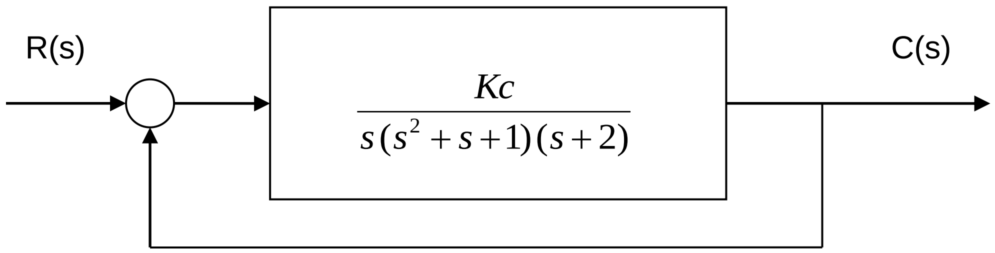
Criterio de Routh.

Ejercitación.

1. Para el siguiente lazo de control aplicar Criterio de Routh y Método de Sustitución Directa para determinar el rango de los valores de Kc que generan una respuesta estable.



$$C(s)/R(s) = \frac{K}{s(s^2+s+1)(s+2)+K}$$

Ecuación característica: $s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$

El conjunto de coeficientes es:

s^4	1	3	K
s^3	3	2	0
s^2	$7/3$	K	
s	$2 - 9/7K$		
s^0			

Para que haya estabilidad K debe ser positiva, y como deben ser positivos los coeficientes de la primera columna 14/9 > K > 0 cuando K = 14/9, el sistema se vuelve oscilatorio y matemáticamente la oscilación se mantiene en amplitud constante.

2. Determinar el rango de K en el cual hay estabilidad en un sistema de control de realimentación unitaria cuya función de transferencia de lazo abierto es:

$$G(s) = \frac{K}{s\ (s+1)(s+2)}$$

3. ¿Los siguientes sistemas son estables?

a) $G(s) = \dfrac{10(s+1)}{s(s-1)(s+5)}$ $\quad H(s) = 1$

b) $G(s) = \dfrac{10}{s(s-1)(2s+3)}$ $\quad H(s) = 1$

c) Ec. Característica: $s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$

d) Ec. Característica: $(s-1)^2(s+2) = 0$

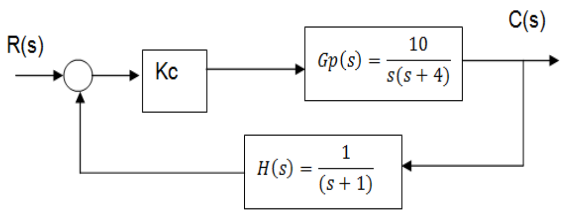
e) Ec. Característica: $s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50 = 0$

<u>Ejercicios optativos</u>

4. Los siguientes polinomios son los denominadores de las funciones de transferencia de distintos sistemas. ¿Cuáles pueden ser estables, inestables o críticamente estables? Analice aplicando Routh y Método de Sustitución Directa

a) $s^4 + 3s^3 + 2s + 3 = 0$
b) $s^3 + 2s^2 + 3s + 1 = 0$
c) $s^5 - 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 5s + 2 = 0$
d) $s^5 + s^4 + 5s^3 + 2s^2 + 3s + 2 = 0$
e) $s^5 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$
f) $s^3 + 4s^2 + 8s + K = 0$

5. Para el sistema que describe la siguiente figura, ¿Qué intervalo de valores de K dará como resultado estabilidad?



6. En base al arreglo de Routh, determinar cuál es el intervalo de valores de Kc (ganancia del controlador proporcional) dentro del cual el sistema es estable. Aplicar Método de Sustitución Directa para corroborar los valores obtenidos

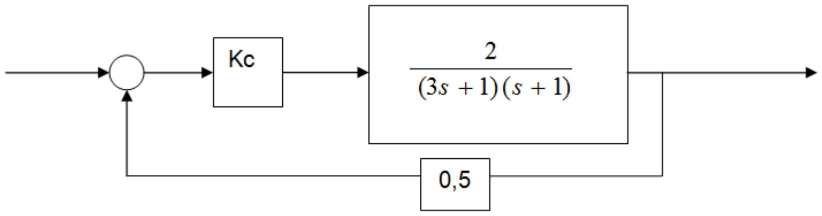
a) $G(s) = \dfrac{(2s+1)}{s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 1}$ $\quad H(s) = 1$

b) $G(s) = \dfrac{(2s+1)}{s^4 + s^3 + s^2 + 4s + 1}$ $\quad H(s) = 1$

Lugar de las raíces.

Ejercitación.

1. Dado el siguiente diagrama de bloques, y siendo Kc la ganancia del controlador proporcional:



La ecuación característica es:

$$1+\frac{Kc}{(3s+1)(s+1)}=0$$

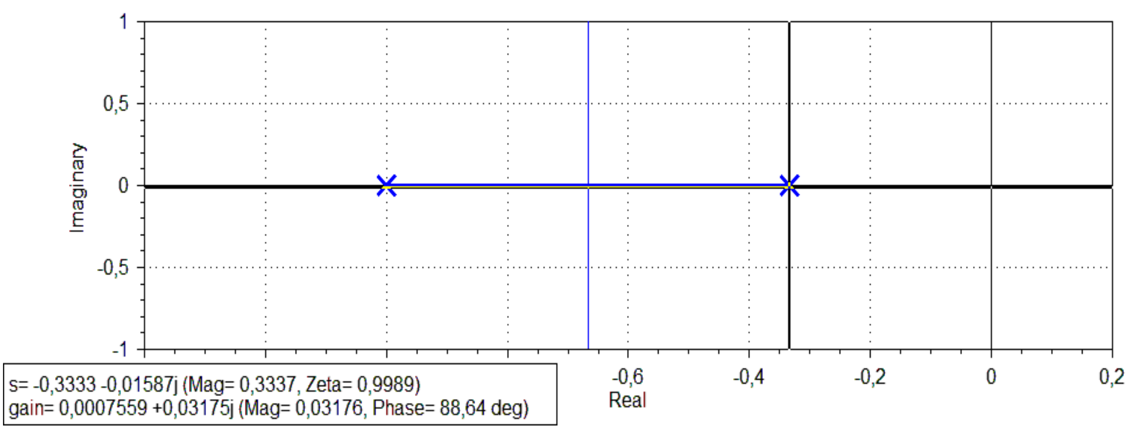
.

$$\text{La FTLA}=\frac{Kc}{(3s+1)(s+1)}$$

(Hay dos polos y ninguno en cero)

$$3s^2+4s+(1+Kc)=0$$

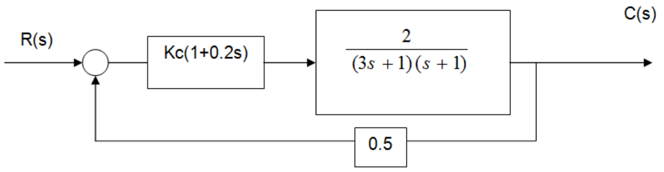
$$r_1, r_2=-\frac{2}{3}\pm\frac{1}{3}\sqrt{1-3Kc} \longrightarrow \begin{cases} p_1=-1/3 \\ p_2=-1 \end{cases}$$



Se puede apreciar que:

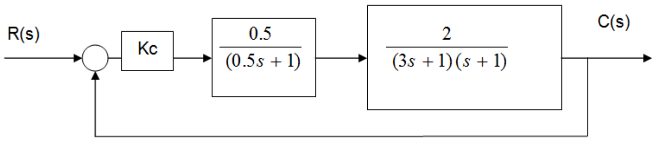
a) Nunca se vuelve inestable, no importa cual sea el valor de Kc. La respuesta subamortiguada se reconoce porque las raíces de la ecuación característica se aleja del eje real al aumentar Kc.
b) Cuando Kc = 0, los lugares de raíz se originan en los polos de la FTLA = -1/3 y -1
c) La cantidad de lugares de raíz es igual al número de polos de la FTLA (n=2)
d) Cuando Kc se incrementa, los lugares de raíz tienden a infinito.

2. Hallar el lugar de las raíces para el mismo proceso anterior con controlador PD.



Ecuación característica: $1+\dfrac{Kc(1+0.2s)}{(3s+1)(s+1)}=0$

3. Ídem ejemplo 1, pero agregando un retardo de fase



Ecuación característica: $1+\dfrac{Kc}{(3s+1)(s+1)(0.5s+1)}=0$

4. Hallar el lugar geométrico de las raíces de:

a) $G(s)=\dfrac{5}{(s^2+2s+1)(3s+1)}$

b) $G(s)=e^{-0.5s}$ - con controlador proporcional (Kc)
- con controlador PD [Kc(1+0.1s)]

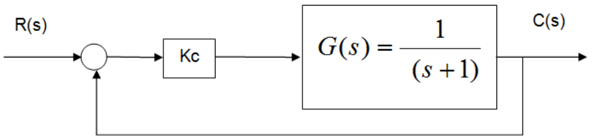
Ejercicios optativos

5. Para los siguientes sistemas:

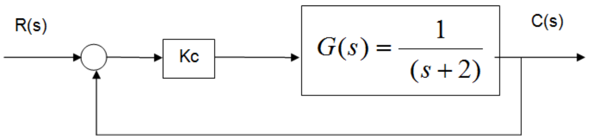
5.1) Graficar el Lugar Geométrico de las Raices

5.2) Obtener la respuesta a lazo cerrado para una entrada escalón y entrada impulso cuando va variando el valor de Kc

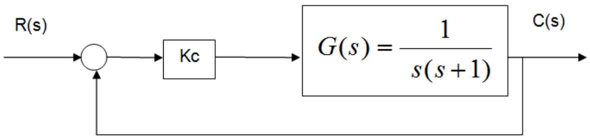
a)



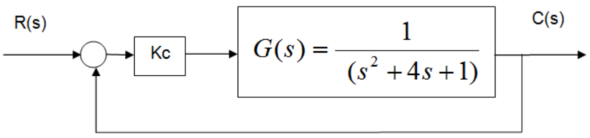
b)



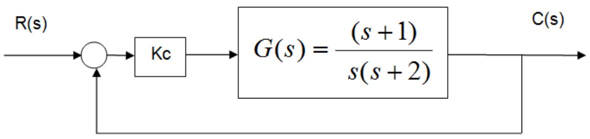
c)



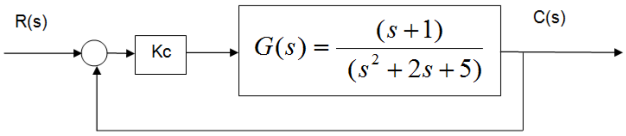
d)



e)



f)



g) $G(s)=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$

h) $G(s)=\dfrac{(s+1)}{(s+2+3j)(s+2-3j)}=\dfrac{(s+1)}{(s^2+4s+13)}$

i) Para $G(s)=\dfrac{1}{s(s+6)}$, ¿Cuál es la ganancia cuando hay amortiguamiento crítico y cuando el factor de amortiguación relativo es 0,6?

j) Graficar los lugares geométricos de las raíces para las siguientes funciones de transferencia de lazo abierto y determinar el valor de la ganancia Kc para obtener respuestas críticamente amortiguadas:

j1) $G(s)=\dfrac{1}{(s+3)}$

j2) $G(s)=\dfrac{1}{(s^2+4s+3)}$

j3) $G(s)=\dfrac{1}{(s^2+8s+10)}$

j4) $G(s)=\dfrac{1}{(s^2+s+4)}$

k) Dado un sistema cuya Función de Transferencia en lazo abierto es: $G(s)=\dfrac{1}{(s+1)(s^2+9s+25)}$, se afecta por el aporte de un controlador derivativo con Función de Transferencia: $Gpd(s)=(s+2)$, ¿cuál es el efecto sobre la estabilidad del sistema?

l) Para $G(s) = \dfrac{1}{s(s+6)(s+4)}$,

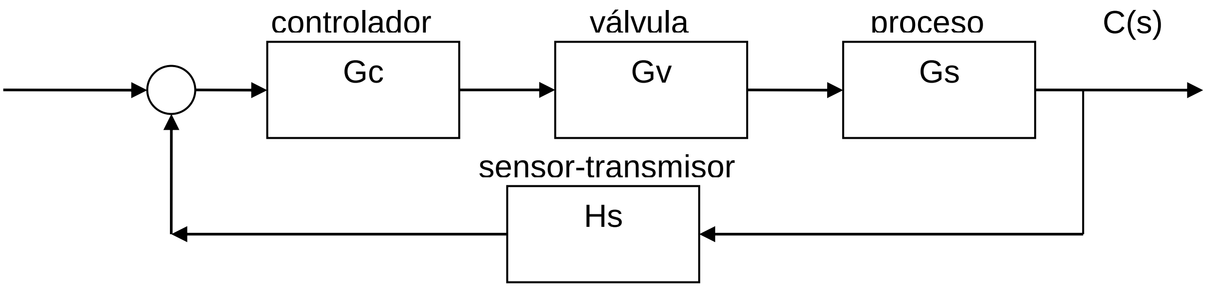
l1)¿Cuál es la ganancia cuando hay amortiguamiento crítico?
L2) ¿ y cuando el factor de amortiguación relativo es 0,3?
L3) ¿Cuál es el Kcu?

Criterio de ajuste de controladores.

Ejercitación.

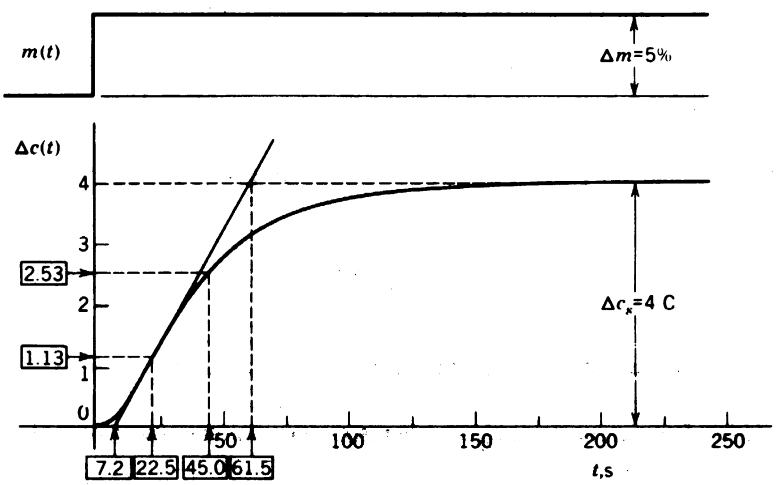
1. Dado un sistema de intercambio de calor, consistente en:

Un intercambiador, cuya ganancia K = 50 C (kg/s) y $\tau = 30$seg
Un sensor-transmisor, calibrado en un rango de 50-150 C y $\tau = 10$seg (tener en cuenta que 100% rango= 16 mA en señal eléctrica y 12 psi para señal neumática).
Una válvula de control que para 100% de apertura eroga 1.6 kg/s y $\tau = 3$seg.
Un controlador de ganancia Kc.



Aplicar Routh y calcular ganancia y frecuencia última.

2. Utilizando la curva de reacción determine los parámetros tiempo muerto y constante de tiempo capacitiva, estimar el modelo y calcular loa ajustes óptimos de un controlador PID utilizando fórmulas de Ziegler – Nichols y IAE (integral del valor absoluto del error) e ICE (integral del erroral cuadrado) para cambios en el set point.



Metodo de Ziegler- Nichols

Tabla 6-1 Fórmulas para ajuste de razón de asentamiento de un cuarto.

Tipo de controlador		*Ganancia proporcional* K_C	*Tiempo de integración* τ_I	*Tiempo de derivación* τ_D
Proporcional	P	$K_{cu}/2$	—	—
Proporcional-integral	PI	$K_{cu}/2.2$	$T_u/1.2$	—
Proporcional-integral-derivativo	PID	$K_{cu}/1.7$	$T_u/2$	$T_u/8$

Controller Type		Proportional Gain K_c	Integral Time τ_I	Derivative Time τ_D
Proportional only	P	$\frac{1}{K}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	—	—
Proportional-integral	PI	$\frac{0.9}{K}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$3.33\ t_0$	—
Proportional-integral-derivative	PID	$\frac{1.2}{K}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{-1}$	$2.0\ t_0$	$\frac{1}{2}t_0$

Ajustes de Murril Smith

Modelo del proceso: $G(s) = \dfrac{K e^{-t_0 s}}{\tau s + 1}$

Controlador proporcional (P): $G_c(s) = K_c$

Integral del error

$$K_c = \frac{a}{K}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{b}$$

	ICE	IAE	IAET
$a =$	1.411	0.902	0.490
$b =$	−0.917	−0.985	−1.084

Controlador proporcional-integral (PI)

$$G_c(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)$$

Integral de error

$$K_c = \frac{a_1}{K}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{b_1}$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{a_2}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{b_2}$$

	ICE	IAE	IAET
$a_1 =$	1.305	0.984	0.859
$b_1 =$	−0.959	−0.986	−0.977
$a_2 =$	0.492	0.608	0.674
$b_2 =$	0.739	0.707	0.680

Controlador proporcional-integral-derivativo (PID):

$$G_c(s) = K_c\left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right)$$

Integral de error

$$K_c = \frac{a_1}{K}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{b_1}$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{a_2}\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{b_2}$$

$$\tau_D = a_3\tau\left(\frac{t_0}{\tau}\right)^{b_3}$$

	ICE	IAE	IAET
$a_1 =$	1.495	1.435	1.357
$b_1 =$	−0.945	−0.921	−0.947
$a_2 =$	1.101	0.878	0.842
$b_2 =$	0.771	0.749	0.738
$a_3 =$	0.560	0.482	0.381
$b_3 =$	1.006	1.137	0.995