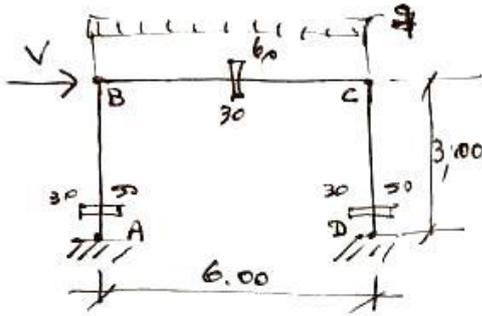




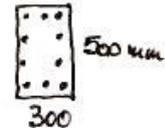
Flexión Compuesta: Se ha propuesto un pórtico de un vano ($L = 6.00$ m) por un piso ($H = 3.00$ m), con columnas de $30\text{cm} \times 50\text{cm}$ ($b \times h$) y viga de $30\text{cm} \times 60\text{cm}$, sometido a una carga sísmica horizontal "V", y a una carga gravitatoria distribuida "q" sobre la viga. ($q_D = 3$ t/m; $q_L = 1.5$ t/m; $V \pm 7.0$ t).

- Determine solicitaciones del pórtico para la columna (M_u , P_u), a partir de las combinaciones.
- Con las solicitaciones del punto anterior verifique si la columna con un hormigón H-25 y armadura distribuida de $10 \phi 20$ satisface todos los estados límites últimos



Pórtico H x A° H-25

Columnas $10 \phi 20$

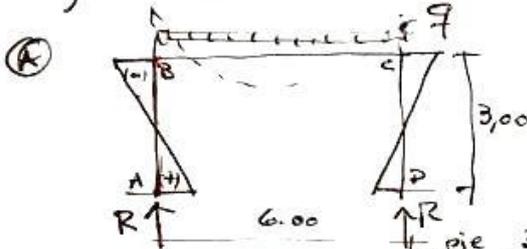


$$- q_D = 3 \text{ t/m}$$

$$- q_L = 1,5 \text{ t/m}$$

$$- V = \pm 7 \text{ t}$$

1) Solicitaciones x q



$$(pie) M_A = M_D = \frac{q \cdot L^2}{12(k+2)} = \begin{cases} M_D^{pie} = \frac{3 \text{ t/m} \cdot (6 \text{ m})^2}{12(0,864+2)} \\ M_{pie}^L = \frac{1,5 \text{ t/m} \cdot (6 \text{ m})^2}{12+(0,864+2)} \end{cases}$$

$$(cabezo) M_B = M_C = \frac{q \cdot L^2}{6(k+2)} = \begin{cases} M_D^{cabezo} = \frac{3 \text{ t/m} \cdot (6 \text{ m})^2}{6(0,864+2)} \\ M_{cabezo}^L = \frac{1,5 \text{ t/m} \cdot (6 \text{ m})^2}{6(0,864+2)} \end{cases}$$

Toda solicitaciones (D-1)

$$I_v = \frac{0,3 \times 0,6^3}{12} = 5,4 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$I_c = \frac{0,3 \times 0,5^3}{12} = 3,125 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

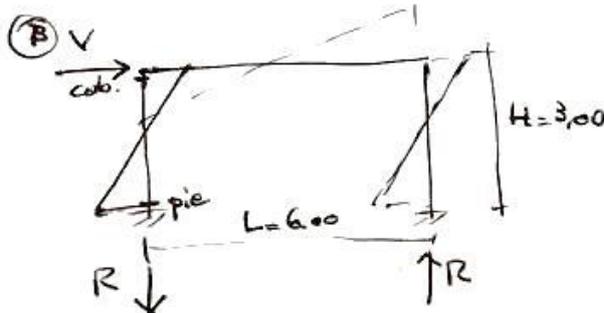
$$K = \frac{I_v}{I_c} \cdot \frac{h}{L} = \frac{I_v}{I_c} \cdot \frac{3,0 \text{ m}}{6,0 \text{ m}}$$

$$K = 1,728 \cdot \frac{1}{2} = 0,864$$

$$M_D^{cabezo} = 6,28 \text{ tm} = 62,8 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_L^{cabezo} = 3,14 \text{ tm} = 31,4 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$P_A = P_B = \frac{q \cdot L}{2} \rightarrow \begin{cases} P_D^{cabezo} = P_D^{pie} = 3 \text{ t/m} \cdot 6 \text{ m} / 2 = 9 \text{ t} = 90 \times 10^3 \text{ N} \\ P_L^{cabezo} = P_L^{pie} = 1,5 \text{ t/m} \cdot 6 \text{ m} / 2 = 4,5 \text{ t} = 45 \times 10^3 \text{ N} \end{cases}$$



$$M_{pie} = - \frac{VH}{2} \frac{(3k+1)}{(6k+1)} = - \frac{7 \text{ t} \cdot 3 \text{ m}}{2} \frac{(3 \cdot 0,864+1)}{(6 \cdot 0,864+1)} = -6,09 \text{ tm} = 60,9 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_{cabezo} = \frac{VH}{2} \frac{8k^{0,42}}{(6k+1)} = \frac{7 \text{ t} \cdot 3 \text{ m}}{2} \frac{8 \cdot 0,864^{0,42}}{(6 \cdot 0,864+1)} = 4,41 \text{ tm} = 44,1 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$R = \frac{VH}{L} \frac{8k^{0,42}}{(6k+1)} = \frac{7 \text{ t} \cdot 3 \text{ m}}{6 \text{ m}} \frac{8 \cdot 0,864^{0,42}}{(6 \cdot 0,864+1)} = \pm 1,47 \text{ t} = 14,7 \times 10^3 \text{ N}$$

La acción sísmica debe considerarse en ambos sentidos

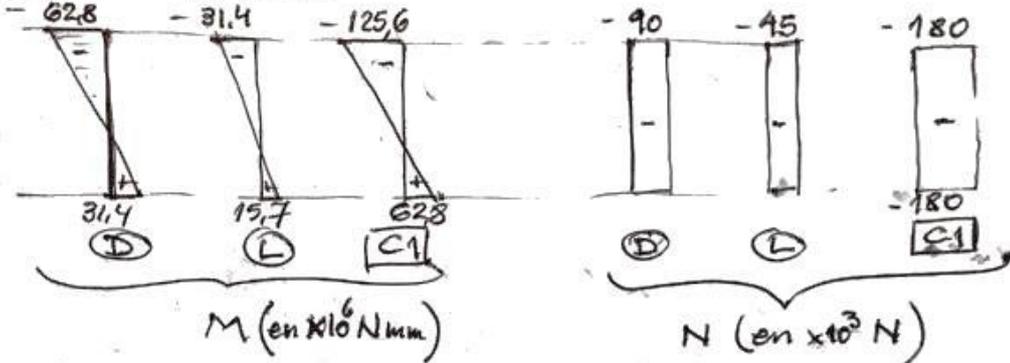


2) Combinaciones

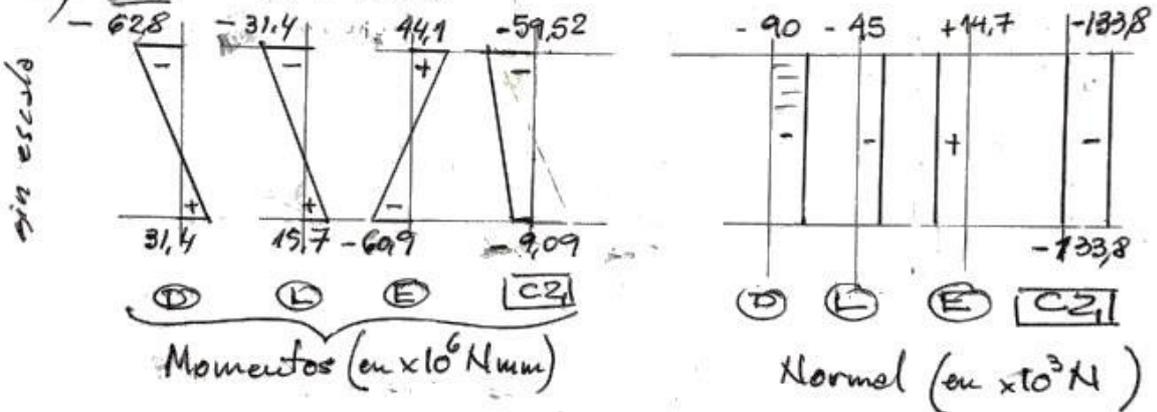
$$\left. \begin{array}{l} C1 - 1,2D + 1,6L \\ C2 - 1,4D + 0,5L \pm E_h \\ C3 - 0,7D \pm E_h \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Se combinan solicitaciones.} \\ \text{Momento Flector y Esfuerzo} \\ \text{normal.} \end{array}$$

Sólo se considera la columna izquierda.

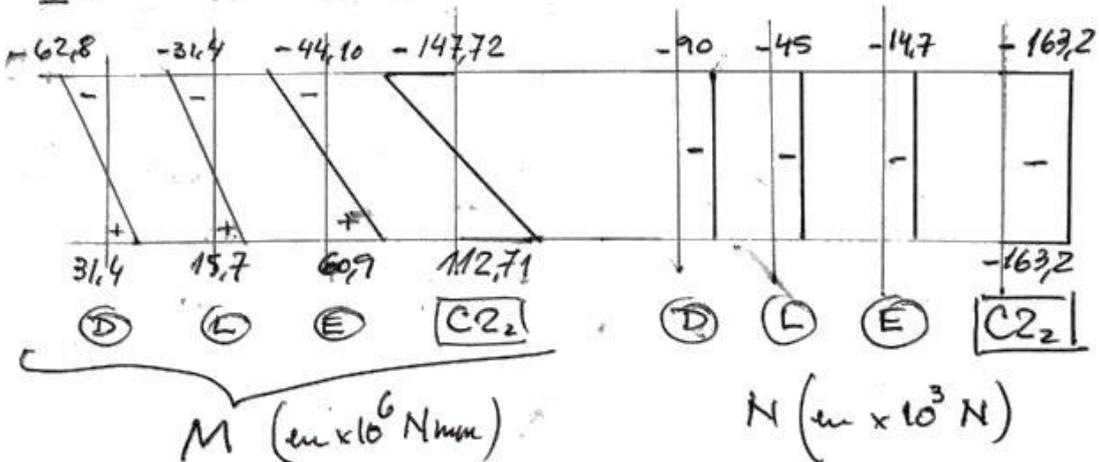
a) $C1 = 1,2M_D + 1,6M_L$



b) $C2_1 = 1,4M_D + 0,5M_L + M_E$

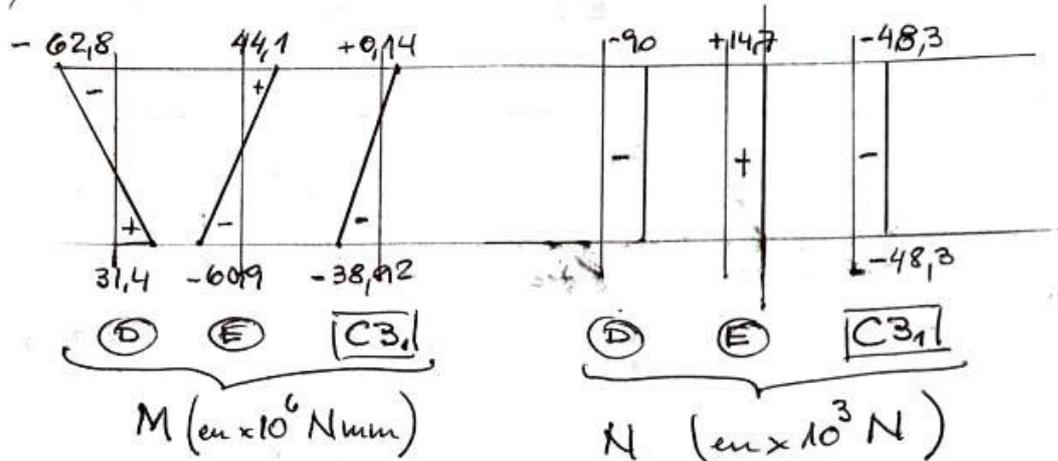


c) $C2_2 = 1,4M_D + 0,5M_L - M_E$

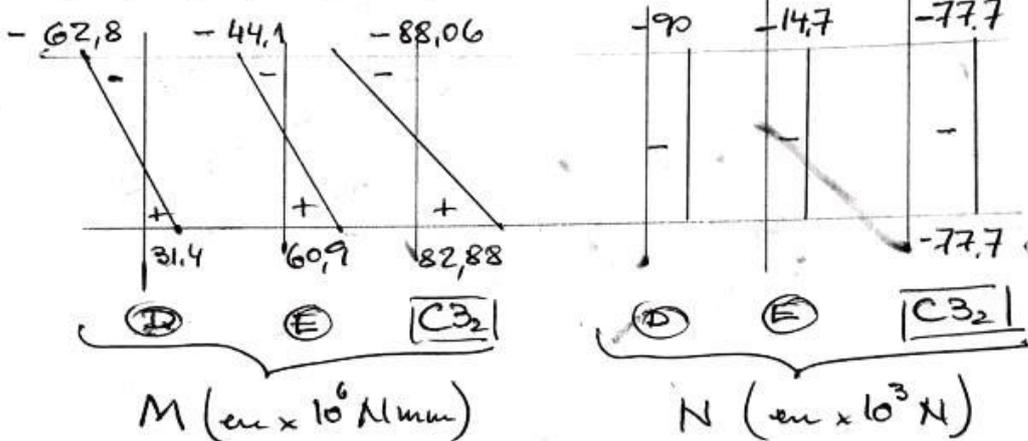




d) $-C3_1 \rightarrow 0,7 M_D + M_E$



e) $-C3_2 \rightarrow 0,7 M_D - M_E$



3) Estados Límites y Dimensionado

Para dimensionar se deben comparar cada estado por separado para ver cuál arroja mayor demanda de acero. En el H°A se mide con la cuantía ρ .

Aplicando las expresiones se determina el ρ máximo.

$$\text{Para el } N \rightarrow \frac{P_u}{bh} \text{ [MPa]} \quad \left| \quad b = 300 \text{ mm} \right.$$

$$\text{Para el } M \rightarrow \frac{M_u}{bh^2} \text{ [MPa]} \quad \left\{ \quad h = 500 \text{ mm.} \right.$$

EJERCICIO FLEXOCOMPRESIÓN

H-25 $f'_c = 25 \text{ MPa}$ $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0.9$ Diagrama II-10
 $b = 300 \text{ mm}$
 $h = 500 \text{ mm}$

Combinación	sección inferior = pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	62.8	180	0.84	1.20	< 0.01	A
C2-1	-9.09	133.8	0.12	0.89	< 0.01	B
C2-2	-147.72	163.2	1.97	1.09	0.01	C
C3-1	-38.92	48.3	0.52	0.32	< 0.01	D
C3-2	82.88	77.7	1.11	0.52	< 0.01	E

Combinación	sección superior = cabeza					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	-125.6	180	1.67	1.20	< 0.01	F
C2-1	-59.52	133.8	0.79	0.89	< 0.01	G
C2-2	112.71	163.2	1.50	1.09	< 0.01	H
C3-1	0.14	48.3	0.00	0.32	< 0.01	I
C3-2	-88.06	77.7	1.17	0.52	< 0.01	J

Para todas los casos la cuantía es $\rho = 0,01$.

$$A_{s\text{total}} = 30 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 0,01 = 15 \text{ cm}^2$$

Distribuidos uniformemente en todo el perímetro.

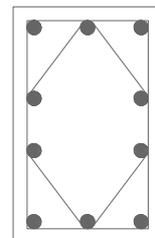
Si la propuesta eran $10 \phi 20$.

$$A_{s\text{colocada}} = 10 \times 3,14 \text{ cm}^2 = 31,4 \text{ cm}^2 > 15 \text{ cm}^2$$

La combinación más desfavorable es la C2-1 con $M_u = -147.72 \text{ kNm}$ y $P_u = 163.2 \text{ kN}$.

Los esfuerzos de compresión se indican con signo positivo y los de tracción con signo negativo

**** LA ARMADURA PROPUESTA ES SATISFACTORIA ****



Nota: Ver Diagrama de Interacción en página siguiente.

Se han representado los puntos A y C solamente por claridad

ANEXO 1: DIAGRAMA DE INTERACCIÓN

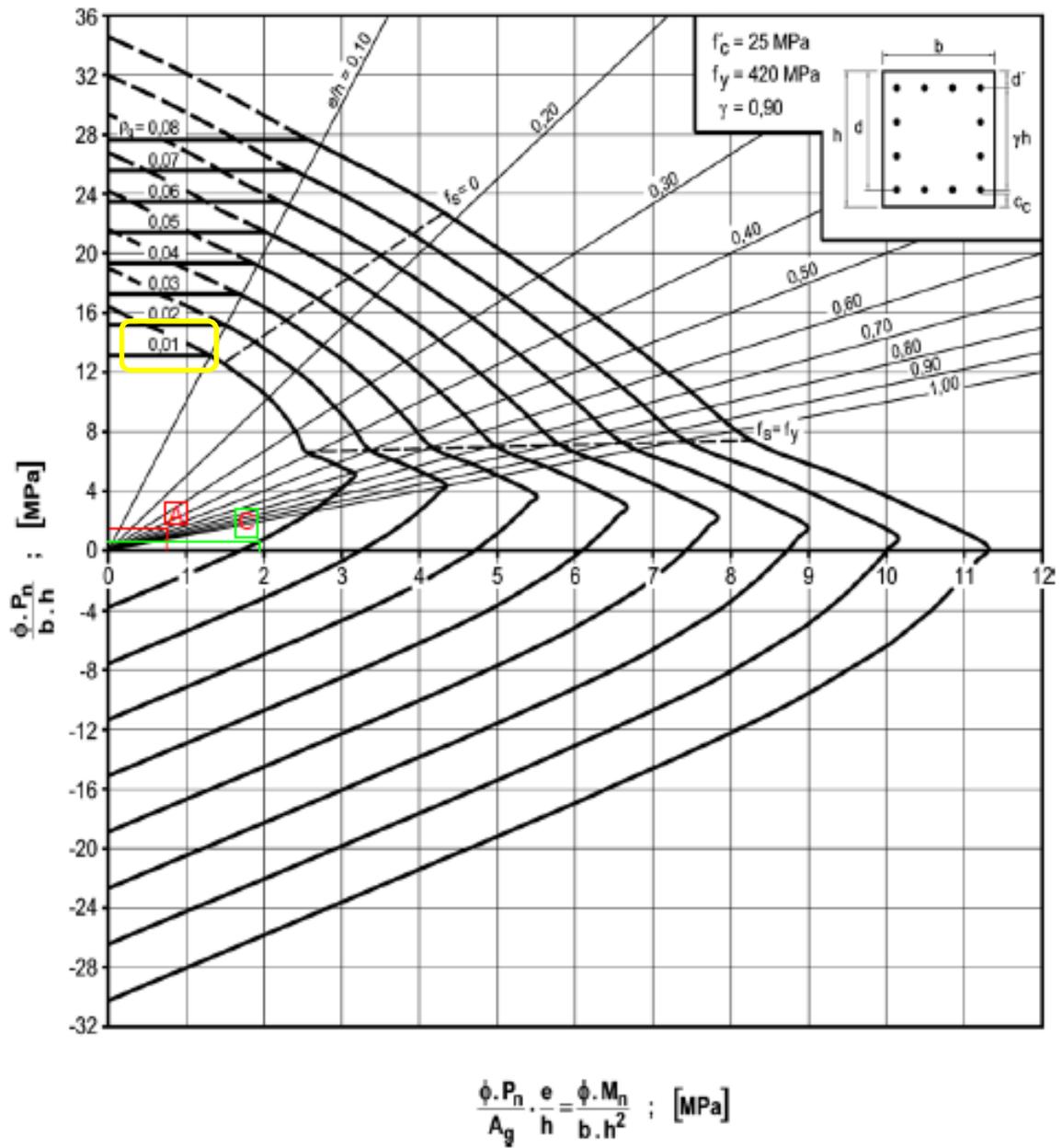


DIAGRAMA II.10

Diagrama de interacción de la resistencia de secciones rectangulares con barras en sus cuatro lados. $f'_c = 25 \text{ MPa}$ y $\gamma = 0,90$.



ANEXO 2: RESUMEN DE SOLICITACIONES Y COMBINACIONES

PIE							
M				P			
D	L	E	SUMA	D	L	E	SUMA
31.4	15.7	0	62.8	90	45	0	180
31.4	15.7	-60.9	-9.09	90	45	-14.7	133.8
31.4	15.7	60.9	112.71	90	45	14.7	163.2
31.4	15.7	-60.9	-38.92	90	45	-14.7	48.3
31.4	15.7	60.9	82.88	90	45	14.7	77.7

Combinación	sección inferior = pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	62.8	180	0.84	1.20	< 0.01	A
C2-1	-9.09	133.8	0.12	0.89	< 0.01	B
C2-2	112.71	163.2	1.50	1.09	0.01	C
C3-1	-38.92	48.3	0.52	0.32	< 0.01	D
C3-2	82.88	77.7	1.11	0.52	< 0.01	E

CABEZA							
M				P			
D	L	E	SUMA	D	L	E	SUMA
-62.8	-31.4	0	-125.6	90	45	0	180
-62.8	-31.4	44.1	-59.52	90	45	-14.7	133.8
-62.8	-31.4	-44.1	-147.72	90	45	14.7	163.2
-62.8	-31.4	44.1	0.14	90	45	-14.7	48.3
-62.8	-31.4	-44.1	-88.06	90	45	14.7	77.7

Combinación	sección superior = cabeza					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	-125.6	180	1.67	1.20	< 0.01	F
C2-1	-59.52	133.8	0.79	0.89	< 0.01	G
C2-2	-147.72	163.2	1.97	1.09	< 0.01	H
C3-1	0.14	48.3	0.00	0.32	< 0.01	I
C3-2	-88.06	77.7	1.17	0.52	< 0.01	J



EJERCICIO PROPUESTO

Se ha predimensionado una columna de un pórtico de 600mm x 600mm según el análisis sísmico. Se solicita el dimensionado de la armadura considerando un hormigón H-25 y acero tipo ADN-420. Considerar la armadura uniformemente distribuida en el perímetro.

Solicitaciones		
Estado	M	P
	[kNm]	[kN]
D	-300.0	280.0
L	-180.0	140.0
E	160.0	-400.0

Solución

Con las solicitaciones datos se realizan las combinaciones posibles:

- C1 → 1.20 D + 1.6 L
- C2-1 → 1.40 D + 0.5 L + E_H
- C2-2 → 1.40 D + 0.5 L - E_H
- C3-1 → 0.70 D + E_H
- C3-2 → 0.70 D - E_H

Los factores 1.40 = 1.20 + 0.20 y 0.70 = 0.90 - 0.20 consideran el efecto de la aceleración sísmica vertical

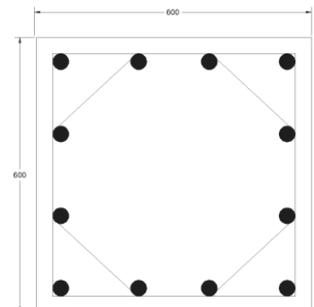
PIE								
Combinación	M				P			
	D	L	E	SUMA	D	L	E	SUMA
C1	-300.0	-180.0	0	-648.0	280.0	140.0	0	560.0
C2-1	-300.0	-180.0	160.0	-350.0	280.0	140.0	-400.0	62.0
C2-2	-300.0	-180.0	-160.0	-670.0	280.0	140.0	400.0	862.0
C3-1	-300.0	-180.0	160.0	-50.0	280.0	140.0	-400.0	-204.0
C3-2	-300.0	-180.0	-160.0	-370.0	280.0	140.0	400.0	596.0

Para cada par de valores de M y P se debe calcular la cuantía geométrica de armadura (rho) utilizando el diagrama de interacción que corresponda. En este caso es el II-10.

Combinación	Sección Inferior = Pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	-648.0	560.0	3.00	1.56	0.015	A
C2-1	-350.0	62.0	1.62	0.17	<0.010	B
C2-2	-670.0	862.0	3.10	2.39	0.014	C
C3-1	-50.0	-204.0	0.23	-0.57	<0.010	D
C3-2	-370.0	596.0	1.71	1.66	<0.010	E

As total = 60cm x 60cm x 0.015 = 54 cm² → 12 ϕ 25
12 x 4.91 cm² = 58.92 cm² > 54 cm² → OK.

Se adjunta el diagrama de interacción con los puntos indicados.



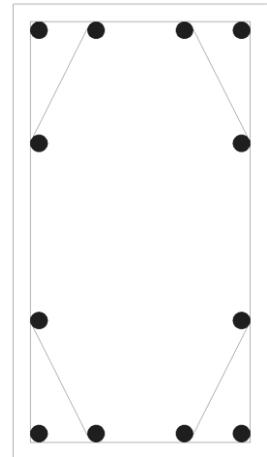


Se repite el ejercicio con las mismas solicitaciones, pero se cambian las dimensiones de la columna a 40cm x 90 cm para comparar con la solución anterior.

Combinación	Sección Inferior = Pie					
	Mu	Pu	mu	pu	Cuantía	
	[kNm]	[kN]	[MPa]	[MPa]	ρ	Punto
C1	-648.0	560.0	2.00	1.56	0.01	A
C2-1	-350.0	62.0	1.08	0.17	<0.010	B
C2-2	-670.0	862.0	2.07	2.39	<0.010	C
C3-1	-50.0	-204.0	0.15	-0.57	<0.010	D
C3-2	-370.0	596.0	1.14	1.66	<0.010	E

As total = 40cm x 90cm x 0.01 = 36 cm² → 12 ϕ 20
12 x 3.14 cm² = 37.68 cm² > 36 cm² → OK.

Se adjunta el diagrama de interacción con los puntos indicados.



Comparando las dos soluciones:

Solución 1:

Hormigón = 0.60m x 0.60m x 1.00m (largo) = 0.36 m³ por cada metro de columna

Acero = 58.92 cm² x 0.785 kg/cm² = 46.25 kg por cada metro de columna. (Sin estribos)

Solución 2:

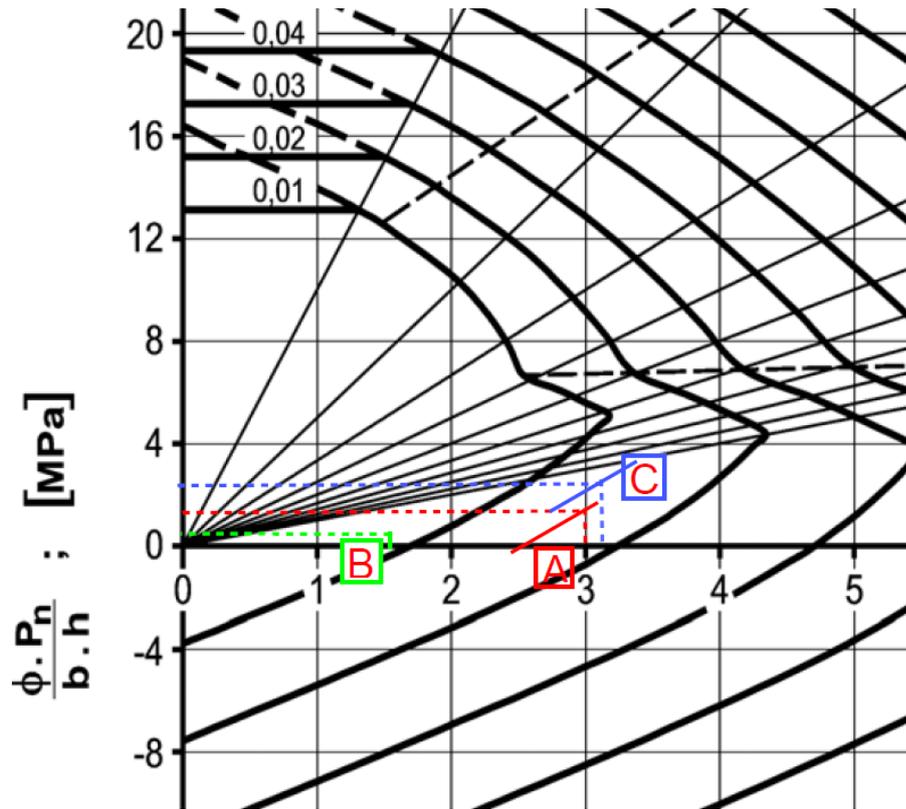
Hormigón = 0.40m x 0.90m x 1.00m (largo) = 0.36 m³ por cada metro de columna

Acero = 37.68 cm² x 0.785 kg/cm² = 29.58 kg por cada metro de columna. (Sin estribos)

Ambas soluciones consumen el mismo volumen de hormigón, pero la segunda tiene una economía en acero de casi el 40%, por lo que resulta más conveniente.



Solución 1



Solución 2

