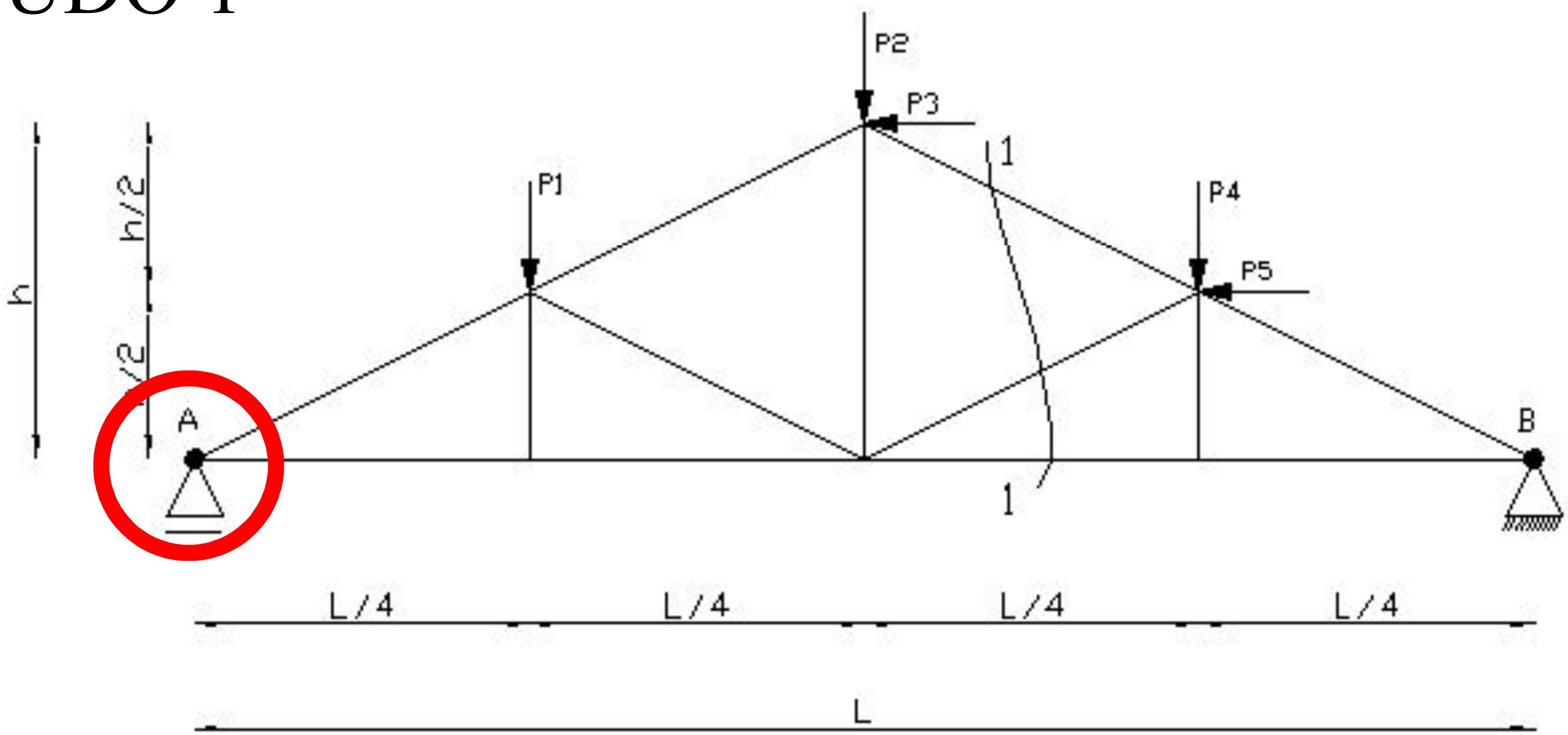


P2
3
P3
S23
S34
S37
P1
2
S23
S12
S82
S27
P4
4
P5
S34
S74
S46
S45
1
S12
S18
RA
26,57°
S82
S18
S87
8
S37
S27
S74
S87
S76
7
S46
S76
S65
6
S45
S65
5
RBX
RBY

$$\sum X = 0$$
$$\sum Y = 0$$

EJERCICIO MODELO

NUDO 1



NUDO 1

$$\sum X = 0$$

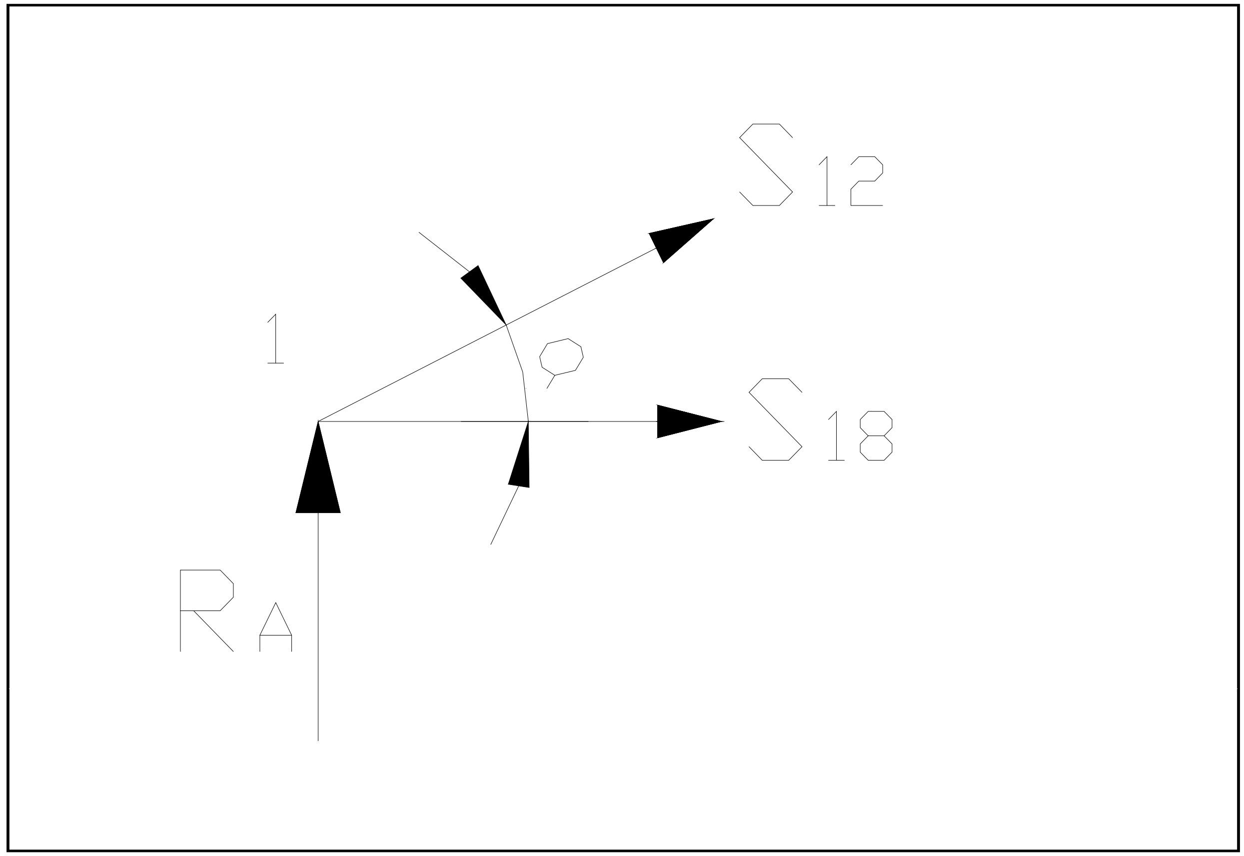
$$\sum Y = 0$$

NUDO 1

$R_A = 56{,}3$ KN

$\boldsymbol{\Sigma X = 0}$

$\boldsymbol{\Sigma Y = 0}$



$$\Sigma X = S_{12}.\cos a + S_{18} = 0$$

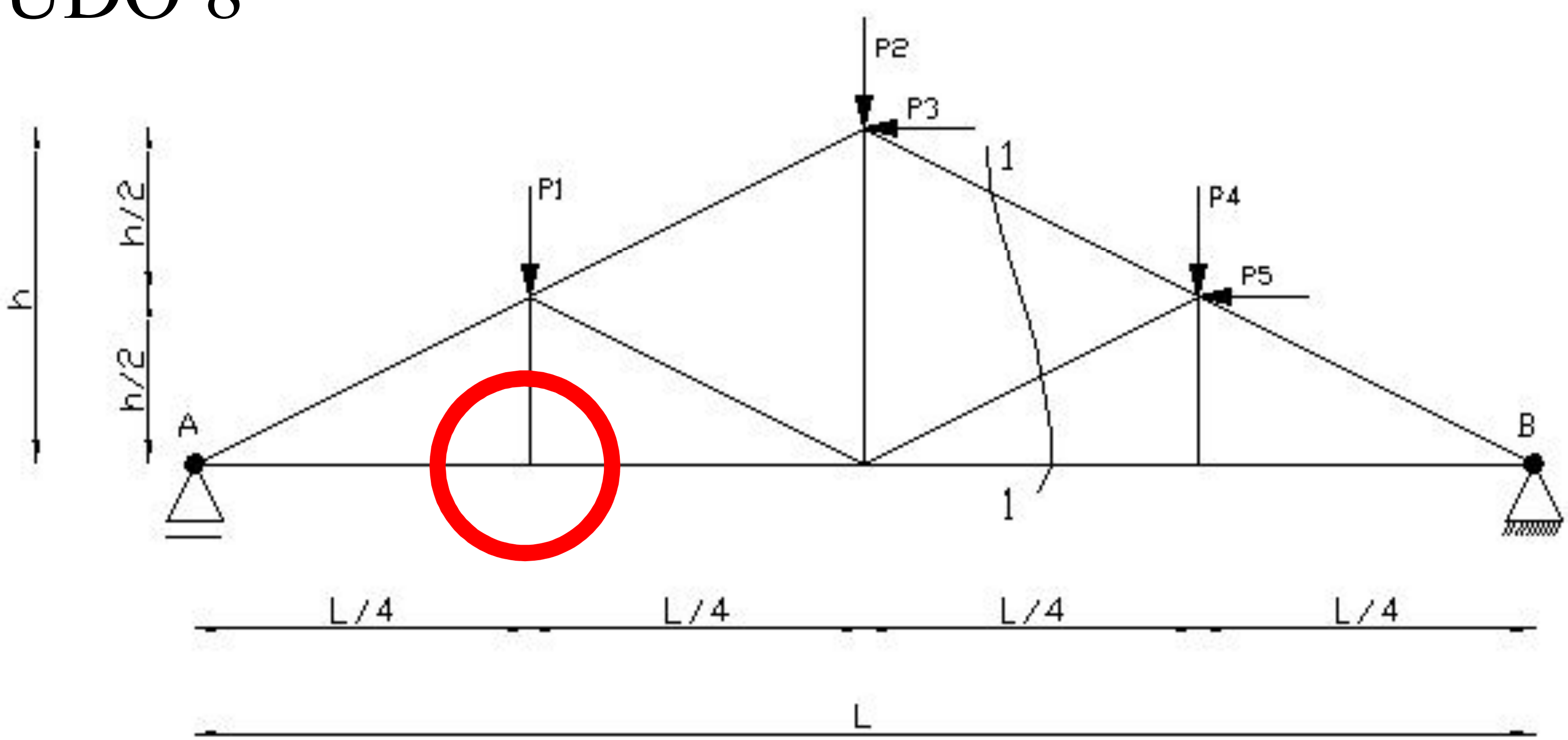
$$\Sigma Y = S_{12}.\text{sen } a + R_A = 0$$

$$S_{12} = - R_A / \text{sen } a = -125{,}8 \text{ KN}$$

$$S_{18} = - S_{12}.\cos a = 112, \text{ KN}$$

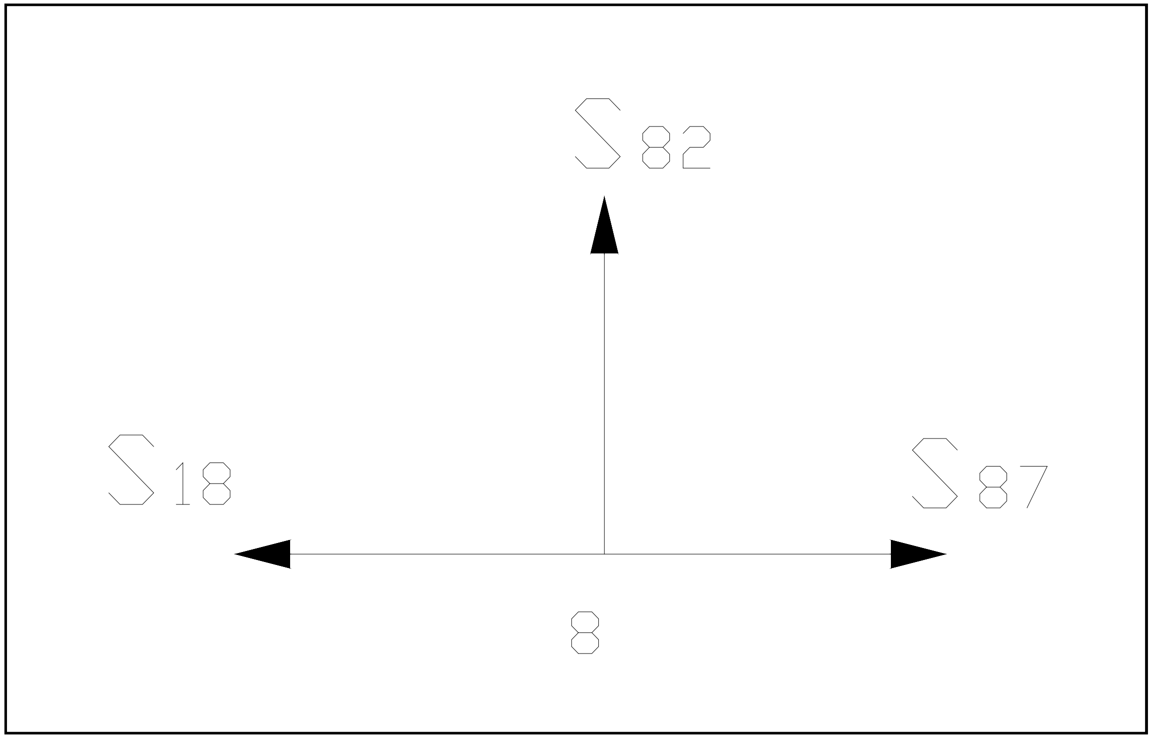
EJERCICIO MODELO

NUDO 8



NUDO 8

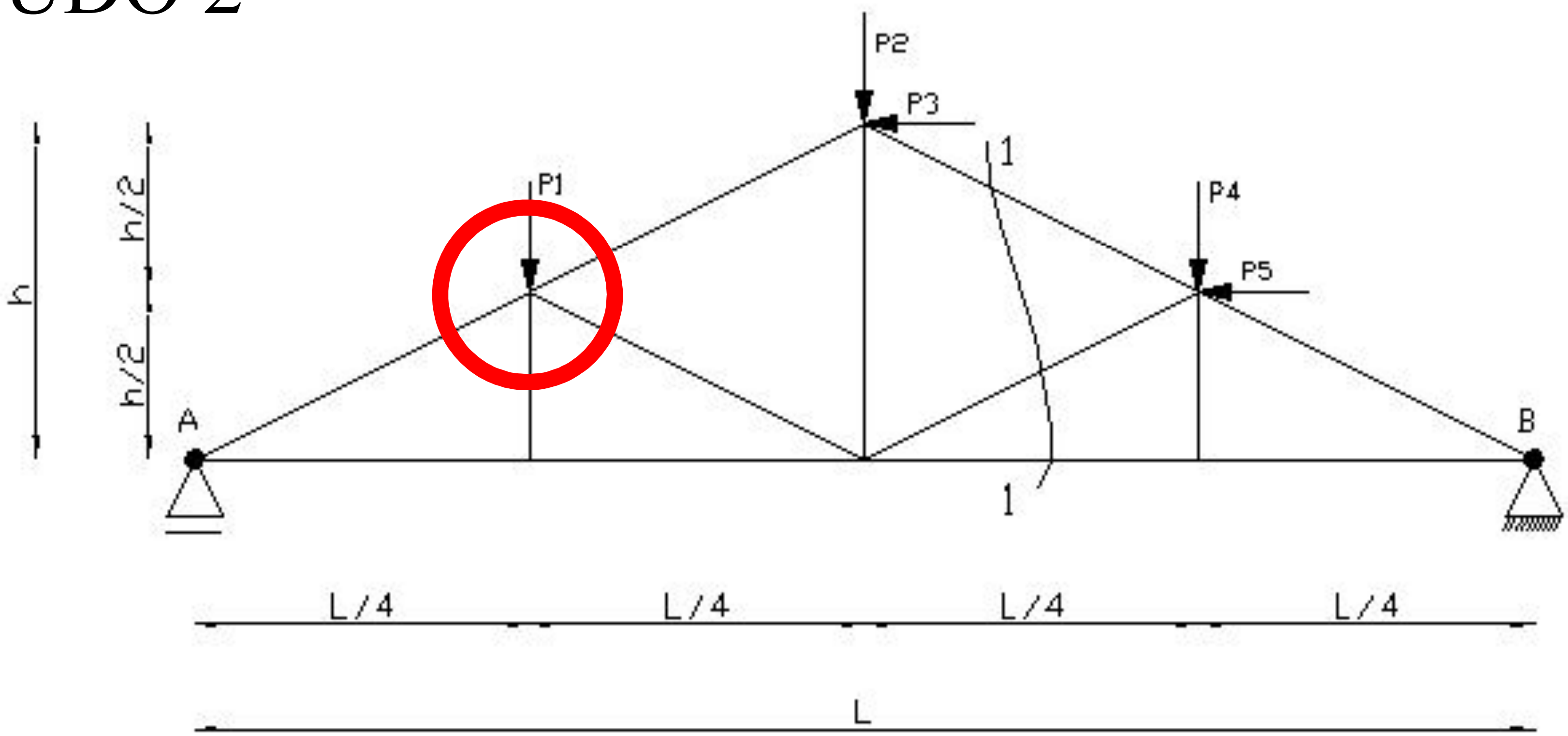
$$\Sigma \mathbf{X} = \mathbf{0}$$
$$\Sigma \mathbf{Y} = \mathbf{0}$$



$$\Sigma X = S_{87} - S_{18} = 0$$
$$\Sigma Y = S_{82} = 0$$
$$S_{87} = S_{18} = 112{,}5 \text{ KN}$$
$$S_{82} = 0 \text{ KN}$$

EJERCICIO MODELO

NUDO 2



NUDO 2

$$\Sigma X = 0$$
$$\Sigma Y = 0$$

$$\Sigma X = S_{23}.\cos a + S_{27}.\cos a - S_{12}.\cos a = 0$$

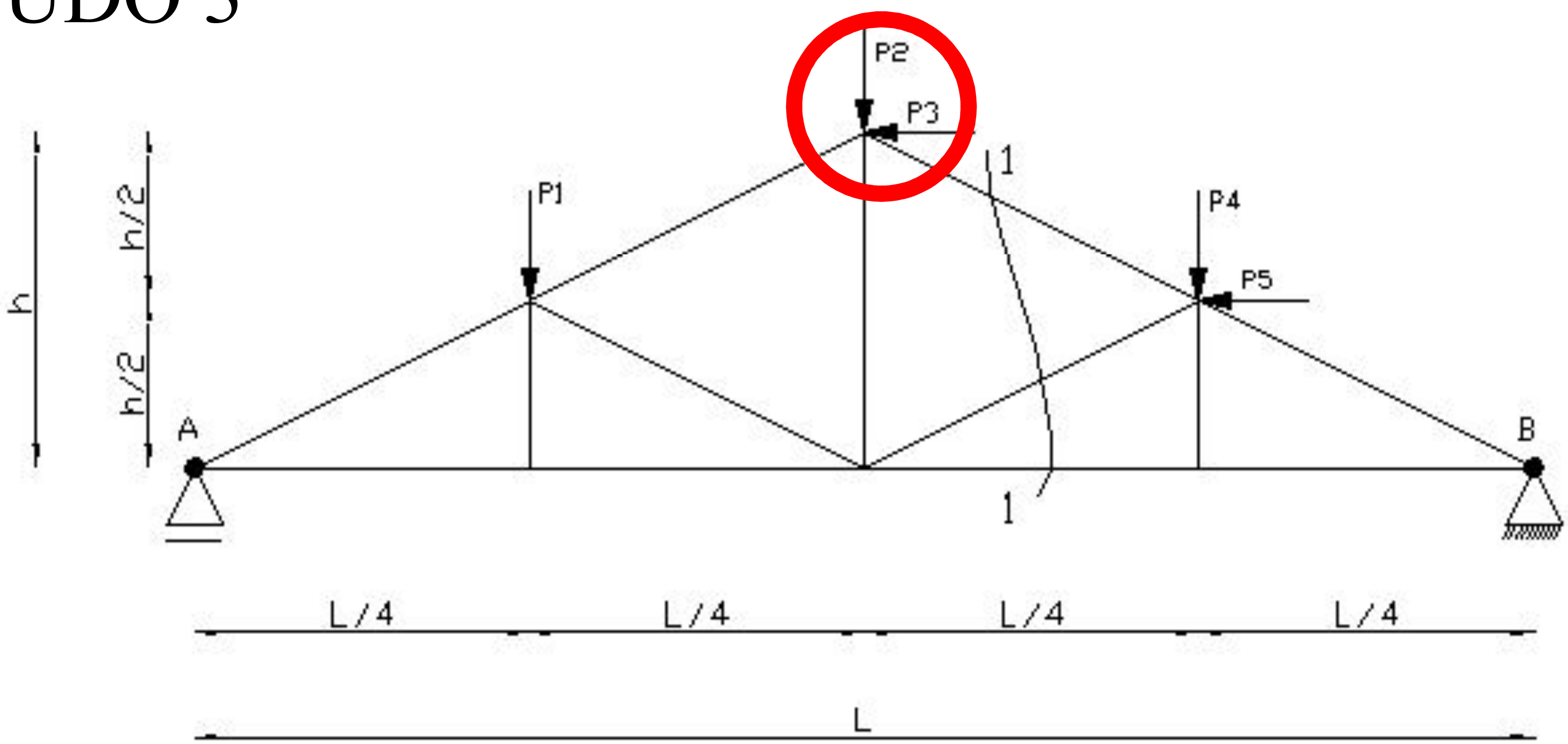
$$\Sigma Y = - P1 + S_{23}.\text{sen } a - S_{27}.\text{sen } a - S_{82} - S_{12}.\text{sen } a = 0$$

$$S_{23} = -92,2 \text{ KN}$$

$$S_{27} = - 33,5 \text{ KN}$$

EJERCICIO MODELO

NUDO 3



NUDO 3

$$\sum X = 0$$
$$\sum Y = 0$$

Σ X = -P3 + S_{34}.cos a - S_{23}.cos a = 0

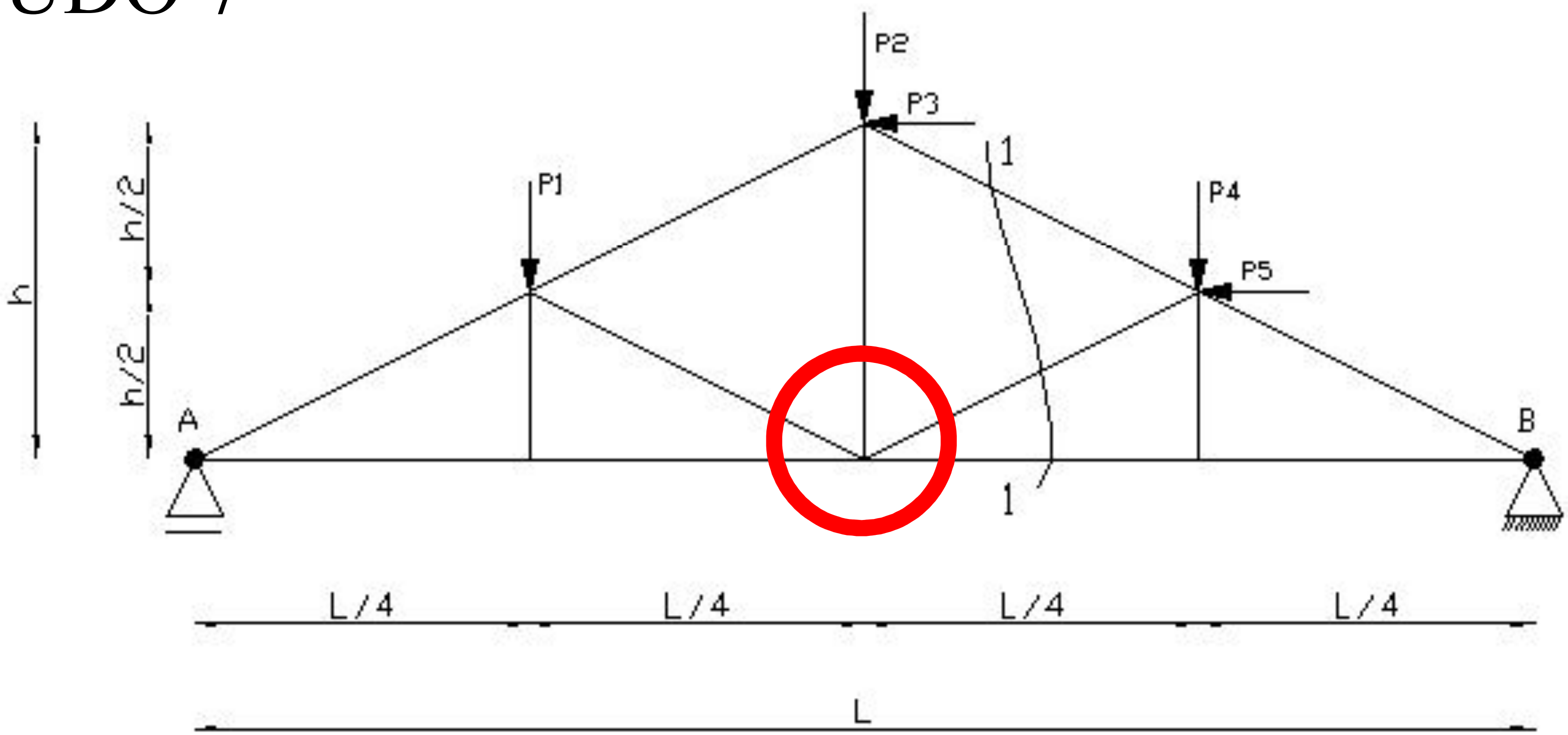
Σ Y = - P2 - S_{34}.sen a - S_{37} - S_{23}.sen a = 0

S_{34} = -58,7 KN

S_{37} = 37,5 KN

EJERCICIO MODELO

NUDO 7



NUDO 7

$$\sum X = 0$$
$$\sum Y = 0$$

$$\sum X = S_{74}.\cos a + S_{76} - S_{87} - S_{27}.\cos a = 0$$

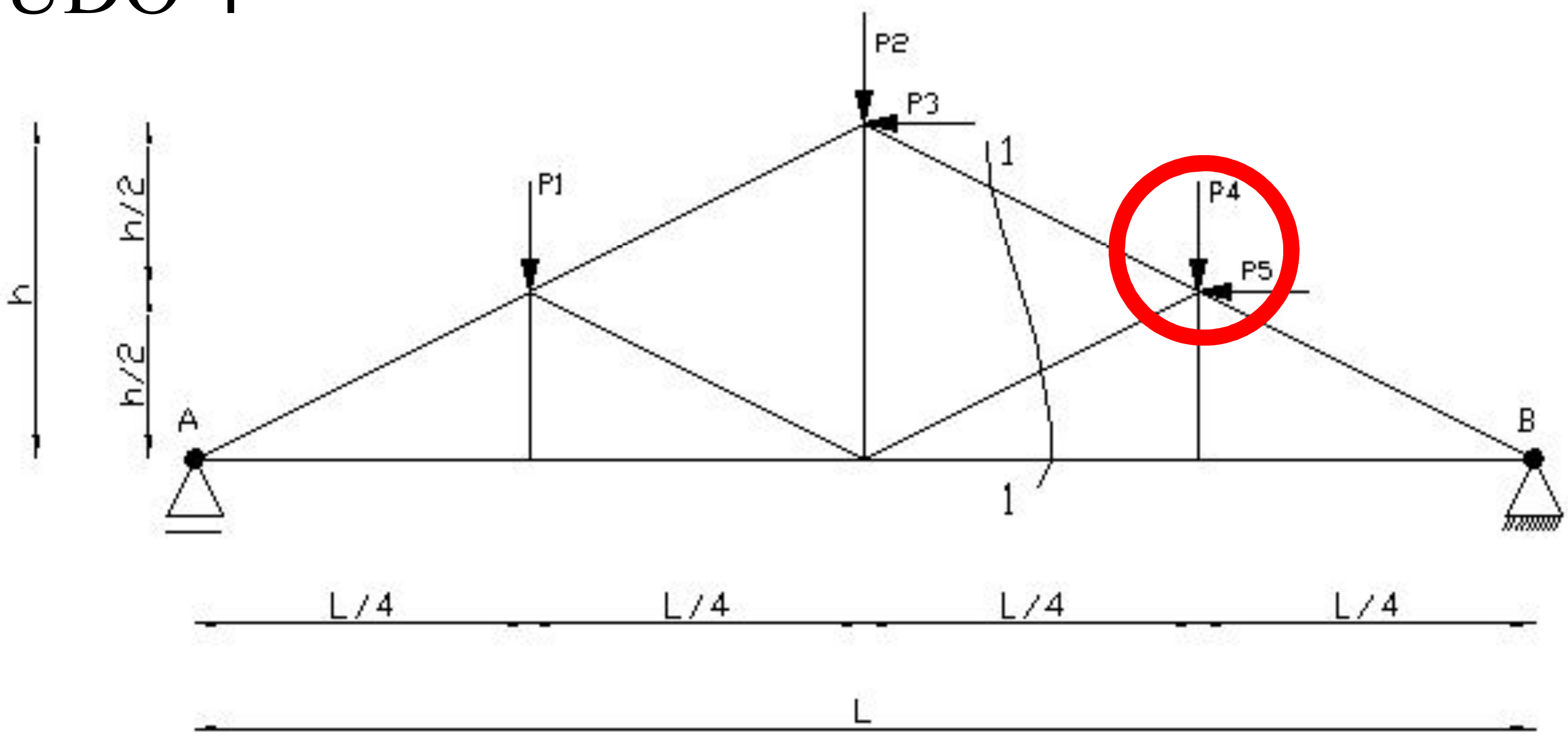
$$\sum Y = S_{37} + S_{74}.\text{sen } a + S_{27}.\text{sen } a = 0$$

$$S_{76} = 127{,}5 \text{ KN}$$

$$S_{74} = -50{,}3 \text{ KN}$$

EJERCICIO MODELO

NUDO 4



NUDO 4

$$\Sigma X = 0$$
$$\sum Y = 0$$

$$\Sigma X = -P5 + S_{45}.\cos a - S_{74}.\cos a - S_{34}.\cos a = 0$$

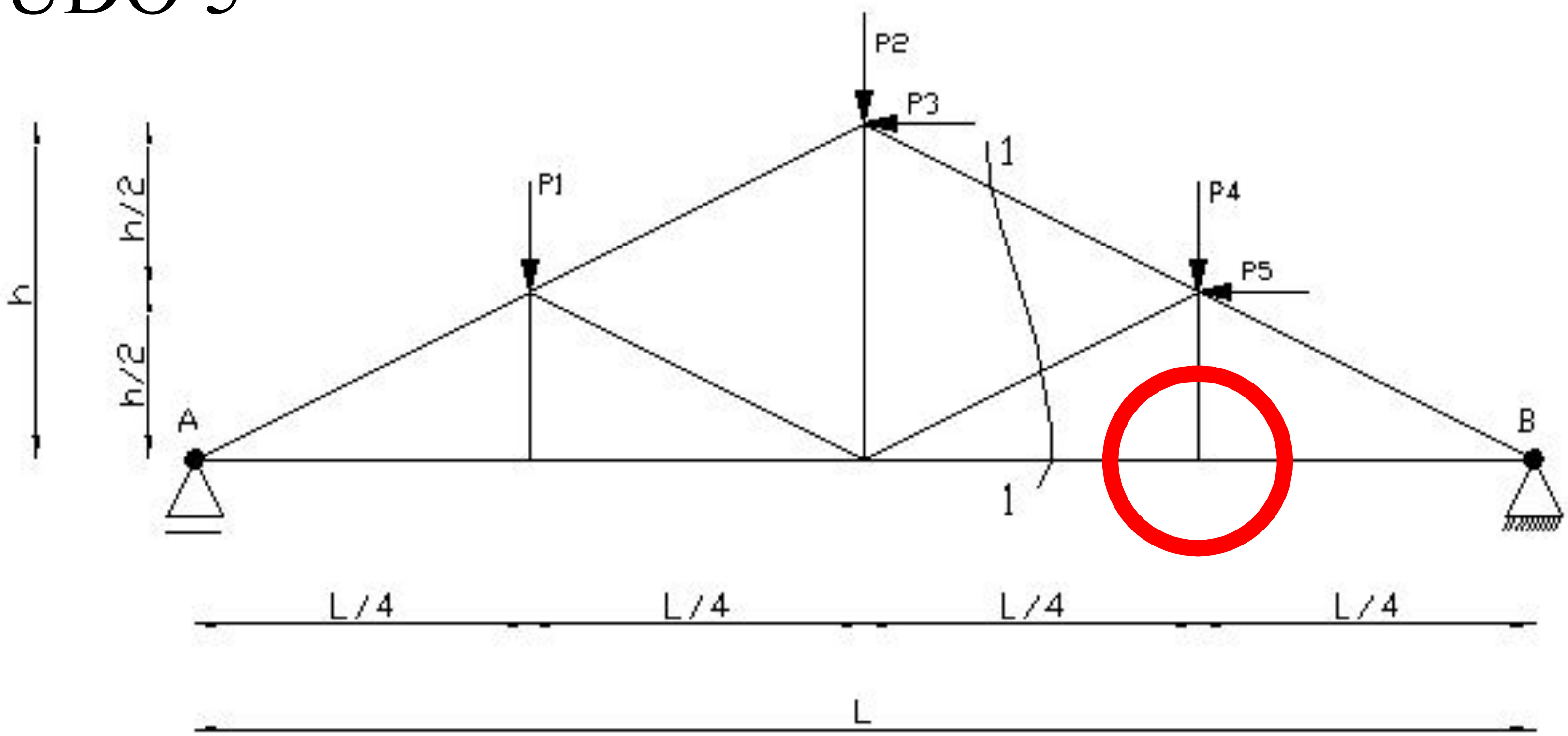
$$\Sigma Y = -P4 - S_{45}.\text{sen } a - S_{46} - S_{74}.\text{sen } a + S_{34}.\text{sen } a = 0$$

$$S_{45} = -75{,}5 \text{ KN}$$

$$S_{46} = 0 \text{ KN}$$

EJERCICIO MODELO

NUDO 5



NUDO 6

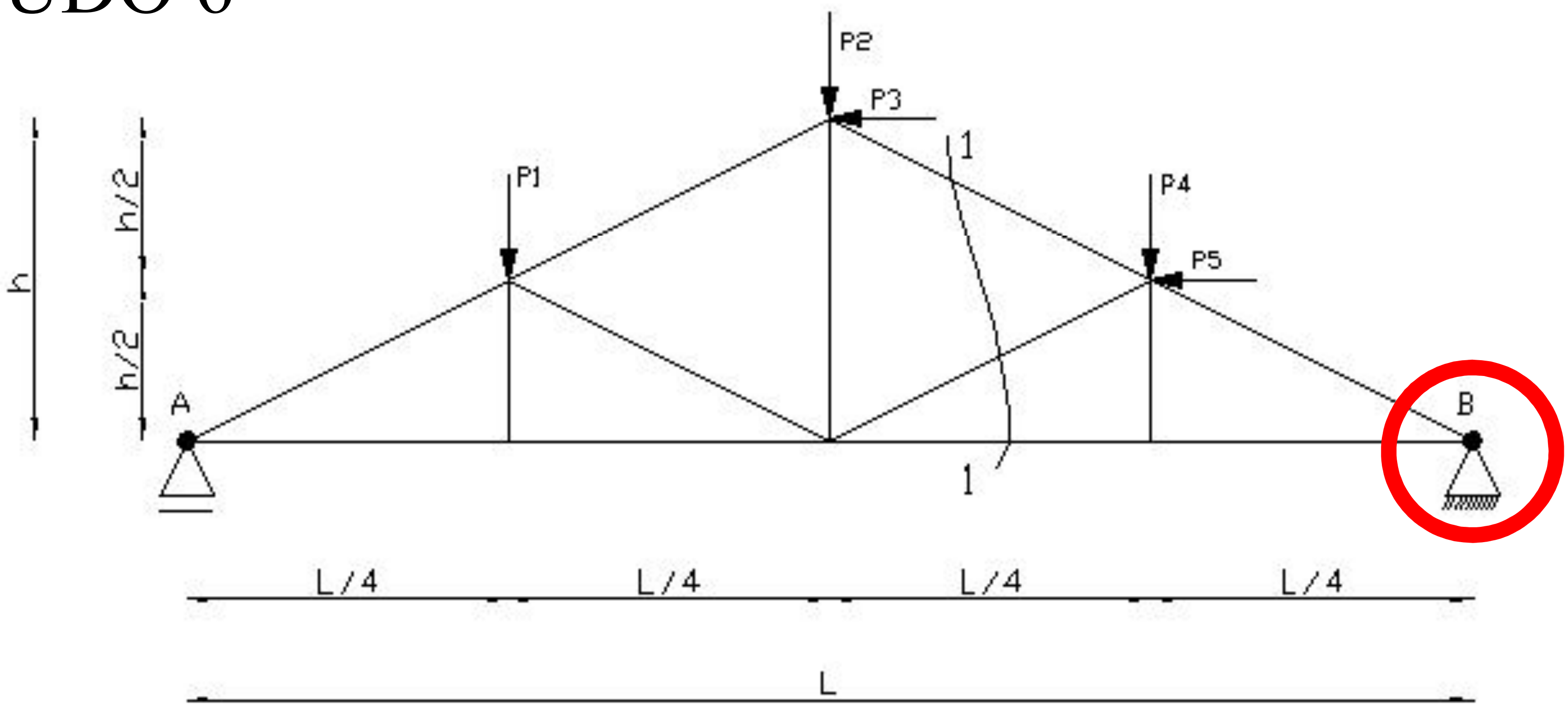
$$\sum \mathbf{X} = \mathbf{0}$$
$$\sum \mathbf{Y} = \mathbf{0}$$

$$\sum X = S_{65} - S_{76} = 0$$
$$\sum Y = S_{46} = 0$$

$$S_{65} = 127{,}5 \text{ KN}$$
$$S_{46} = 0 \text{ KN}$$

EJERCICIO MODELO

NUDO 6



NUDO 5

$R_{BY} = 33{,}7$ KN

$$\boldsymbol{\Sigma X = 0}$$
$$\boldsymbol{\Sigma Y = 0}$$

$$\Sigma X = R_{BX} - S_{65} - S_{45}.\cos a = 0$$

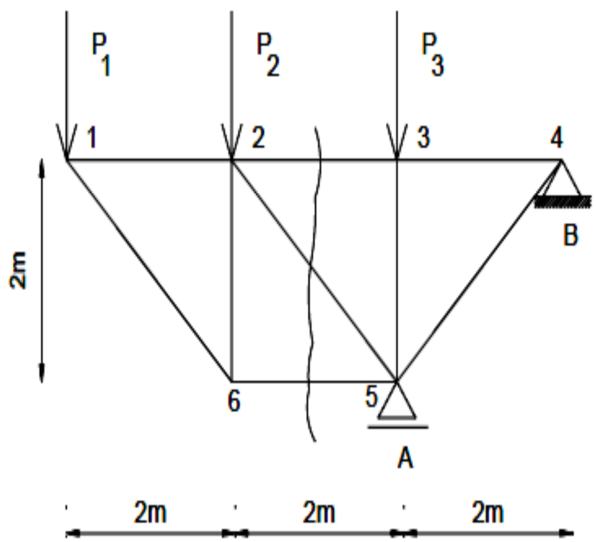
$$\Sigma Y = S_{45}.\mathrm{sen}\ a + R_{BY} = 0$$

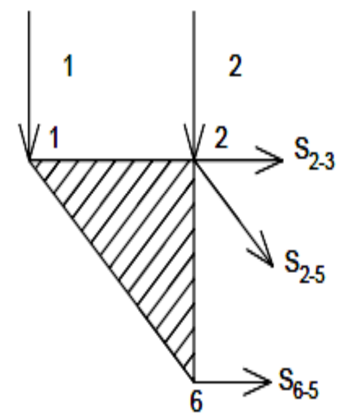
RETICULADOS PLANOS

METODO DE LAS SECCIONES
METODO DE RITTER

1.2. MÉTODO DE LAS SECCIONES 1.2.1. MÉTODO DE RITTER

Pueden determinarse los esfuerzos en las barras poniéndolos en evidencia al practicar un corte en la estructura que no interese a más de tres barras. Conocidas todas las fuerzas exteriores activas y reactivas, se corta la estructura según una sección que la divide en dos partes (figura 9.a).





$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$

MÉTODO DE LAS SECCIONES Ó DE RITTER

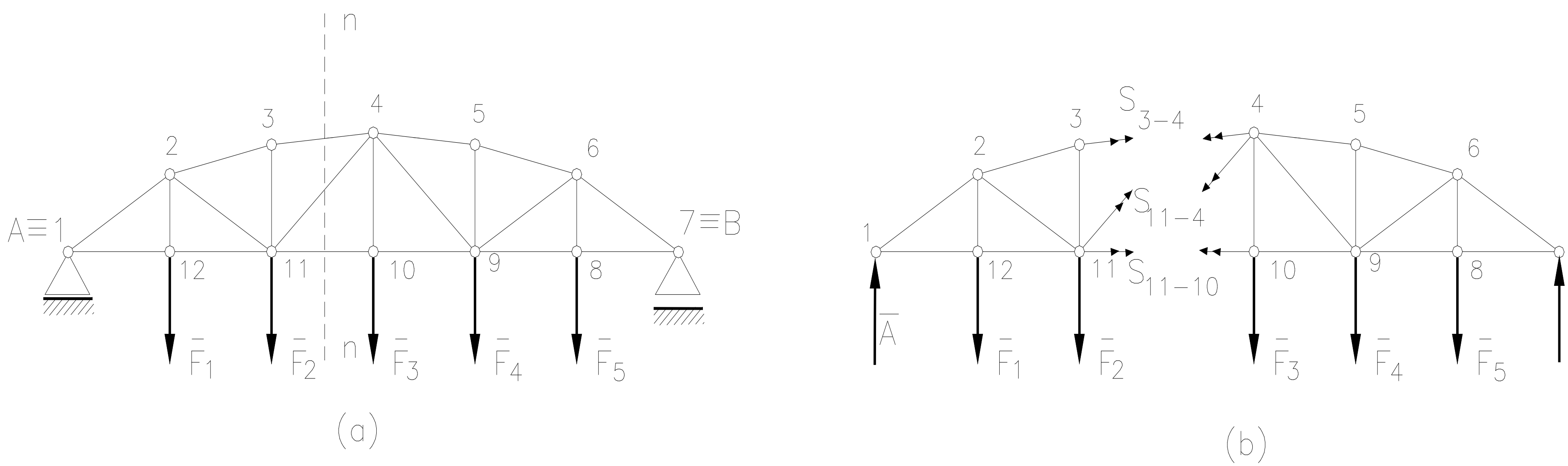
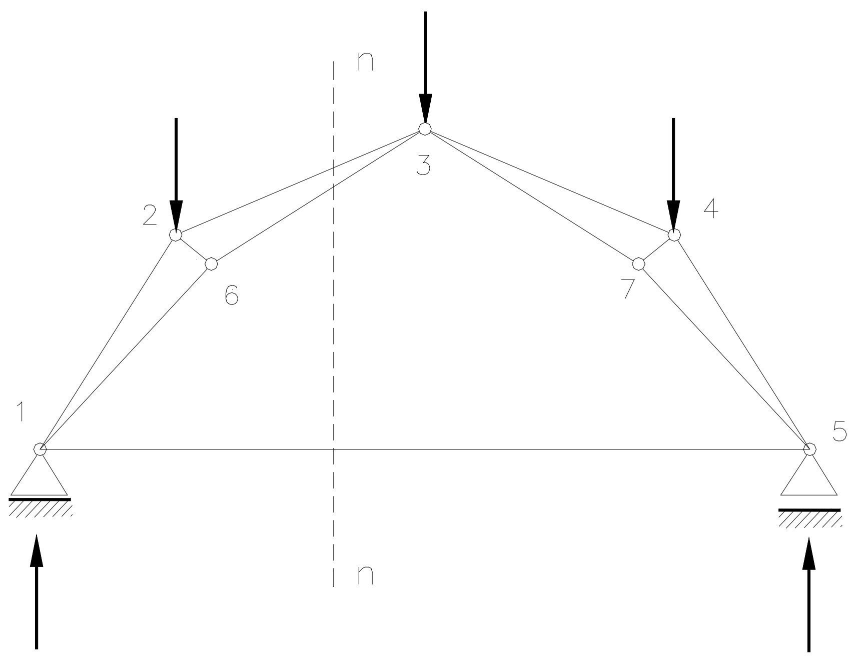
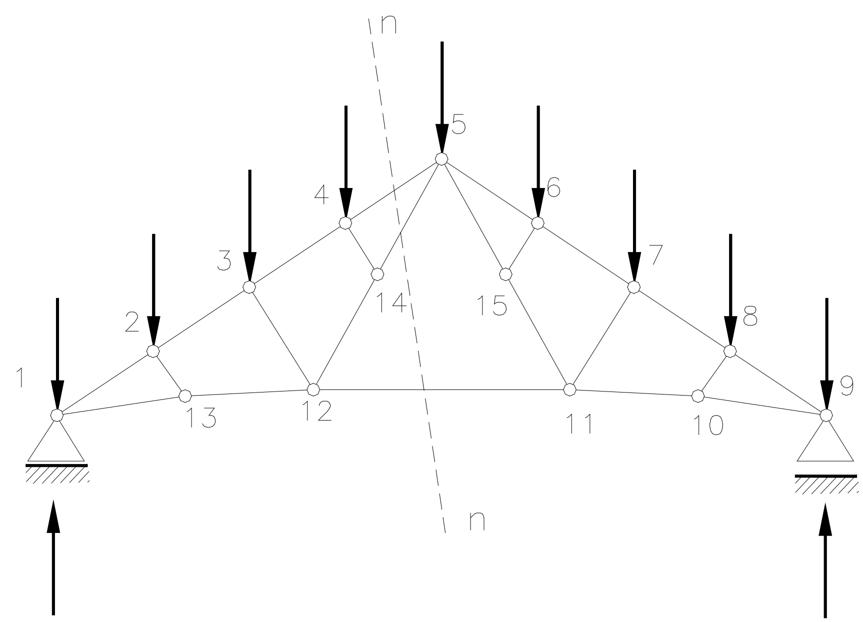


Fig. 5.16

MÉTODO DE LAS SECCIONES Ó DE RITTER





MÉTODO DE LAS SECCIONES Ó DE RITTER

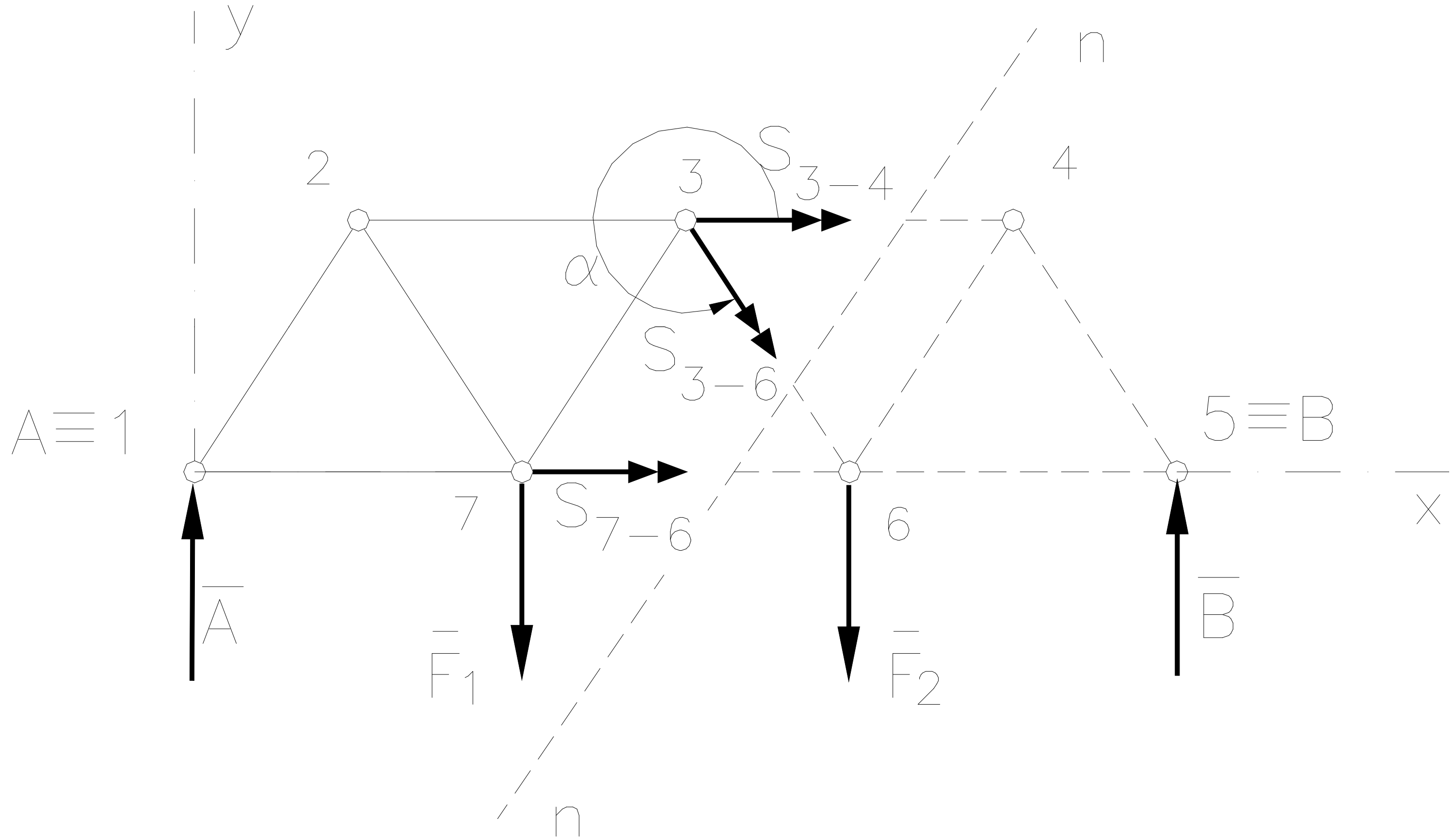
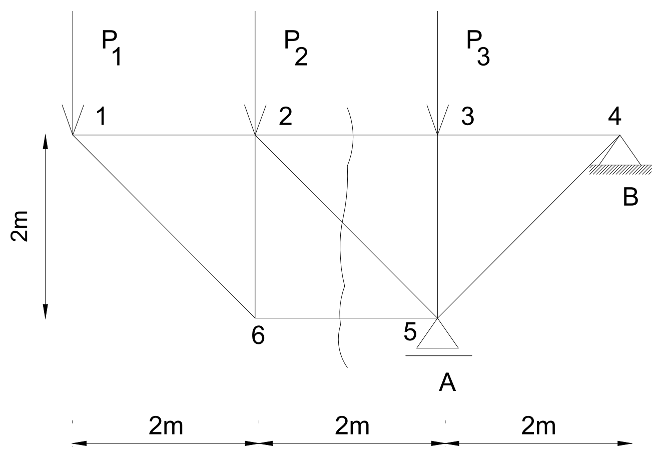
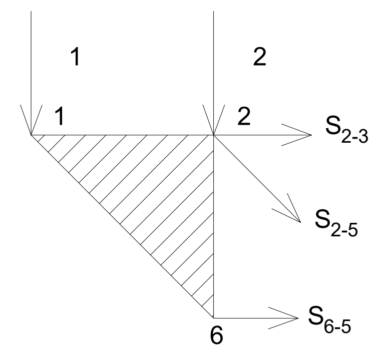


Fig. 5.19

$$P_1 = P_2 = P_3 = 1{,}0t$$

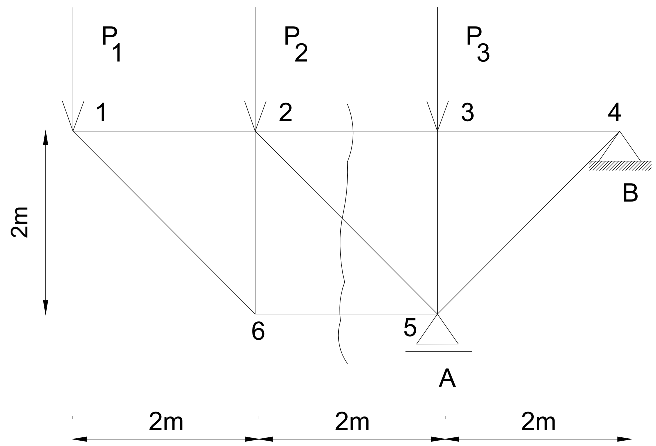


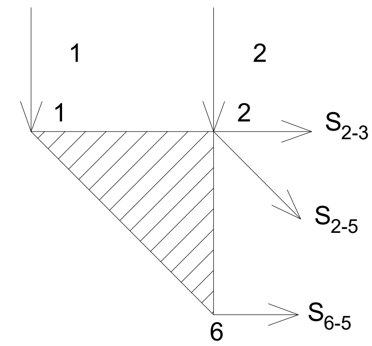


$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$



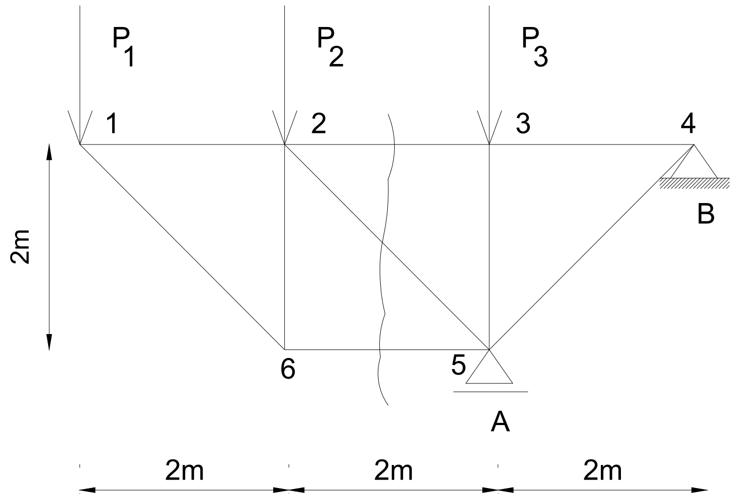


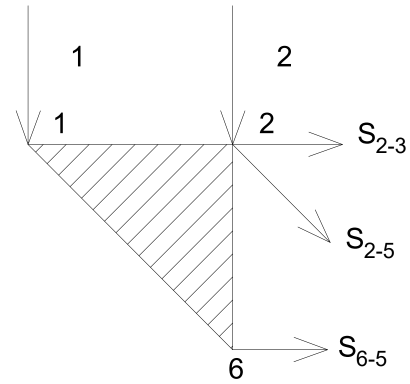
$$\sum F_y = 0 \quad ; \qquad -P_1 - P_2 - P_3 + R_B = 0$$

$$R_B = -1t - 1t - 1t + 6t = 3{,}0t$$

$$\sum M_B = 0 \quad ; \qquad -P_1 \cdot 6{,}0m - P_2 \cdot 4{,}0m - P_3 \cdot 2{,}0m + R_A \cdot 2{,}0m = 0$$

$$R_A = \frac{1t \cdot 6{,}0m + 1t \cdot 4{,}0m + 1t \cdot 2{,}0m}{2{,}0m} = 6{,}0t$$





$$\sum M_5 = 0 \quad ; \qquad -P_1 \cdot 4{,}0m - P_2 \cdot 2{,}0m + S_{2-3} \cdot 2{,}0m = 0$$

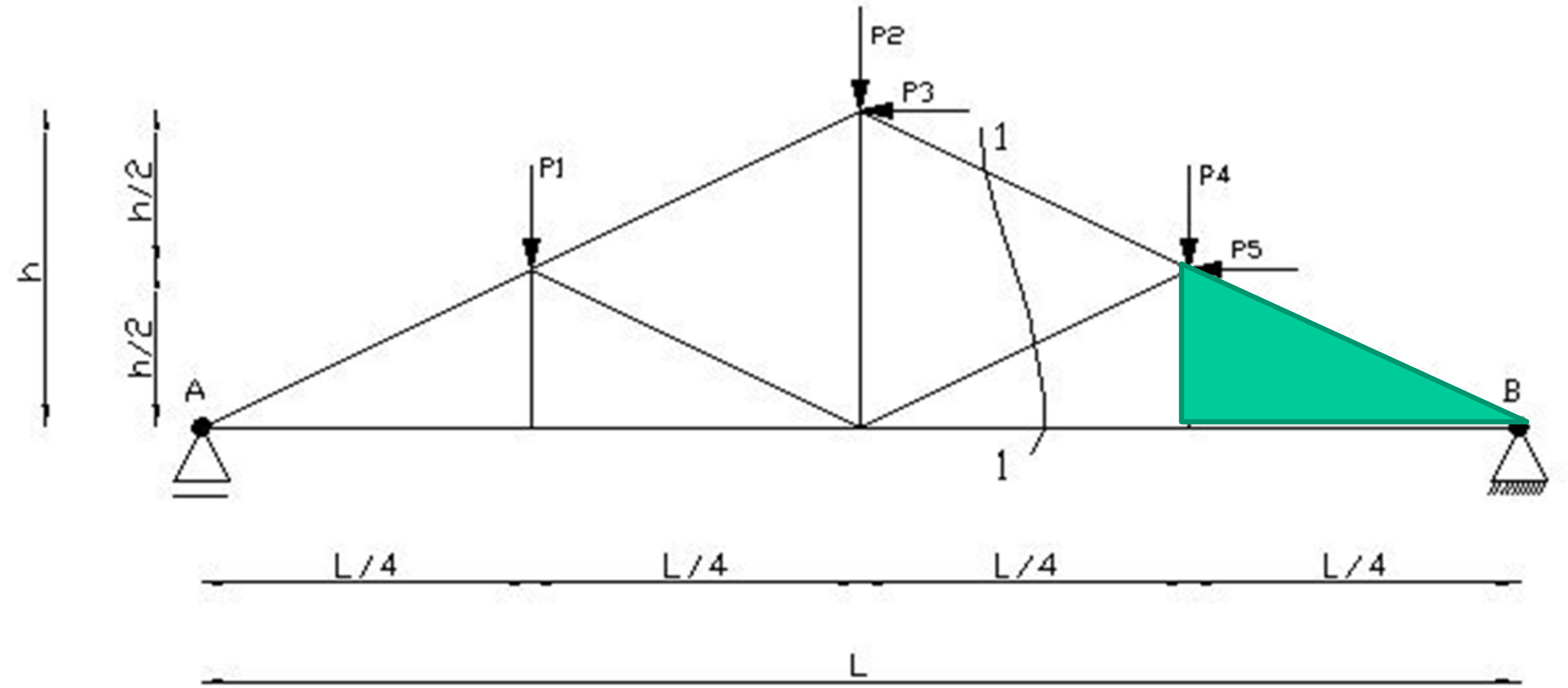
$$S_{2-3} = \frac{1t \cdot 4{,}0m + 1t \cdot 2{,}0m}{2{,}0m} = 3{,}0t$$ (Tracción)

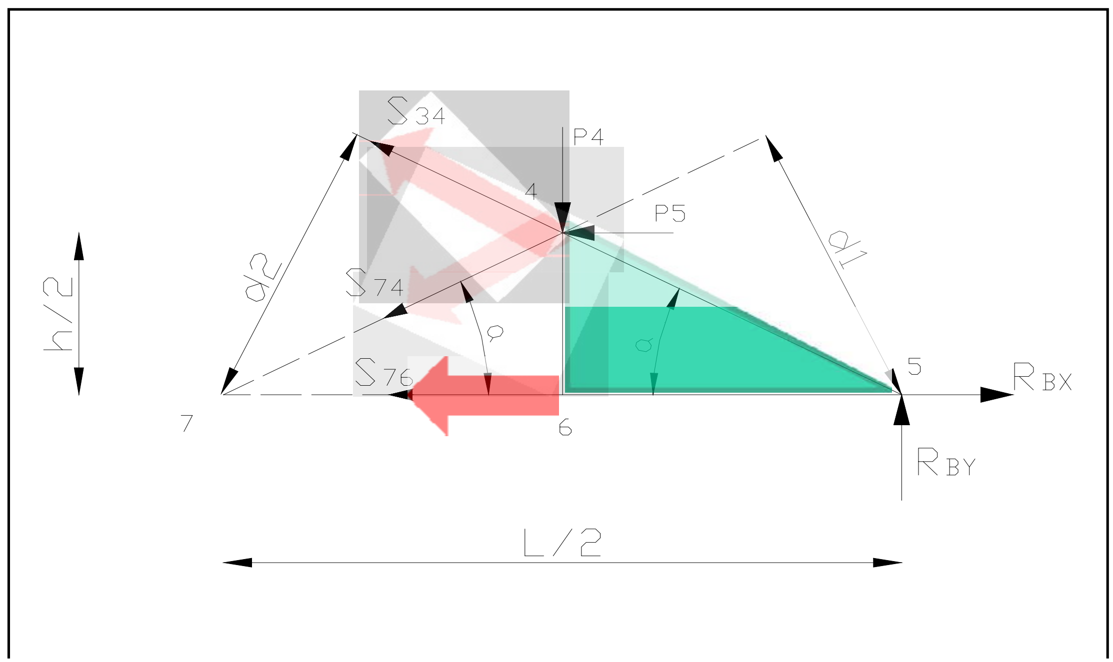
$$\sum M_2 = 0 \quad ; \qquad -P_1 \cdot 2{,}0m - S_{6-5} \cdot 2{,}0m = 0$$

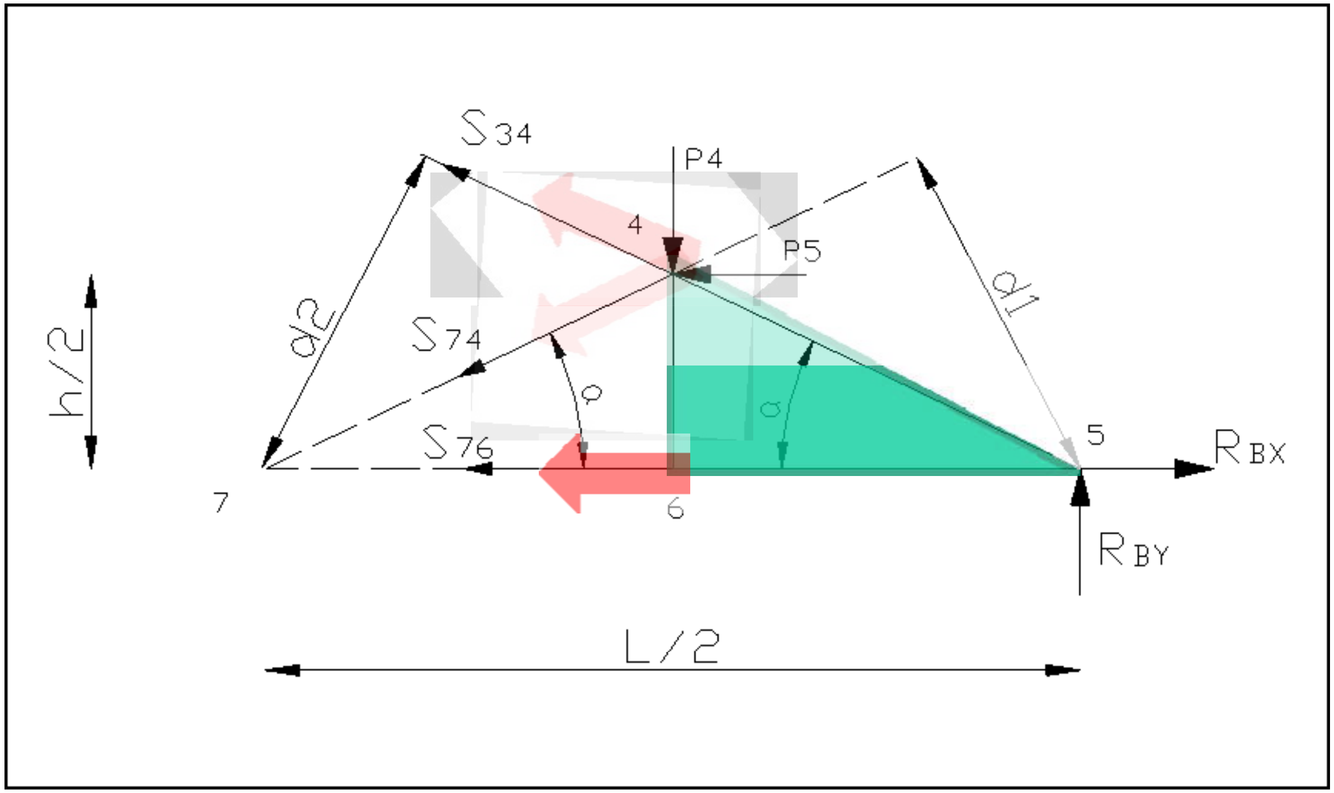
$$S_{6-5} = \frac{-1t \cdot 2{,}0m}{2{,}0m} = -1{,}0t$$ (Compresión)

$$\sum F_y = 0 \quad ; \qquad -P_1 - P_2 - S_{2-5} \cdot \cos(45°) = 0$$

$$S_{2-5} = \frac{-1t - 1t}{0{,}707} = -2{,}83t$$ (Compresión)


P2
P3
P1
P4
P5
1
1
h
h/2
h/2
A
B
L/4
L/4
L/4
L/4
L


S34
P4
4
P5
d2
d1
S74
h/2
φ
α
S76
5
RBX
7
6
RBY
L/2



$$\Sigma M_4 = S_{76}.h/2 - R_{BX}.h/2 - R_{BY}.L/4 = 0 \qquad S_{76} = 127{,}5\ KN$$

$$\Sigma M_5 = -P4.L/4 - P5.h/2 - S_{74}.d1 = 0 \qquad S_{74} = -50{,}3\ KN$$

$$\Sigma M_7 = P4.L/4 - P5.h/2 - S_{34}.d2 - R_{BY}.L/2 = 0$$

$$S_{34} = -58{,}7\ KN$$