Capítulo 9

Cálculo y análisis de la rentabilidad

La medición de la rentabilidad económica de un proyecto no es fácil por las enormes dificultades que existen para pronosticar el comportamiento de todas las variables que condicionan su resultado. Por ello, lo común es explicar que lo que se evalúa es uno, quizás el más probable, de los escenarios que podría enfrentar un proyecto. El cálculo de la rentabilidad de cada uno de los escenarios es una de las tareas más simples, fáciles y certeras del trabajo del evaluador. La determinación de la rentabilidad propiamente tal es un proceso mecánico que conduce siempre a un único resultado. Por eso, en este capítulo, más que exponer el desarrollo de las fórmulas para calcular los criterios de evaluación, se profundiza en la interpretación de los resultados, los efectos de las distintas formas de financiación, las alternativas analíticas y la sensibilización de los resultados.

9.1 Conceptos básicos de matemáticas financieras

La rentabilidad de un proyecto se puede medir de muchas formas distintas: en unidades monetarias, en porcentaje o en el tiempo que demora la recuperación de la inversión, entre otras. Todas ellas se basan en el concepto del valor tiempo del dinero, que considera que siempre existe un costo asociado a los recursos que se utilizan en el proyecto, ya sea de oportunidad, si hay otras posibilidades de uso del dinero, ya sea financiero, si se debe recurrir a un préstamo.

En otras palabras, $1 de hoy vale más que $1 a futuro, por cuanto el peso recibido hoy puede invertirse inmediatamente para obtener una ganancia que el peso recibido a futuro no logra obtener.

Por ejemplo, $1.000 invertidos hoy al 10% anual permiten obtener una ganancia de $100 a recibir en un año más. Es decir, $1.000 de hoy equivalen a $1.100 de un año más o, lo que es igual, $1.100 de un año más equivalen a $1.000 de hoy. Si los $1.100 se dejan invertidos por un segundo año, se obtiene una ganancia de $110, correspondiente a 10% del capital invertido. Es decir, $1.000 de hoy equivalen a $1.210 de dos años después.

La solución a los 12 problemas principales donde deben aplicarse las matemáticas financieras es bastante más simple de lo que parece. En todos hay siempre dos variables, ya sea como datos o, una de ellas, como incógnita: el tiempo (Nper en Excel), y el interés o costo de capital (Tasa en Excel). Dependiendo del problema, intervienen dos de las tres variables siguientes, y una de ellas siempre queda sin utilizar: un valor único al inicio del periodo en análisis (VA en Excel), un valor único al final del periodo de análisis (VF en Excel) y una serie de valores iguales durante todo el periodo en análisis.

De esta manera, los 12 problemas se clasifican en tres grupos:

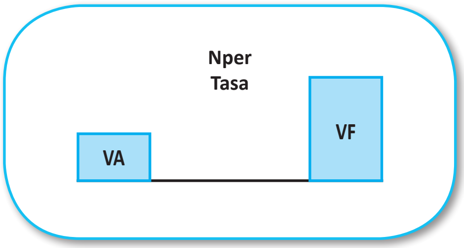
1. Equivalencia entre un valor único inicial y un valor único final.

2. Equivalencia entre una serie de pagos iguales y un valor único al producirse la última cuota.

3. Equivalencia entre un valor único inicial y una serie de pagos iguales a partir del periodo siguiente al del valor único inicial.

9.1.1 Equivalencia entre un valor único inicial y un valor único final

De las cuatro variables que intervienen en esta primera clasificación, cualquiera de ellas puede ser la incógnita, mientras que las otras tres deben proveer los datos. Gráficamente, la relación entre estas variables se podría representar como sigue.



El gráfico muestra que un valor inicial crece con el paso del tiempo, ya sea porque debe pagarse un interés o porque se recibe un interés.

Matemáticamente, esta relación se resuelve por:

$$\boxed{VF = VA(1 + i)^n} \tag{9.1}$$

Donde i es la tasa de interés pagado o cobrado (**Tasa**), y n es el número de periodos (**Nper**) entre el momento en que están expresados *VA* y *VF*.

Ejemplo 9.1

Una empresa desea hacer uso de la línea de sobregiro automático que le ofrece su banco para financiar $10.000 que requiere para invertir en capital de trabajo de un nuevo proyecto, hasta que este genere los excedentes suficientes para que se autofinancie. Si la tasa de interés real es de 10% y las proyecciones de caja estiman que cubrirán el sobregiro al finalizar el cuarto año de operación del proyecto, el monto adeudado en ese momento se determina por:

$$VF = (1 + 0{,}1)^4 = 14.641$$

Esto se demuestra fácilmente en la Tabla 9.1.

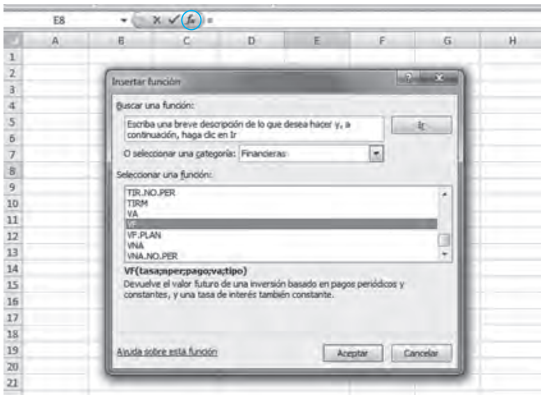
Tabla 9.1 ***Cálculo del valor futuro de un único flujo inicial***

	1	2	3	4
Saldo inicial	$10.000	$11.000	$12.100	$13.310
Interés	$1.000	$1.100	$1.210	$1.331
Saldo final	$11.000	$12.100	$13.310	$14.641

Como se puede observar en la Tabla 9.1, al final del primer año, los $10.000 del sobregiro aumentaron por el interés cobrado en $1.000 (10%), por lo que el periodo termina con una deuda de $11.000. Un año después, el interés de 10% sobre la deuda acumulada corresponde a $1.100, por lo que esta aumenta a $12.100. Al final del cuarto año, lo adeudado asciende a $14.641.

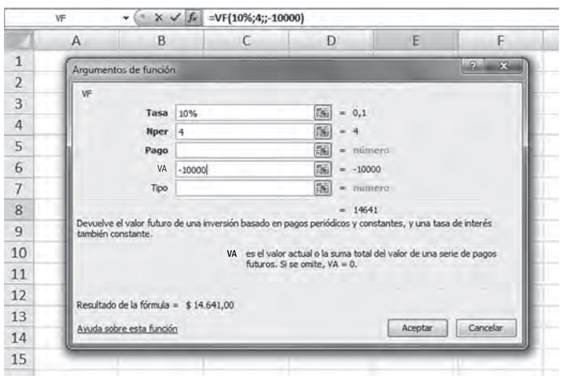
En una planilla electrónica, como Excel, por ejemplo, el **VF** se calcula directamente usando la opción **Insertar función**, del menú **Fórmulas**, se selecciona **Financieras** en la **Categoría de la función** y se elige **VF** en el **Nombre de la función**. También se puede marcar directamente el icono *fx* al lado de la **Barra de fórmulas**, que en la Figura 9.1 se muestra encerrado en un círculo.

Figura 9.1
Cuadro de diálogo para insertar función



En el cuadro de diálogo **VF**, el interés al que se quiere capitalizar el valor inicial se escribe en la casilla correspondiente a **Tasa**, el número de periodos en que se mantendrá la deuda se anota en la casilla **Nper** y el valor de la deuda adquirida inicialmente se coloca en la casilla **VA**[1]. Marcando la opción **Aceptar**, se obtiene el valor futuro tal como se muestra en el cuadro de diálogo en la Figura 9.2.

Figura 9.2
Cuadro de diálogo para calcular el valor futuro de un solo flujo inicial



1 En la planilla Excel, siempre se debe ingresar el valor con signo contrario al que se desea obtener como resultado.

Si lo que se busca es calcular el valor actual de un valor futuro (por ejemplo, para determinar cuánto se debe depositar hoy para lograr tener ahorrado un cierto monto después de un número de periodos definido), se despeja el elemento *VA* de la Ecuación 9.1, multiplicando el valor futuro por un factor de descuento que debe ser menor que 1 y que se expresa como $1 / (1 + i)^n$. De esta forma, el valor actual de un valor futuro se obtiene de:

$$\boxed{VA = VF\frac{1}{(1+i)^n} = \frac{VF}{(1+i)^n}} \qquad (9.2)$$

Ejemplo 9.2

Para determinar cuánto se debe depositar hoy para lograr acumular \$18.000 al final de cuatro años si un banco ofrece una tasa de interés a los depósitos de 10% anual, se reemplaza la Ecuación 9.2 con estos valores y se obtiene:

$$VA = \frac{18.000}{(1+0{,}1)^4} = 12.294$$

Igual que en el caso anterior, esto se demuestra haciendo el análisis para cada año como se observa en la Tabla 9.2.

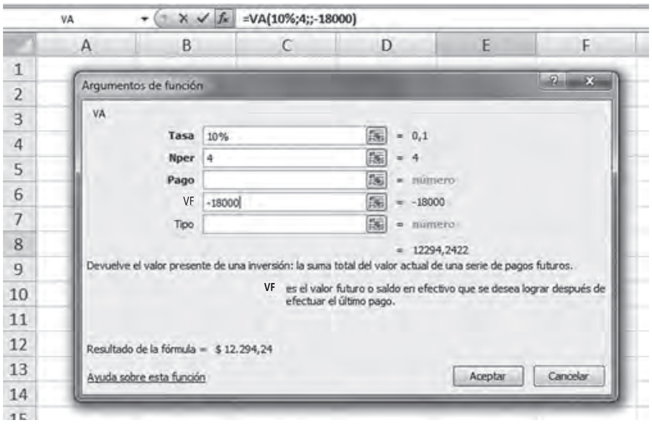
Tabla 9.2 ***Cálculo del valor actual de un flujo único al final de* n *periodos***

	1	2	3	4
Saldo inicial	\$12.294	\$13.523	\$14.876	\$16.363
Interés	\$1.229	\$1.352	\$1.488	\$1.636
Saldo final	\$13.523	\$14.876	\$16.363	\$18.000

Es decir, si hoy se invierten \$12.294, al final del primer año se habrán ganado intereses por \$1.229 (10%). Al incrementarse el capital ahorrado en este monto, el interés de cada año siguiente crece en mayor medida que el del año anterior, permitiendo que al final del cuarto año la inversión inicial se haya transformado en \$18.000.

En una planilla Excel, el **VA** se calcula usando la opción **Función** del menú **Insertar**, para lo cual se selecciona **Financieras** en la **Categoría de la función** y se elige **VA** en el **Nombre de la función**. En el cuadro de diálogo **VA** se escribe el interés al que se quiere capitalizar en la casilla correspondiente a **Tasa**; el número de periodos que se dejarán invertidos los recursos se anota en la casilla **Nper**, y el valor del monto que se desea tener al final de *n* periodos se anota en la casilla **VF**. Marcando la opción **Aceptar**, se obtiene el valor actual requerido, tal como se muestra en la Figura 9.3.

Figura 9.3
Cuadro de diálogo para calcular el valor actual de un flujo final único



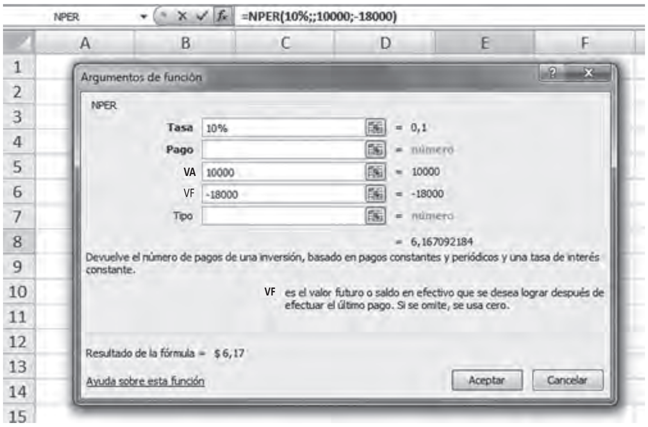
Cuando se calculan equivalencias de dinero en el tiempo, es posible encontrar, además de los valores actuales o finales, el número de periodos o la tasa de interés que hace que se cumpla la equivalencia de dinero en el tiempo. Por ejemplo, para calcular cuánto tiempo debe mantenerse un depósito, a una determinada tasa de interés, para que se logre que un valor inicial se transforme en un valor final predeterminado, en una planilla Excel se selecciona **Financieras** en la **Categoría de la función** del menú **Insertar** y se elige **Nper** en el **Nombre de la función**. En el cuadro de diálogo **Nper** se escribe, en la casilla **Tasa**, el interés al que se quiere buscar la equivalencia, se anota en la casilla **VF** el monto que se desea tener al final de los *n* periodos y se anota en la casilla **VA** el valor que se desea invertir inicialmente. Marcando la opción **Aceptar**, se obtiene el número de periodos que hace ambos montos equivalentes.

Ejemplo 9.3

Si hoy se dispone de $10.000 que se pueden depositar a una tasa de interés de 10% anual y se desea determinar por cuánto tiempo debería mantenerse el depósito para que se transforme en $18.000, aplicando el Excel se obtiene que es poco más de seis periodos, tal como se muestra en la Figura 9.4.

Figura 9.4

Cuadro de diálogo para calcular el número de periodos que iguala dos montos en periodos de tiempo distintos



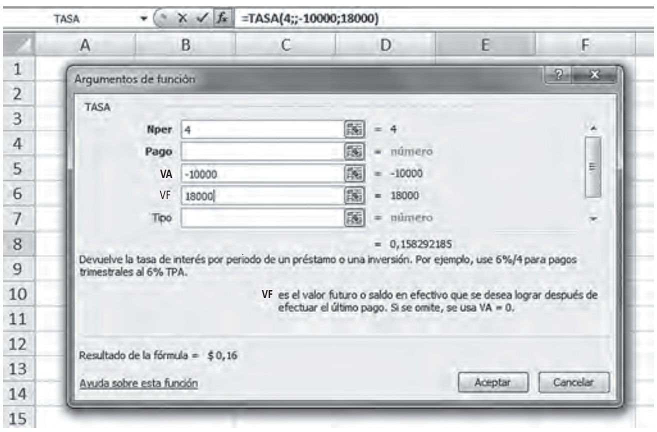
Para calcular la tasa de interés que hace equivalente un valor actual con uno final después de *n* periodos, se sigue un procedimiento similar, seleccionando **Tasa** en el **Nombre de la función**.

Ejemplo 9.4

Si un amigo le hace hoy un préstamo de $10.000 y le exige que le devuelva $18.000 al cabo de cuatro años, para determinar el interés que le está cobrando se recurre a la función **Tasa** del Excel colocando la información tal como se muestra en la Figura 9.5, donde se observa que la tasa corresponde a 15,83% por periodo.

Figura 9.5

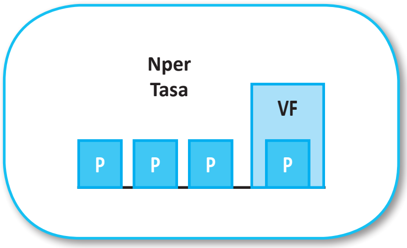
Cuadro de diálogo para calcular el interés que iguala dos montos en periodos de tiempo distintos



Los cuatro problemas anteriores se resolvieron sin utilizar la celda **Pago**, ya que en ninguno de ellos se supuso la existencia de una serie de datos iguales, sino solo un monto inicial y uno final.

9.1.2 Equivalencia entre una serie de pagos iguales y un valor único al producirse la última cuota

Los cuatro problemas que se resuelven en esta segunda clasificación muestran relación con una serie de cuotas iguales y su equivalente único al momento de producirse el último pago. Igual que en el caso anterior, cualquiera de las variables puede ser la incógnita y las otras tres deben contener la información. Gráficamente, la relación entre estas variables se podría representar como sigue.



Si la primera cuota ocurre el 1° de enero, la cuarta correspondería al 1° de abril. Es decir, si fuesen cuatro depósitos anuales iguales, el valor acumulado no asignaría interés ganado a la última cuota, ya que ambas ocurren simultáneamente.

El gráfico muestra que un valor inicial crece con el paso del tiempo, ya sea porque debe pagarse un interés o porque se recibe un interés. Matemáticamente, esta relación se resuelve por:

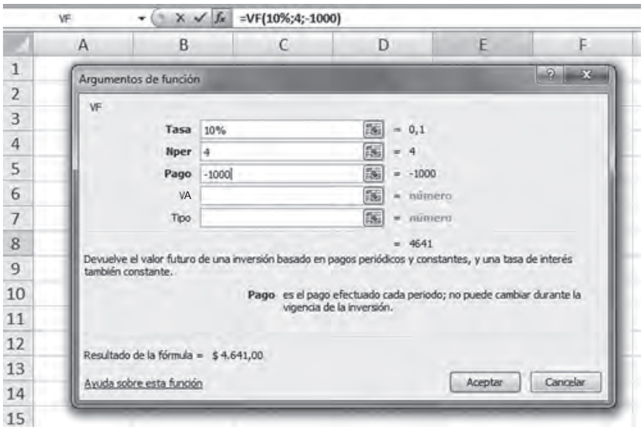
$$\boxed{VF = P\sum_{t=0}^{n-1}(1+i)^t} \qquad (9.3)$$

Donde P es la cuota (**Pago**) y n es el número de cuotas (**Nper**).

Ejemplo 9.5

Si en cada uno de los siguientes cuatro años se depositaran \$1.000 a una tasa de interés de 10%, al final del cuarto año se tendría un valor acumulado de \$4.641, de acuerdo con lo que muestra el cuadro de diálogo de la Figura 9.6.

Figura 9.6
Cuadro de diálogo para calcular el valor final de un flujo periódico uniforme



La Tabla 9.3 demuestra y explica cómo se obtiene el valor final al ir acumulando intereses sobre saldos crecientes por los mismos intereses de los periodos pasados y los propios depósitos.

Tabla 9.3 ***Cálculo del valor futuro de un flujo periódico uniforme***

	1	2	3	4
Saldo inicial		$1.000	$2.100	$3.310
Interés		$100	$210	$331
Saldo capitalizado		$1.100	$2.310	$3.641
Depósito	$1.000	$1.000	$1.000	$1.000
Saldo final	$1.000	$2.100	$3.310	$4.641

Si los flujos de cada periodo son diferentes, se repite la Ecuación 9.1 para cada flujo anual, donde el último flujo no se capitaliza por corresponder al momento en que se efectúa el cálculo.

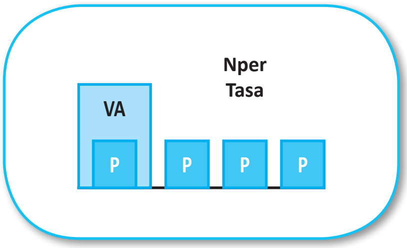
Los tres problemas siguientes se resuelven igual que los de la clasificación anterior. Si se quiere estimar el monto de la cuota mensual que, depositada al 10%, permita acumular $6.000 junto con el último depósito, la incógnita será **Pago** y los valores a incluir en el cuadro de diálogo correspondiente serán 10% para **Tasa**, 4 para **Nper** y −6000 para **VF**. El resultado es $1.292,8.

Si el monto máximo del ahorro mensual es de $1.000 y se requiere ahorrar un total de $6.000, la cantidad de cuotas se determina seleccionando **Nper** como incógnita y los valores 10% en **Tasa**, −1000 en **Pago** y 6000 en **VF**. El resultado es casi de cinco (4,93) cuotas.

Por último, si solo se pueden ahorrar cuatro cuotas mensuales de $1.000 y se desea tener acumulados $6.000 al momento de producirse el último ahorro, para definir la tasa que permitiría lograr esa meta se selecciona la función **Tasa** como incógnita y se agregan los valores 4 en **Nper**, −1000 en **Pago** y 6000 en **VF**, lo que da como resultado 27,82%.

9.1.3 Equivalencia entre un valor único inicial y una serie de pagos iguales, a partir del periodo siguiente al del valor único inicial

Cualquiera de las cuatro variables que intervienen en esta clasificación, al igual que en las dos anteriores, puede ser la incógnita y las otras tres pueden contener información. Gráficamente, la relación entre estas variables se representa de la siguiente forma.



En este caso, **Nper** puede corresponder tanto a número de periodos como a número de cuotas. La suma simple de todos los pagos es superior a su valor actual porque si, por ejemplo, se obtiene un préstamo hoy, lo que debe devolverse en cuotas futuras al banco son el préstamo más los intereses. Si, por el contrario, se invierte hoy una cantidad es porque se espera que lo que se reciba en compensación sea mayor que lo invertido para compensar el sacrificio del consumo presente. Matemáticamente, esta relación se resuelve por cualquiera de las dos ecuaciones siguientes.

$$\boxed{VA = P\sum_{t=1}^{n}(1+i)^{t}} \qquad (9.4)$$

$$\boxed{VA = F\frac{(1+i)^{n}-1}{i(1+i)^{n}}} \qquad (9.5)$$

Ejemplo 9.6

Si le ofrecen un proyecto que le permitiría recibir cinco cuotas iguales de $300 a partir del próximo año y usted exige una rentabilidad anual de 10%, ya que a esa tasa e igual riesgo puede invertir en otra parte, el valor que estaría dispuesto a destinar a esta opción se calcula por:

$$VA = 300\frac{(1+0,1)^5 - 1}{0,1(1+0,1)^5} = 1.137,24$$

Es decir, es indiferente tener hoy $1.137,24 que recibir cinco cuotas iguales de $300, si puede invertir sus recursos al 10% anual. Esto se demuestra en la Tabla 9.4, donde se observa que al depositar hoy esa cifra y retirar al final de cada año, después de ganar 10% de interés, $300 repetidamente por cinco años, se habrá agotado su saldo. Es decir, hoy un solo monto de $1.137,24 es equivalente a recibir cinco pagos iguales de $300.

Tabla 9.4 ***Equivalencia de varios retiros iguales con un valor actual***

	0	1	2	3	4	5
Saldo inicial		$1.137,24	$950,96	$746,06	$520,66	$272,73
Interés		$113,72	$95,10	$74,61	$52,07	$27,27
Saldo capitalizado		$1.250,96	$1.046,06	$820,66	$572,73	$300,00
Depósito		–$300,00	–$300,00	–$300,00	–$300,00	–$300,00
Saldo final	$1.137,24	$950,96	$746,06	$520,66	$272,73	$0,00

En una planilla Excel, este valor se obtiene haciendo **VA** la incógnita y escribiendo 10% en **Tasa**, −300 en **Pago** y 5 en **Nper**. Marcando la opción **Aceptar**, se obtiene el valor actual de las cinco cuotas iguales.

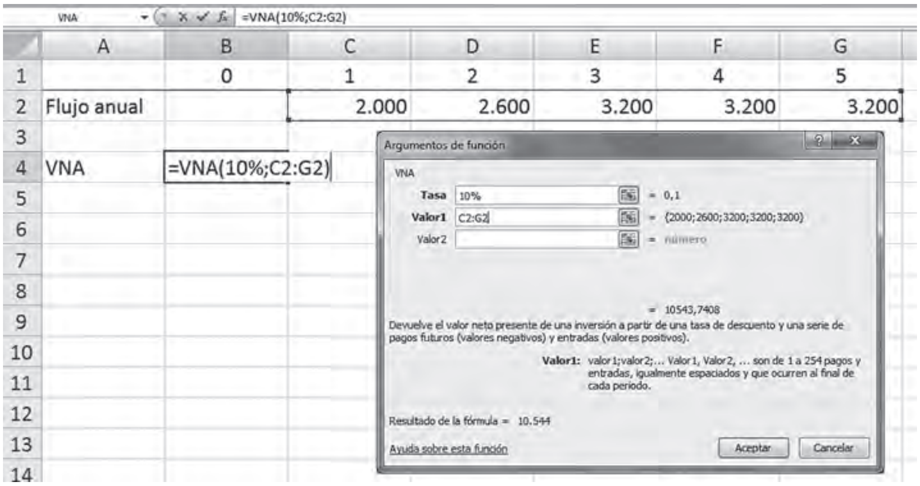
Si las cuotas son de diferente valor cada año, se podrá calcular su valor actual sumando los valores actuales calculados de cada cuota. En Excel, existe también una forma simple para determinar el valor actual de flujos distintos. En primer lugar, se selecciona **Financieras** en la **Categoría de la función** del menú **Insertar** y se elige **VNA** en el **Nombre de la función**[2]. En el cuadro de diálogo se escribe el interés al que se quiere actualizar el flujo de la casilla **Tasa** y se selecciona el rango de valores, tal como se muestra en la Figura 9.7.

2 La función **VNA** no debe confundirse con el VAN que se explica más adelante en este capítulo.

Ejemplo 9.7

Si un proyecto genera cinco flujos de $2.000, $2.600, $3.200, $3.200 y $3.200, el valor actual del flujo indicaría, a una tasa de actualización de 10%, un resultado positivo de $10.543,74.

Figura 9.7
Cálculo del valor actual de flujos anuales diferentes



Esto indica que es indiferente recibir una cuota única inicial de $10.543,74, si se tiene la opción de invertirla al 10% anual, que el flujo indicado. Esto se demuestra en la Tabla 9.5.

Tabla 9.5 ***Equivalencia de varios retiros iguales con un valor actual***

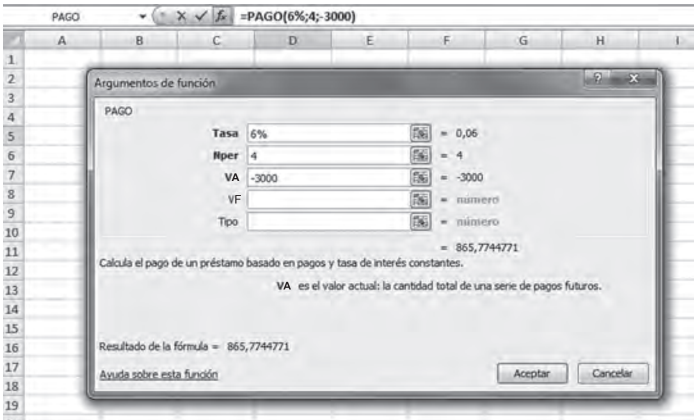
	0	1	2	3	4	5
Saldo inicial		$10.543,74	$9.598,11	$7.957,93	$5.553,72	$2.909,09
Interés		$1.054,37	$959,81	$795,79	$555,37	$290,91
Saldo capitalizado		$11.598,11	$10.557,93	$8.753,72	$6.109,09	$3.200,00
Depósito		−$2.000,00	−$2.600,00	−$3.200,00	−$3.200,00	−$3.200,00
Saldo final	$10.543,74	$9.598,11	$7.957,93	$5.553,72	$2.909,09	$0,00

Para calcular el valor de una cuota que sea equivalente a un valor actual (como el pago de un préstamo, por ejemplo), se selecciona **Pago** como incógnita y se agregan los tres datos faltantes.

Ejemplo 9.8

Si se solicita un préstamo de $3.000 a una tasa de interés de 6% anual y a cuatro años plazo, el monto de la cuota se calcularía haciendo **Pago** como incógnita y escribiendo 6% en **Tasa**, 4 en **Nper** y −3000 en **VA**. Marcando la opción **Aceptar**, se obtiene el valor $865,77 para cada cuota, como se muestra en la Figura 9.8.

Figura 9.8
Cuadro de diálogo para calcular el valor de una cuota



La Tabla 9.6 demuestra que el préstamo se paga en cuatro años con esa cuota anual, la que se descompone en intereses por saldo adeudado y por amortización de la deuda.

Tabla 9.6 ***Tabla de amortización***

Saldo adeudado ($)	Cuota ($)	Interés ($)	Amortización deuda ($)
$3.000,00	$865,77	$180,00	$685,77
$2.314,23	$865,77	$138,85	$726,92
$1.587,30	$865,77	$95,24	$770,54
$816,77	$865,77	$49,01	$816,77
Total			$3.000,00

De la misma forma como en las dos clasificaciones anteriores, se puede calcular una tasa de interés o la cantidad de cuotas que hace equivalente una suma inicial con una serie de pagos iguales. Por ejemplo, si una casa comercial ofrece un producto en $100.000, pero da la opción de comprarlo a crédito pagando una cuota inicial de $20.000 al hacer la compra y pagando el saldo en cinco cuotas iguales de $20.000, la tasa de interés se calcula haciendo **Tasa** como incógnita y anotando 20000 en **Pago**, 5 en **Nper** y −80000 en **VA**. Se anota 80000 y no 100000, puesto que después de pagar la cuota de inicio es lo que se adeuda. La tasa de interés cobrado asciende, en este caso, a 7,93%.

9.2 Criterios de evaluación

La evaluación del proyecto compara, mediante distintos instrumentos, si el flujo de caja proyectado permite al inversionista obtener la rentabilidad deseada, además de recuperar la inversión. Los métodos más comunes corresponden al valor actual neto, la tasa interna de retorno, el periodo de recuperación de la inversión, la relación beneficio-costo y la relación costo-efectividad.

9.2.1 Valor actual neto

El valor actual neto (VAN, como ya se adelantó en el Capítulo 1) es el método más conocido, mejor y más generalmente aceptado por los evaluadores de proyectos. Mide el excedente resultante después de obtener la rentabilidad deseada o exigida y después de recuperar toda la inversión. Para ello, calcula el valor actual de todos los flujos futuros de caja, proyectados a partir del primer periodo de operación, y le resta la inversión total expresada en el momento 0.

Si el resultado es mayor que 0, mostrará cuánto se gana con el proyecto, después de recuperar la inversión, por sobre la tasa de retorno que se exigía al proyecto; si el resultado es igual a 0, indica que el proyecto reporta exactamente la tasa que se quería obtener después de recuperar el capital invertido; y si el resultado es negativo, muestra el monto que falta para ganar la tasa que se deseaba obtener después de recuperada la inversión. Cuando el VAN es negativo, el proyecto puede tener una alta rentabilidad, pero será inferior a la exigida. En algunos casos, como se explicará más adelante, el VAN negativo puede incluso indicar que, además de que no se obtiene rentabilidad, parte o toda la inversión no se recupera.

Ejemplo 9.9

Suponga que, para generar el flujo de caja expuesto en el ejemplo anterior, se debe realizar una inversión de $10.000. Al restar al total de los valores actuales ya calculados en la inversión inicial, se obtiene un VAN de $544, que se interpreta como el exceso de valor obtenido por sobre lo exigido al capital invertido, lo que se demuestra en la Tabla 9.7.

Tabla 9.7 ***Supuestos de rentabilidad y recuperación de la inversión con el método VAN***

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$10.000	$2.000	$1.000	$1.000
$9.000	$2.600	$900	$1.700
$7.300	$3.200	$730	$2.470
$4.830	$3.200	$483	$2.717
$2.113	$3.200	$211	$2.113
Saldo después de recuperar inversión			$876

Como se exige una ganancia de 10% a los recursos invertidos, el VAN asigna el primer año $1.000, de los $2.000 del flujo de caja, como rentabilidad para el inversionista, y el saldo, otros $1.000, lo considera como parte de la recuperación de la inversión efectuada.

El segundo año, como quedan $9.000 por recuperar del total invertido en el proyecto, el VAN asigna 10% ($900) como ganancia y considera al saldo, $1.700, como recuperación de la inversión. Al final del quinto año, el proyecto genera $3.200, que se asignan de la siguiente manera: 10% del saldo invertido aún en el proyecto ($211) como rentabilidad para el inversionista, $2.113 para recuperar todo el saldo de lo invertido[3], y todavía sobran $876, que representan lo que el inversionista gana por sobre lo que exigía al proyecto después de recuperar lo que había invertido.

La diferencia de este valor con el VAN se debe a que este último está calculado en el momento 0 y los $876 están calculados al final del momento 5. Si se actualiza este valor multiplicándolo por el factor de actualización $1 / (1 + 0,1)^5$, se observa que ambos son iguales. Así, entonces, queda demostrado que el VAN refleja la cuantía de recursos que genera el proyecto por sobre lo exigido de ganancia por el inversionista, después de recuperada la inversión.

Cuando el flujo del primer año es menor que la rentabilidad exigida, el VAN asume una "deuda" con el inversionista por el monto faltante, que agrega al saldo de la inversión y le suma, al periodo siguiente, la tasa exigida. Si, por ejemplo, la inversión inicial es de $1.000, los flujos anuales son de $80, $200, $420, $500 y $500, y si la tasa exigida fuese de 10%, el VAN sería de $205,54. Como el inversionista exige 10% a su inversión, el flujo del primer año es menor que los $100 que desea ganar. La Tabla 9.8 muestra cómo el VAN asume y paga la "deuda" por los $20 faltantes.

3 Con esta cantidad, equivalente al saldo de la inversión al principio del quinto periodo, se recuperan los $10.000 invertidos.

Tabla 9.8 *Supuesto del VAN con flujo inicial menor que la rentabilidad exigida*

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$1.000	$80	$100	–$20
$1.020	$200	$102	$98
$922	$420	$92	$328
$594	$500	$59	$441
$154	$500	$15	$154
Saldo después de recuperar inversión			$331

El valor actual de los $311 al 10% de interés da los mismos $205,54 del VAN.

Si, por otra parte, el flujo del primer año es negativo, por ejemplo, en $40, el VAN (en este caso, $96,45) asume que no solo le queda "debiendo" la rentabilidad exigida a la inversión ese año, sino que, además, el inversionista aporta los recursos faltantes, tal como se muestra en la Tabla 9.9.

Tabla 9.9 *Supuesto del VAN con flujo inicial negativo*

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$1.000	–$40	$100	–$140
$1.140	$200	$114	$86
$1.054	$420	$105	$315
$739	$500	$74	$426
$313	$500	$31	$313
Saldo después de recuperar inversión			$155

El valor actual de los $155 al 10% de interés, nuevamente, da el mismo resultado del VAN.

Lo anterior permite apreciar que un proyecto puede tener un VAN muy alto, con todos sus flujos negativos, salvo el del último periodo, que podría ser muy positivo por el valor remanente de la inversión. Esto explica por qué debe complementarse su cálculo con el análisis del periodo de recuperación de la inversión.

9.2.2 Tasa interna de retorno

Un segundo criterio de evaluación lo constituye la tasa interna de retorno (TIR), que mide la rentabilidad como porcentaje. En el ejemplo anterior, cuando se exigía 10% de retorno a la inversión, el VAN mostró que el proyecto rendía eso y $544 más. Es decir, daba al inversionista una rentabilidad superior al 10% exigido.

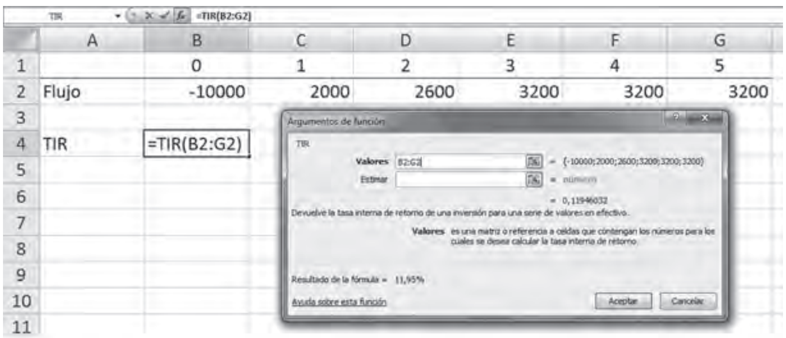
Esto indica que se puede exigir al proyecto una ganancia superior a esa tasa. La máxima tasa exigible será aquella que haga que el VAN sea 0. Esta condición se cumple, en el ejemplo anterior, con una tasa de 11,95%, que representa la TIR del proyecto.

La TIR tiene cada vez menos aceptación como criterio de evaluación, por cuatro razones principales:

1. Entrega un resultado que conduce a la misma regla de decisión que la obtenida con el VAN[4].
2. No sirve para comparar proyectos, por cuanto una TIR mayor no es mejor que una menor, ya que la conveniencia se mide en función de la cuantía de la inversión realizada.
3. Cuando hay cambios de signos en el flujo de caja, por ejemplo, por una alta inversión durante la operación, pueden encontrarse tantas TIR como cambios de signo se observen en el flujo de caja.
4. No sirve en los proyectos de desinversión, ya que la TIR muestra la tasa que hace equivalentes los flujos actualizados negativos con los positivos, sin discriminar cuál es de costo y cuál es de beneficio para el inversionista, por lo que siempre es positiva.

La TIR se calcula muy fácilmente en una planilla electrónica, como Excel, donde se usa la opción **Insertar función**, del menú **Fórmulas**, se selecciona **Financieras** en la **Categoría de la función** y se elige **TIR** en el **Nombre de la función**. En el cuadro **TIR** se selecciona el rango de valores que se desea actualizar, a partir del momento 0, y marcando la opción **Aceptar**, se obtiene la TIR. Para los flujos del Ejemplo 9.7, la TIR, como se muestra en la Figura 9.9, sería de 11,95%.

Figura 9.9
Cuadro de diálogo para el cálculo de la TIR con Excel



4 Si el VAN es 0, se gana exactamente lo que se quería ganar, por lo que la TIR es igual a la tasa de descuento; si el VAN es positivo, la TIR es mayor que la tasa de descuento, por cuanto se gana más de lo exigido; y si el VAN es negativo, la TIR es menor que la tasa de descuento exigida al proyecto.

Si se construye la tabla que explica el supuesto del VAN, se observa que, con una tasa de 10%, el VAN es $543,74 (valor actual de $876), pero con el 11,95% de la TIR, el resultado es 0. Es decir, el inversionista gana ese porcentaje y recupera la inversión. Esto se observa en la Tabla 9.10.

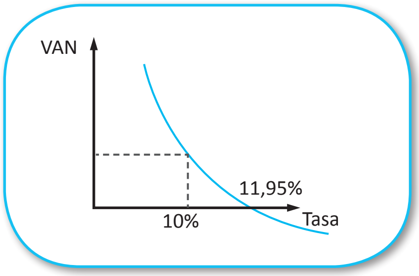
Tabla 9.10 ***Supuesto de la TIR***

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$10.000	$2.000	$1.000	$1.000
$9.000	$2.600	$900	$1.700
$7.300	$3.200	$730	$2.470
$4.830	$3.200	$483	$2.717
$2.113	$3.200	$211	$2.113
Saldo después de recuperar inversión			$876

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$10.000	$2.000	$1.195	$805
$9.195	$2.600	$1.098	$1.502
$7.693	$3.200	$919	$2.281
$5.412	$3.200	$647	$2.553
$2.859	$3.200	$341	$2.859
Saldo después de recuperar inversión			$0

Gráficamente, la TIR muestra la tasa donde el VAN se hace 0. Si con una tasa de 10%, el VAN fue $543,74, significa que el proyecto renta este valor por sobre 10% que se exige de retorno a la inversión, después de ser recuperada. Pero si se entrega un retorno a la inversión de 11,95%, lo que queda permite solo recuperar la inversión. Por eso, la TIR se define a veces como la sensibilización de la tasa de descuento del proyecto, ya que mide el máximo costo que se podría pagar por el capital. Gráficamente, esto se expresa como:

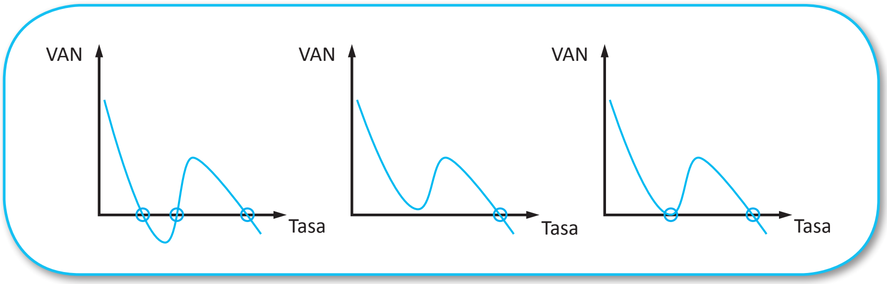
Gráfico 9.1
Relación entre VAN y TIR



Cuando el flujo de caja tiene cambios de signo (por ejemplo, si en un periodo se realiza una inversión de ampliación que hace que ese año el flujo sea negativo), puede haber tantas TIR como cambios de signo se observen, ya que la pendiente de la curva cambia tantas veces como cambios de signo haya. Por ejemplo, si la inversión inicial es de −$900, $1.898 y −$1.000, hay dos cambios de signo (de menos a más y de más a menos), y el VAN se hace 0 con TIR de 2,71% y de 8,15%.

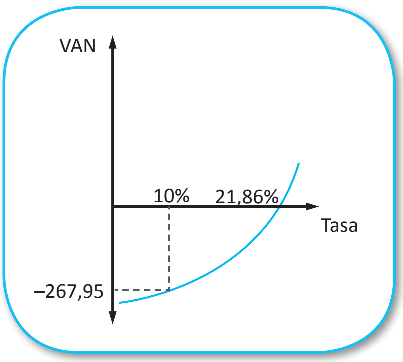
Si el flujo tuviese tres cambios de signo (−1.000, 400, 400, −100 y 400), podría haber hasta tres tasas internas de retorno[5]. Esto se explica por los posibles cruces del eje de la pendiente, tal como se observa en el Gráfico 9.2.

Gráfico 9.2
Múltiples tasas TIR



El caso más atípico y menos tratado en la literatura es el de la TIR en proyectos de desinversión. Como ya se explicó, la TIR es la tasa que iguala los flujos positivos con los negativos. Por ejemplo, si una empresa tiene un vehículo con una vida útil máxima de cinco años, que al cabo de ellos no tendrá ni valor contable ni de mercado, y se le ofrece la opción de venderlo hoy en $1.200 y de arrendar en $400 el servicio de flete por los próximos cinco años, y si a los proyectos se les exige una rentabilidad de 10%, la TIR de 21,86% mostraría que es conveniente la venta. Sin embargo, al calcular el VAN, el resultado es negativo en $267,95. Si tuviera otra opción de flete por $500 anuales, claramente sería peor que la anterior, que costaba solo $400 anuales. Sin embargo, la TIR sube a 34,9%, mientras que el VAN reconoce que es menos conveniente aun disminuyendo a −$584,93. En el Gráfico 9.3, se observa que este comportamiento se explica por la pendiente inversa de la curva del VAN cuando en el momento 0 existe un ingreso y, en el flujo futuro, egresos.

Gráfico 9.3
Relación entre VAN y TIR en proyectos de desinversión



5 Calcule el VAN de este flujo para una tasa de 4,35% y para otra de 55.382.261%.

Cuando es un proyecto de inversión, es rentable y tiene un solo cambio de signo, la TIR muestra el retorno promedio sobre la inversión. Pero eso no significa que esa rentabilidad se reciba cada año, ya que, al igual que el VAN, supone que cuando los flujos son negativos, puede quedar "debiéndole" al inversionista la rentabilidad informada y, también, que este aportará los recursos faltantes para cubrir el déficit.

Ejemplo 9.10

Suponga que un proyecto requiere una inversión inicial de $5.000, que su flujo es negativo en $2.000, $1.500 y $1.000 los primeros tres años, y que solo el cuarto y el quinto año es positivo en $8.000 cada uno. La TIR indicaría una rentabilidad promedio anual de 15,07% anual, aun cuando el proyecto tiene flujos negativos los primeros tres años. La Tabla 9.11 muestra el supuesto de que la TIR puede quedar "debiendo" la rentabilidad deseada.

Tabla 9.11 ***Supuesto de la TIR con flujos iniciales negativos***

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$5.000	–$2.000	$754	–$2.754
$7.754	–$1.500	$1.169	–$2.669
$10.422	–$1.000	$1.571	–$2.571
$12.993	$8.000	$1.959	$6.041
$6.952	$8.000	$1.048	$6.952
Saldo después de recuperar inversión			$0

Como se puede observar, la TIR puede ser muy atractiva pero no generar un flujo que permita, entre otras cosas, enfrentar el pago de una deuda.

En un flujo de inversión (egreso inicial y flujos positivos a futuro), pueden darse varias situaciones en la relación del VAN con la TIR:

VAN > 0 y TIR > 0	La rentabilidad es superior a la exigida después de recuperar toda la inversión.
VAN = 0 y TIR > 0	La rentabilidad es igual a la exigida después de recuperar toda la inversión.
VAN < 0 y TIR > 0	La rentabilidad es inferior a la exigida después de recuperar toda la inversión.
VAN < 0 y TIR = 0	La rentabilidad es 0, pero se recupera toda la inversión.
VAN < 0 y TIR < 0	La rentabilidad es 0 y no se recupera toda o parte de la inversión.

9.2.3 Periodo de recuperación de la inversión

El periodo de recuperación de la inversión (PRI) es el tercer criterio más usado para evaluar un proyecto y tiene por objeto medir en cuánto tiempo se recupera la inversión, incluyendo el costo de capital involucrado.

Como se puede observar en las tablas anteriores, una parte del flujo va a pagar la rentabilidad deseada y otra va a recuperar la inversión. Para determinar en cuánto tiempo se recupera la inversión, solo se debe considerar la última columna.

La importancia de este indicador es que complementa la información, muchas veces oculta por el supuesto de que, si el flujo no alcanza, "se adeuda" tanto del VAN como de la TIR.

Ejemplo 9.11

Suponga que un proyecto al que se le exige un retorno de 10% anual requiere una inversión de $2.000 y presenta flujos anuales de $200, $400, $600, $800 y $800.

Aunque la suma simple de los flujos de caja de los primeros cuatro años corresponde exactamente al monto de la inversión, el PRI es de cinco y no de cuatro años. Al incluir en los costos la tasa de retorno exigida, el PRI resulta de aplicar el cuadro de pagos a la inversión que se muestra en la Tabla 9.12.

Tabla 9.12 *Cálculo del PRI*

Saldo inversión ($)	Flujo anual ($)	Rentabilidad exigida ($)	Recuperación inversión ($)
$2.000	$200	$200	$0
$2.000	$400	$200	$200
$1.800	$600	$180	$420
$1.380	$800	$138	$662
$718	$800	$72	$718
Saldo después de recuperar inversión			$10

Nótese que si se extrae de cada cuota la tasa de retorno exigida a la inversión remanente, se observa que demora casi cinco años en ser recuperada.

9.2.4 Relación beneficio-costo

La relación beneficio-costo compara el valor actual de los beneficios proyectados con el valor actual de los costos, incluida la inversión. El método lleva a la misma regla de decisión del VAN, ya que cuando este es 0, la relación beneficio-costo es igual a 1. Si el VAN es mayor que 0, la relación es mayor que 1, y si el VAN es negativo, esta es menor que 1. Este método no aporta ninguna información importante que merezca ser considerada.

9.2.5 Relación costo-efectividad

Existen muchos proyectos donde los beneficios son difíciles de estimar (cuando no hay ingresos) o no son relevantes para el análisis (cuando debe necesariamente solucionarse un problema). En estos casos, es conveniente comparar los costos con la efectividad, es decir, con el cambio que se espera lograr con el proyecto. Para determinar la mejor de las opciones posibles, la relación costo-efectividad calcula:

$$\boxed{CE = \frac{VAC}{IE}} \qquad (9.6)$$

Donde *CE* es el coeficiente costo-efectividad; *VAC*, el valor actual de los costos del proyecto, e *IE*, el indicador de efectividad.

Ejemplo 9.12

Para reducir la tasa de delincuencia, la autoridad municipal evalúa dos opciones conducentes a lograr una misma meta: disminuir los actos delictivos. Una primera alternativa es instalar cámaras de vigilancia en las calles con una central de monitoreo y equipos móviles policiales que acudan ante cualquier alerta. En un horizonte de 10 años, la central y las cámaras deberán ser sustituidas en distintos momentos. Incluso es posible obtener un pequeño ingreso por su venta al final de su vida útil. Considerando la inversión, las reposiciones de los equipos, los costos de operación y los ingresos por venta de equipos, se observa un *VAC* de −$2.800. Con esta opción, se estima posible reducir los actos delictivos en 700 casos anuales. La segunda opción consiste en contratar guardias de seguridad durante las 24 horas del día, con lo que se estima que podrían reducirse los casos en 400 al año. El *VAC* de esta alternativa es de −$2.400. De acuerdo con la Ecuación 9.6, el coeficiente costo-efectividad sería:

$$CE_A = \frac{2.800}{700} = \$4 \qquad CE_B = \frac{2.400}{400} = \$6$$

Aunque el costo total de la opción *A* es más alto que el de la opción *B*, por su mayor impacto en el logro del objetivo buscado muestra un índice costo-efectividad de solo $4, frente a los $6 de *B*, por cada acto delictivo disminuido.

9.3 Valor económico agregado

La creciente competitividad que enfrentan las empresas por la apertura de los mercados mundiales, entre otros factores, hace que los proyectos deban ser evaluados y seleccionados en función de su posibilidad de mantener o ampliar sus mercados cautivos, con objeto de sostener o crear valor para la empresa.

Se considera que un proyecto crea valor cuando genera excedentes después de haber pagado el costo de capital utilizado. Aunque el concepto es similar al VAN, el valor económico agregado (VEA), más que un indicador, es un instrumento de gestión que permite un proceso continuo de incorporación de nuevos proyectos que crean valor y de eliminación de aquellos que, aun teniendo utilidades, reducen el valor de la empresa.

Para aumentar el VEA, la búsqueda de áreas de negocios deberá estar encaminada a implementar proyectos que incrementen la utilidad neta de operación sin aumentar los activos, o bien a invertir en activos que generen un incremento en la utilidad neta de operación superior al aumento en el costo de capital agregado. En un caso más extremo, si se considera que la empresa tiene un capital superior al nivel de inversión óptimo, se preferirá liquidar activos que no puedan generar una utilidad mayor que el costo de capital involucrado.

La diferencia entre el VEA y el VAN es que, mientras que este último calcula rentabilidad sobre flujos proyectados, el primero lo hace en forma periódica sobre resultados efectivamente alcanzados, midiendo el desempeño real de los activos y procesos.

El VEA es generalmente calculado como:

$$\boxed{VEA = UNO - (K_w * A_n)} \tag{9.7}$$

Donde *UNO* es la utilidad neta de operación después de impuestos; K_w, el costo de capital medio ponderado, y A_n, el valor contable ajustado del capital neto.

Una estimación del valor actual de los VEA anuales proyectados debería dar un resultado idéntico al VAN del proyecto. Su utilidad, entonces, se manifiesta en que permite verificar, periodo a periodo, si el proyecto (o la empresa) está generando excedentes que contribuyan a obtener ganancias por sobre el costo de capital empleado.

La aplicación del modelo de cálculo del VEA, generalmente aceptado y expuesto en la Ecuación 9.7, tiene dos grandes vacíos:

1. No solo no considera que algunos proyectos requieren periodos que no aportan un excedente en la utilidad que supere el costo de capital de los activos, sino que en muchas ocasiones el valor de la empresa se maximiza en el mediano y en el largo plazo aunque se trabaje con pérdidas contables en el corto plazo.

2. Mide la capacidad de generar excedentes por sobre el costo de capital de los activos en el corto plazo, cuando para mantener la capacidad operativa del negocio se debe reinvertir en mantener la capacidad productiva generadora de esa utilidad neta de operación[6].

---

6 Sin embargo, como trabaja con la utilidad y no los flujos, podría no tener relevancia el error, ya que al no sumar la depreciación, se podría suponer que quienes defienden el VEA la consideran como el equivalente anual del flujo que debe destinarse a la reposición de activos, aunque nunca lo expliciten.

Esto lleva a definir un modelo corregido que incorpore todos los elementos que hacen del VAN un instrumento válido, a la vez que posibilite lograr los objetivos específicos del VEA, sobre todo en la evaluación del desempeño de los activos.

A continuación, se desarrolla el modelo paralelamente con un ejemplo en el que se simplifican las estructuras de costos y beneficios de una situación observada con frecuencia, para exponer un procedimiento que incorpore la totalidad de los elementos que deben ser considerados en la medición del VEA.

Ejemplo 9.13

Suponga que, para enfrentar un proyecto de ampliación, una empresa optó por una solución tecnológica que permite producir y vender 1.000 unidades anuales a $100 cada una; que el costo variable de producir cada unidad es de $30 y el costo fijo, independientemente del nivel de producción, es de $20.000 anuales.

El resultado o utilidad operacional del proyecto está dado por la diferencia entre los ingresos y los costos totales, lo que se puede expresar como:

$$\boxed{R_{op} = p * q - cv * q - CF} \tag{9.8}$$

Donde R_{op} es el resultado operacional; p, el precio unitario; q, la cantidad adicional que se estima será producida y vendida; cv, el costo variable unitario, y CF, el costo fijo anual.

En el ejemplo, el resultado operacional correspondería a $50.000, que resulta de:

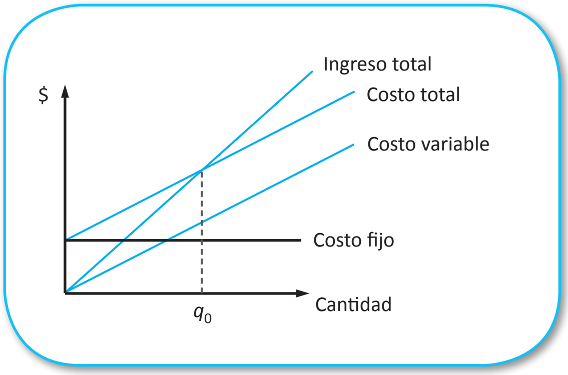
$$R_{op} = 100.000 - 30.000 - 20.000$$

Es usual, con esta información, suponer que el resultado operacional aumenta mientras mayor es la cantidad producida y vendida, tal como se muestra en el Gráfico 9.4.

Pero, como se explica en las páginas siguientes, esto no es válido en todos los casos, por cuanto existen dos particularidades que deben ser explicadas.

En q_0, el resultado operacional es 0 (los ingresos totales son iguales a los costos totales). Cualquier cantidad producida y vendida por sobre este punto, que se conoce como cantidad de equilibrio, dará a la empresa una utilidad operacional. Nótese cómo esta crece en la medida en que aumenta el nivel de operación.

Gráfico 9.4
Punto de equilibrio tradicional



El análisis anterior, sin embargo, no considera todas las variables que corresponde analizar en una decisión de inversión que conlleva cambios en la situación vigente.

Un costo, que no es fijo ni variable, es el impuesto a las utilidades[7]. Como se vio anteriormente, para calcularlo se permite agregar, a los egresos contables del proyecto, los gastos no desembolsables que constituyen la pérdida de valor contable de los activos usados, denominada depreciación. Si esta fuese de $10.000 anuales, la utilidad sobre la que se calculará el impuesto resultaría de aplicar la siguiente ecuación.

$$\boxed{U = p * q - cv * q - CF - D} \tag{9.9}$$

Donde U es la utilidad antes de impuestos y D es el monto de la depreciación anual.

Al sustituir los valores de la ecuación por los antecedentes del ejemplo, se obtiene:

$$U = 100 * 1.000 - 30 * 1.000 - 20.000 - 10.000 = 40.000$$

Si la tasa de impuesto a las utilidades es de 15%, el impuesto atribuible a esta opción tecnológica sería de $6.000 y la utilidad neta de impuestos sería de $34.000.

La utilidad neta se puede calcular como la diferencia entre la utilidad antes de impuestos y el impuesto pagado, o como 85% de la utilidad antes de impuestos, que es lo que le queda a la empresa después de pagar en impuestos el 15% correspondiente de las utilidades.

7 No es fijo ni variable, porque depende de una función de utilidad basada en ingresos, costos fijos y costos variables.

Corrigiendo la Ecuación 9.9, se puede determinar la utilidad neta como sigue.

$$\boxed{UN = (p * q - cv * q - CF - D)\ (1 - t)} \qquad (9.10)$$

Donde *UN* es la utilidad neta y *t* es la tasa de impuesto a las utilidades.

El factor (1 − *t*) corresponde al remanente después de pagar el impuesto[8]. De esta forma, se obtiene:

$$U = 40.000\ (1 - 0{,}15) = 34.000$$

Sin embargo, como para efectuar la medición se debe considerar el flujo de caja y no la utilidad neta, que es solo el resultado de una operación contable, hay que corregir la deducción de la depreciación, por no constituir un egreso efectivo de caja. Tal como se vio en páginas anteriores, se debe sumar la depreciación después de haberla considerado en el cálculo del impuesto. De esta forma, al sumar $10.000 a la utilidad neta ($34.000), resulta un flujo de caja de $44.000.

Un resultado similar se obtiene si solo se consideran los ítems que constituyen movimientos de caja: si a los $100.000 de ingresos se restan $30.000 de costos variables, $20.000 de costos fijos y $6.000 de impuestos, también resulta un flujo de caja de $44.000.

Para llegar a este resultado, la Ecuación 9.10 se modifica de la siguiente forma para obtener el flujo de caja.

$$\boxed{FC = (p * q - cv * q - CF - D)\ (1 - t) + D} \qquad (9.11)$$

Donde *FC* representa el flujo de caja promedio anual.

Reemplazando:

$$FC = 40.000\ (0{,}85) + 10.000 = 44.000$$

Sin embargo, para determinar si el flujo de caja es atractivo o no para el inversionista, se debe agregar todavía información al resultado calculado.

Los $44.000 proyectados como flujo de caja anual podrían ser un muy buen resultado si la inversión fuese, por ejemplo, de $100.000; pero el mismo resultado no sería satisfactorio si el monto invertido hubiese sido de $1.000.000.

8 Si la tasa del impuesto es de 15%, el factor (1 – *t*) corresponde a (1 − 0,15). Es decir, a 0,85 u 85%.

Para incorporar el efecto de la cuantía de la inversión, se debe determinar si el flujo de caja es suficiente para otorgar al inversionista la rentabilidad porcentual deseada por la inversión realizada. Si, por ejemplo, la inversión es de $200.000 y el inversionista exige a ella un retorno mínimo de 12% anual para aceptar el proyecto, se restan $24.000 al flujo de caja (12% de los $200.000 invertidos).

Incorporando el retorno sobre la inversión en la Ecuación 9.11, resulta:

$$\boxed{R = (p * q - cv * q - CF - D)(1 - t) + D - i * I} \qquad (9.12)$$

Donde R es el resultado neto de ganancia exigida; i, la tasa deseada de retorno sobre la inversión, e I, la inversión asociada a la implementación de la alternativa tecnológica que se evalúa.

Al incorporar este elemento en la ecuación, se obtiene:

$$R = 40.000\ (0{,}85) + 10.000 - 24.000 = 20.000$$

Los $20.000 resultantes indican que, con los ingresos anuales, esta opción permite cubrir todos los costos (fijos y variables), pagar el impuesto, entregarle al inversionista 12% de rentabilidad y dejar incluso un remanente de $20.000.

Esto, sin embargo, aun no es suficiente para tomar una decisión, ya que para mantener el supuesto de un flujo a perpetuidad, la empresa deberá invertir, a lo largo del tiempo, en la reposición de los activos necesarios para mantener la capacidad productiva perpetua.

Cuando el flujo de caja se calcula como un promedio anual perpetuo, las inversiones en reposición también deben ser incluidas como un promedio anual. Es decir, del flujo resultante ($20.000) se debe restar una cantidad anual que represente las reinversiones promedios anuales necesarias para mantener su capacidad de producción.

Para ello, existen dos criterios:

1. Suponer que la depreciación contable anual es un monto representativo de la reinversión anual, como hace la fórmula tradicional del VEA.
2. Calcular la pérdida de valor promedio anual de la inversión que efectivamente debe ser repuesta.

En el primer caso, se resta la depreciación anual para calcular la rentabilidad promedio anual, *Rp*, como sigue.

$$\boxed{Rp = (p * q - cv * q - CF - D)\ (1 - t) + D - i * I - D} \tag{9.13}$$

Que es lo mismo que:

$$\boxed{R = (p * q - cv * q - CF - D)\ (1 - t) - i * I} \tag{9.14}$$

El resultado, entonces, se obtiene como:

$$R = 40.000\ (0{,}85) - 24.000 = 10.000$$

Este resultado indica que el proyecto anualmente es capaz de redituar $10.000 por sobre lo exigido como retorno a la inversión y después de haber considerado una reserva para mantener el valor de los activos. Esto podría variar si la reserva para reposición se calcula como un promedio anual equivalente a lo que el activo pierde de valor en el mercado. Tal opción supone que cada año se pierde linealmente una parte de la diferencia entre el valor de la inversión y su valor de desecho. Por ejemplo, si de los $200.000 de inversión inicial se estima posible recuperar $80.000 después de 10 años, la pérdida de $120.000 en el valor de la inversión se distribuye en los 10 años en partes iguales, a razón de $12.000 por año. El resultado corregido sería:

$$R = 40.000\ (0{,}85) + 10.000 - 24.000 - 12.000$$

Cualquiera que sea la opción que se use, siempre debe considerarse la necesidad de reinvertir parte de los recursos generados por el flujo para mantener el valor de la inversión y la capacidad productiva del proyecto.

9.4 Evaluación de proyectos a nivel de perfil

A nivel de perfil, es posible recurrir a un método simplificado para medir la rentabilidad de una opción de inversión, similar al expresado en la Ecuación 9.14, pero en función del supuesto de una situación futura promedio perpetua. Como se mencionó anteriormente, el perfil constituye el más simple de los niveles de evaluación, y su aplicación se recomienda solo para determinar la conveniencia o la inconveniencia de efectuar una evaluación en un nivel más profundo o para elegir entre varias opciones al formular un proyecto a nivel de prefactibilidad, como por ejemplo cuando se busca seleccionar el mejor sistema de transporte para los productos de la empresa, la mejor alternativa tecnológica o el mejor sistema de almacenamiento de información.

El carácter básico de los estudios a nivel de perfil hace posible definir un modelo que calcule la rentabilidad para un año típico, suponiendo que el comportamiento promedio de los costos y beneficios del proyecto puede representarse como un sistema perpetuo.

Obviamente, existen otras formas de construir un perfil de proyecto, como por ejemplo los análisis cualitativos o la proyección de un flujo de caja muy preliminar sustentado en antecedentes estimados o en supuestos no respaldados necesariamente sobre bases sólidas.

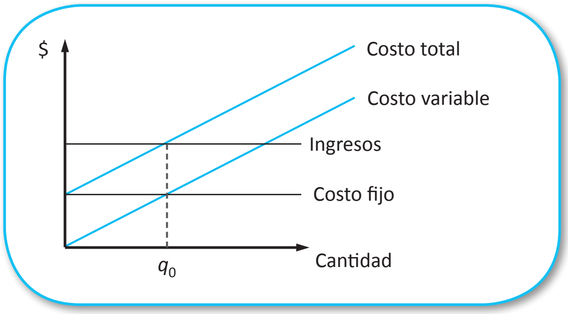
Si el proyecto que se evalúa tiene la forma tradicional de una inversión asociada a crecimientos en los costos y beneficios de acuerdo con el incremento en las ventas, la Ecuación 9.14 se aplica de manera directa.

Sin embargo, cuando la empresa tiene ingresos constantes y su estructura de costos está compuesta por una parte variable, la maximización del resultado operacional se logra cuando el nivel de actividad es mínimo. Por ejemplo, en las mutuales de seguridad, donde el ingreso está dado por la prima asegurada por accidentes en el trabajo y los costos dependen de la siniestralidad de los afiliados, mientras menos siniestros se produzcan, más alta será la utilidad operacional de la mutual, tal como se observa en el Gráfico 9.5.

En instituciones donde la situación presupuestaria de los ingresos es una variable fija e independiente del nivel de actividad, los proyectos de racionalización que buscan reducir los costos de funcionamiento tienen asociado el beneficio de la mayor cantidad de actividad que es posible con la misma disponibilidad presupuestaria.

Gráfico 9.5

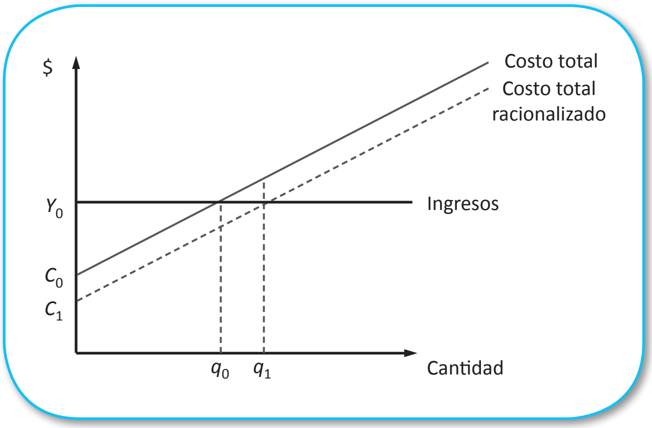
Cambio en el punto de equilibrio con ingresos constantes



Como se puede observar en el Gráfico 9.5, el resultado operacional se hace máximo cuando la actividad es 0. Al crecer el nivel de actividad, la diferencia entre ingresos y costos totales disminuye, hasta hacerse 0 en el punto q_0. Sobre ese nivel de actividad, los ingresos son inferiores a los costos totales.

En el Gráfico 9.6, se observa cómo aumenta el nivel de actividad máximo que es posible realizar ($q_1 - q_0$) con los recursos disponibles ante una reducción de los costos totales ($C_0 - C_1$).

Gráfico 9.6
Cambio en el punto de equilibrio ante una reducción de costos



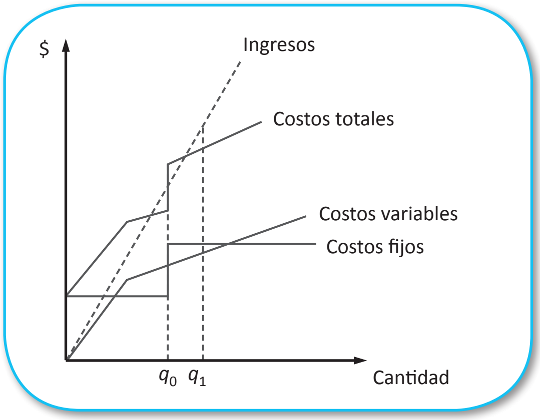
Si un proyecto de racionalización logra una reducción de costos como la del Gráfico 9.6, la cantidad de actividad que podría ser desarrollada con la misma disponibilidad presupuestaria aumenta de q_0 a q_1.

En cualquiera de estos casos, la forma de calcular la rentabilidad a nivel de perfil se debe hacer para un volumen estático de producción y ventas, por cuanto los costos fijos son válidos solo dentro de un rango y su estructura sube para adecuarse al nuevo nivel de producción.

De la misma manera, el costo variable unitario se mantiene constante dentro de un determinado rango. Sobre él, este costo puede subir o bajar, dependiendo de si el mayor volumen de operación genera economías o deseconomías de escala para la empresa.

El Gráfico 9.7 muestra las relaciones que se dan entre los costos e ingresos del proyecto en distintos niveles de producción y ventas.

Gráfico 9.7
Puntos de equilibrio con cambios en las estructuras de costos



Nótese que, al reconocer la variabilidad de los costos fijos y variables, puede encontrarse más de un punto de equilibrio y que, por otra parte, un tamaño mayor (q_1) puede tener menor rentabilidad que un volumen de producción menor (q_0). Esto es especialmente importante en proyectos de ampliación, donde la situación con proyecto podría mostrar una rentabilidad positiva (en q_1), aunque es menor que la observada en la situación base o sin proyecto (en q_0). Sin embargo, es necesario considerar otras variables, como por ejemplo que dejar demanda insatisfecha (la diferencia entre q_1 y q_0) baja las barreras a la entrada de nuevos competidores que podrían acceder no solo a estos consumidores no satisfechos por la empresa, sino incluso a otros que son actualmente cubiertos en la situación base.

Ejemplo 9.14

Un instituto de capacitación dispone de una sala de clases sin asignar con capacidad para 30 alumnos. Si dicta un curso, su punto de equilibrio es de 14 alumnos. Si asisten 30, obviamente tendrá un muy buen resultado. Si se postulan 32 personas, es posible ocupar la sala en dos horarios diferentes, por ejemplo, con 16 alumnos cada uno. Si el punto de equilibrio es de 14, es rentable cada curso de 16 alumnos. Sin embargo, es fácil apreciar que un curso de 30 alumnos es más rentable que dos de 16, ya que por solo dos matrículas se deben duplicar todos los costos fijos.

Aunque no es muy frecuente incorporar el efecto del financiamiento a nivel de perfil, la solución es simple e interesante de analizar. Para ello, basta con incorporar los intereses sobre la deuda antes de impuestos como un costo más. De esta forma, la Ecuación 9.14 se corrige como sigue.

$$\boxed{Rp' = (p * q - cv * q - CF - D - klp)\,(1 - t) + D - rla - (I - VD_n) / n} \qquad (9.15)$$

Donde *Rp* representa la rentabilidad promedio de los recursos propios; *k*, la tasa de interés del préstamo; *Ip*, la parte de la inversión total financiada con préstamo; *r*, la rentabilidad exigida a los recursos propios invertidos en el negocio, e *Ia*, la parte de la inversión total financiada con recursos propios.

Cuando se calculó el VEA, la rentabilidad del proyecto se determinó en $8.000 por sobre lo exigido a la inversión total. Este valor, en una evaluación a nivel de perfil basada en datos estimados, corresponde a la rentabilidad de toda la inversión, no importa cómo se financie. Es decir, el proyecto generaría una rentabilidad porcentual superior al 12%. Para calcular la rentabilidad porcentual, se sigue el mismo criterio que el empleado en el cálculo de la TIR. Es decir, se busca el que haga al resultado *Rp* igual a 0. En otras palabras, se busca determinar hasta qué tasa de retorno sobre la inversión podría entregar el proyecto.

$$0 = 40.000\ (0{,}85) + 10.000 - i(200.000) - 12.000$$

Al despejar el factor *i*, se obtiene un resultado de 16%, que corresponde a la rentabilidad anual perpetua que reporta el proyecto sobre la inversión total.

Suponiendo que 75% de la inversión se financia con préstamos al 8% de interés anual, el gasto financiero ascendería a $12.000 (8% de 150.000). Luego, la rentabilidad de los recursos propios invertidos en el proyecto (25% de los $200.000) se determina reemplazando *Rp* por 0 y calculando el factor *r* como sigue.

$$0 = (40.000 - 12.000)\ (0{,}85) + 10.000 - r(50.000) - 12.000$$

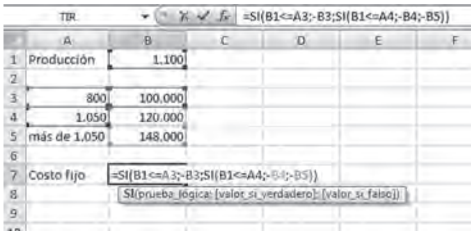
Al despejar el factor *r* en la Ecuación 9.15, se obtiene 43,6%, que representa la rentabilidad promedio anual de los recursos propios invertidos en el proyecto.

El supuesto básico de este procedimiento es que la empresa mantiene una estructura de deuda a capital constante en el tiempo, por lo que el interés sobre la deuda se mantiene a perpetuidad al no amortizarse el préstamo.

De la misma forma como se calcularon *i* y *r*, es posible determinar la cantidad, la tarifa o un costo de equilibrio. Posiblemente, también haya que considerar cambios en las inversiones sobre cierto nivel de actividad, lo que modificará las depreciaciones y, en consecuencia, los impuestos. En una hoja Excel, el cálculo de cualquiera de estas variables se simplifica con el uso de la función **Buscar objetivos**.

Ejemplo 9.15

Si los costos fijos ascienden a $100.000 entre 1 y 800 unidades producidas, a $120.000 entre 801 y 1.050, y a $148.000 entre 1.051 y 1.300, que es el máximo nivel esperado de actividad en un escenario optimista, la celda donde va el valor del costo fijo debe tener la siguiente función condicional.

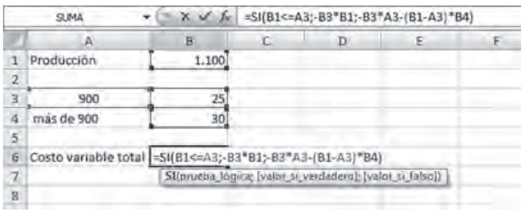


En el caso de un costo variable unitario que presenta deseconomías de escala solo sobre las unidades marginales (como la compra de leche cuando no existe suficiente disponibilidad en la zona donde se ubica el proyecto), la celda del costo variable unitario deberá contener esta condición.

Ejemplo 9.16

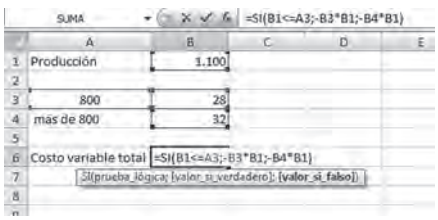
Suponga que, en un proyecto, los primeros 900 litros de leche se pueden comprar a $25 el litro en la localidad donde se ubicará el proyecto. Cualquier unidad adicional crece a $30 por el incremento en los costos de transportarla hasta la planta. La celda donde va el costo variable tendrá que contener la siguiente función condicional.

=SI(B1<=A3;−B3*B1;−B3*A3−(B1−A3)*B4)



Cuando la variación en el costo variable se aplica al total de las unidades –por ejemplo, cuando la compra en cantidades inferiores a 800 unidades debe hacerse a un minorista que cobra $32 por cada una, pero sobre ese nivel todas se pueden comprar a mayoristas a un precio de $28 la unidad–, la función condicional queda como:

=SI(B1<=A3;−B3*B1;−B4*B1)



Obviamente, como en el caso de los costos fijos, los variables también pueden incorporar varios rangos.

9.5 Valuación de opciones aplicada a la evaluación de proyectos

La empresa y los inversionistas estarán dispuestos a destinar recursos a un proyecto siempre que la inversión tenga un retorno que les satisfaga. Sin embargo, el retorno esperado está sujeto al comportamiento o volatilidad de una gran cantidad de variables. El supuesto que adoptan todos los modelos de valoración de opciones es que resulta posible predecir la volatilidad.

Además de determinar si es o no rentable un proyecto, se deberá, en muchos casos, evaluar si podría ser más conveniente postergar la inversión o, si ya estuviera realizada, ampliarla, modificarla, reducirla o incluso abandonarla, si los resultados logrados no fuesen los esperados.

Frente a la imposibilidad de predecir con exactitud este comportamiento en la evaluación de un proyecto, se aplica el mismo criterio general propuesto por Black y Scholes en 1973[9] para proporcionar al decisor la máxima información posible. En este sentido, se supone que mientras mayor sea la volatilidad o incertidumbre, mayor será el interés por tener una opción.

Si una empresa, por ejemplo, evalúa la incorporación de más equipos de fábrica para elaborar un nuevo producto, se enfrenta a dos alternativas tecnológicas: una más cara, que tiene una duración de 15 años, y otra más barata, pero que se debe sustituir cada tres años. Sin embargo, no siempre optará por la que parezca más rentable. Si en este caso la máquina de mayor vida útil conduce a un VAN mayor que el que se obtendría con la adquisición de la máquina más barata y que debe sustituirse cinco veces para igualar la vida útil de 15 años de la otra, es posible que algunos inversionistas deseen esta última, por cuanto valoran la opción que tendría dentro de tres años para abandonar o redireccionar el proyecto.

Especialmente en empresas que enfrentan un alto grado de cambio tecnológico, la decisión de una u otra tecnología se podrá basar en el valor que se otorga a la flexibilización de una decisión tomada. Si este valor es superior a la diferencia de VAN, se optará por la que permite la mayor flexibilización, y si este valor es inferior, se elegirá el proyecto de mayor VAN. Haciendo una analogía con la teoría de opciones en los mercados financieros, Dixit y Pindyck[10] valoran la espera de la opción para una mejor información. Por ejemplo, si en tres años más se ve consolidado el mercado o se estima más estable el cambio tecnológico, en ese momento se podrá optar por sustituir la máquina de menor vida útil por la de mayor duración. Si se invierte en esta última por ser más rentable y en tres años más se observa un comportamiento del mercado o de la tecnología contrario al señalado, la empresa podría enfrentarse a un pésimo proyecto si la inversión tiene el carácter de irreversible.

---

9 Fischer Black y Myron Scholes, "The pricing of options and corporate liabilities", *Journal of Political Economy*, vol. 81, núm. 3, 1973.

10 Avinash Dixit y Robert Pindyck, *Investment Under Uncertainty*, Princeton (NJ), Princeton University Press, 1995.

La aplicación de modelos de valoración de opciones, como complemento al VAN para apoyar la toma de una decisión de inversión, se fundamenta en que el VAN ignora tanto la irreversibilidad como la conveniencia de postergar una inversión.

Las opciones reales consideran que los proyectos son dinámicos y que podrían existir oportunidades para modificar la decisión inicial si fuese posible mejorar el resultado cuando las condiciones supuestas en la formulación hubieran cambiado. Si la definición de las características del proyecto proveyó esta posibilidad, entonces tiene un valor asociado que debe ser incluido.

La valuación de opciones denomina *call* a la opción de compra, que consiste en un contrato que da al poseedor el derecho, pero no la obligación, de comprar algo a un precio definido y en una fecha determinada.

Una empresa, basándose solo en el criterio del VAN, puede enfrentar una oportunidad de inversión de manera similar a una opción de compra, es decir, tiene el derecho, pero no la obligación, de invertir en un proyecto. Cuando decide aceptar un proyecto caracterizado por una inversión irreversible, estaría ejerciendo su opción de invertir sabiendo que no puede desinvertir aunque las condiciones cambien afectando negativamente los resultados del proyecto; por ejemplo, al tomar por 30 años la concesión para construir y mantener una carretera.

Para Alzugaray[11], este valor de la opción perdida es un costo de oportunidad que debe ser incluido como parte de una inversión, donde su irreversibilidad afecta la decisión de aprobar un proyecto.

Respecto del valor de la flexibilidad, probablemente cada inversionista estará dispuesto a asumir diferentes costos (menor rentabilidad esperada) para tener una oportunidad de inversión flexible en vez de inflexible.

La posibilidad de posponer el inicio de la inversión en un proyecto –situación de mayor flexibilidad– se produce por dos elementos que el VAN no considera:

1. Que el proyecto puede presentar flujos iniciales menores que el costo de capital exigido a la inversión, aunque el VAN sea positivo.
2. Que puede existir una importante incertidumbre respecto de la evolución de los mercados y la tecnología, aun cuando el VAN sea positivo y los flujos iniciales excedan el costo de capital exigido.

En el primer caso, se deberá complementar la información proporcionada por el VAN mediante la aplicación de un modelo denominado rentabilidad inmediata, que mide el retorno sobre la inversión de cada año mediante $Ft / It - 1$, donde Ft es el flujo

11 Angélica Alzugaray, *Método Black & Scholes para la valuación de opciones aplicadas a la evaluación de proyectos de inversión*, http://www.uas.mx/departamentos/publicaciones/TEXTOS/black.htm, 1999.

del periodo t e $It - 1$ es la inversión que se realizaría en el periodo anterior para obtener ese flujo, suponiendo que la inversión es pospuesta de año en año. Este instrumento se analiza con detalle en el Capítulo 11.

En el segundo caso, se deberá determinar la rentabilidad dejada de percibir por postergar una inversión rentable, lo que debe servir como información al decisor para que evalúe si está dispuesto a asumir ese costo de oportunidad a cambio de una mayor flexibilidad.

Mientras que el primer caso se aplica a proyectos cuya inversión puede tener el carácter de reversible o irreversible, el segundo corresponde aplicarlo cuando se está frente a un proyecto con inversión irreversible. En ambos casos, será preciso analizar que al postergar se pueda perder la posibilidad de liderar la introducción del proyecto al mercado, si existen otros agentes económicos dispuestos a asumir el riesgo de la inflexibilidad e ingresar antes a ese mismo mercado.

En la evaluación de proyectos, se pueden identificar cuatro tipos principales de opciones reales:

1. Las que permiten con posterioridad efectuar inversiones adicionales (ampliación o hacer en vez de comprar), si se observa en el futuro una demanda mayor que la presupuestada, ya sea una ampliación por agregación de activos complementarios o una sustitución de activos originales por otros de mayor capacidad de producción. A este tipo de opciones se las denomina opción de compra.

2. Las que permiten postergar una inversión mientras se reúne más información o se espera el cumplimiento de ciertas condiciones, como reacciones del mercado, la estabilización del tipo de cambio o la aparición de nuevas tecnologías anunciadas. Se tratan también como una opción de compra.

3. Las que permiten abandonar o reducir una inversión si la demanda observada es menor que la proyectada. Estas equivalen a una opción de venta y se asocian con proyectos de desinversión: abandono, *outsourcing* o reemplazo de tecnologías mayores por otras menores.

4. Las que permiten modificar el producto o servicio para adecuarlo a cambios en la demanda (como el destino de uso de tierras agrícolas).

Mientras que las opciones de abandono son más relevantes en empresas con alta inversión de capital, donde es importante la flexibilidad para obtener un buen precio de venta de los activos, la opción de ampliar o reducir el nivel de actividad con facilidad lo es para proyectos con demanda cambiante. De igual manera, mientras más inciertos sean los flujos del proyecto o cuando la inversión realizada tenga el carácter de irreversible, mayor será la relevancia de la posibilidad de postergar la inversión.

En un entorno muy incierto, la gestión de la flexibilidad y la adaptación estratégica son aspectos fundamentales para capitalizar con éxito las oportunidades futuras de inversión y limitar pérdidas derivadas de mercados adversos.

El valor de un proyecto que considere opciones reales se calcula por:

$$\boxed{VP_r = VAN_p + VAVOR - VACO} \tag{9.16}$$

Donde VP_r es el valor del proyecto; VAN_p, el valor actual neto del proyecto original, o sea, sin incluir la posibilidad de cambio futuro; *VAVOR*, el valor actual del valor de la opción real, y *VACO*, el valor actual del costo que deberá asumirse por tener derecho a la opción.

Para calcular el valor de las opciones reales, se usan las herramientas de valoración de opciones financieras, que toman en consideración seis elementos: el activo subyacente, el precio del ejercicio, los dividendos, el vencimiento, la desviación y la tasa de interés.

1. El activo subyacente en la evaluación de un proyecto está dado por el tipo de inversión y la opción que se está analizando. Si la opción es postergar el inicio de una inversión, el activo subyacente corresponde al valor actual del flujo del proyecto.
2. El precio del ejercicio es el costo relevante de la acción que se vaya a realizar. Si la opción fuese postergar la inversión, el precio del ejercicio será el valor actual del flujo del proyecto. Si la opción fuese la de abandonar, el precio del ejercicio será el valor de venta, neto de impuestos, de los activos comprometidos en la inversión.
3. Los dividendos, en un proyecto, corresponden al flujo de caja proyectado. Si la opción es postergar, el dividendo se asimila a los flujos iniciales que se dejan de recibir al no invertir, por no tomar la opción de compra.
4. El vencimiento de la opción es el plazo durante el cual es posible tomar o retrotraer una inversión. Si la opción es postergar, el vencimiento corresponde al tiempo máximo que esta se puede diferir.
5. La desviación se mide como la varianza del activo subyacente o valor del proyecto.
6. La tasa de interés se considera similar a la tasa libre de riesgo, tal como lo hace la valuación de opciones financieras.

Cuando se calcula solo el VAN del proyecto, se concluye la conveniencia de invertir ahora o no hacerlo nunca. Si el mismo proyecto permite esperar un tiempo para observar el comportamiento de las variables críticas sin correr el riesgo de perder posiciones estratégicas de competitividad, se asume que esta libertad tiene un valor que debe incorporarse al análisis. Por ejemplo, aunque el VAN sea positivo con una determinada inversión en terrenos o en infraestructura, podría darse el caso de que un cambio en las condiciones a futuro haga conveniente expandir el proyecto aumentando aún más el VAN. Si el tamaño del terreno o de la infraestructura no permitiera la ampliación, ese VAN marginal podría no lograrse. Si, por el contrario, se decide hacer una inversión inicial mayor, aunque tenga capacidad ociosa y reduzca el VAN, debe sumársele un valor al hecho de que pueda expandirse a futuro.

La inversión adicional que debe hacerse para tener esta opción corresponde a la prima que se paga por ejercer una opción de compra, donde el tomador (inversionista) adquiere el derecho de comprar (invertir), pero no la obligación de hacerlo[12]. La flexibilidad para abandonar oportunamente se denomina opción de venta. En este caso, el tomador paga una prima para poder ejercer el derecho a abandonar su proyecto si los resultados no cumplen con sus expectativas.

El precio de una opción (prima) depende de varios factores: el precio del ejercicio, la fecha de expiración, el precio del activo subyacente (VAN del proyecto que, aunque está calculado, es incierto), la variabilidad del precio del activo subyacente (principal debilidad del modelo de valorización con opciones porque se basa en supuestos de escenarios futuros) y la tasa de interés.

Una forma para calcular la prima o valor de una opción es el modelo binomial, que considera dos posibilidades al momento del vencimiento: que el precio del activo subyacente suba o que baje. Para cada escenario (uno optimista y otro pesimista) se calcula una probabilidad de ocurrencia, considerando el flujo de un solo periodo, recurriendo a la derivación de la siguiente ecuación.

$$\boxed{F = \frac{F_f * \alpha + F_d (1 - a)}{1 + r}} \tag{9.17}$$

Donde F es el valor esperado del flujo; F_f, el flujo del primer año en un escenario favorable; F_d, el flujo del primer año en un escenario desfavorable; α, la probabilidad del escenario favorable, y r, la tasa libre de riesgo.

Expresando los flujos del primer periodo como una variación respecto del original, se obtiene:

$$\boxed{F = \frac{F * f * \alpha - F * d * \alpha}{1 + r}} \tag{9.18}$$

12 Se define como una opción de compra europea aquella donde el tomador puede ejercer su opción en una fecha futura determinada. La opción de compra americana es aquella donde el tomador puede ejercer su opción de compra en cualquier momento hasta una fecha determinada. Obviamente, esta última da más libertades de acción, lo que explica por qué es más cara que la europea.

Donde *f* es la variación porcentual asignada a un escenario favorable y *d* es la variación porcentual asignada a un escenario desfavorable.

Despejando α, resulta:

$$\boxed{\alpha = \frac{(1 + r) - d}{f - d}} \tag{9.19}$$

Ejemplo 9.17

Si se define el escenario favorable como 20% mejor de lo esperado, el desfavorable como 15% inferior al esperado y suponiendo una tasa libre de riesgo de 4%, la probabilidad de ambos escenarios sería:

$$\alpha = \frac{(1 + 0{,}04) - 0{,}85}{1{,}20 - 0{,}85}$$

Por lo tanto, $(1 - \alpha) = 0{,}4571$.

Si la inversión inicial del proyecto fuese de $12.000, el flujo de 10 años, de $1.900 anuales, y la tasa de descuento, de 8%, el VAN sería de $749,15.

En el escenario optimista, al flujo se le agrega 20% (1.900 * 1,2), con lo que el VAN sube a $3.298,99.

En el escenario desfavorable, se le resta 15% (1.200 * 0,85), con lo que se obtiene un VAN negativo de $1.163,22.

Como en el escenario desfavorable el VAN es negativo, el inversionista puede optar por no realizar la inversión si al cabo de un año el resultado del flujo fuese efectivamente menor que el esperado. Si el proyecto puede postergar un año su inversión, el VAN al esperar puede ser de $0 (si no se hace) a $3.298,99. El valor de la opción de postergar (valor esperado del flujo del primer año descontado a la tasa libre de riesgo) sería de:

$$\boxed{VO = \frac{VANf * \alpha + VANd * (1 - a)}{1 + r}} \tag{9.20}$$

Donde *VO* es el valor de la opción.

Reemplazando, se tiene que el valor de la opción es:

$$VO = \frac{3.298{,}99 * 0{,}5429 + 0 * 0{,}4571}{1{,}04} = 1.722{,}13$$

Como el VAN del proyecto es de $749,15, el valor de la flexibilidad que otorga la opción es el valor que agregaría al VAN:

$$1.722{,}13 - 749{,}15 = 972{,}98$$

Como puede observarse, el modelo teórico es impecable, pero en la práctica queda sujeto al juicio subjetivo del evaluador para definir los escenarios favorables y desfavorables.