# Esfuerzos Internos

## Vigas Gerber

Una viga Gerber es una viga isostática de varios tramos separados por articulaciones intermedias.

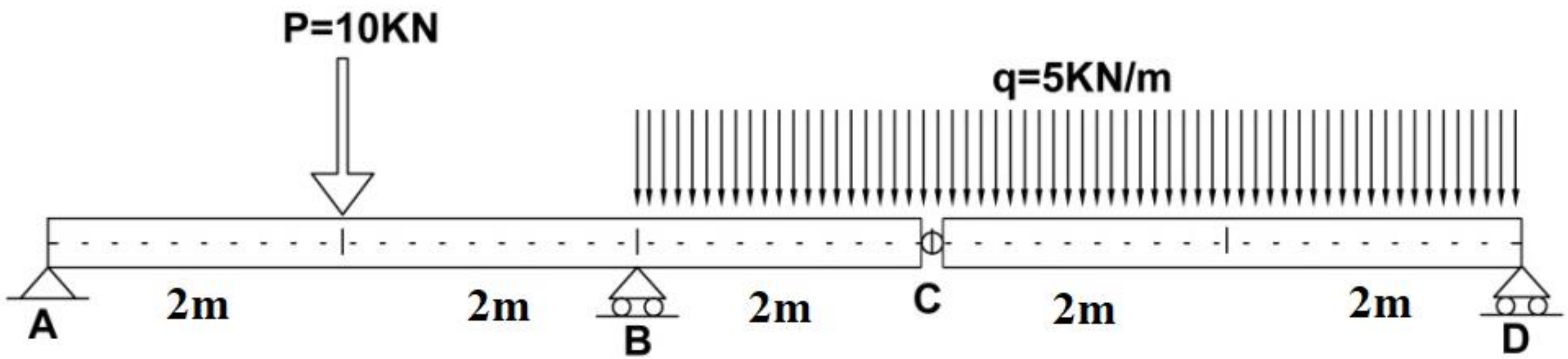
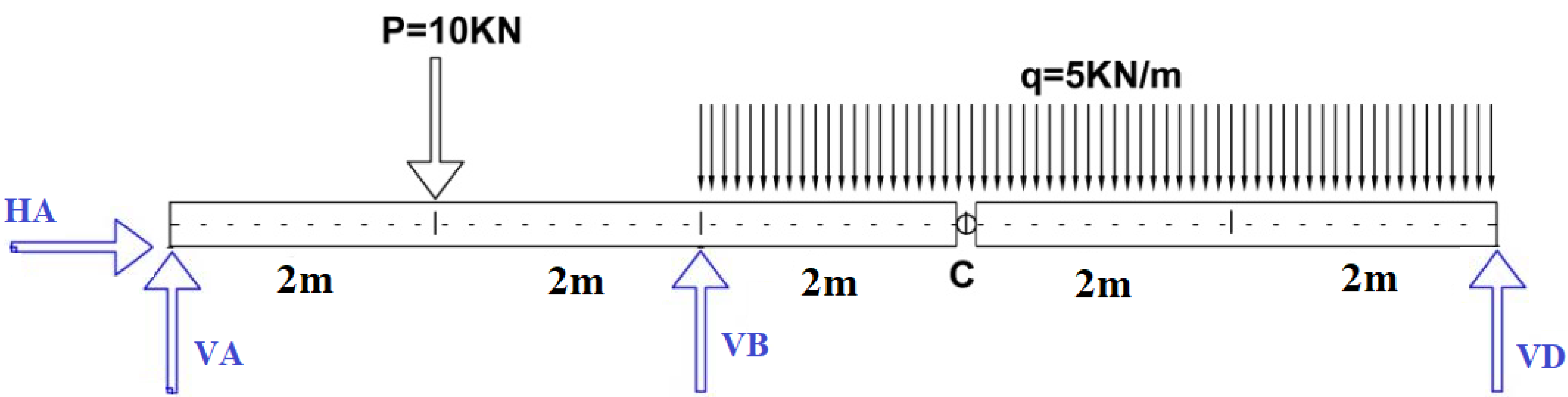



**Diagrama de Cuerpo Libre (dcl)**



**Determinación de reacciones de vínculo**

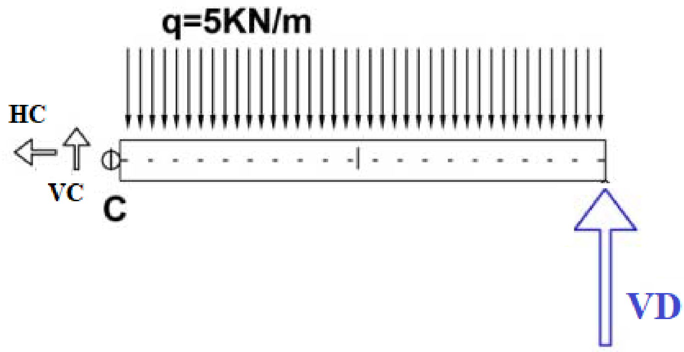
En esta estructura aparece una articulación en **C**, lo cual es necesario para el cálculo de las reacciones, de otro modo tendríamos más incógnitas que ecuaciones.

$$\sum Fx = 0 \qquad HA = 0$$

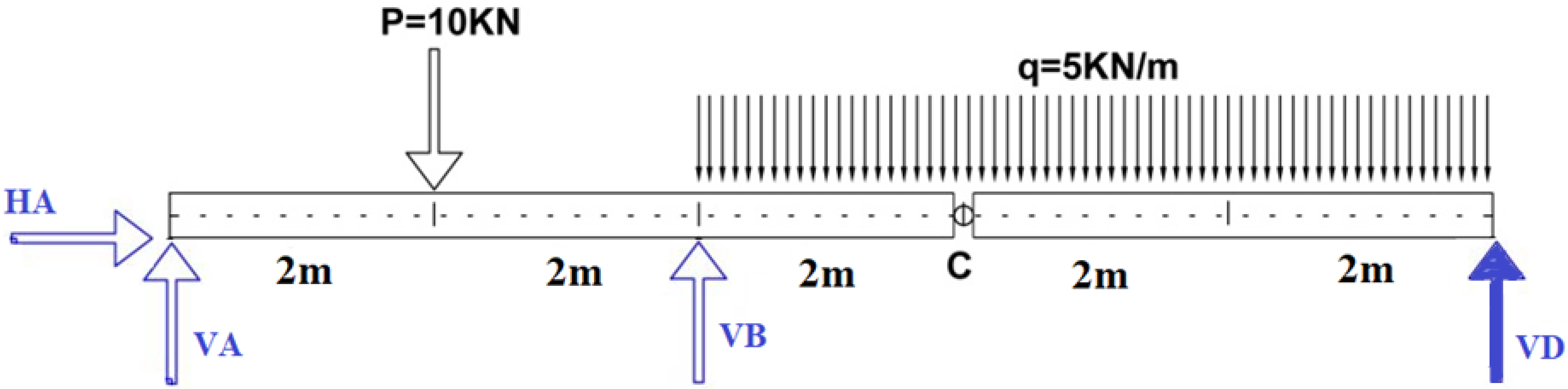
Si la estructura está en equilibrio también lo estará una parte de ella.
Realizamos el dcl del tramo CD.

$$\sum M_C \coloneqq 0 \qquad -\boldsymbol{V_D} \text{ x } 4\text{m} + 5\text{kN/m x } 4\text{m x } 2\text{m} = 0$$

$$\boldsymbol{V_D} = 10 \text{ kN}$$



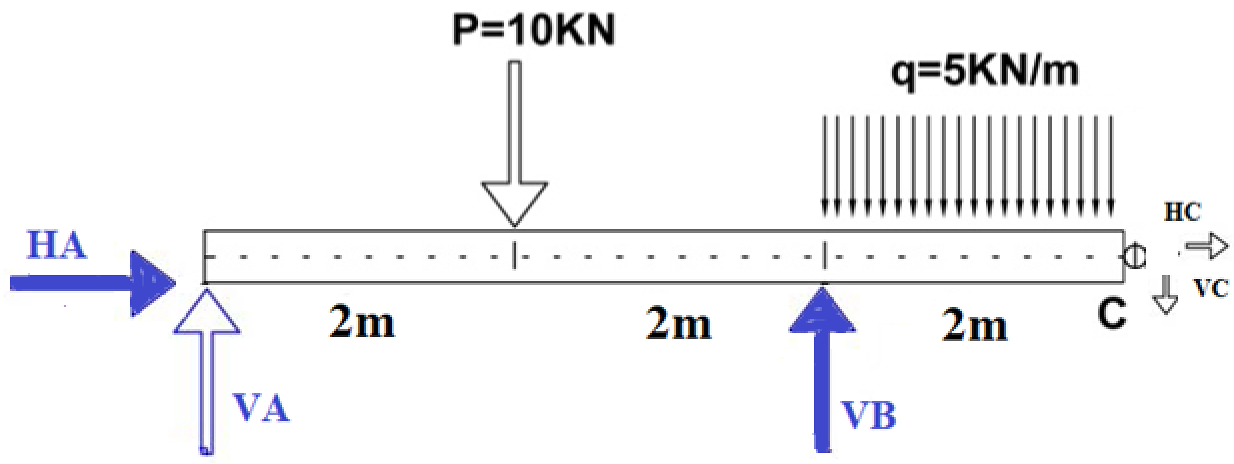

Conocida **VD** procedemos a determinar **VB** considerando la estructura completa




$\sum M_A := 0 \qquad - V_D$ x 10m + 5kN/m x 6m x 7m + 10kN x 2m - $\boldsymbol{V_B}$ x 4m = 0

$\boldsymbol{V_B}$ = 32.5 kN

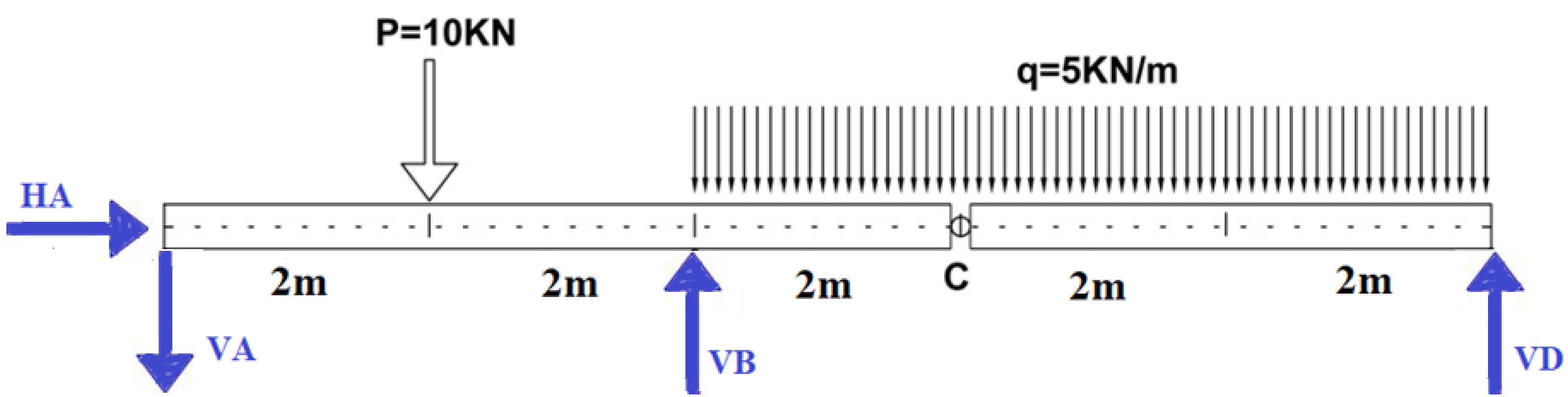
Conocida **VB** procedemos a determinar **VA** considerando el tramo AC de la estructura que también estará en equilibrio.




$\sum M_C := 0 \qquad V_A$ x 6m - 5kN/m x 2m x 1m - 10kN x 4m + $V_B$ x 2m = 0

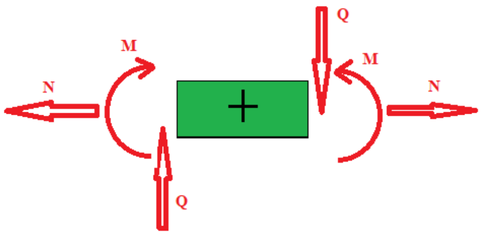
$V_A$ = -2.5 kN

Diagrama de cuerpo libre resultante luego de haber determinado las reacciones



# Esfuerzos internos

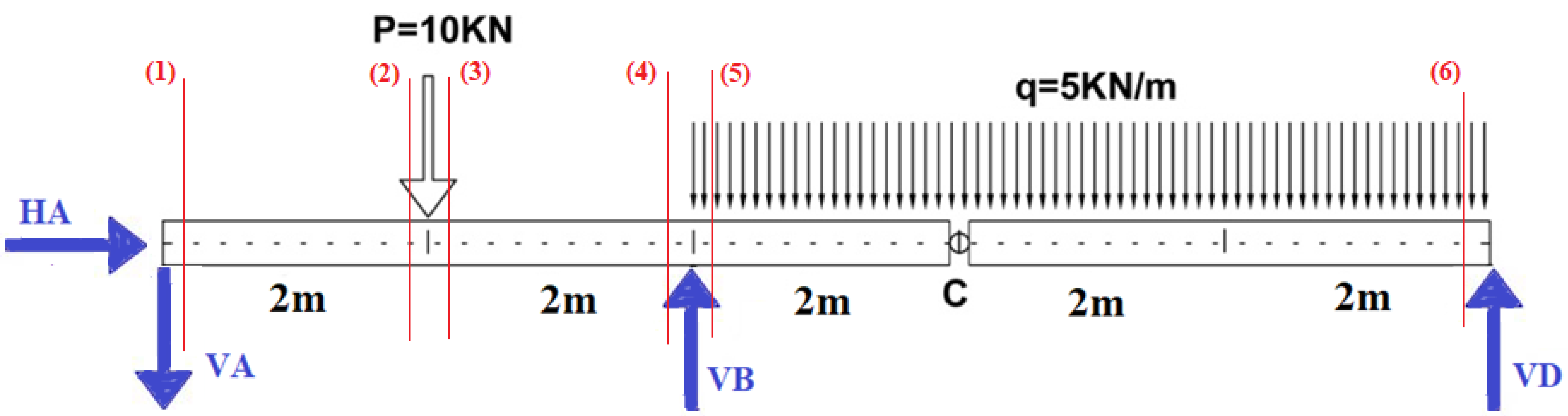
Recordamos que la convención de signos para esfuerzos internos es la siguiente:




Y que se cumple que :

$$-p = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2}$$

**Esfuerzo de corte:** identificamos las secciones importantes para determinar el valor del corte.



$Q_{A(1)} = -V_A$ = -2.5kN

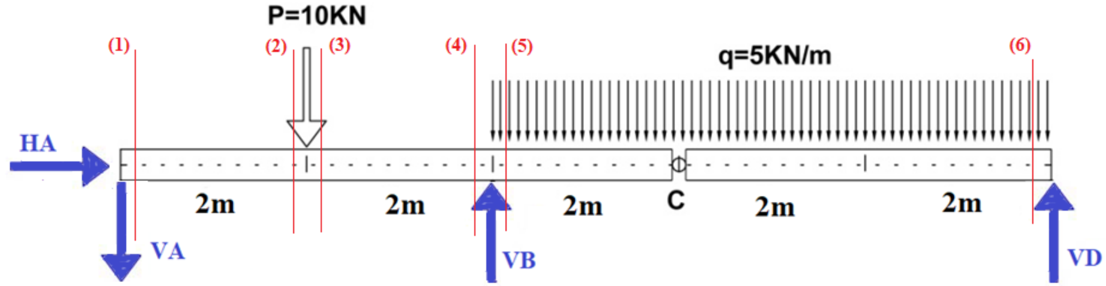
$Q_{(2)}$ = -2.5 kN

$Q_{(3)}$ = (-2.5-10)kN = -12.5kN

$Q_{(4)}$ = -12.5kN

$Q_{(5)}$ = (-12.5 + 32.5) kN = 20kN

$Q_{(6)}$ = (20 – 5x6) kN = -10kN = $-V_D$



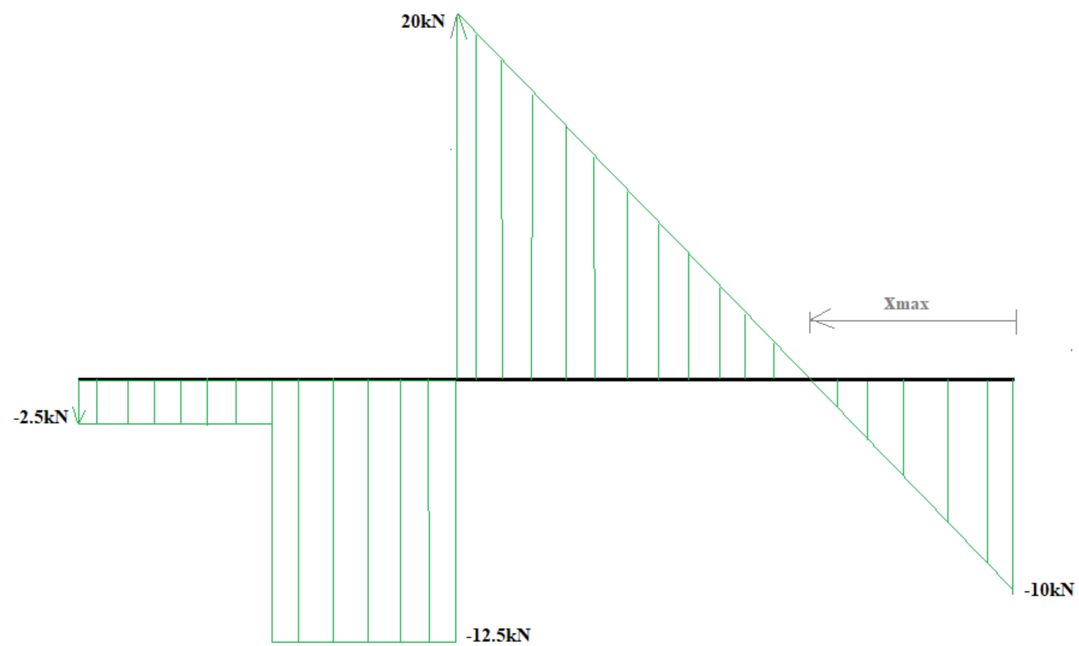




**Diagrama de Corte**

$x_{max}$ indica la abscisa donde el corte se hace cero, puede determinarse planteando la ecuación genérica del corte, en este caso por simplicidad se determina el corte entrando por la derecha.

$$Q_x = -V_D + q\, x_{max} = 0$$

$$x_{max} = \frac{V_D}{q} = 2\text{m}$$ Medido a partir de D

**Momento flector:** identificamos las secciones importantes para determinar el valor del momento.

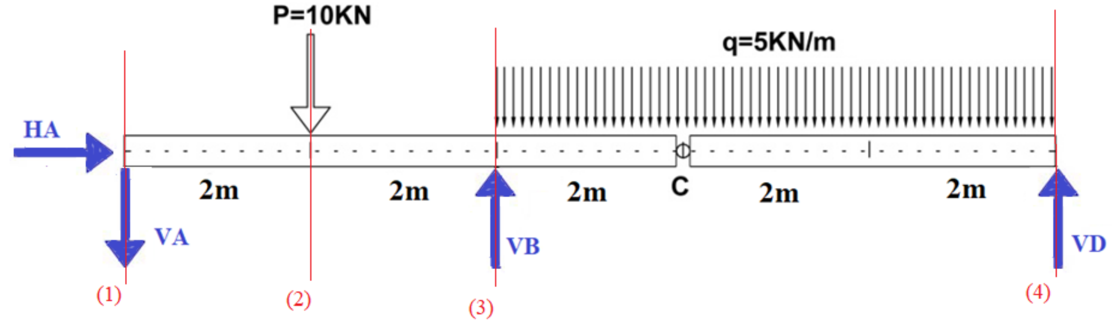
M(1) = 0kNm

M(2) = -5kNm

M(3) = -30kNm

M(4) = 0kNm

M max = 10kNm



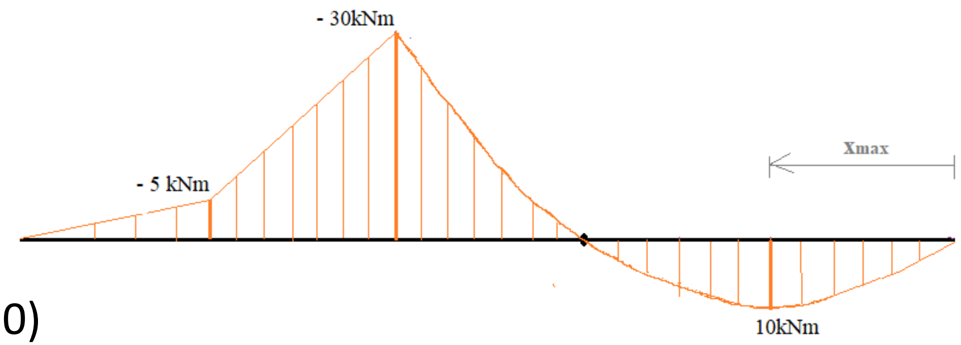



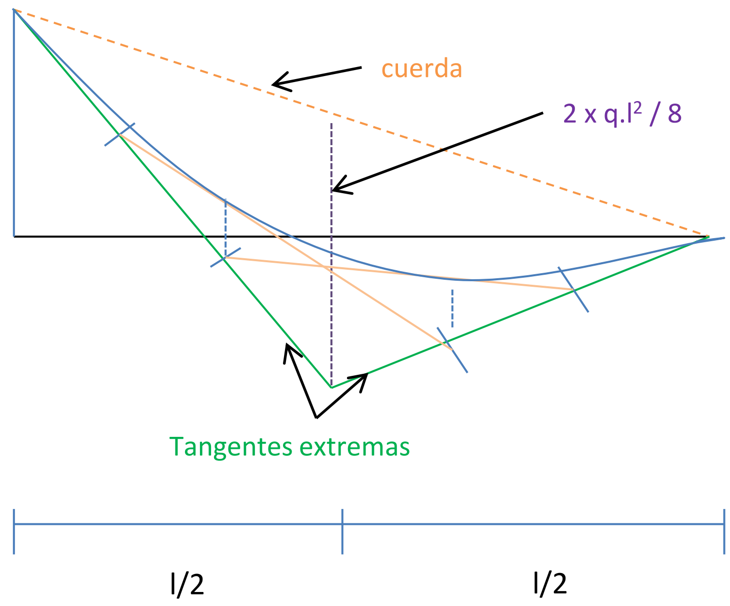

**Diagrama de Momento Flector**

El Mmax corresponde a la abscisa xmax (Q=0)
Calculado entrando por la derecha será:

$$M_{max} = V_D \,.2\ - q\,.\frac{x^2max}{2}$$

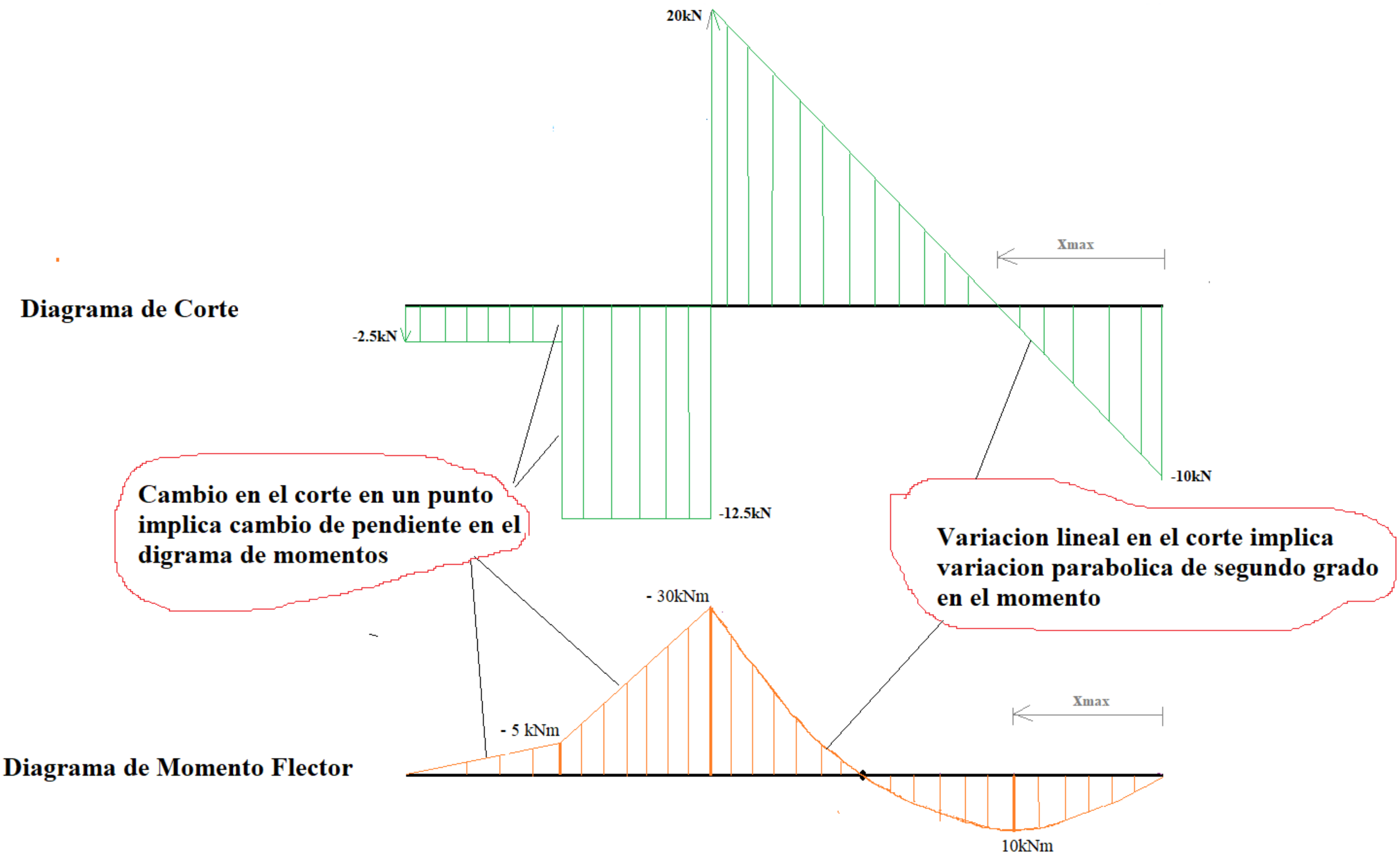
**Esfuerzo Normal** : es nulo en toda la viga porque no existeen fuerzas paralelas al eje de la misma.

# Método gráfico para trazar una parábola de segundo grado

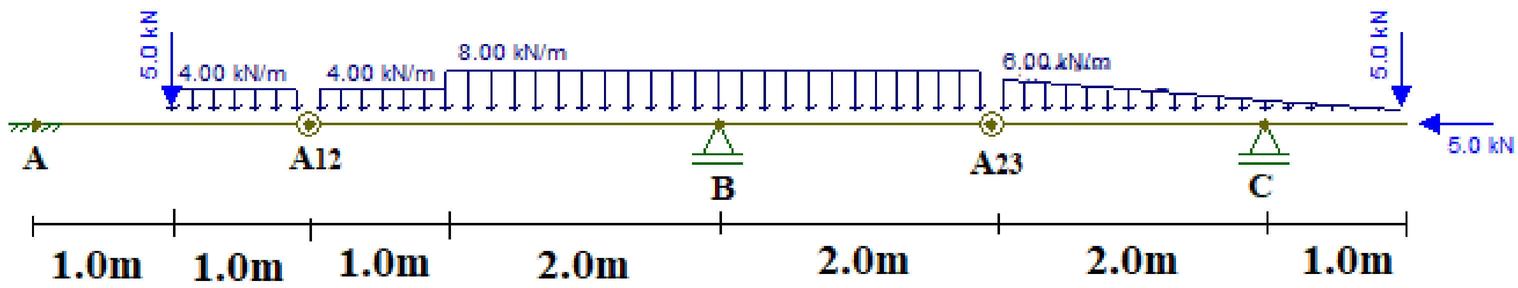



Nota: las tangentes extremas se dividen en tantas partes iguales como se desee.

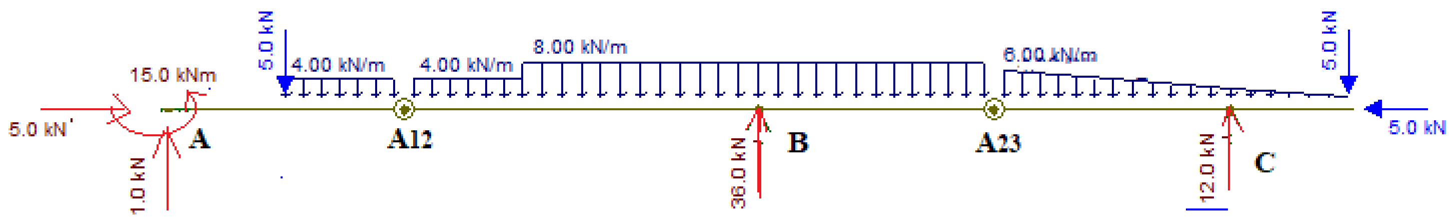
# Control de los diagramas según la relación entre Corte y Momento flector



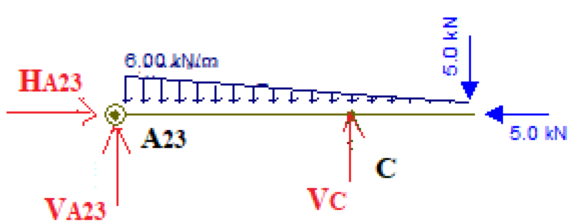
**Ejercicio**: Calcular reacciones de apoyo y determinar esfuerzos internos de la siguiente viga Gerber.




## Reacciones

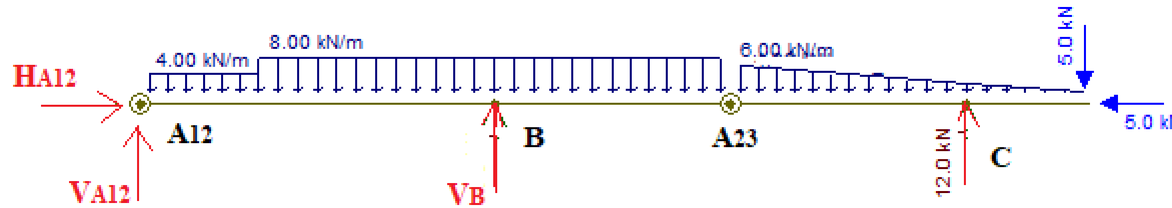



$$\sum M_{A23} = 0 \quad ; \quad -V_C\, kN.2m + 5kN.3m + \left(\frac{6.3}{2}\right) kN.1m = 0$$




$$\boxed{V_C = 12kN}$$

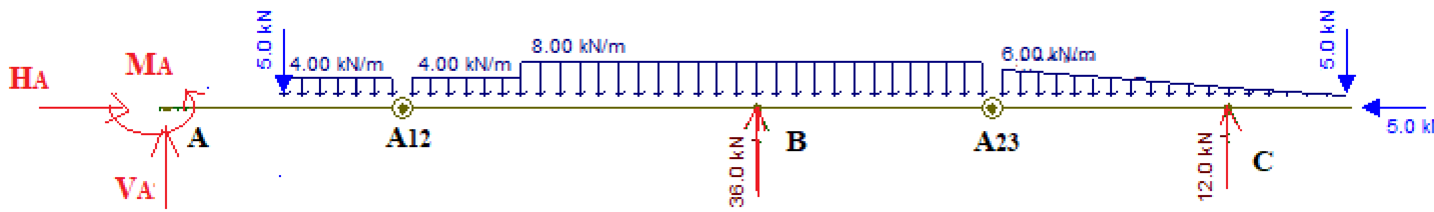
$$\sum M_{A12} = 0$$




$$-V_B kN.3m - V_C kN.7m + 5kN.8m + \left(\frac{6.3}{2}\right) kN.6m + 32kN.3m + 4kN.0.5m = 0$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_B = 36kN}}$$

$$\sum M_A = 0$$

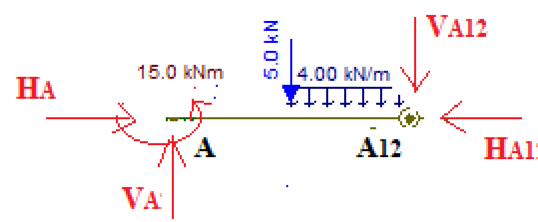



$$-M_A - V_B kN.5m - V_C kN.9m + 5kN.10m + \left(\frac{6.3}{2}\right) kN.8m + 32kN.5m + 8kN.2m + 5kN.1m = 0$$

$$\boxed{M_A = -15kNm}$$

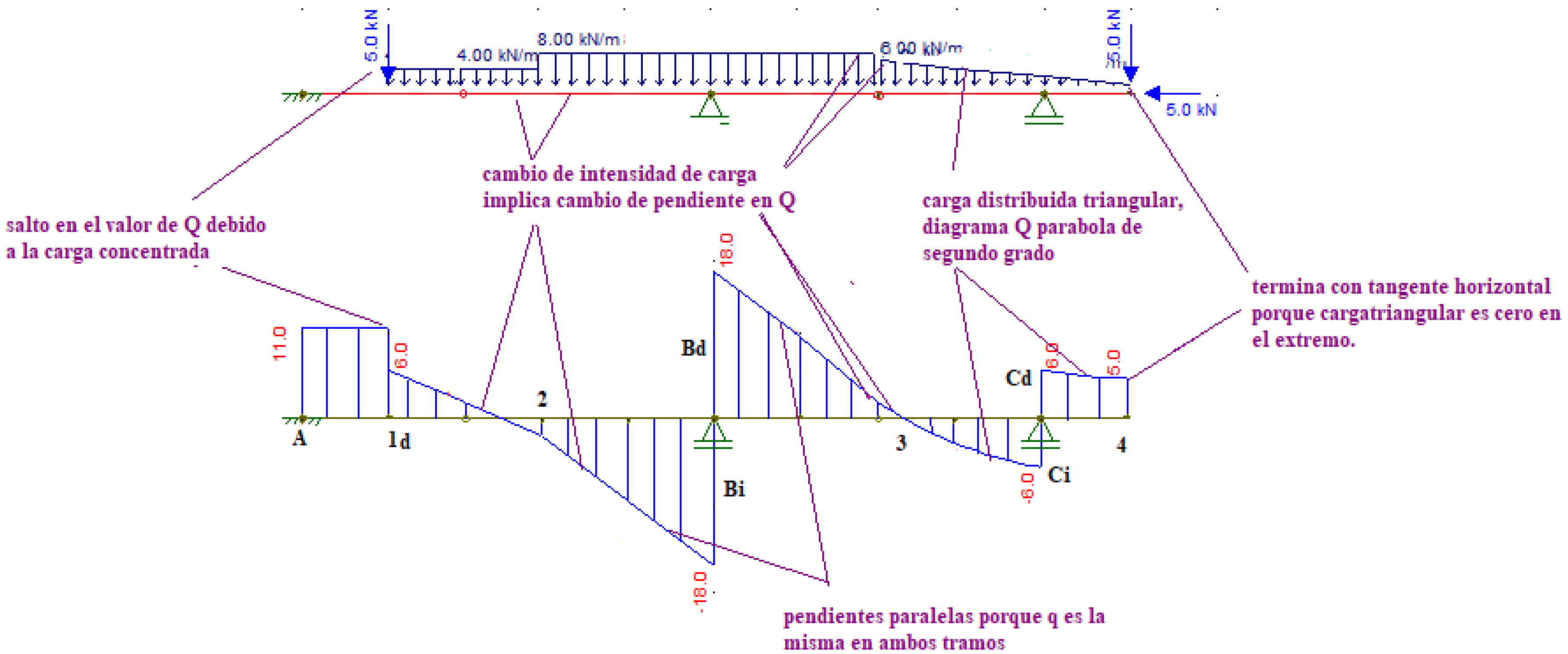
$$\sum M_{A12}{}^{i} = 0 \qquad V_A kN.2m - 15kNm - 5kN.1m - 4kN.0.5m = 0$$

$$\boxed{V_A = 11kN}$$




$$\sum F_x = 0 \qquad \boxed{H_A = 5kN}$$

# Esfuerzo de Corte y su relación con la carga

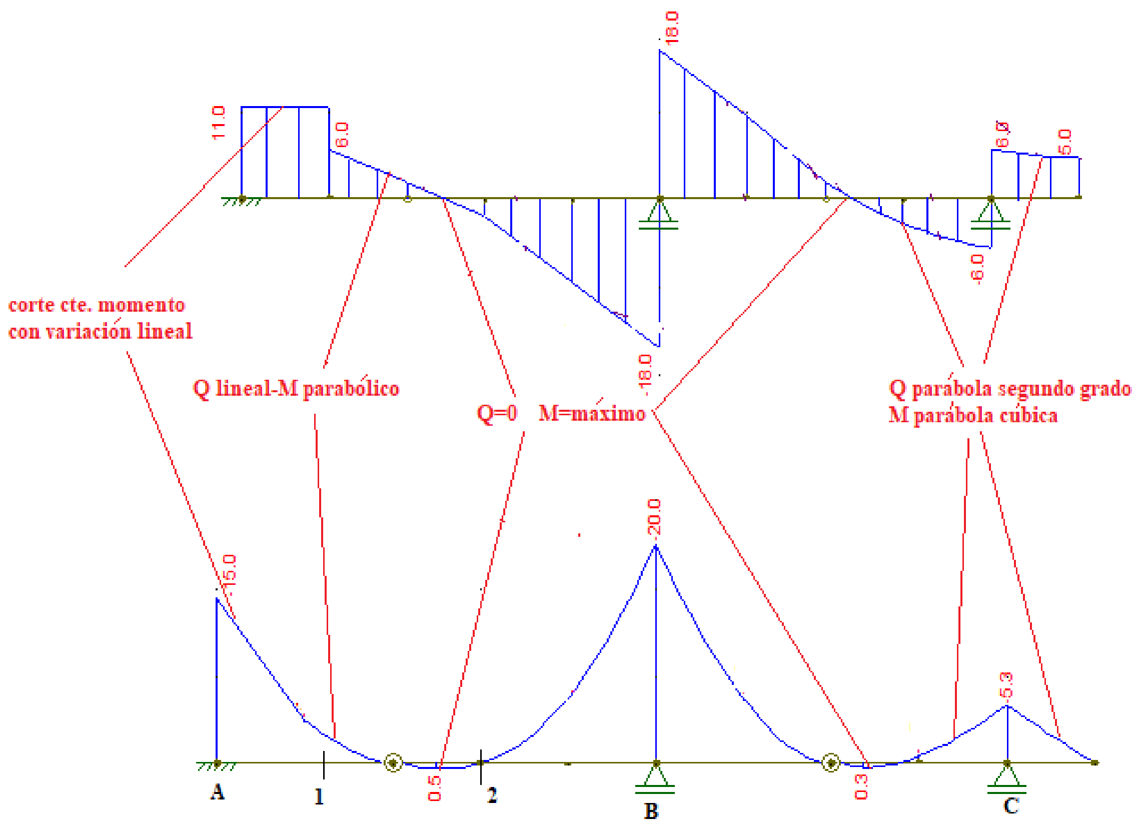



$Q_A = V_A = 11kN$ ; $Q_{1d} = (11-5)kN = 6kN$ ; $Q_2 = (6-4x2)kN = -2kN$ ; $Q_{Bi} = (-2-8x2)kN = -18kN$

$Q_{Bd} = (-18+36)kN = 18kN$ ; $Q_3 = (18-8x2)kN = 2kN$ ; $Q_{Ci} = (2-4x2/x-2x2)kN = -6kN$

$Q_{Cd} = (-6+12)kN = 6kN$ ; $Q_4 = (6-2x1/2)kN = 5kN$

# Momento flector y su relación con el esfuerzo de corte




$M_A$=-15kNm ; $M_1$=-15kNm+$V_A$ x 1m=-4kNm ; $M_2$= -15kNm + $V_A$ x 3m-5 kN x 2m –(4x2x1)kNm = 0

$$M_B = -15\ kNm + V_A\ x\ 5m - 5kN\ x\ 4m - 8kN\ x\ 3m - 16kN\ x\ 1m = -20kNm$$

$$M_C = -5kN\ x\ 1m - 1kN\ x\ \frac{1}{3}m = -5.33kNm$$

Mc fue calculado entrando por la derecha por conveniencia.

## Esfuerzo Normal

A lo largo de toda la viga el esfuerzo normal es constante y de compresión debido a la presencia de la fuerza horizontal de 5 kN en el extremo derecho