



**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO

# **ESTÁTICA Y RESISTENCIA DE MATERIALES**

## **DETERMINACIÓN DE REACCIONES**

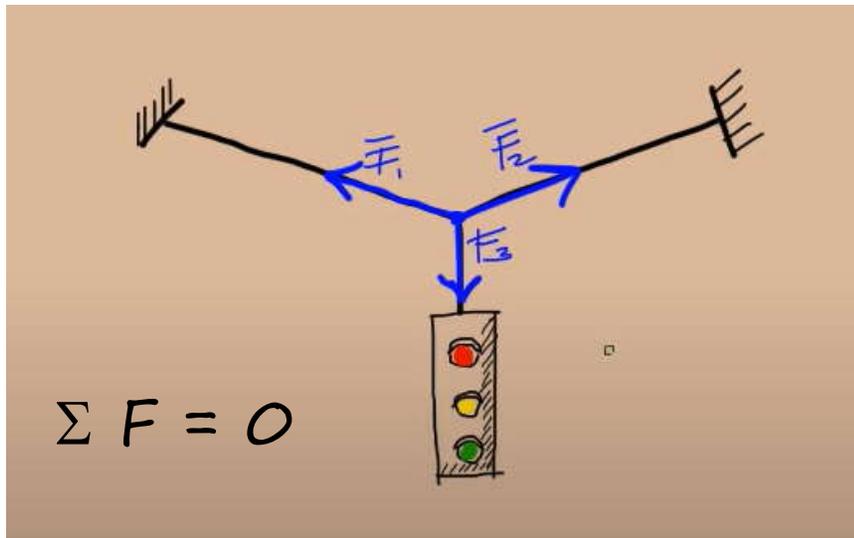
**Dr. Ing. Gustavo Gioacchini**

# CONCEPTOS TEÓRICOS

# EQUILIBRIO DE CUERPOS RÍGIDOS

*Equilibrio de puntos*

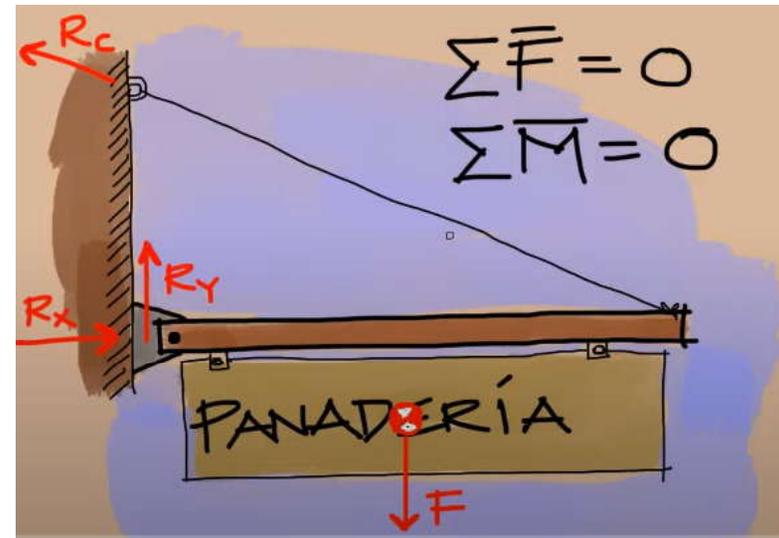
*Equilibrio de cuerpos rígidos*



**Sistema de Fuerzas concurrentes se encuentra en equilibrio:**

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$



**Sistema de Fuerzas no concurrentes se encuentra en equilibrio:**

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M_o = 0$$

# GRADOS DE LIBERTAD

Punto en el plano: 2 GL

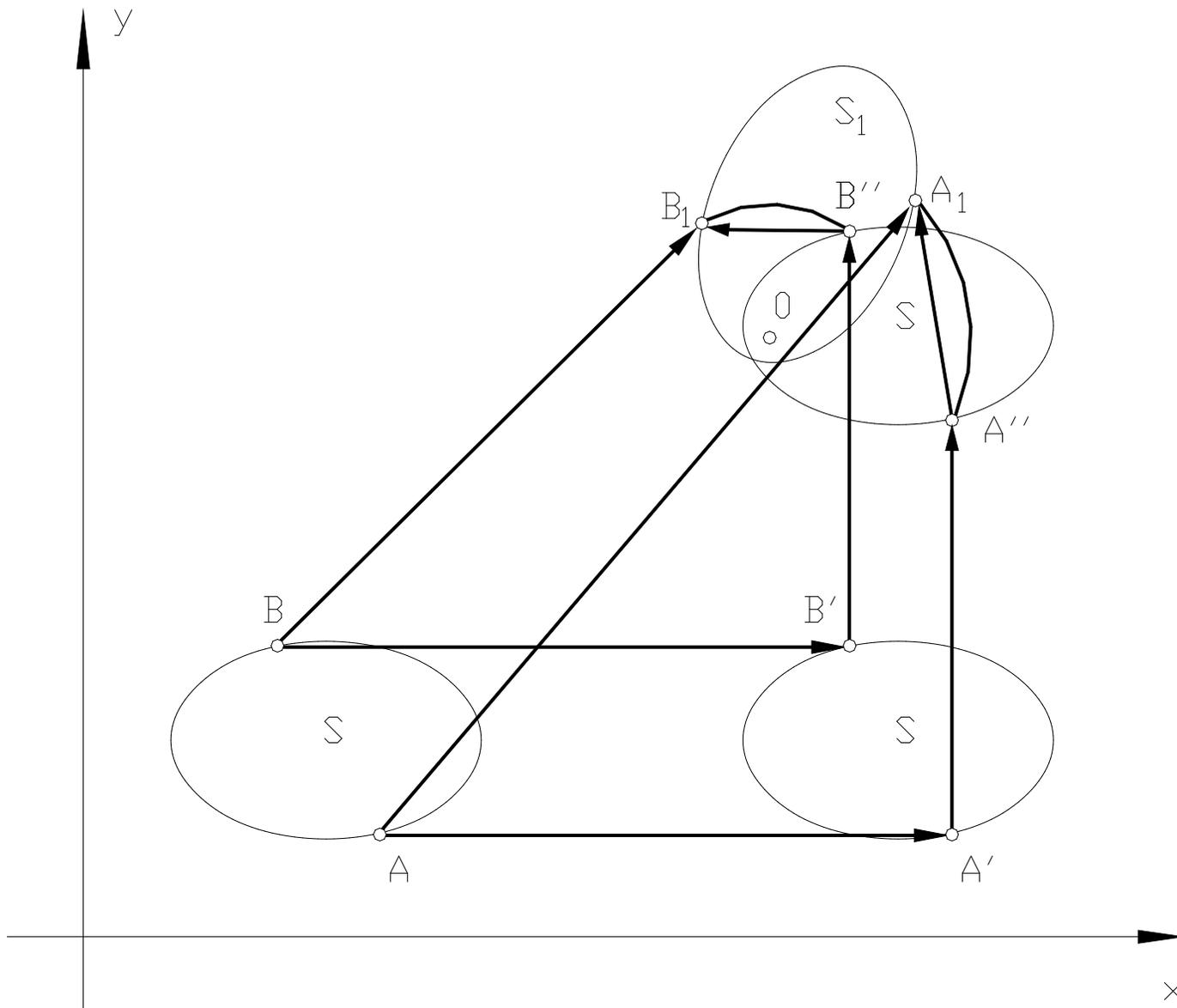
Punto en el espacio: 3 GL

Cuerpo en el plano: 3 GL (cuerpos *rígidos*)

Cuerpo en el espacio: 6 GL (cuerpos *rígidos*)

Para determinar los grados de libertad que posee un cuerpo en un plano analizaremos los desplazamientos que sufre para pasar de la posición  $S$  a la  $S_1$

# TRASLACION Y ROTACION



# VÍNCULOS O APOYOS

***Todo dispositivo que condiciona total o parcialmente los movimientos de un cuerpo se llama vínculo, enlace, conexión o apoyo.***

# CUERPOS RÍGIDOS VINCULADOS.

Clasificación de los vínculos según los GL - sistemas planos:

- Móvil (1 GL : 1° especie)
- Fijo (2 GL : 2° especie)
- Empotramiento (3 GL : 3° especie)

Clasificación de los vínculos según los GL - sistemas espaciales:

- Móvil (1 ó 2 GL)
- Fijo (3 GL)
- Empotramiento (6 GL)

# Materialización de vínculos en proyectos reales



# Materialización de vínculos en proyectos reales

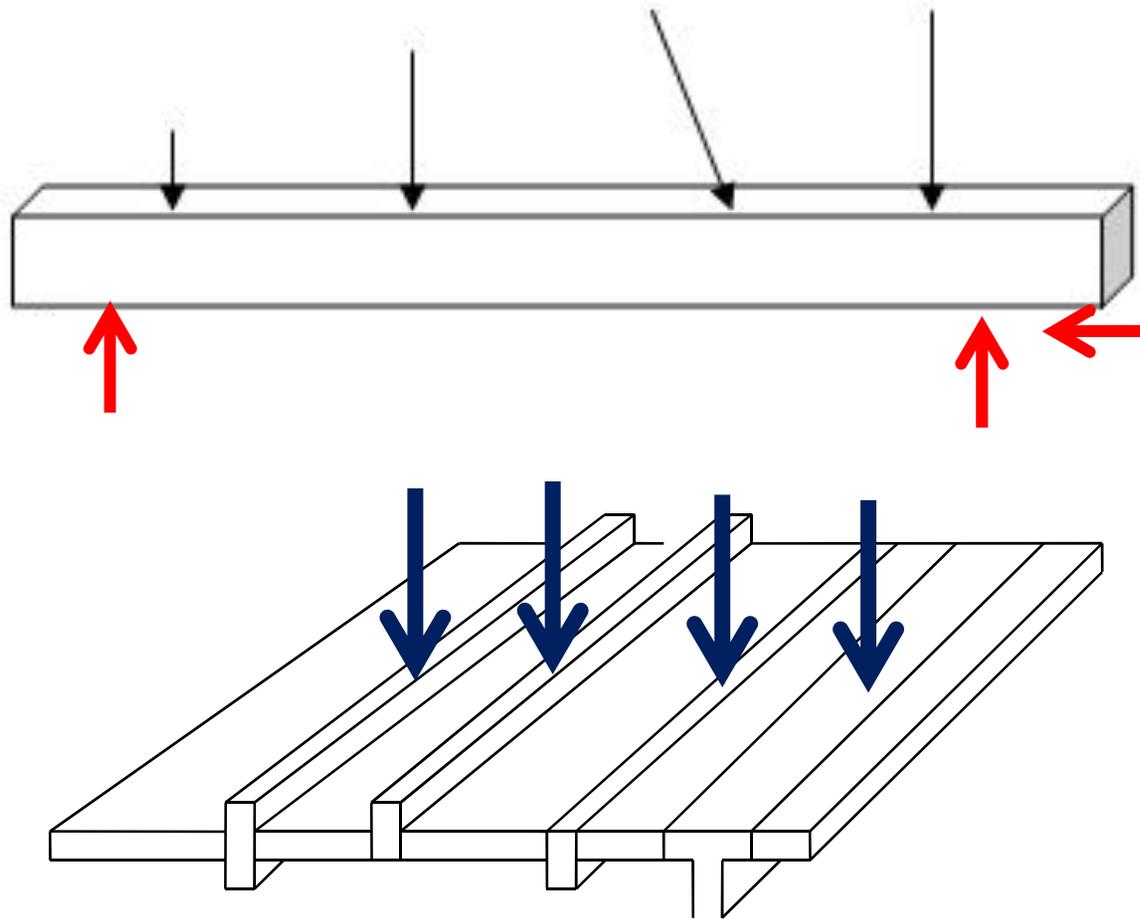


Puente Gral. J. F. Uiburu (Pte. Alsina) – Riachuelo 1938 – Bs AS



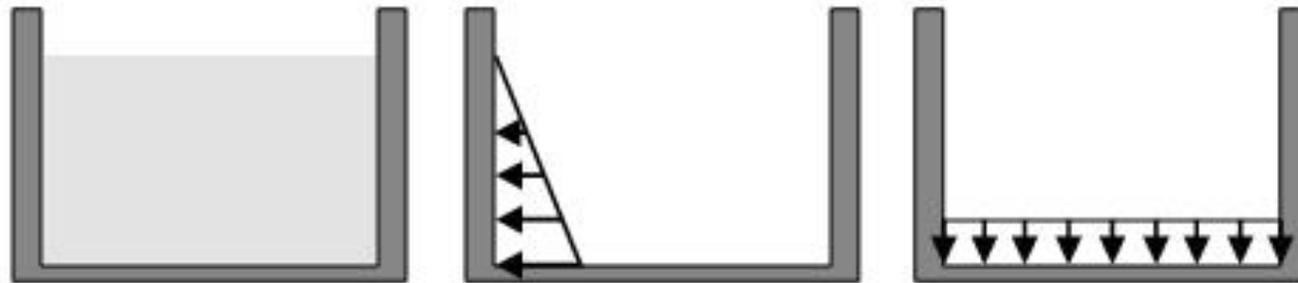
# ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS

## CARGAS CONCENTRADAS



# ACCIONES SOBRE LAS ESTRUCTURAS

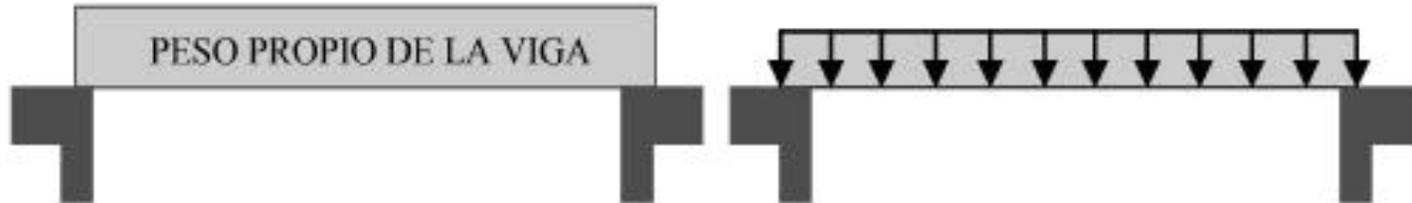
## CARGAS DISTRIBUIDAS



TANQUE

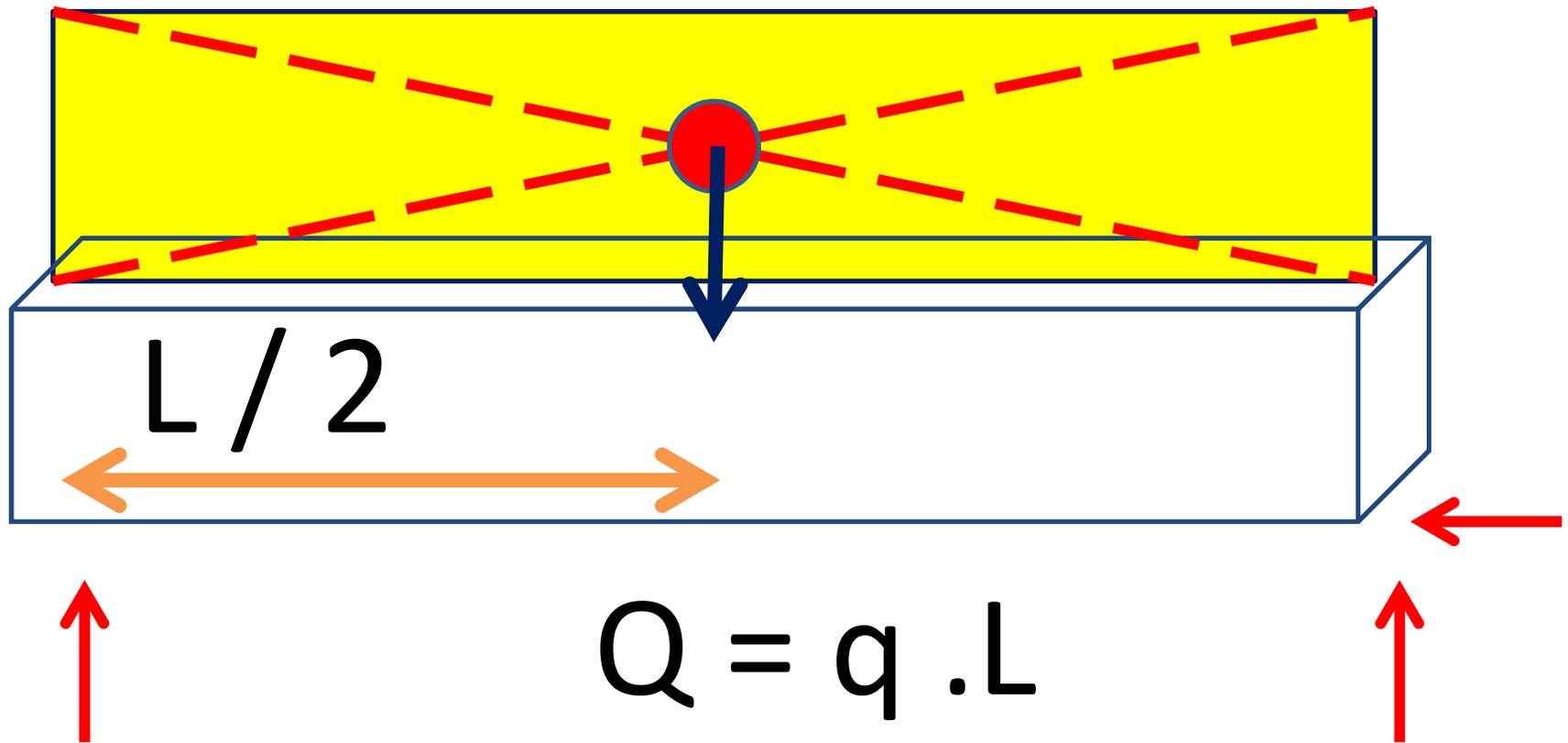
FUERZA DISTRIBUIDA  
SOBRE LA PARED

FUERZA DISTRIBUIDA  
SOBRE EL FONDO

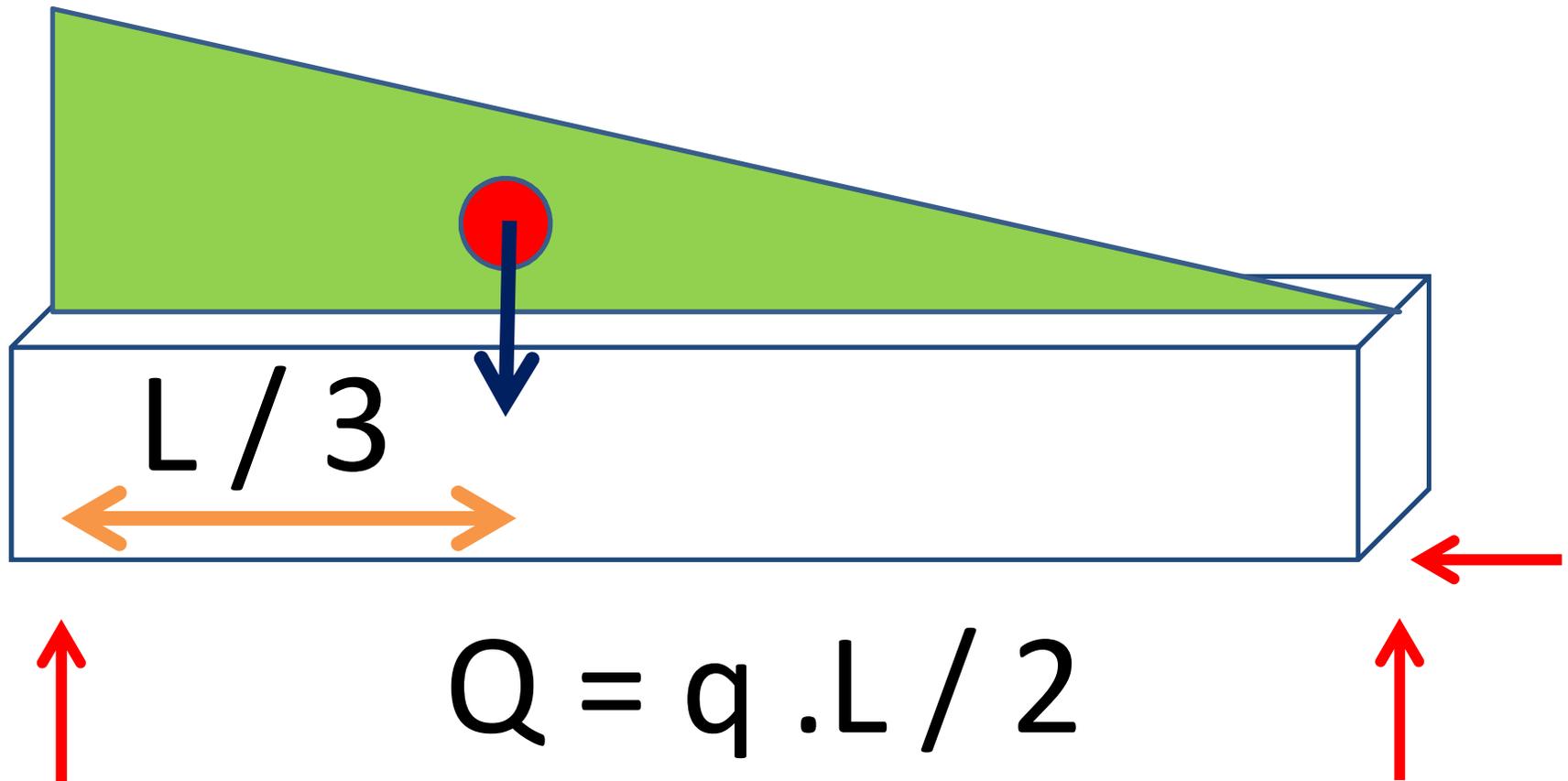


PESO PROPIO DE LA VIGA

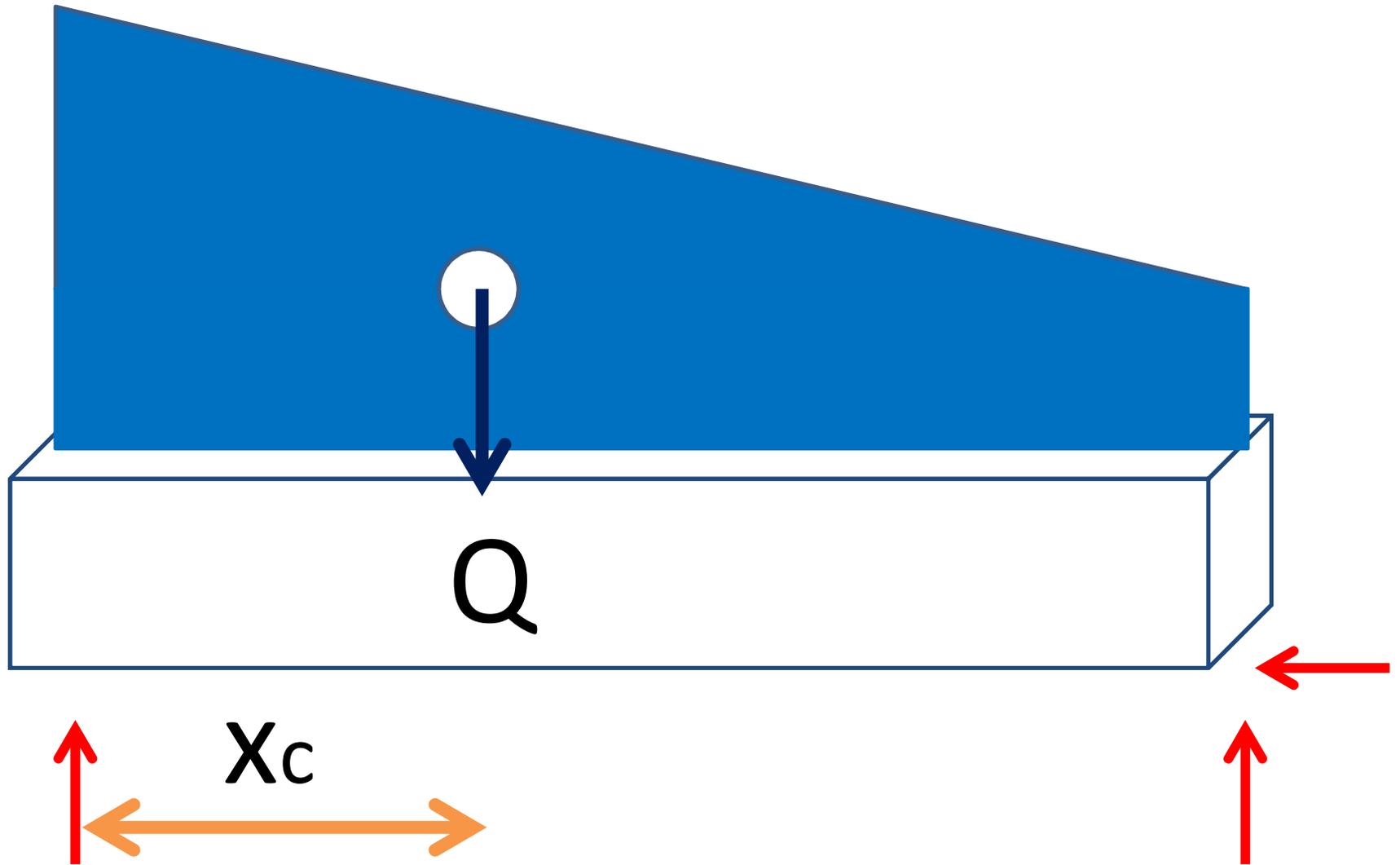
# CARGA RECTANGULAR



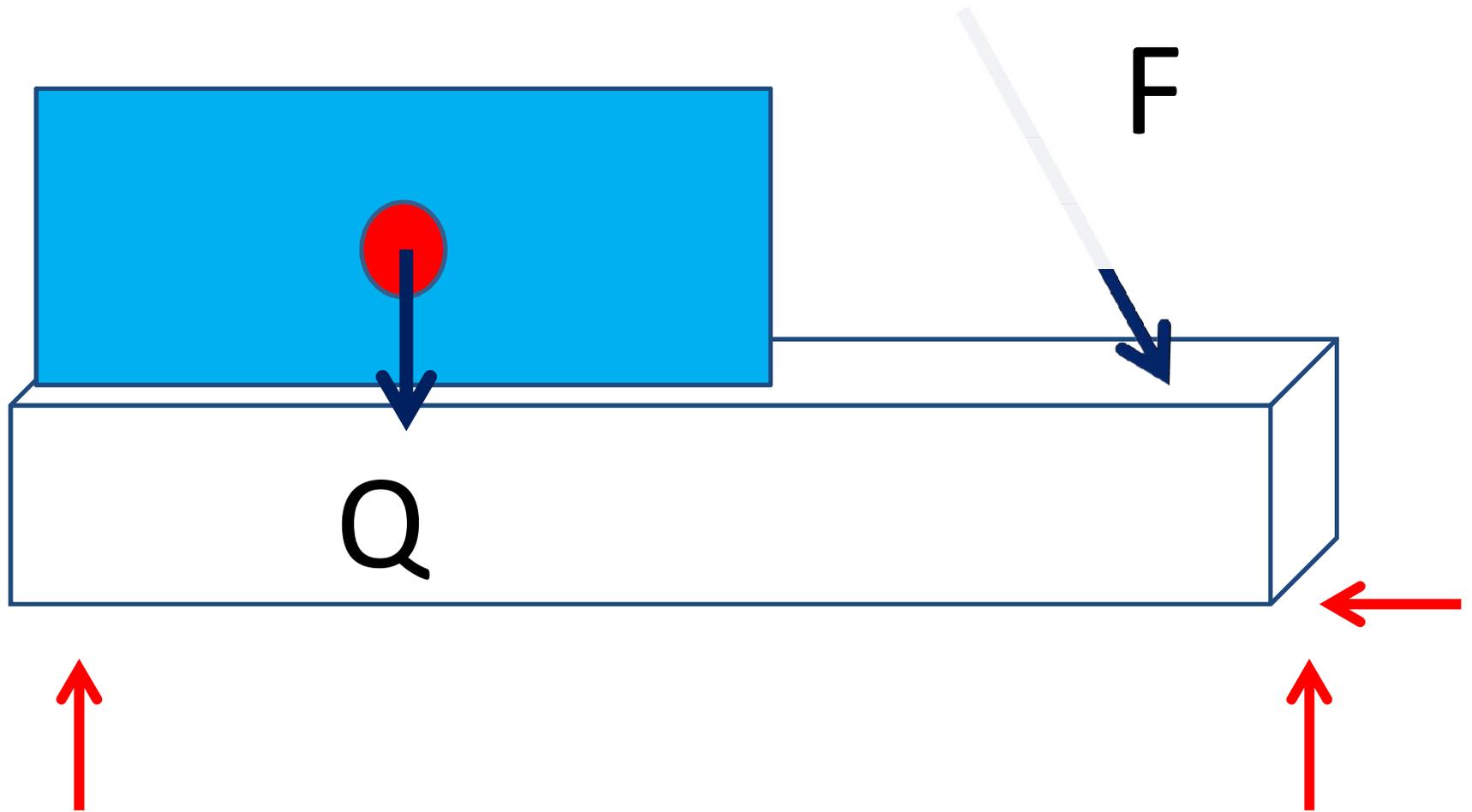
# CARGA TRIANGULAR



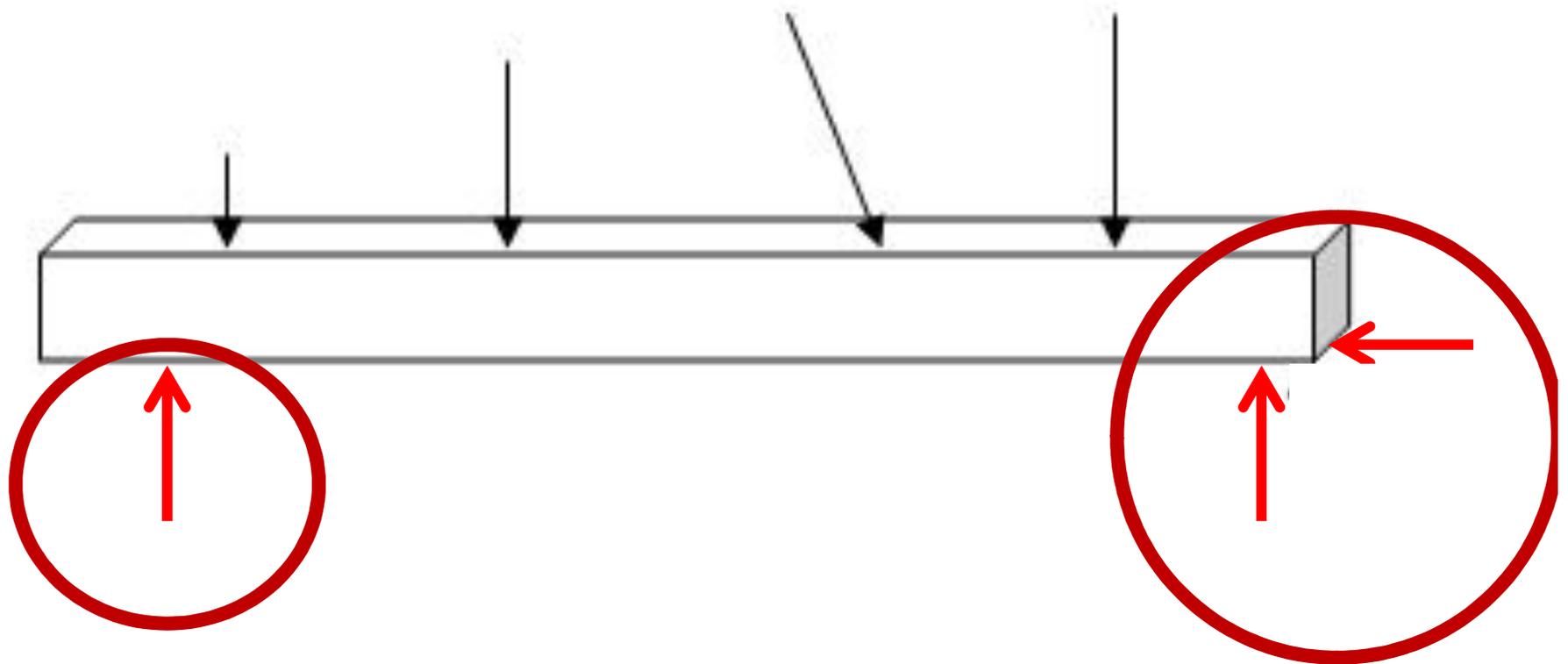
# CARGA TRAPEZOCIAL



# CARGAS COMBINADAS

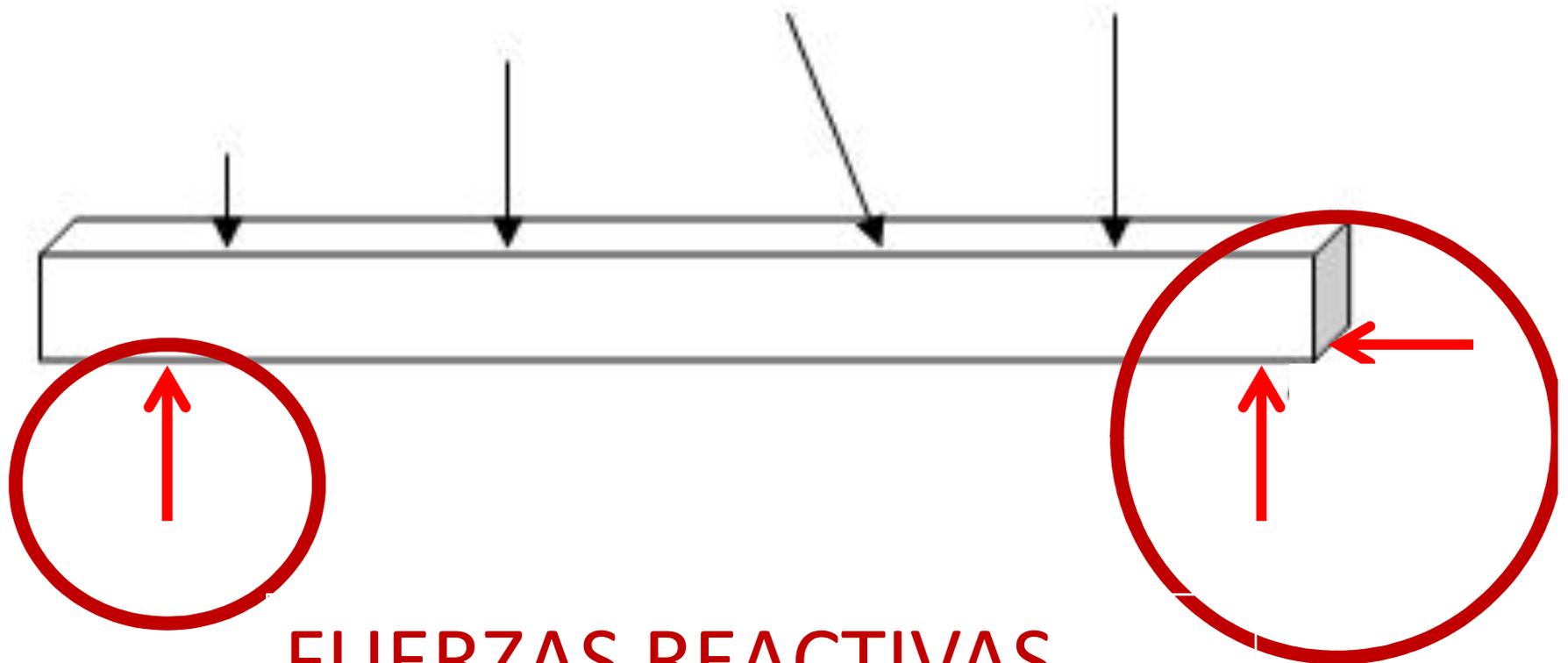


# VINCULOS Ó APOYOS



# VINCULOS Ó APOYOS

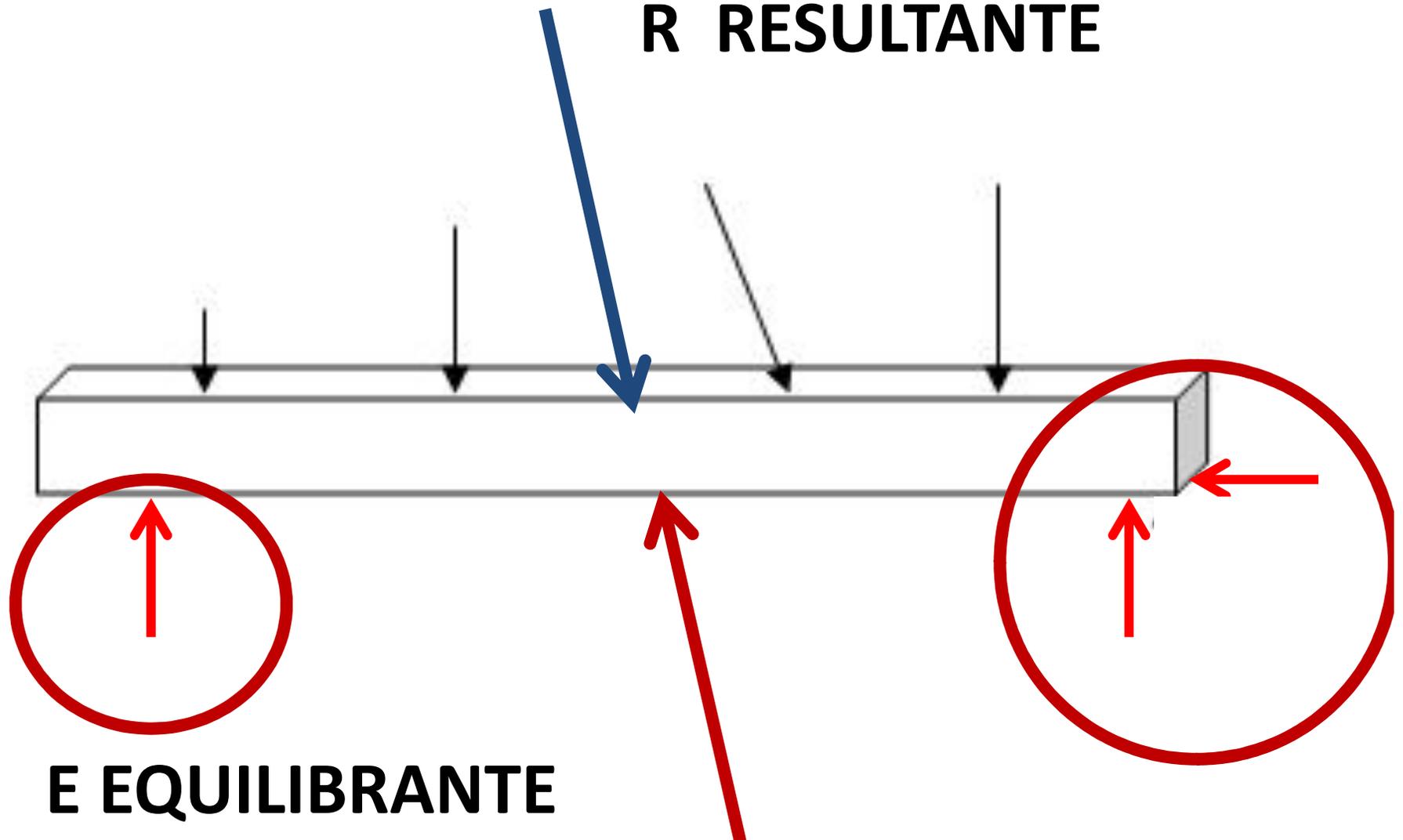
FUERZAS ACTIVAS



FUERZAS REACTIVAS

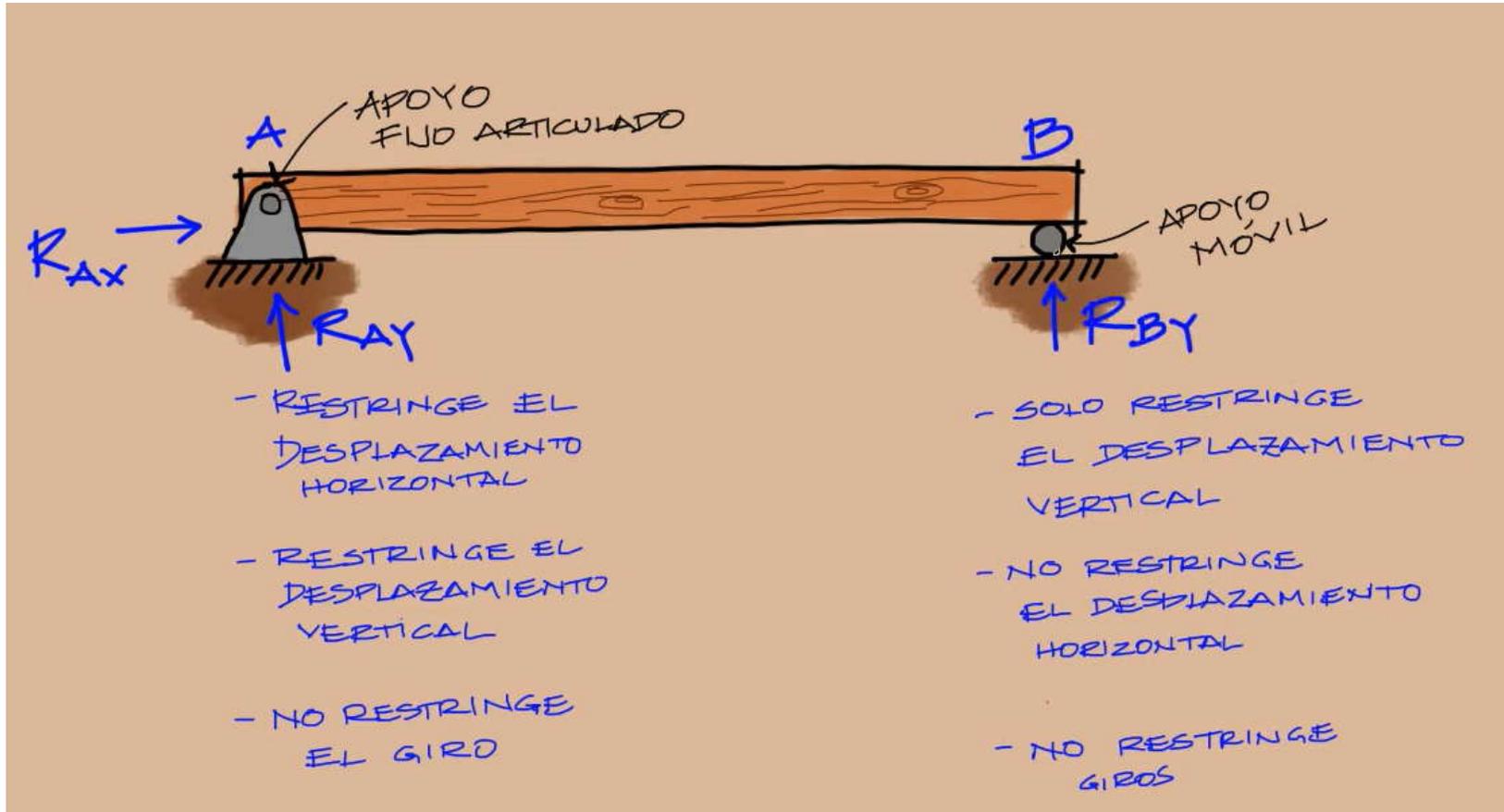
# VINCULOS Ó APOYOS

**R RESULTANTE**

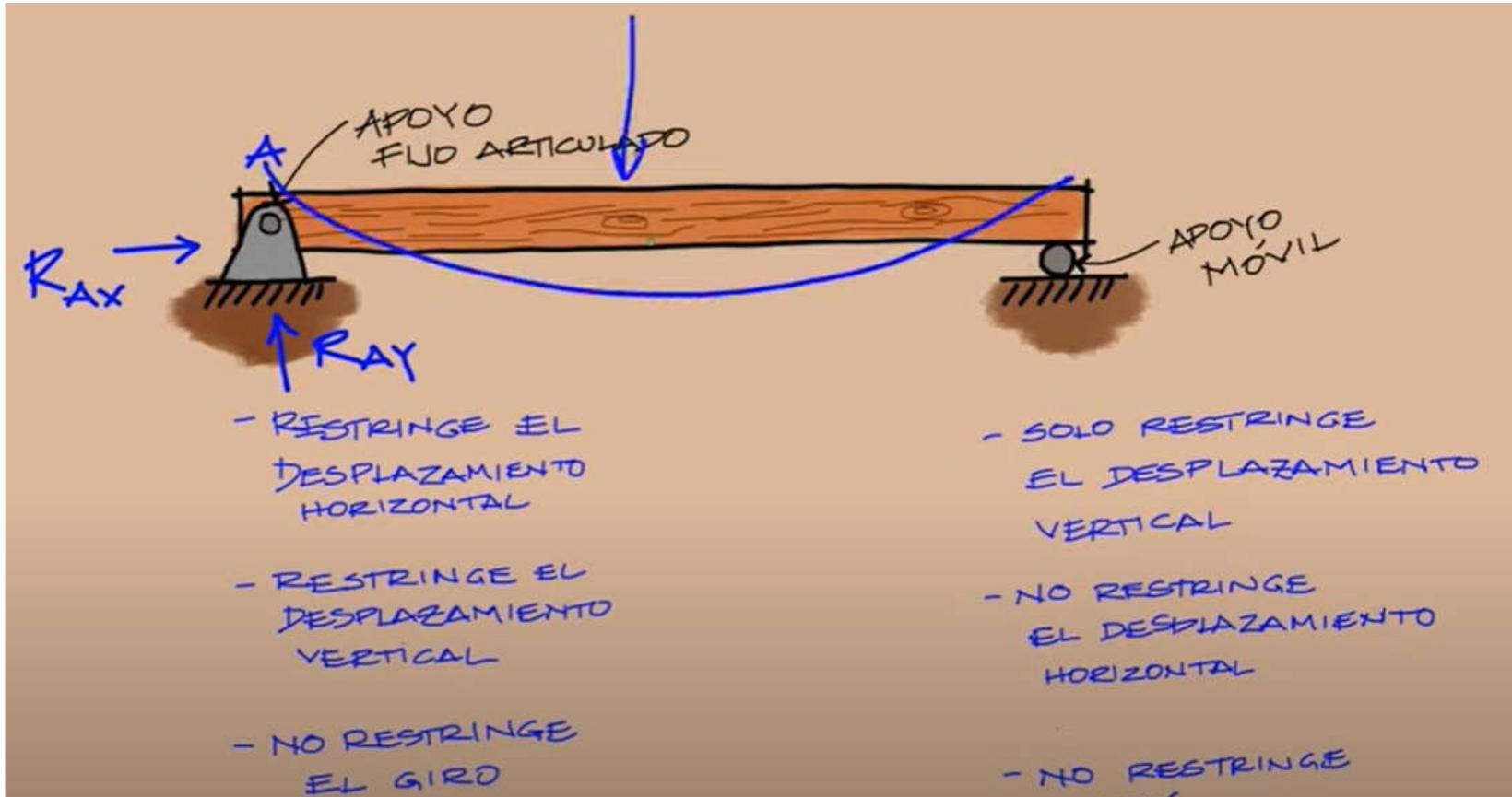


**E EQUILIBRANTE**

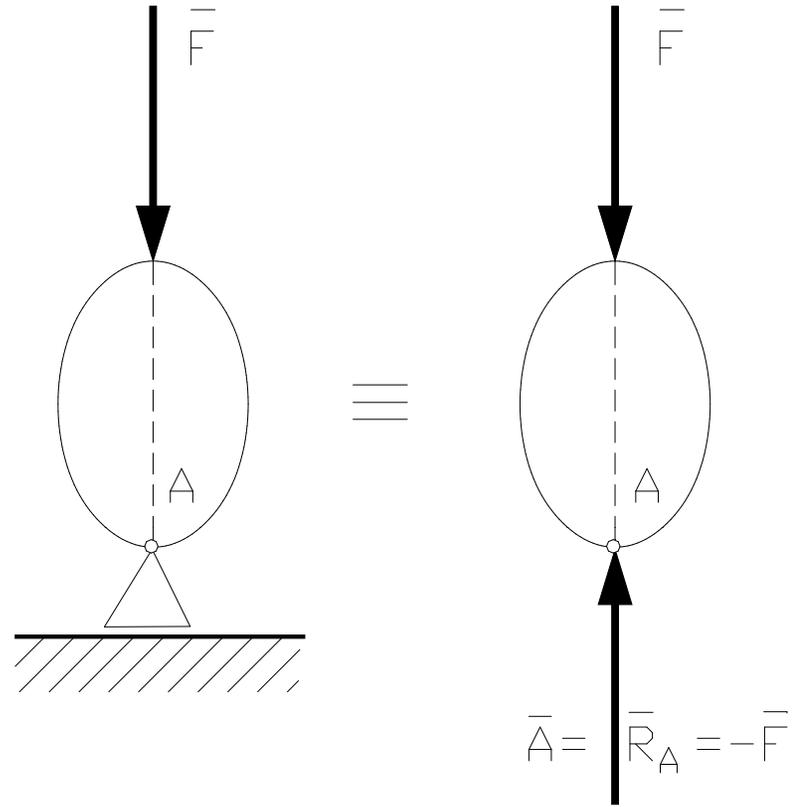
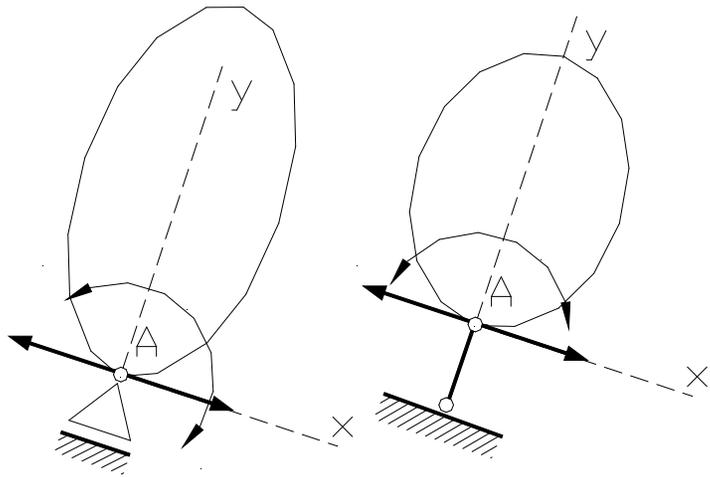
# APOYO MOVIL Y FIJO



# APOYO MOVIL Y FIJO

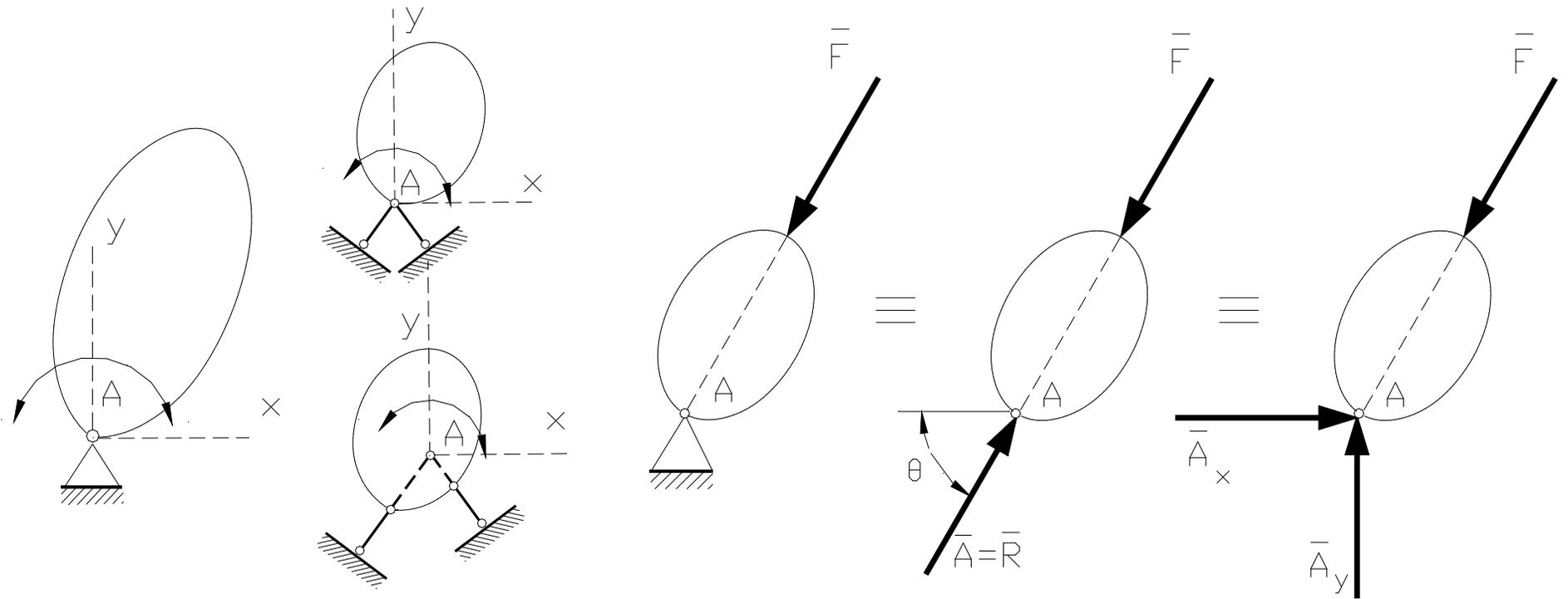


# APOYO MOVIL



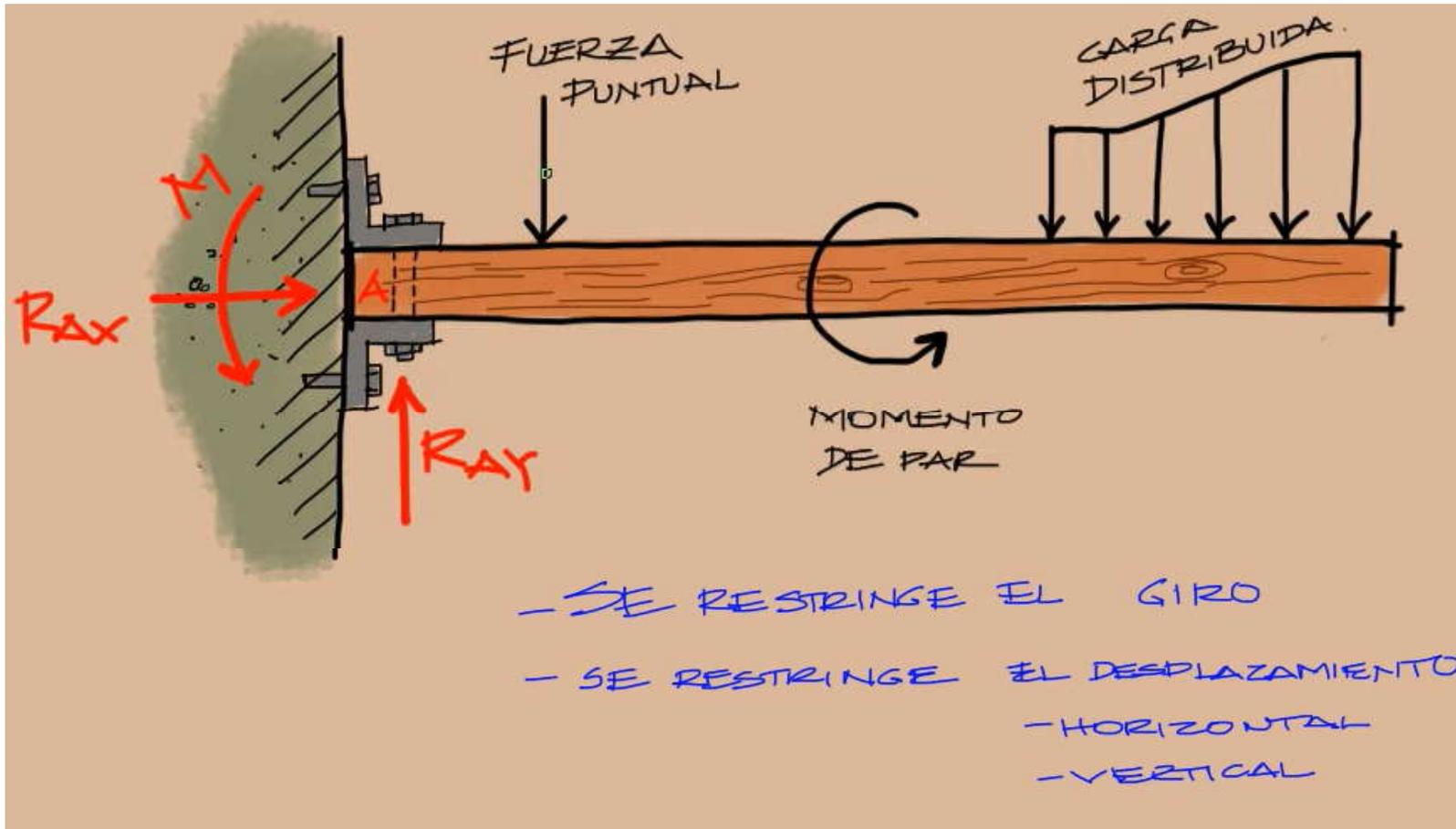
**1 REACCION**

# APOYO FIJO



**2 REACCIONES**

# EMPOTRAMIENTO





# Resolución de sistemas vinculados

## 1. Análisis cinemático

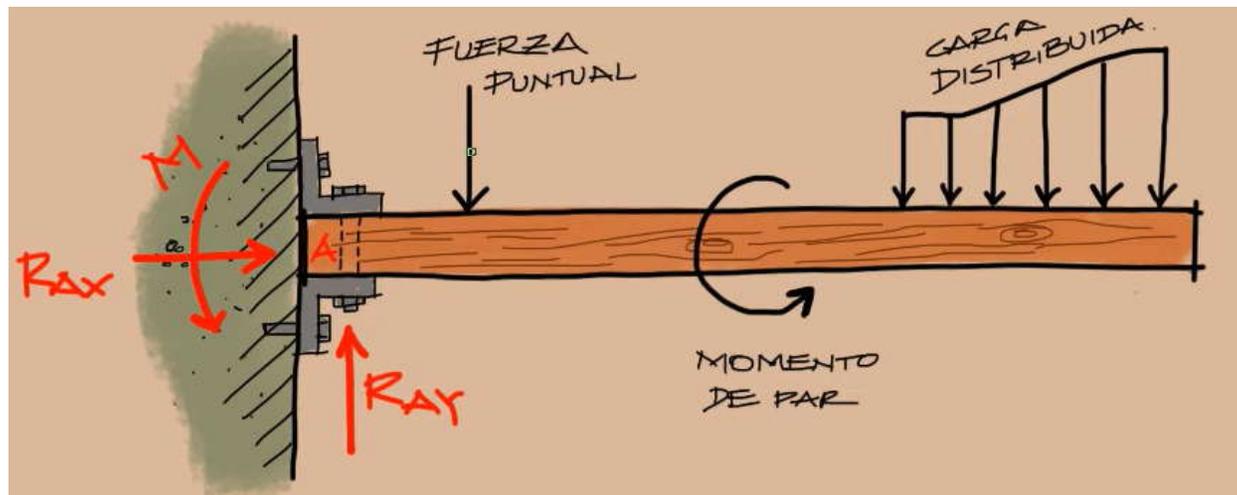
- Verificar que el sistema es isostático

## 2. Análisis Estático

- Diagrama de cuerpo libre.
- Resolución ecuaciones de equilibrio
- Verificar resultados

# SISTEMA ISOSTATICO

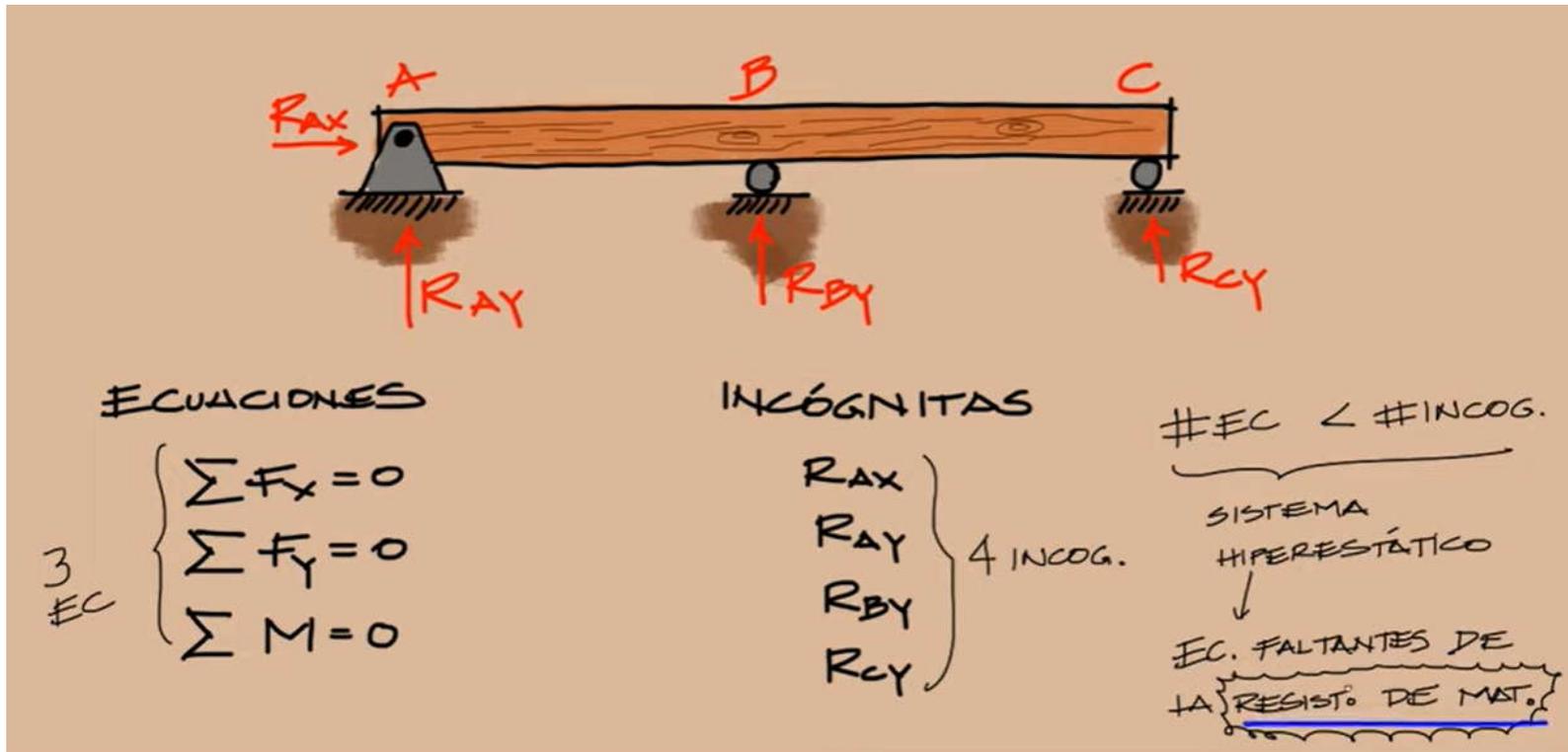
Es un sistema vinculado que además de presentar constricción total tiene reacciones determinables estáticamente.



$$\# E_c = \# Incog.$$

# SISTEMAS INDETERMINADOS

## ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS



CONSTRICCIÓN TOTAL

# SISTEMAS INDETERMINADOS

## ESTRUCTURAS INESTABLES

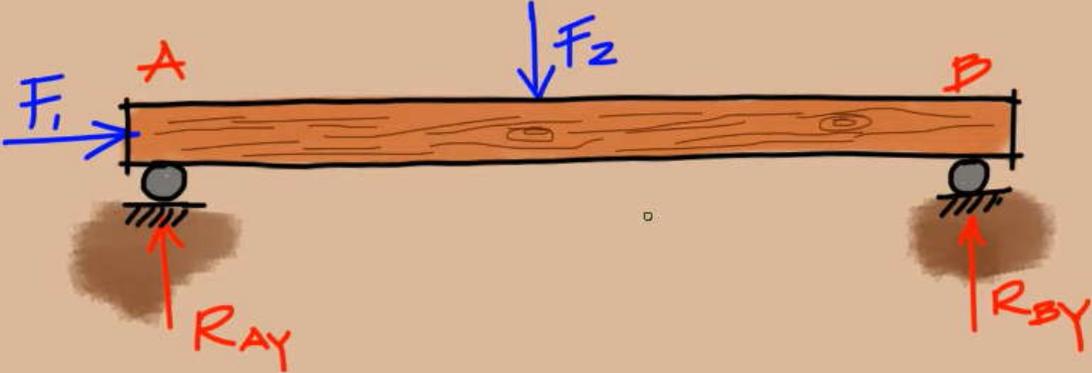


Diagram illustrating a beam structure supported by two rollers (A and B). A horizontal force  $F_1$  is applied at support A, and a vertical force  $F_2$  is applied at the center of the beam. Reaction forces  $R_{AY}$  and  $R_{BY}$  are shown at supports A and B, respectively.

**ECUACIONES**

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum M = 0$$

**INCÓGNITAS**

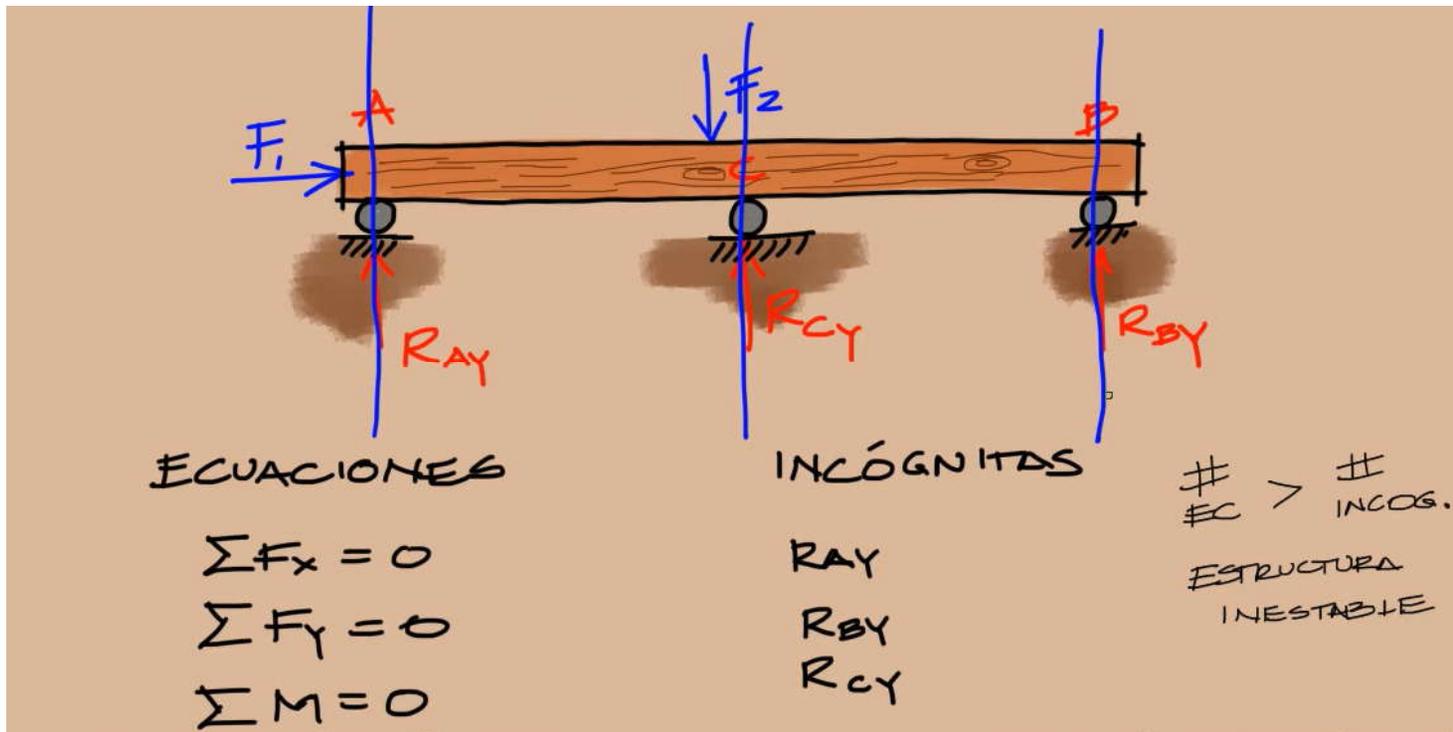
$R_{AY}$   
 $R_{BY}$

$\# EC > \# INCOG.$   
ESTRUCTURA INESTABLE

CONSTRICCIÓN PARCIAL

# SISTEMAS INDETERMINADOS

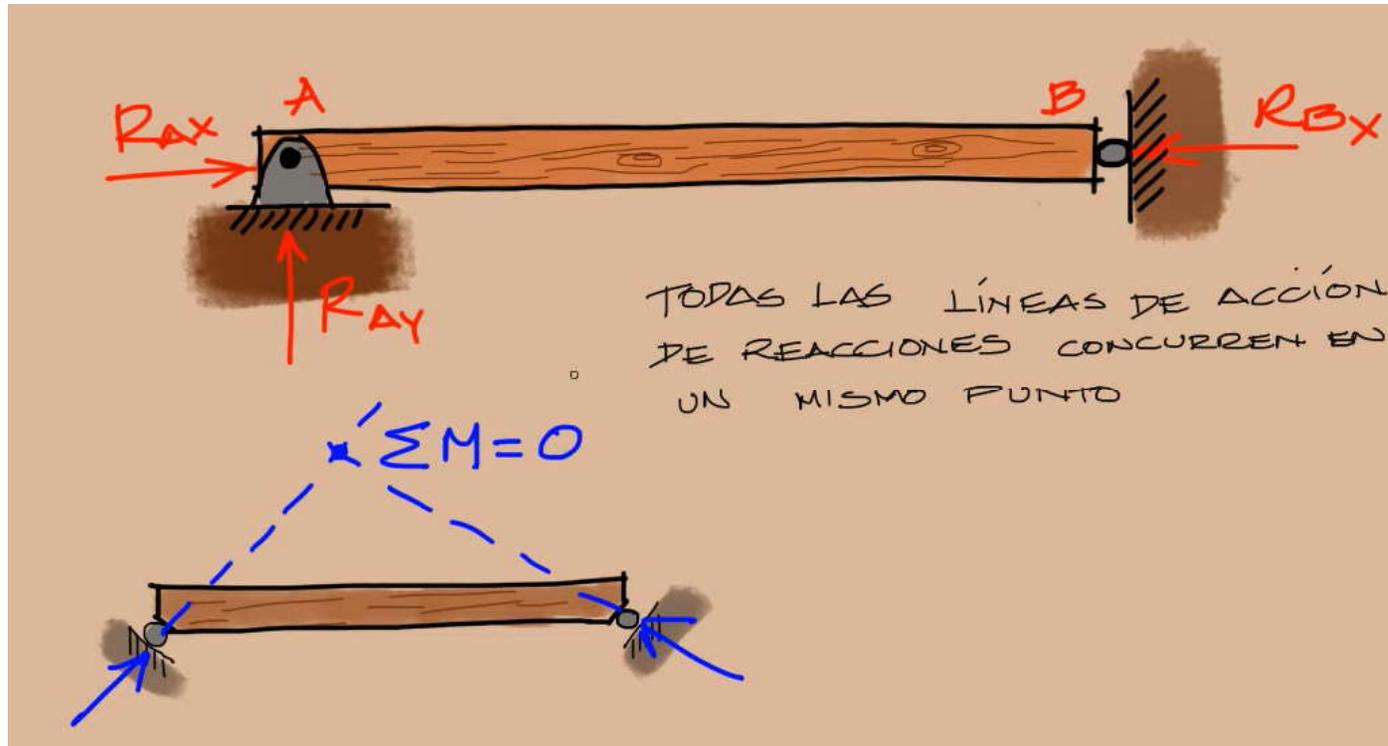
## ESTRUCTURAS INESTABLES



CONSTRICCIÓN IMPROPIA

# SISTEMAS INDETERMINADOS

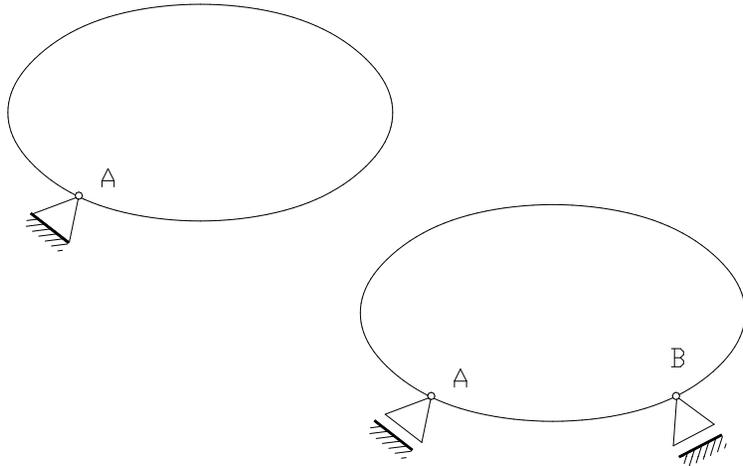
## ESTRUCTURAS INESTABLES



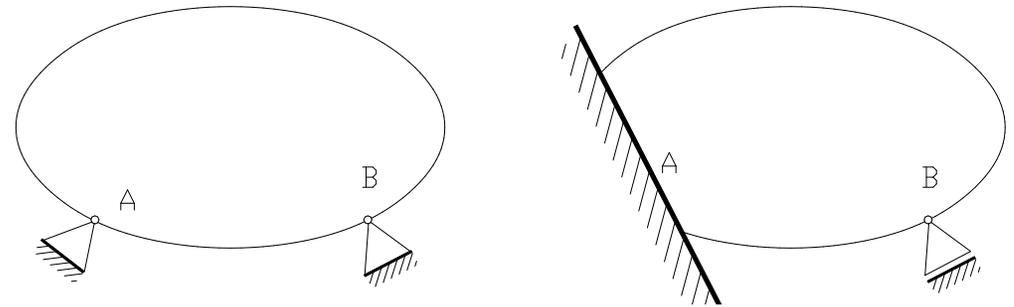
CONSTRICCION IMPROPIA

# Verificar que el sistema es isostático

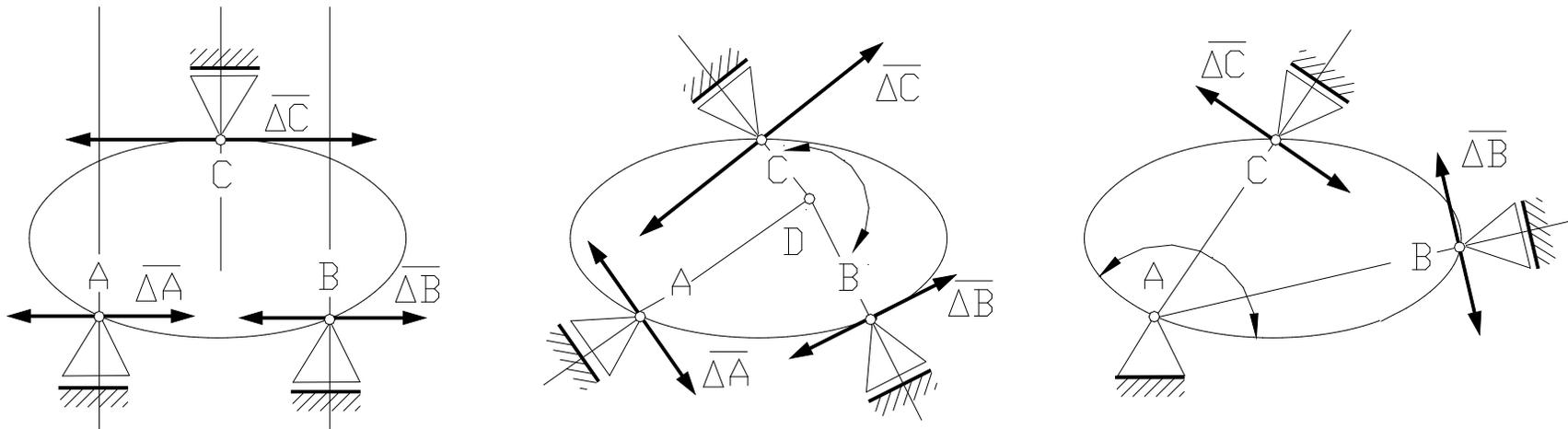
## CONSTRICCION PARCIAL



## CONSTRICCION TOTAL



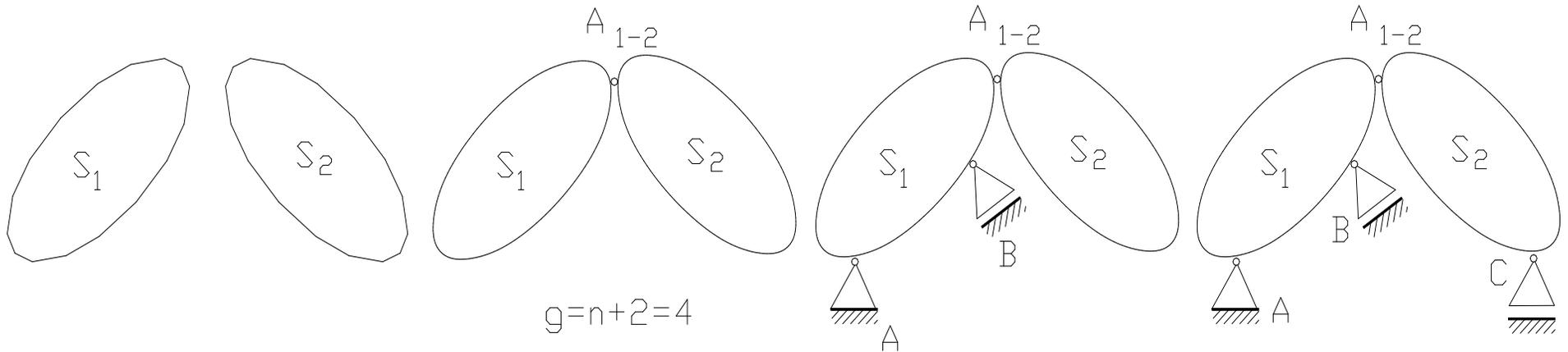
## CONSTRICCION IMPROPIA



# CADENA CINEMATICA

Se denomina cadena cinemática a una sucesión de dos o mas chapas vinculadas entre si por articulaciones intermedias o relativas.

## CADENA CINEMATICA ABIERTA



# GRADOS DE LIBERTAD

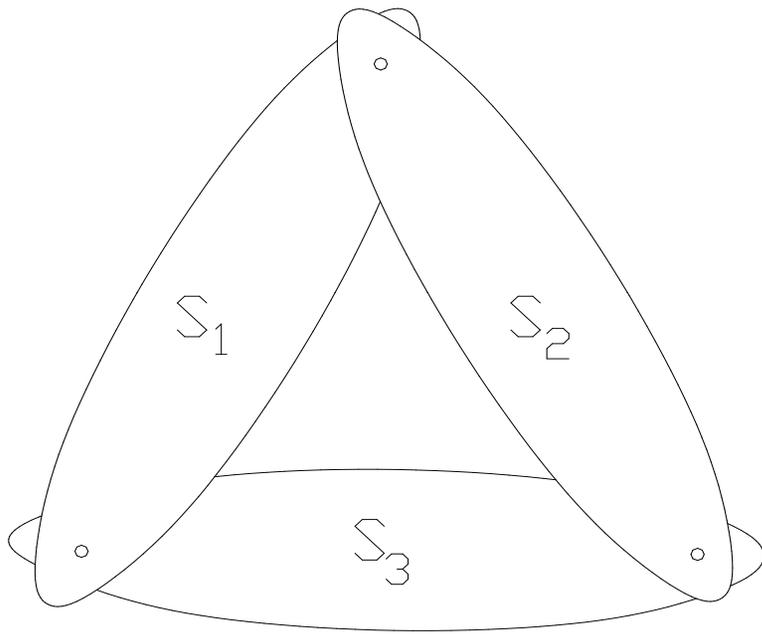
Para una *cadena cinemática abierta de  $n$  chapas* existen  $n-1$  articulaciones intermedias.

Cada chapa posee **tres** grados de libertad y cada articulación restringe **dos**;  
el número de grados de libertad será  $g$ :

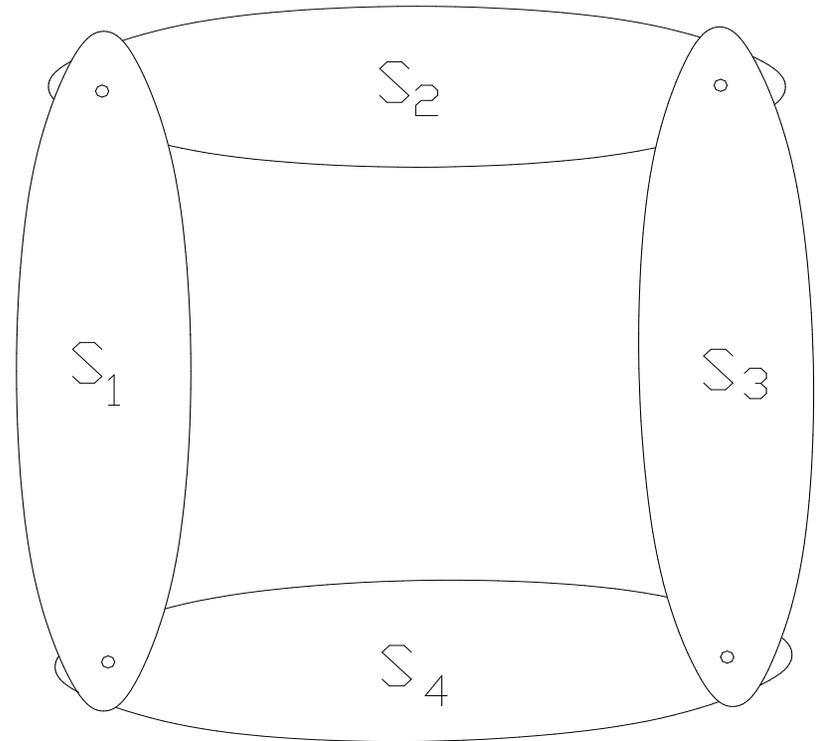
$$g = 3n - 2(n-1) = 3n - 2n + 2 = n + 2$$

$$g = n + 2$$

# CADENA CINEMATICA CERRADA



$$g=n=3$$



$$g=n=4$$

# GRADOS DE LIBERTAD

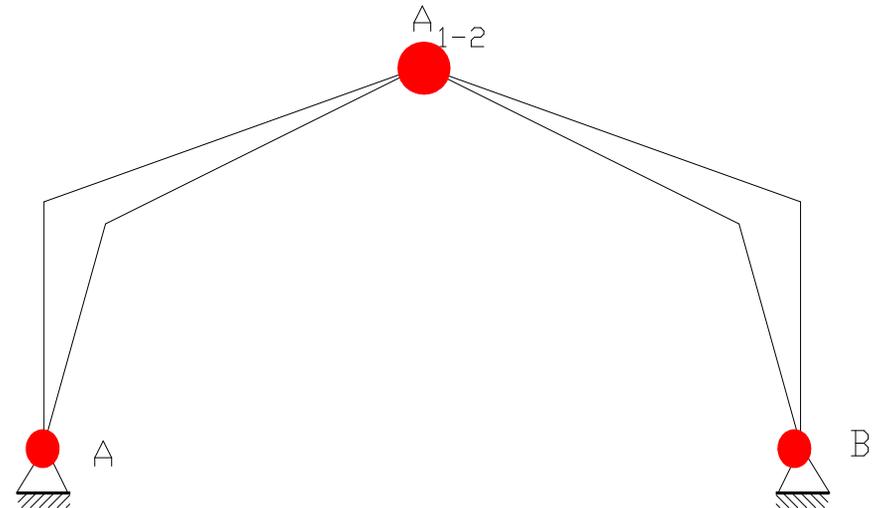
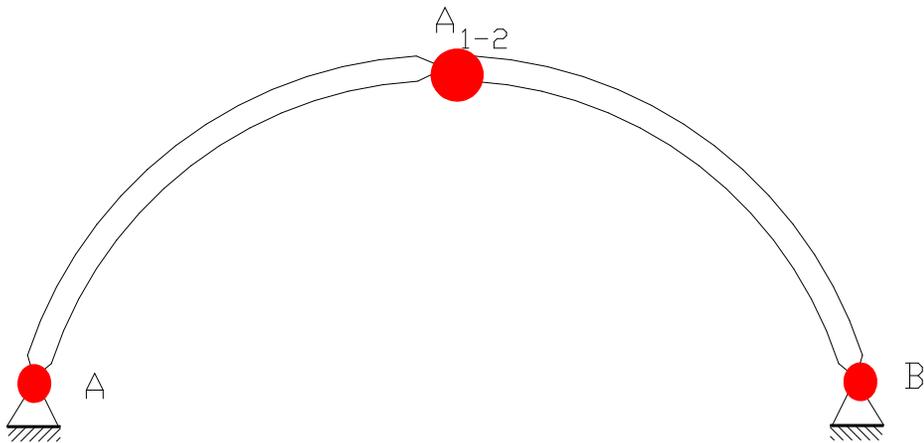
Para una *cadena cinemática cerrada de  $n$  chapas* existen  $n$  articulaciones intermedias.

Cada chapa posee **tres** grados de libertad y cada articulación restringe **dos**;  
el número de grados de libertad será  $g$ :

$$g = 3n - 2n = n$$

$$g = n$$

# CADENA CINEMATICA ABIERTA



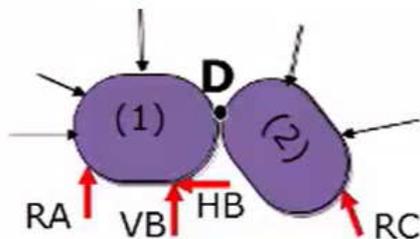
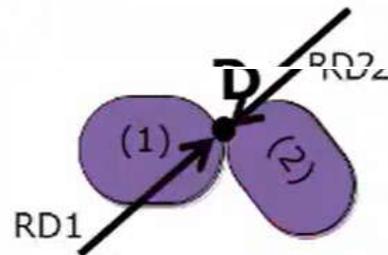
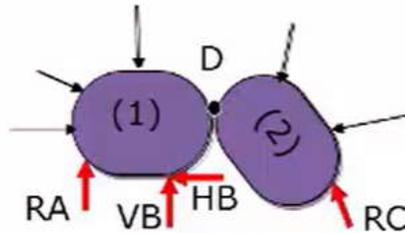
**TRIARTICULADO**





# ANÁLISIS DE CADENA CINEMÁTICA ABIERTA

D.C.L.



- (1)  $\Sigma F_x = 0$
- (2)  $\Sigma F_y = 0$
- (3)  $\Sigma M_o = 0$
- (4)  $\Sigma M_D \text{ izq} = 0 \quad \text{ó} \quad \Sigma M_D \text{ der} = 0$

# **ESTRUCTURAS REALES APLICADAS A LA INGENIERÍA INDUSTRIAL**





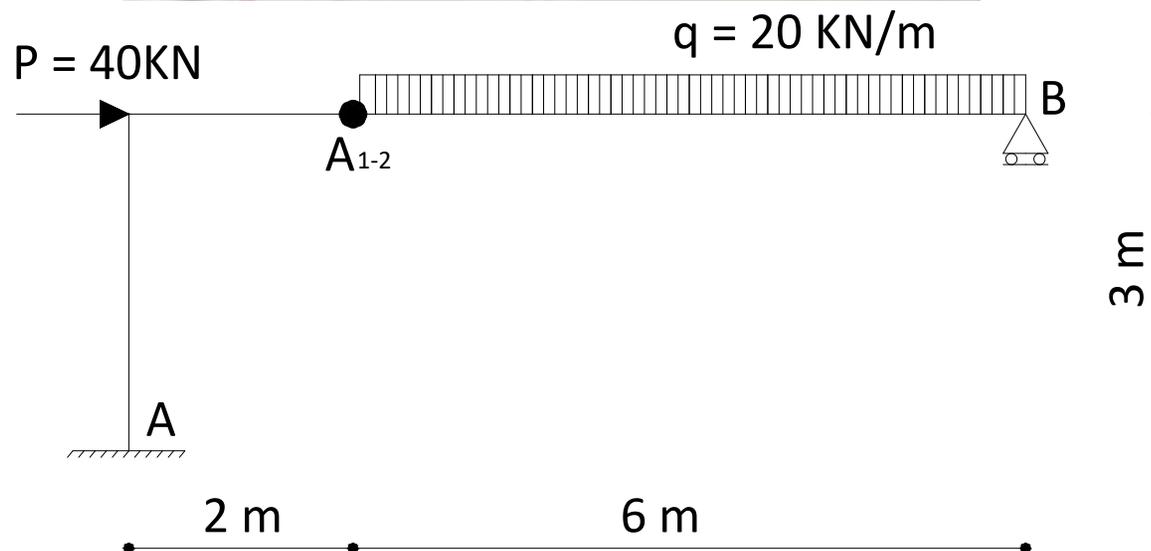
# **EJEMPLOS DE APLICACION**

## EJERCICIO EJEMPLO

En la estructura de la figura realizar lo siguiente:

a- condición de estructura isostática.

b- Determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.



## GRADOS DE LIBERTAD

Para una *cadena cinemática abierta de n chapas* existen  $n-1$  articulaciones intermedias.

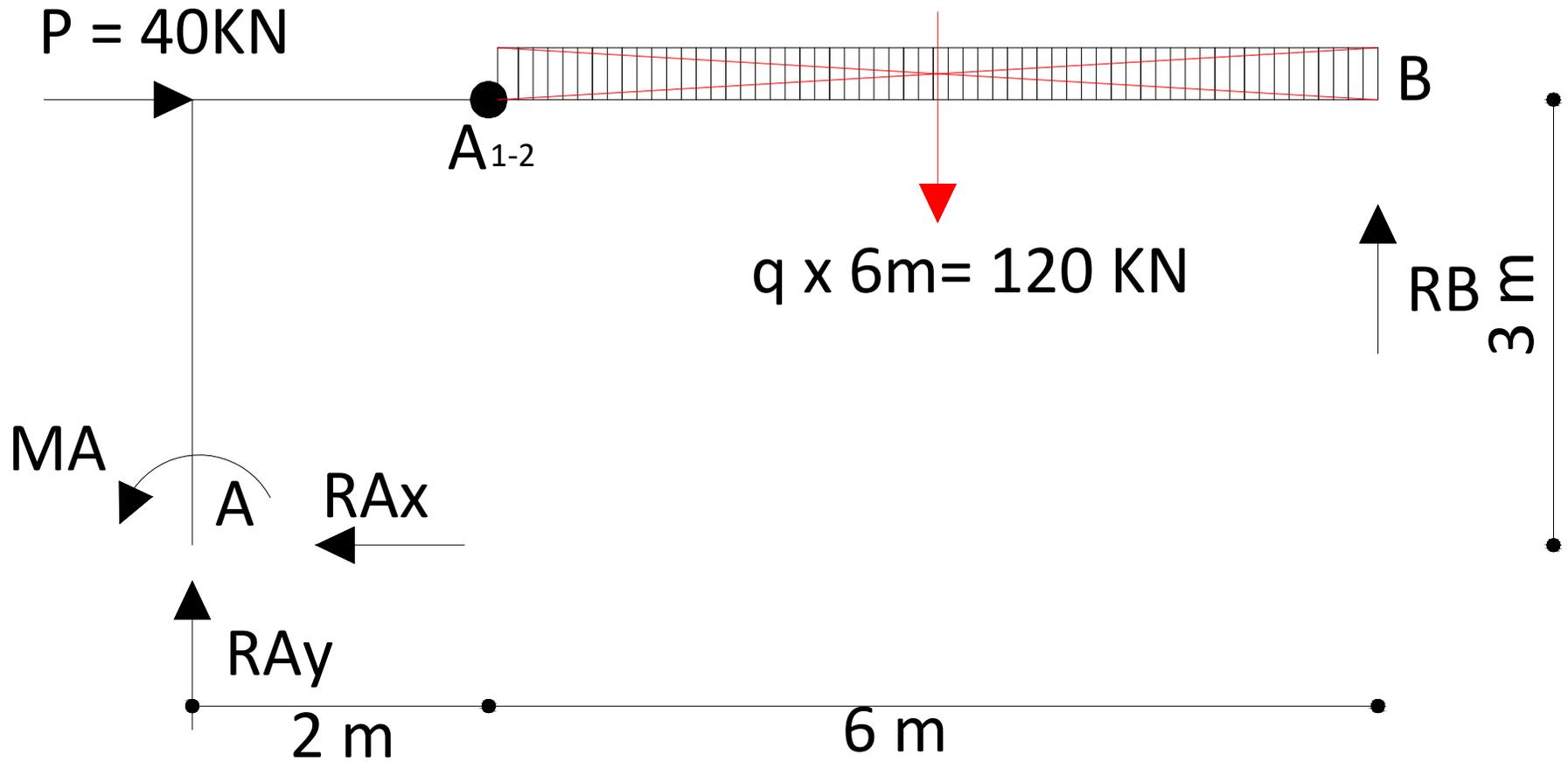
Cada chapa posee **tres** grados de libertad y cada articulación restringe **dos**; el número de grados de libertad será  $g$ :

$$g = 3n - 2(n-1) = 3n - 2n + 2 = n + 2$$

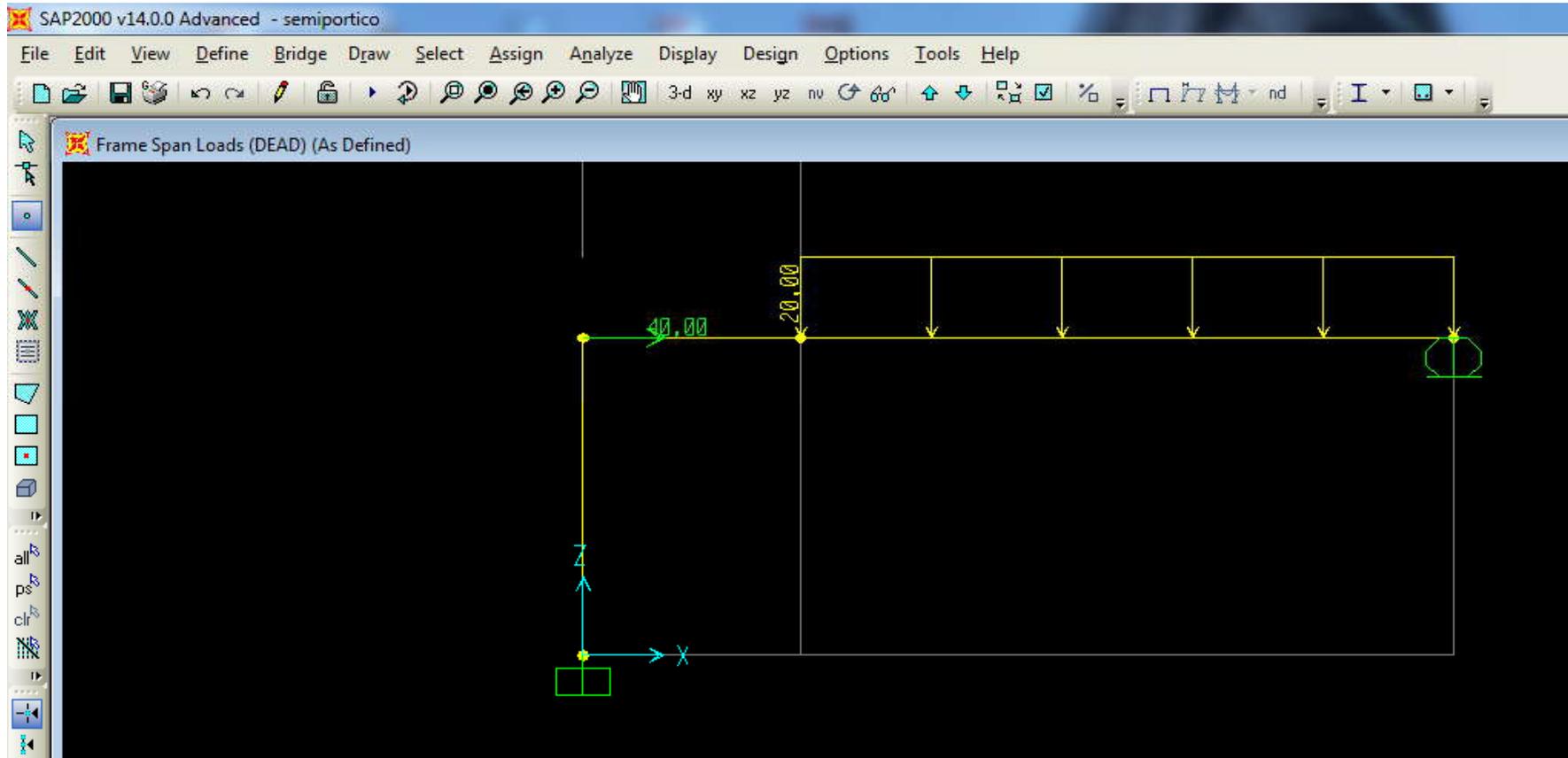
$$g = n + 2$$

$$g = 2 + 2 = 4$$

# DCL



# SOFTWARE DE APLICACIÓN

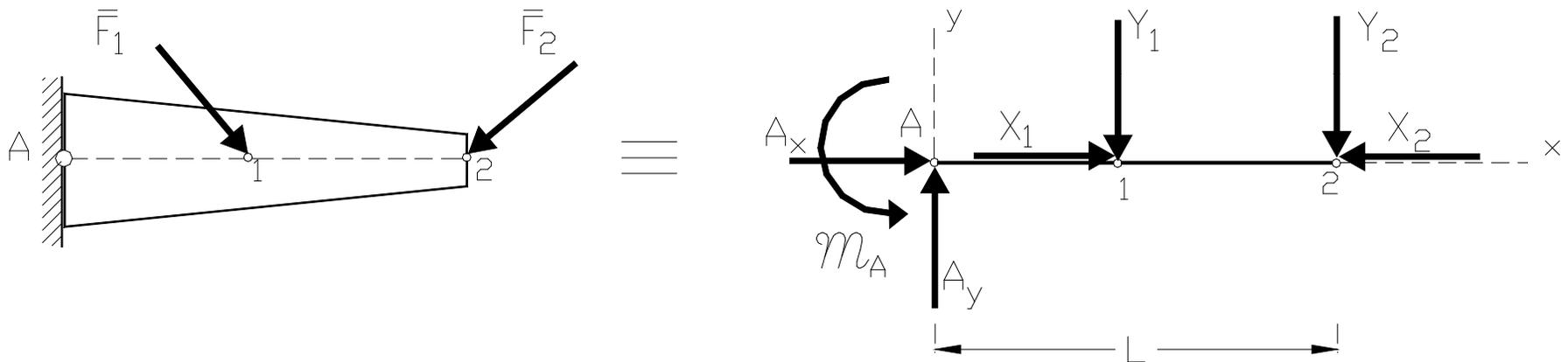


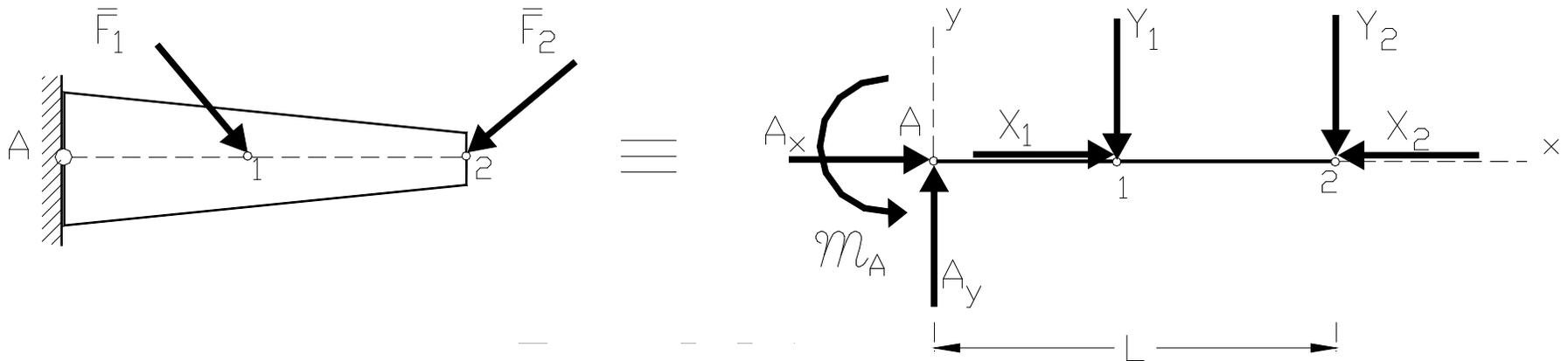
## EJERCICIO EJEMPLO 2

En la estructura de la figura realizar lo siguiente:

a- condición de estructura isostática.

b- Determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.





$$+\curvearrowright \quad \sum M_A = 0 \quad \rightarrow \quad -m_A + Y_1 d_{x1} + Y_2 d_{x2} = 0 \quad \therefore \quad m_A = Y_1 d_{x1} + Y_2 d_{x2}$$

$$+\uparrow \quad \sum Y_i = 0 \quad \rightarrow \quad A_y - Y_1 - Y_2 = 0 \quad \therefore \quad A_y = Y_1 + Y_2$$

$$+\rightarrow \quad \sum X_i = 0 \quad \rightarrow \quad A_x + X_1 - X_2 = 0 \quad \therefore \quad A_x = -X_1 + X_2$$

### EJERCICIO EJEMPLO 3

Determinar las reacciones de vinculo de la viga isostatica a partir de los siguientes datos:  $P_1 = 5\text{KN}$ ,  $P_2 = 10\text{KN}$ ,  $P_3 = 5\text{KN}$ ,  $L = 10\text{ m}$

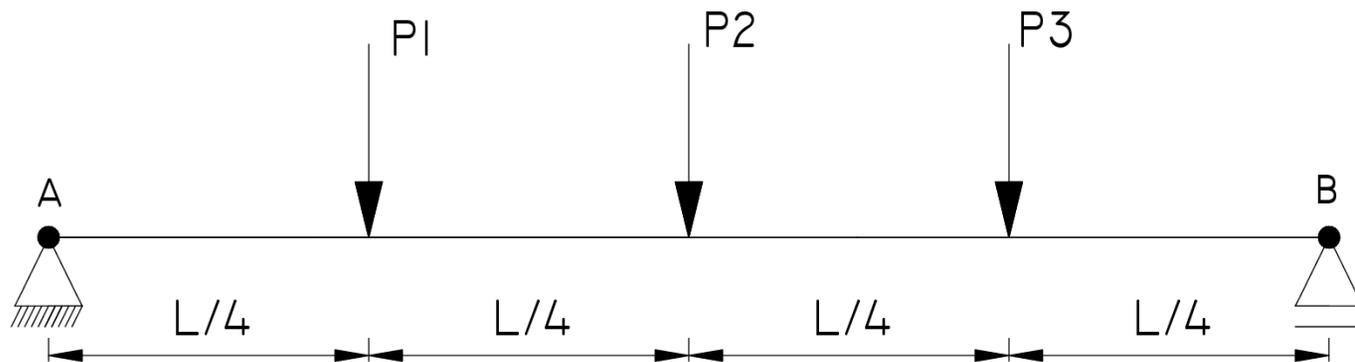
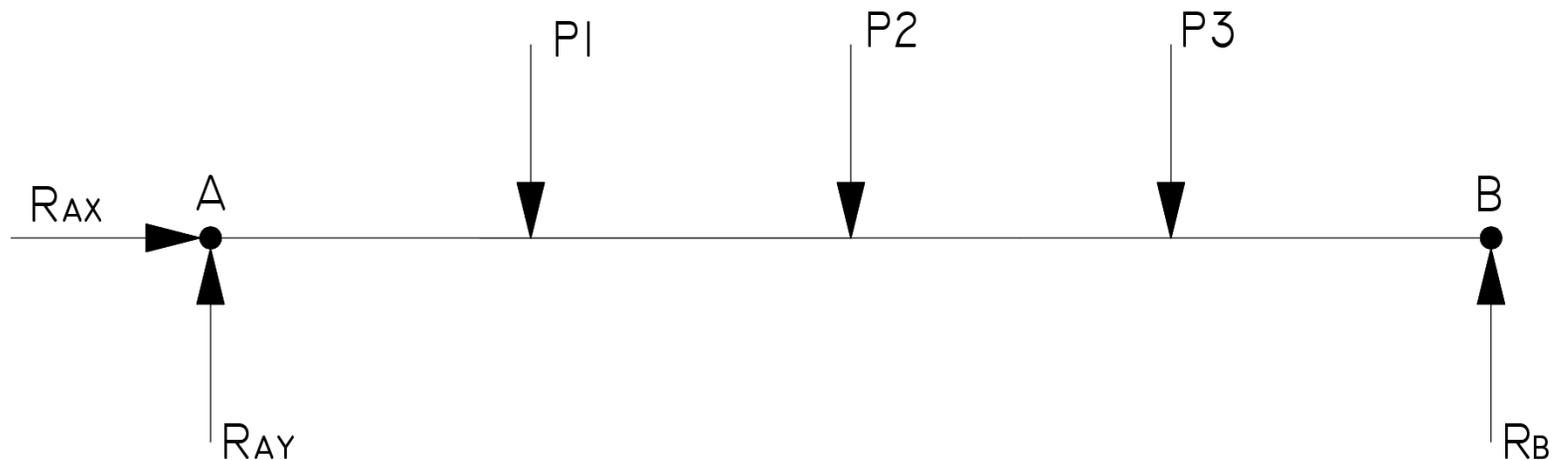


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE




$$\sum F_x = 0 \longrightarrow \underline{R_{AX} = 0}$$

$$\sum M_A = 0 \longrightarrow P1 \times 2,5m + P2 \times 5m + P3 \times 7,5m - R_{BY} \times 10m = 0$$
$$R_{BY} = 5 \text{ KN} \times 2,5m + 10\text{KN} \times 5m + 5\text{KN} \times 7,5m / 10m$$
$$\underline{R_{BY} = 10 \text{ KN}}$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow R_{AY} - P1 - P2 - P3 + R_{BY} = 0$$
$$R_{AY} = P1 + P2 + P3 - R_{BY}$$
$$\underline{R_{AY} = 10 \text{ KN}}$$

## EJERCICIO EJEMPLO 4

Determinar las reacciones de vinculo de la viga isostatica a partir de los siguientes datos:  $q = 7\text{KN/m}$ ,  $L = 10\text{ m}$

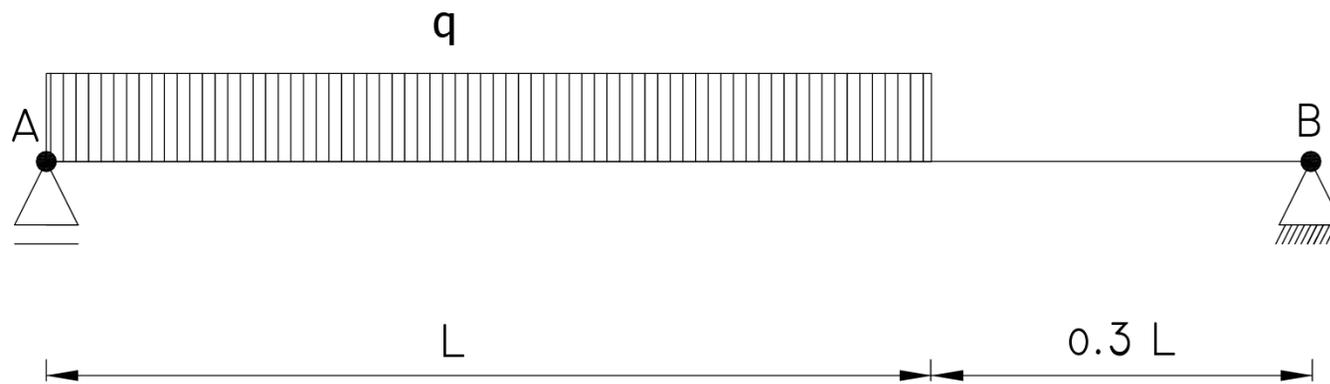
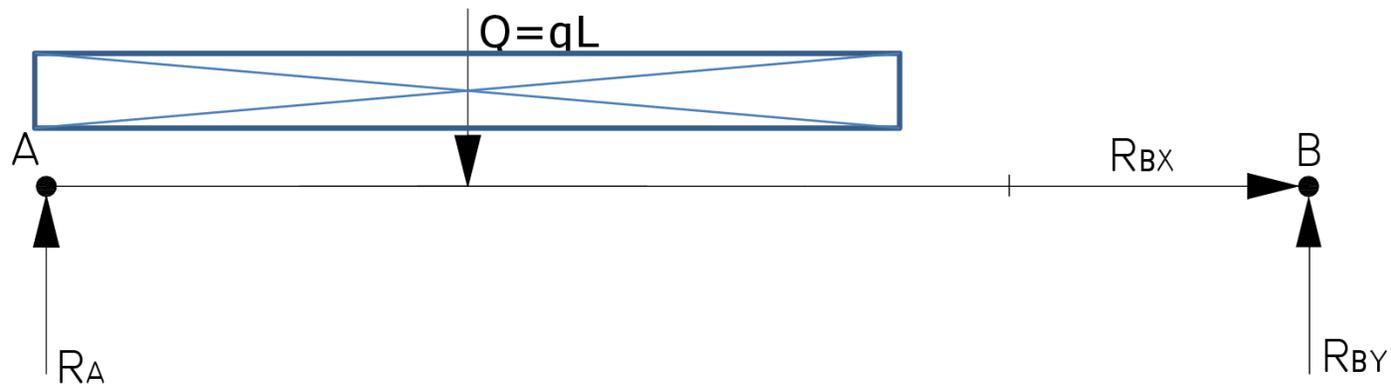


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



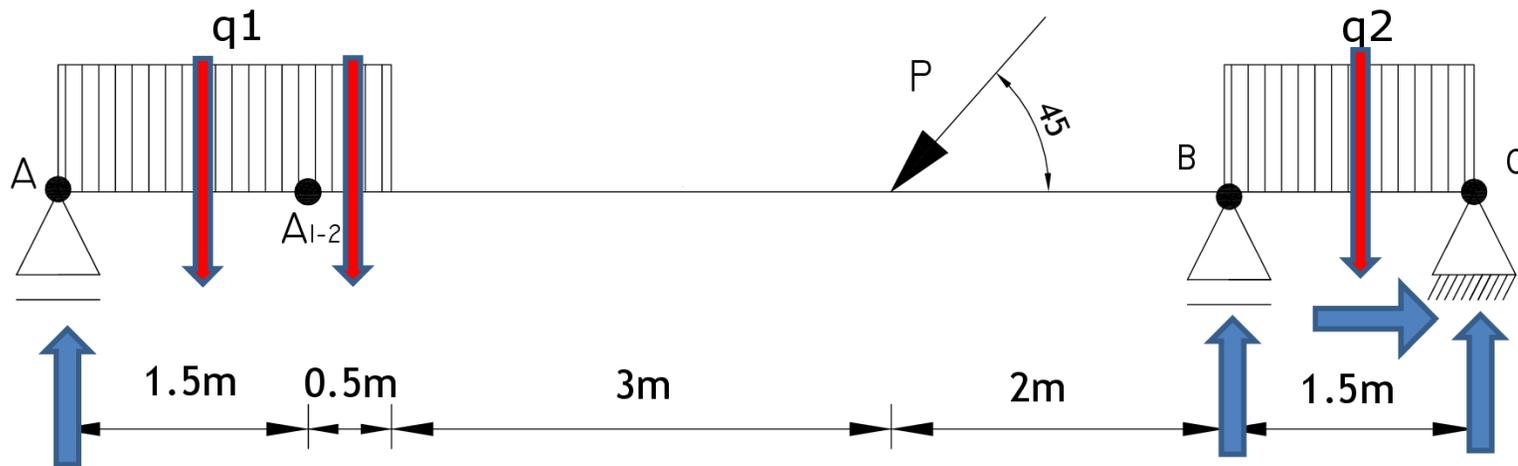

$$\sum F_x = 0 \longrightarrow \underline{R_{AX} = 0}$$

$$\sum M_A = 0 \longrightarrow q \times 10\text{m} \times 5\text{m} - R_{BY} \times 13\text{m} = 0$$
$$R_{BY} = 7 \text{ KN/m} \times 10\text{m} \times 5\text{m} / 13\text{m}$$
$$\underline{R_{BY} = 26,92 \text{ KN}}$$

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow R_{AY} - q \times 10\text{m} + R_{BY} = 0$$
$$R_{AY} = q \times 10\text{m} - R_{BY}$$
$$\underline{R_{AY} = 43,08 \text{ KN}}$$

## EJERCICIO EJEMPLO 5

Determinar las reacciones de vinculo de la viga isostatica a partir de los siguientes datos:  $q_1 = 10 \text{ KN/m}$ ,  $q_2 = 15 \text{ KN/m}$ ,  $P = 30 \text{ KN}$



EEE

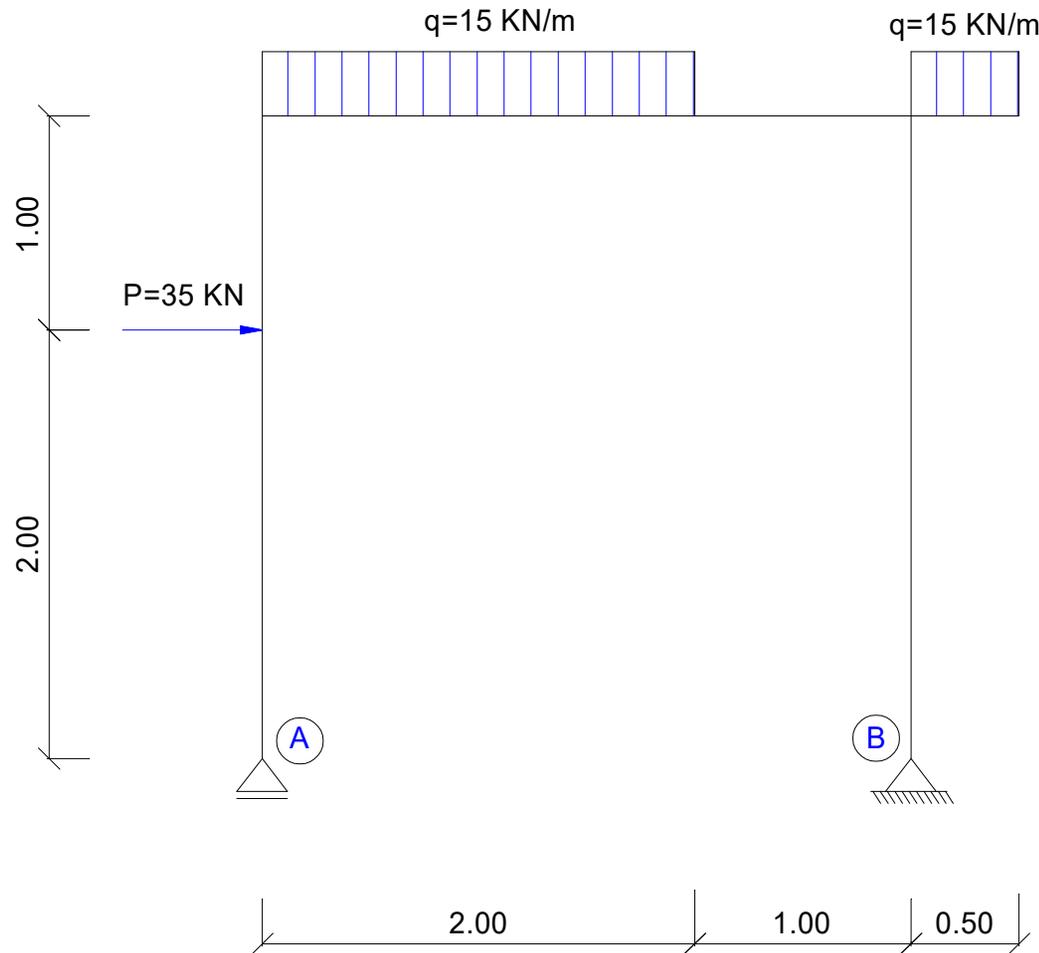
$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \longrightarrow \underline{R_{CX}} \\ \sum M_A = 0 \longrightarrow \underline{R_{BY}} \\ \sum F_y = 0 \longrightarrow \underline{R_{CY}} \end{array} \right\}$$

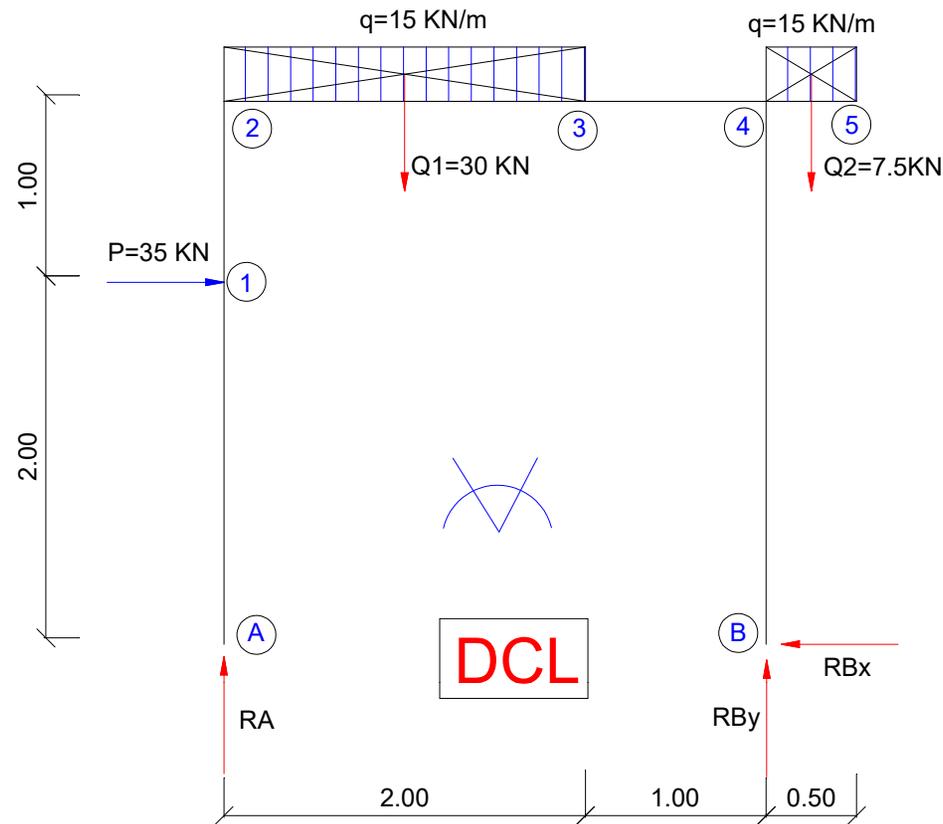
EEI

$$\left. \begin{array}{l} \sum M_{A1-2}^{izq} = 0 \longrightarrow \underline{R_{AY}} \\ \sum M_{A1-2}^{der} \longrightarrow \end{array} \right\}$$

## EJERCICIO EJEMPLO 6

En la estructura de la figura realizar lo siguiente determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.





## Cálculo de Reacciones

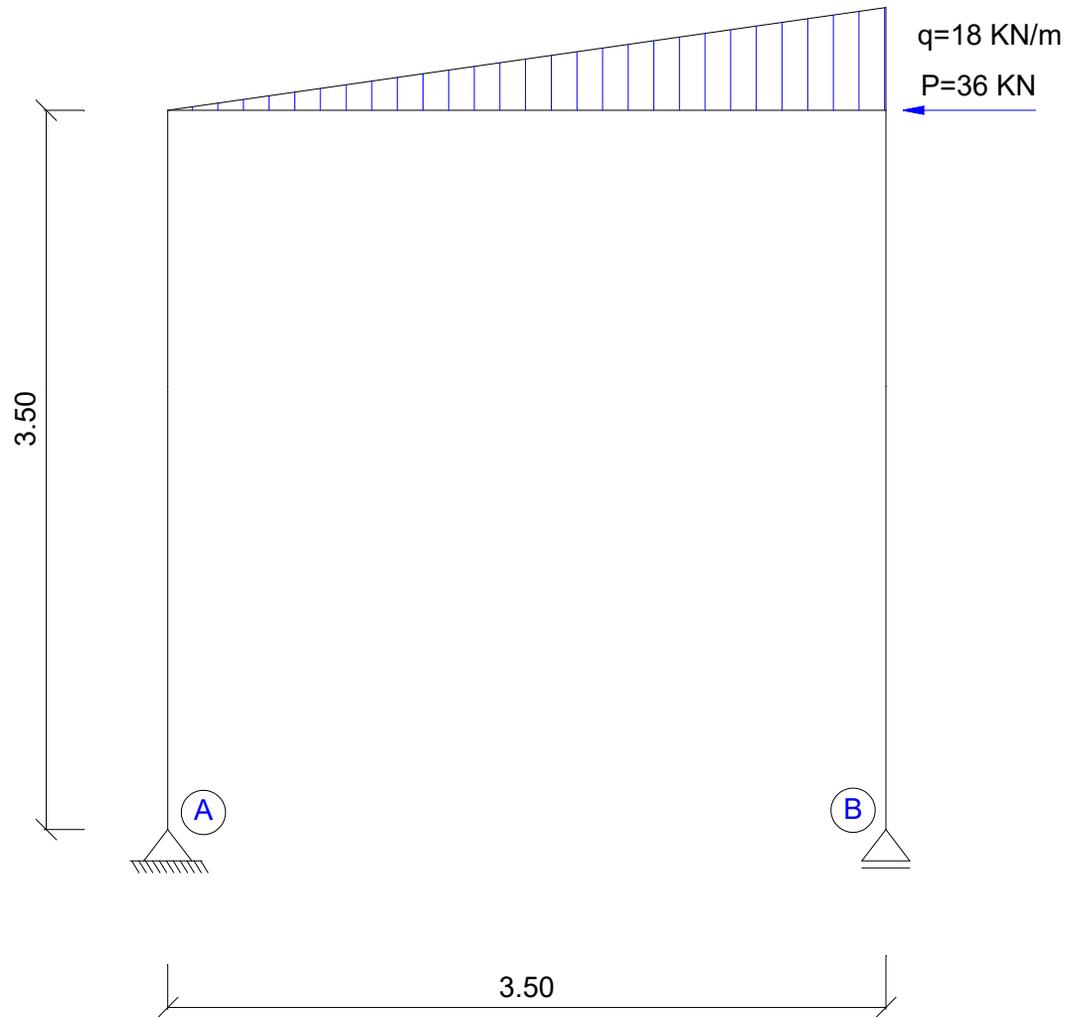
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P - R_{Bx} \Rightarrow R_{Bx} = 35 \text{ kN}$$

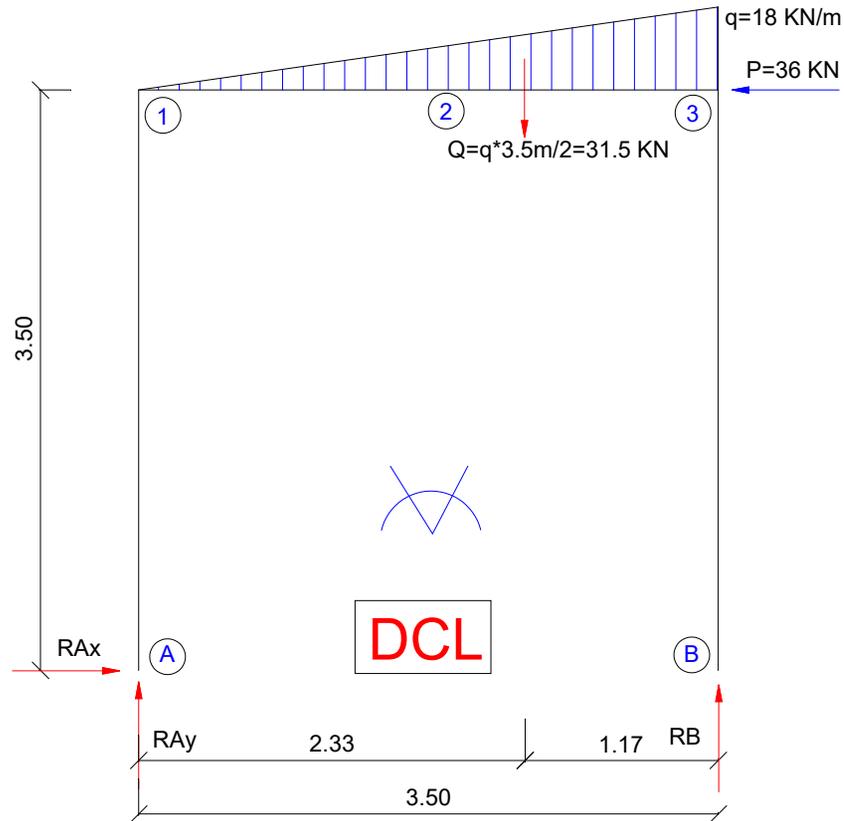
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P * 2 \text{ m} + Q_1 * 1 \text{ m} + Q_2 * 3.25 \text{ m} - R_{By} * 3 \text{ m} \Rightarrow R_{By} = 41.46 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow Q_2 * 0.25 \text{ m} - Q_1 * 2 \text{ m} + P * 2 \text{ m} + R_{Ay} * 3 \text{ m} \Rightarrow R_{Ay} = -3.96 \text{ kN}$$

## EJERCICIO EJEMPLO 7

En la estructura de la figura realizar lo siguiente determinar las reacciones de vínculo aplicando las ecuaciones de la estática.





## Cálculo de Reacciones

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow RA_x - P \Rightarrow RA_x = 36 \text{ KN}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow +Q * 2.33 \text{ m} - P * 3.5 \text{ m} - RB * 3.5 \text{ m} \Rightarrow RB = -15 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow RA_y - Q - RB \Rightarrow RA_y = 46.5 \text{ KN}$$